

비선형계를 위한 퍼지모델 기반 감소차수 미지입력관측자 설계

論 文

57-7-20

Design of a Fuzzy Model Based Reduced Order Unknown Input Observer for a Class of Nonlinear Systems

李 起 常[†]
(Kee-Sang Lee)

Abstract - A design method of a T-S fuzzy model based reduced order nonlinear unknown input observer(NUIO) is presented. The fuzzy NUIO is designed based on the parallel distributed compensation(PDC) concept. It consists of a number of the linear UIOs, each of which is designed for each local linear model in the T-S fuzzy model of a class of nonlinear systems. The fuzzy NUIO provides not only the state estimates insensitive to the unknown inputs, for example, disturbances and faults etc., but also the estimates of the unknown inputs. Therefore, It can be employed in the state feedback control and disturbance rejection control of a class of nonlinear systems with unknown disturbances. It also applied to the robust residual generation for the fault detection and isolation systems and to the design of fault tolerant control systems. As an example, the NUIO is applied to an inverted pendulum system to show the state and disturbance estimation performance and to illustrate the fuzzy reduced order NUIO design method.

Key Words : Unknown Input Observer, Fuzzy T-S Model, Fault Detection and Isolation, Disturbance Estimation

1. 서 론

미지입력관측자(Unknown Input Observer: UIO)는 모델의 불확실성, 측정 불가능한 외란과 같은 미지입력의 존재에도 불구하고 유용한 상태추정치들을 제공하며, 외란과 고장의 정보를 제공하도록 설계될 수 있다는 특징을 가지고 있어, 선형계통의 제어와 감시를 위한 수단으로서 이미 70년대부터 많은 연구가 진행되어 왔다[1-5].

UIO는 접근방법에 따라 외란모델링기법[1]과 선형변환을 도입하여 외란의 영향을 제거하는 외란 감결합(disturbance decoupling) 기법[2-5]로 분류할 수 있다. UIO의 가장 일반적인 용도는 미지외란이 투입된 경우 정확한 상태추정 결과를 얻는 것이지만[2,3], 상태벡터와 함께 시스템에 가해지는 미지 입력까지를 추정하기도 하며[4], PID제어계 등의 출력제한제어계와 같이 상태변수의 추정이 불필요한 경우에는 미지입력인 외란 또는 고장 변수만을 추정하는 경우도 있다[6,7]. 일반적으로 UIO는 선택된 외란에 대하여 둔감한 특성을 가지도록 설계될 수 있으므로, 설계시 고려되지 않은 고장이 발생한 경우, 추정편차(잔차)를 발생한다. 이러한 특성으로 인하여 UIO는 외란의 영향이 최소화된 고장검출용 잔차 발생 도구로 자주 응용된다[8-10]. 또한 미지입력 추정기능을 가진 UIO는 미지입력인 외란 또는 고장의 추정치를 활용한 외란

보상제어 및 고장허용제어에 매우 유용하게 도입될 수 있다 [11,12].

90년대 후반부터 선형계통에 대하여 정립된 UIO 설계기법을 바탕으로 비선형계통을 위한 NUIO(Nonlinear Unknown Input Observer)의 설계기법에 관한 연구가 활발하게 진행되었다[11-14]. 그러나 초기의 연구 결과는 주로 특정한 형태의 상태방정식으로 표현되는 비선형계에서의 고장검출식별을 위한 잔차발생기구의 설계에 적용되었다[11-13]. 비선형계통에 대한 UIO설계의 어려움을 고려할 때, 이제까지의 연구결과는 이론적 관점에서 매우 의미 있는 것이지만, 실질적인 계통의 제어 및 감시에 도입되기 위해서는 적용 조건의 완화 등 해결이 쉽지 않은 문제점을 안고 있다[15].

최근에는 비선형시스템에 대한 제어기 및 관측자 설계의 어려움을 해결하기 위한 대책으로 T-S 퍼지모델에 근거한 제어 및 상태추정에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다 [15-17]. 그 이유는 T-S 퍼지 모델이 비선형시스템을 여러 개의 국부(local) 선형 모델의 퍼지 결합(blending)으로 나타낸 결과이기 때문에, 잘 정립된 선형시스템에 대한 제어기 및 관측자 설계기법의 확장 적용이 가능하기 때문이다.

이러한 관점에서 T-S 퍼지모델에 근거한 NUIO의 제안과 타당성 검증은 비선형 시스템의 제어, 상태추정 및 고장검출 식별 등 다양한 측면에서 매우 중요한 연구 과제라 할 수 있다. 그러나 T-S퍼지모델에 근거한 NUIO의 설계 및 응용은 [15][18]등이 파악된 정도이다. 이중 [15]는 외란의 추정치를 제공하는 기능이 없으며, [18]은 상태추정과 외란추정치를 제공하지만 외란모델링이 가능한 경우에만 적용이 가능하며,

[†] 교신저자, 正會員 : 檀國大學校 電子電氣工學部 教授 · 工博

E-mail : keesang@dku.edu

接受日字 : 2008年 2月 14日

最終完了 : 2008年 5月 14日

NUIO의 차원이 시스템차수에 비해 크다는 단점을 가지고 있다. 본 논문에서는 이러한 기존 연구의 단점을 보완한 T-S 퍼지모델 기반 감소차수 NUIO 설계기법을 제안하고 그 타당성을 검토한다. 제안된 퍼지 NUIO는 선형계통에 대한 UIO의 설계 개념[4]을 비선형시스템에 대한 T-S퍼지 모델에 응용한 결과로서, 대상 비선형 프로세스에 대한 T-S모델의 규칙 수와 동일한 수의 선형 UIO의 병렬구조로 구현된다. 각 규칙에 대응되는 UIO의 차수는 계통의 차원과 추정치에의 영향을 제거하고자 하는 외란 벡터의 차원의 차로 결정된다. 이 NUIO는 모든 상태변수의 추정치와 함께 외란의 추정치를 제공하는 특징을 가진다. 이러한 특징은 제안된 NUIO가 상태궤환 제어입력의 구현에 유용함은 물론, 외란의 추정, 고장검출식별을 위한 잔차 발생 등에 효과적으로 도입될 수 있음을 의미한다.

본 논문의 내용은 다음과 같다. 우선 제2절에서는 비선형계를 위한 T-S 퍼지모델에 대하여 간단히 기술하고, 3절에서는 감소차수 퍼지 NUIO의 설계와 외란 및 고장 추정알고리즘을 도출하였다. 그리고 4절에서는 제안된 알고리즘의 성능을 검토하기 위하여 역진자 제어계를 대상으로 퍼지 NUIO를 설계하고 시뮬레이션에 의해 상태변수, 외란, 고장의 추정 성능을 분석하였다. 5절에는 결론을 기술하였다.

2. 비선형계를 위한 T-S 퍼지 모델

비선형시스템에 대한 T-S 퍼지모델은 입출력데이터에 근거하여 시스템인식(system identification)기법에 의해 얻는 경우와 이미 정립된 비선형모델에 선형화알고리즘을 도입하여 얻는 경우로 대별된다. 본고에서는 후자의 경우를 대상으로 하였으며, T-S모델을 얻는 과정은 [17]에 상세히 기술되어 있다. 이 경우 T-S모델은 비선형시스템을 특정 동작점 근방에서의 입출력 관계를 나타내는 국부 선형모델(local linear model)들의 퍼지결합으로 표현한 결과이며, 미지입력을 포함한 비선형시스템을 고려할 경우, 식(1)과 같은 IF-THEN 규칙 군으로 표현된다.

Plant Rule i :

$$\begin{aligned} &\text{If } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \text{ } z_\nu(t) \text{ is } M_{i\nu}, \text{ THEN} \\ &\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + D_i d(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad i=1,2,\dots,r \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 전건부 변수 $z_i(t), i=1,2,\dots,\nu$ 는 동작점(영역)의 표현에 필수적인 상태변수이고, M_{ij} 는 i 번째 규칙에서 $z_j(t)$ 의 범위를 나타내는 퍼지집합이며, r 은 IF-THEN 규칙의 수이다. $x(t) \in R^n$ 은 상태벡터, $u(t) \in R^m$ 은 입력벡터, $y(t) \in R^p$ 는 출력벡터, $d(t) \in R^l$ 은 외란벡터이다. 또한 행렬 A_i, B_i, C_i 및 D_i 는 각각 $(n,n), (n,m), (p,n)$ 및 (n,l) 차원의 행렬이다. 이 퍼지 시스템의 추론 결과식은 다음으로 얻어진다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t) + D_i d(t)] \quad (2a)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) C_i x(t) \quad (2b)$$

위식에서 $z = [z_1 z_2 \dots z_\nu]^t$ 이며, $\mu_i(z(t))$ 는 다음 성질을 가진다.

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = 1 \\ &\mu_i(z(t)) \geq 0, i=1,2,\dots,r \end{aligned} \quad (3)$$

3. 감소차수 퍼지 NUIO의 설계

3.1 감소차수 퍼지 NUIO 설계 문제

본 논문에서 제안하고자하는 감소차수관측자에 요구되는 성질은 다음과 같다.

- (i) 외란(d)에 둔감한 상태추정벡터(\hat{x})를 제공함.
- (ii) 외란추정치(\hat{d})를 제공함.

(i)은 외란에 대한 정보가 미지인 상태에서 입출력 측정정보를 활용하여 미지 외란의 영향을 받는 시스템의 상태변수 추정 기능을 가져야함을 의미하며, (ii)는 동일한 상황에서 입출력 정보와 상태추정 결과에 근거하여 외란의 크기를 추정함을 의미한다.

전개의 편의상, 식(2)에서 각 규칙의 국부 선형모델의 외란의 분포(distribution) 행렬 D_i 는 동일하다고 가정한다. 이 가정은 적용대상 비선형계의 외란투입 경로가 국부선형 모델을 결정하는 과정에 의해 변경되지 않음을 의미하는 것으로 $\dot{x} = f(x,u) + Dd$ 와 같이 더하기(additive)형의 미지입력이 투입되는 비선형계를 대상으로 함을 의미한다. 또한 시스템의 비선형성과 무관하게 측정출력이 상태 변수의 선형결합인 경우가 일반적이므로 각 규칙내의 출력행렬을 동일하다고 가정한다. 즉,

$$D_1 = D_2 = \dots = D, \quad C_1 = C_2 = \dots = C \quad (4)$$

식(4)의 가정을 도입하면 식(1)의 퍼지모델은 다음과 같이 단순화되며, 이후의 전개식에서 인수 t 는 생략한다.

Plant Rule i :

$$\begin{aligned} &\text{If } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \text{ } z_\nu(t) \text{ is } M_{i\nu}, \text{ THEN} \\ &\begin{cases} \dot{x} = A_i x + B_i u + Dd \\ y = Cx \end{cases} \quad i=1,2,\dots,r \end{aligned} \quad (5)$$

퍼지모델의 추론결과식은 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^r \mu_i(z) (A_i x + B_i u) + Dd \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (6)$$

식(5)(6)에서 전건부 변수(premise variable) $z_i, i=1,2,\dots,\nu$ 는 측정변수에 의해 결정되며, $\text{rank}(C) = p$, $\text{rank}(D) = \text{rank}(CD) = l, (p \geq l)$ 이라고 가정한다.

3.2 감소차수 퍼지 모델로의 변환

비선형시스템에 대한 감소차수 NUIO 설계의 접근 방법은

비선형시스템에 대한 T-S 퍼지 모델 내의 각 규칙에 포함된 국부 선형모델에 선형 변환을 도입하여 미지 외란의 직접적인 영향을 받는 변수를 분리하여, 외란의 직접적인 영향을 받지 않는 변수들로 이루어진 감소차수의 시스템 모델을 얻은 다음, 이 변환된 시스템 모델을 대상으로 상태관측자를 설계하는 것이다. 따라서 이 절의 변환은 외란의 존재 시에도 정확한 상태추정이 가능하다는 NUIO의 기본적 성질을 확보하는 과정이다. 원하는 형태의 퍼지모델은 다음 두 단계의 변환에 의해 달성할 수 있다.

[1단계 변환] 이 변환은 외란의 직접적 영향을 받지 않는 변수와 외란의 직접적 영향을 받는 변수를 분할하기 위한 과정이며, 이를 위한 변환 행렬은 식(7)과 같다.

$$T = [ND], \quad N \in \mathbb{R}^{n \times (n-l)} \quad (7)$$

위에 가정한 바와 같이 $\text{rank}(D) = l$ 이며, 행렬 N 은 임의의 $n \times (n-l)$ 차원 행렬로서 $\text{rank}(T) = n$ 이 보장되도록 선정한다. 식(7)의 변환행렬 T 를 도입하면 식(5)는 식(8)(9)의 등가 시스템으로 변환된다.

Plant Rule i :

If $z_1(t)$ is M_{i1} and $\dots z_r(t)$ is M_{ir}

$$\text{THEN } \dot{\bar{x}} = \bar{A}_i \bar{x} + \bar{B}_i u + \bar{D}d \quad (8a)$$

$$y = \bar{C}\bar{x}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (8b)$$

여기서 $x = T\bar{x} = T \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ 이며,

$$\bar{A}_i = T^{-1} A_i T = \begin{bmatrix} \bar{A}_{i11} & \bar{A}_{i12} \\ \bar{A}_{i21} & \bar{A}_{i22} \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_i = T^{-1} B_i = \begin{bmatrix} \bar{B}_{i1} \\ \bar{B}_{i2} \end{bmatrix},$$

$$\bar{D} = T^{-1} D = \begin{bmatrix} 0 \\ I_l \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = CT = [CNCD] \quad (9)$$

이다. 식(9)의 변환 결과, $\bar{x}_1 \in \mathbb{R}^{n-l}$ 은 외란의 직접적 영향을 받지 않고, $\bar{x}_2 \in \mathbb{R}^l$ 는 외란에 의한 직접적 영향을 받음을 알 수 있다. 식(8)(9)에 근거한 최종적인 추론 결과 식은 식(10)과 같고, 이후의 모든 식에서 $\mu_i(z)$ 는 μ_i 로 표기되었다.

$$\dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^r \mu_i (\bar{A}_i \bar{x} + \bar{B}_i u + \bar{D}d) \quad (10a)$$

$$= \sum_{i=1}^r \mu_i (\bar{A}_i \bar{x} + \bar{B}_i u) + \bar{D}d$$

$$y(t) = \bar{C}\bar{x} \quad (10b)$$

[2단계 변환] 이 변환은 \bar{x}_1 과 \bar{x}_2 간의 대수적 관계를 설정하여, 식(8)(9) 또는 식(10)에서 외란의 직접적 영향을 받지 않는 변수(\bar{x}_1)에 대한 방정식(감소차수 방정식)을 구하기 위한 과정이며 변환행렬은 식(11)과 같다.

$$U = [CDQ], \quad Q \in \mathbb{R}^{p \times (p-l)} \quad (11)$$

이미 가정한 바와 같이 $\text{rank}(CD) = l$, ($p \geq l$)이며, 식(11)에서 Q 는 행렬 U 가 비특이 행렬이 되도록 임의로 선정한다. U 의 역행렬을 다음과 같이 표현하면

$$U^{-1} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}, \quad U_1 \in \mathbb{R}^{l \times p}, \quad U_2 \in \mathbb{R}^{q \times p} \quad (12)$$

식(11)과 식(12)로부터 다음 식이 성립한다.

$$U^{-1}U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} [CDQ] = \begin{bmatrix} U_1 CD & U_1 Q \\ U_2 CD & U_2 Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_l & 0 \\ 0 & I_{p-l} \end{bmatrix} \quad (13)$$

식(8b)의 출력식의 양변의 앞쪽에 식(12)의 U^{-1} 을 곱한 다음 식(13)의 관계를 도입하면 식(14)가 얻어진다.

$$U_1 y = U_1 CN \bar{x}_1 + \bar{x}_2 \quad (14a)$$

$$U_2 y = U_2 CN \bar{x}_1 \quad (14b)$$

감소차수방정식을 구하기 위하여 식(8)로부터 \bar{x}_1 에 관한 방정식을 추출하면 식(15)와 같고,

$$\dot{\bar{x}}_1 = \bar{A}_{i11} \bar{x}_1 + \bar{A}_{i12} \bar{x}_2 + \bar{B}_{i1} u \quad (15)$$

위식에 식(14a)에서 구한 \bar{x}_2 를 대입하면 미지입력의 항을 포함하지 않는 식(16a)의 감소 차수 상태방정식이 얻어지고, 출력방정식은 식(14b)로부터 식(16b)로 정의할 수 있다. 이들을 포함하는 퍼지 감소차수모델은 다음과 같다.

Reduced Order Model Rule i :

If $z_1(t)$ is M_{i1} and $\dots z_r(t)$ is M_{ir} , Then

$$\dot{\bar{x}}_1 = \bar{A}_{i1} \bar{x}_1 + \bar{B}_{i1} u + E_{i1} y \quad (16a)$$

$$\bar{y} = U_2 y = \bar{C}_1 \bar{x}_1 \quad (16b)$$

여기서

$$\bar{A}_{i1} = \bar{A}_{i11} - \bar{A}_{i12} U_1 CN \quad (16c)$$

$$E_{i1} = \bar{A}_{i12} U_1 \quad (16d)$$

$$\bar{C}_1 = U_2 CN \quad (16e)$$

이다. 식(16)의 모델을 최종적인 추론 결과식으로 표현한 결과는 식(17)과 같다.

$$\dot{\bar{x}}_1 = \sum_{i=1}^r \mu_i \bar{A}_{i1} \bar{x}_1 + \sum_{i=1}^r \mu_i \bar{B}_{i1} u + \sum_{i=1}^r \mu_i E_{i1} y \quad (17a)$$

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^r \mu_i \bar{C}_1 \bar{x}_1 = \bar{C}_1 \bar{x}_1 \quad (17b)$$

3.3 감소차수 퍼지 NUIO

감소차수 퍼지 NUIO의 존재조건은 3.2절에서 구해진 저차 퍼지모델인 식(16) 내의 각 국부 선형모델의 $(\bar{A}_{i1}, \bar{C}_1)$, $i=1, 2, \dots, r$ 이 가관측일 것이다. 이 존재조건은 1단계 변환의 결과인 식(8)(9)의 파라미터 또는 변환 이전의 국부모델인 식(5)의 파라미터에 의한 등가 조건으로 표현될 수 있으며, 그 결과는 정리[1]과 같다.

정리 1 : 식(5)의 퍼지모델에서 $\text{rank}(CD) = \text{rank}(D) = l$ 이 만족될 때, 감소차수 퍼지 NUIO의 존재 조건은 모든

$i=1,2,\dots,r$ 에 대하여 다음과 같다.

- a) 행렬 쌍 $(\overline{A}_{i1}, \overline{C}_1)$ 이 가관측
- b) $\text{rank} \begin{bmatrix} sI_{n-l} - \overline{A}_{i1} & -\overline{A}_{i2} \\ \overline{C}_1 & \overline{C}_2 \end{bmatrix} = n, \forall s \in C, \text{Re}(s) \geq 0$
- c) $\text{rank} \begin{bmatrix} sI_{n-l} - \overline{A}_i & D \\ \overline{C} & 0 \end{bmatrix} = n+l, \forall s \in C, \text{Re}(s) \geq 0$

위의 3가지의 존재조건은 등가이므로 선택적으로 사용할 수 있으며, 이들 조건의 등가성에 대한 증명은 [4]에 기술되어 있어 생략하였다.

각 국부 선형모델이 위의 존재조건을 만족하면 국부 모델에 대한 식(18)의 상태관측자가 설계된다.

Reduced Order UIO Rule i :

If $z_1(t)$ is M_{i1} and $\dots z_\nu(t)$ is $M_{i\nu}$, Then

$$\dot{w} = \overline{A}_{i1}w + \overline{B}_{i1}u + E_{i1}y + L_i(\overline{y} - \hat{y}) \quad (18)$$

$$\hat{y} = \overline{C}_1w, \quad i=1,2,\dots,r$$

여기서 w 는 \overline{x}_1 의 추정치이고, $L_i \in \mathbb{R}^{(n-l) \times (p-l)}$ 이다. 위의 감소차수 퍼지 NUIO를 추론 결과식으로 표현하면 식(19)과 같다.

$$\dot{w} = \sum_{i=1}^r \mu_i \overline{A}_{i1}w + \sum_{i=1}^r \mu_i \overline{B}_{i1}u + \sum_{i=1}^r \mu_i E_{i1}y + \sum_{i=1}^r \mu_i L_i(\overline{y} - \hat{y}) \quad (19a)$$

또는

$$\dot{w} = \sum_{i=1}^r \mu_i (\overline{A}_{i1} - L_i \overline{C}_1)w + \sum_{i=1}^r \mu_i \overline{B}_{i1}u + \sum_{i=1}^r \mu_i (E_{i1} + L_i U_2)y \quad (19b)$$

이제 식(8)의 상태벡터 \overline{x} 의 추정치 $\hat{\overline{x}}$ 는 식(14)에 의해 식(20)으로 구해지며,

$$\hat{\overline{x}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w \\ U_1 y - U_1 CNw \end{bmatrix} \quad (20)$$

원래 상태벡터의 추정치는 식(8)의 변환, $\hat{x} = T\hat{\overline{x}}$ 에 의해 얻어진다. 상태 \overline{x}_1 의 추정 편차를 $e_{\overline{x}_1} = w - \overline{x}_1$ 로 정의하면, 상태 \overline{x}_1 의 추정 편차방정식은 식(17) 및 식(19)로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{e}_{\overline{x}_1} = \sum_{i=1}^r \mu_i (\overline{A}_{i1} - L_i \overline{C}_1) e_{\overline{x}_1} \quad (21)$$

식(21)의 편차방정식을 갖는 식(18) 또는 식(19b)의 감소차수 퍼지 NUIO는 식(22)의 조건을 만족하는 양한정(positive definite) 행렬 P 가 존재하면 그 수렴이 보장된다[16].

$$(\overline{A}_{i1} - L_i \overline{C}_1)^T P + P(\overline{A}_{i1} - L_i \overline{C}_1) < 0 \quad \text{for } i=1,2,\dots,r \quad (22)$$

3.4 외란벡터의 추정

제안된 퍼지 NUIO의 중요한 특징은 식(19b)(20)에 의해 상태추정치를 제공하는 동시에 상태추정과정에서 배제되었던 외란벡터의 추정치를 함께 제공할 수 있다는 점이다. 외란벡터의 추정식은 (8)-(10)에 근거하여 유도된다. 우선 식

(10a)에서 외란 항을 포함한 \overline{x}_2 의 방정식을 분리하면,

$$\dot{\overline{x}}_2 = \sum_{i=1}^r \mu_i (\overline{A}_{i21} \overline{x}_1 + \overline{A}_{i22} \overline{x}_2 + \overline{B}_{i2} u) + d \quad (23)$$

이 되고, 따라서 외란 추정벡터, $\hat{d} \in \mathbb{R}^l$ 는 다음으로 구해진다.

$$\hat{d} = \dot{\overline{x}}_2 - \sum_{i=1}^r \mu_i (\overline{A}_{i21} \hat{\overline{x}}_1 + \overline{A}_{i22} \hat{\overline{x}}_2 + \overline{B}_{i2} u) \quad (24)$$

그러나 식(24)에 의해 외란 추정치를 구하기 위해서는 \overline{x}_1 의 추정치 뿐 만 아니라 \overline{x}_2 의 추정치 $\hat{\overline{x}}_2$ 와 그 변화율까지 도입해야하므로 계산량의 관점에서 바람직하지 않다. 이 문제는 식(20)으로부터 구해지는 식(25)의 관계를 도입함으로써 해결할 수 있다.

$$\dot{\overline{x}}_2 = U_1 \dot{y} - U_1 CN \dot{w} \quad (25)$$

위 식에 식(19b)를 대입한 다음, 그 결과와 식(20)의 관계를 식(24)에 대입하고 정리하면 식(26)의 추정식이 얻어진다.

$$\hat{d} = U_1 \dot{y} + \sum_{i=1}^r \mu_i G_{i1} w + \sum_{i=1}^r \mu_i G_{i2} y + \sum_{i=1}^r \mu_i G_{i3} u \quad (26a)$$

여기서

$$G_{i1} = -U_1 CN(\overline{A}_{i1} - L_i \overline{C}_1) - \overline{A}_{i21} + \overline{A}_{i22} U_1 CN \quad (26b)$$

$$G_{i2} = -U_1 CN(E_{i1} + L_i U_2) - \overline{A}_{i22} U_1 \quad (26c)$$

$$G_{i3} = -U_1 CN \overline{B}_{i1} - \overline{B}_{i2} \quad (26d)$$

식(26)으로부터 미지입력 d 의 추정 편차는 상태 \overline{x}_1 의 추정 편차에 의존함을 알 수 있다.

4. 수치 예

4.1 비선형 모델과 퍼지 T-S 모델

제안된 미지입력관측자와 외란 추정 알고리즘의 수렴특성을 검토하고 설계과정을 설명하기 위하여 전형적인 비선형계인 독립진자제어시스템을 고려한다. 이 계통은 비선형 제어, 퍼지제어 및 고장진단시스템의 유용성을 입증하기 위한 사례로서 자주 활용되고 있다[16-18]. 독립진자의 상태방정식은 식(27)과 같다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{g \sin(x_1) - m l a x_2^2 \sin(2x_1)/2}{4l/3 - m l a \cos^2(x_1)} \\ x_4 \\ \frac{-m a g \sin(2x_1)/2 + 4m a l x_2^2 \sin(x_1)/3}{4/3 - m a \cos^2(x_1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -a \cos(x_1) \\ 0 \\ 4a/3 \end{pmatrix} u \quad (27a)$$

여기서 x_1 은 진자의 각도, x_2 는 각속도, x_3 는 카트의 위치, x_4 는 카트의 속도이다. 출력 행렬은 정리[1]의 존재조건을 고려하여 다음과 같이 선정하였다.

$$C_1 = C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (27b)$$

식(27a)의 역진자계에서 외란은 x_2 및 x_4 채널에 도입될 수 있으나, 본 절에서는 x_4 채널로 투입되는 외란만을 가정하였다. 이 가정은 퍼지모델의 도입이 비선형성 문제를 해결해주고, 외란 감결합을 위한 선형변환이 외란영향을 제거해 줌을 명확히 보여주기 위한 것이다. 이제 비선형 모델로부터 얻어지는 T-S 퍼지 모델은 다음 두개의 언어적 규칙으로 표현될 수 있다[17]. 각 규칙내의 선형 모델을 구하는 과정은 고전적인 Taylor 급수 전개기법의 문제점을 극복할 수 있도록 제안된 Teixeira 등의 알고리즘을 사용하였으며, 각 파라미터는 표 1과 같다.

Rule 1: If $x_1(t)$ is about 0, Then

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_1x(t) + B_1u(t) + Dd(t) \\ y(t) &= C_1x(t) \end{aligned} \quad (28a)$$

Rule 2: If $x_1(t)$ is about $\pm\pi/4$, Then

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_2x(t) + B_2u(t) + Dd(t) \\ y(t) &= C_2x(t) \end{aligned} \quad (28b)$$

또한 퍼지추론을 위한 각 규칙의 적합도 산출식은 식(29)(30)으로 선정하였다[17].

$$\mu_1(x_1) = \frac{1 - 1/(1 + \exp(-14(x_1 - \pi/8)))}{1 + \exp(-14(x_1 + \pi/8))} \quad (29)$$

$$\mu_2(x_1) = 1 - \mu_1(x_1) \quad (30)$$

도입진자시스템은 본질적으로 불안정하므로 식(31)과 같은 안정화 입력을 도입한 폐루프제어계를 고려하였으며 제어기 파라미터는 [17]과 동일하게 선정하였다.

$$u = -(\mu_1F_1 + \mu_2F_2)x + \eta_q \text{sign}(\delta) \quad (31a)$$

$$\delta = (\mu_1B_1^T + \mu_2B_2^T)Px \quad (31b)$$

표 1. T-S모델의 파라미터

Table 1. Parameters of T-S fuzzy model

규칙	A_1	B_1	D	C
1	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 17.294 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1.7295 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -0.1765 \\ 0 \\ 0.1177 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
	A_2	B_2	D	C
2	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 14.3081 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1.0117 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -0.1147 \\ 0 \\ 0.1081 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4.2 감소차수 NUIO 및 외란추정 알고리즘

본 절에서는 식(28)(29)로 주어진 T-S 모델에 근거한 NUIO를 설계한다. 우선, 임의 선정이 가능한 행렬 N 과 이를 포함한 식(7)의 변환행렬을 식(32)와 같이 선정하였다.

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (32)$$

다음으로 감소차수 모델을 만들기 위한 식(11)의 변환행렬과 그 역행렬은 식(33)과 같이 선정되었고, 두 번의 변환을 적용하여 얻어진 감소차수모델인 식(16)의 파라미터는 표2와 같다.

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad U^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (33)$$

표 2. 감소차수 모델의 파라미터

Table 2. Parameters of reduced order models

규칙	\widetilde{A}_{11}	\widetilde{B}_{11}	E_{11}	\widetilde{C}_1
1	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 18.294 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.1765 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
	\widetilde{A}_{21}	\widetilde{B}_{21}	E_{21}	\widetilde{C}_1
2	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 15.308 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.1147 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

위 두 개의 모델은 가관측이며, UIO의 고유치가 (-4 -5 -6)에 위치하도록 결정된 관측자 이득은 식(34)와 같고,

$$\begin{aligned} L_1 &= \begin{pmatrix} -19.8747 & 9.2546 & 57.7801 \\ 8.0650 & -0.3716 & -9.7563 \end{pmatrix}, \\ L_2 &= \begin{pmatrix} -19.8747 & 9.2546 & 54.7942 \\ 8.0650 & -0.3716 & -9.7563 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

이득을 대입하여 구한 식(19b)(20)의 관측자 파라미터는 표 3과 같다. 또한, 출력(y)와 \overline{x}_1 의 추정치(ω)를 이용하여 \overline{x}_2 의 추정치를 구하기 위한 식(20)의 파라미터는 식(35)와 같다.

$$U_1 = (1 \ -1 \ 1), \quad U_1CN = (-1 \ 2 \ 1) \quad (35)$$

표 3. 설계된 UIO의 파라미터

Table 3. Parameters of UIOs

규칙	$\widetilde{A}_{11} - L_1\widetilde{C}_1$	\widetilde{B}_{11}	$E_{11} + L_1U_2$
1	$\begin{pmatrix} -15.1301 & 26.9397 & -8.0650 \\ 1.7433 & -9.6262 & 1.3716 \\ 18.5126 & -49.2424 & 9.7563 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.1765 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -26.9397 & 7.0650 & 1 \\ 9.6262 & -0.3126 & 0 \\ 66.5364 & -8.7563 & -1 \end{pmatrix}$
	$\widetilde{A}_{21} - L_2\widetilde{C}_1$	\widetilde{B}_{21}	$E_{21} + L_2U_2$
2	$\begin{pmatrix} -15.1301 & 26.9397 & -8.0650 \\ 1.7433 & -9.6262 & 1.3716 \\ 18.5126 & -49.2424 & 9.7563 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.1147 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -26.9397 & 7.0650 & 1 \\ 9.6262 & -0.3126 & 0 \\ 63.5505 & -8.7563 & -1 \end{pmatrix}$

다음으로 외란 추정식인 식(26)의 파라미터는 표4와 같다. 식(26)의 추정식은 측정출력(y)과 식(19)의 감소차수 UIO가 제공하는 \overline{x}_1 의 추정치(ω) 만에 의해 외란 추정치 \hat{d} 를 제공한다. 따라서 외란의 추정이 목적인 경우에는 \overline{x}_2 의 추정을 생략할 수 있다.

표 4. 외란 추정을 위한 식(26)의 파라미터

Table 4. Parameters of the disturbance estimator of eq(26)

규칙	G_{11}	G_{12}	G_{13}
1	(-37.1292 -115.4580 -19.5646)	(-113.7285 17.564601)	(-0.1147)
	G_{21}	G_{22}	G_{23}
2	(-37.1292 -115.4580 -19.5646)	(-110.7426 17.564601)	(-0.1081)

4.3 시뮬레이션 결과 및 검토

제안된 알고리즘의 타당성을 검토하기 위하여 외란이 투입된 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다. 그림은 초기시간($t=0$)에 크기 0.5인 외란이 도입된 경우의 상태추정 결과와 외란의 추정 결과를 보여준다. 그림에서 실선(real line)은 각 변수의 실제 값을 나타내며, 점선(dotted line)은 추정치를 나타낸다. 시뮬레이션 결과로부터 외란이 존재함에도 불구하고 상태변수의 추정치가 실제 상태변수 값에 수렴함을 알 수 있다. 또한 측정출력과 \hat{x}_1 를 이용하여 외란의 추정치를 구한 결과도 과도기간 이후 정확한 값에 수렴함을 알 수 있다. 본 절에서는 제안된 퍼지 NUIO의 수렴특성 입증에 필요한 최소한의 시뮬레이션 결과만을 수록하였으나, 실질적 적용 시에는 퍼지 NUIO의 추정성능(수렴속도, 과도편차 등)이 전체 제어계의 성능에 영향을 줄을 고려하여 NUIO의 고유치 및 이득결정알고리즘 선정에 유의해야 한다.

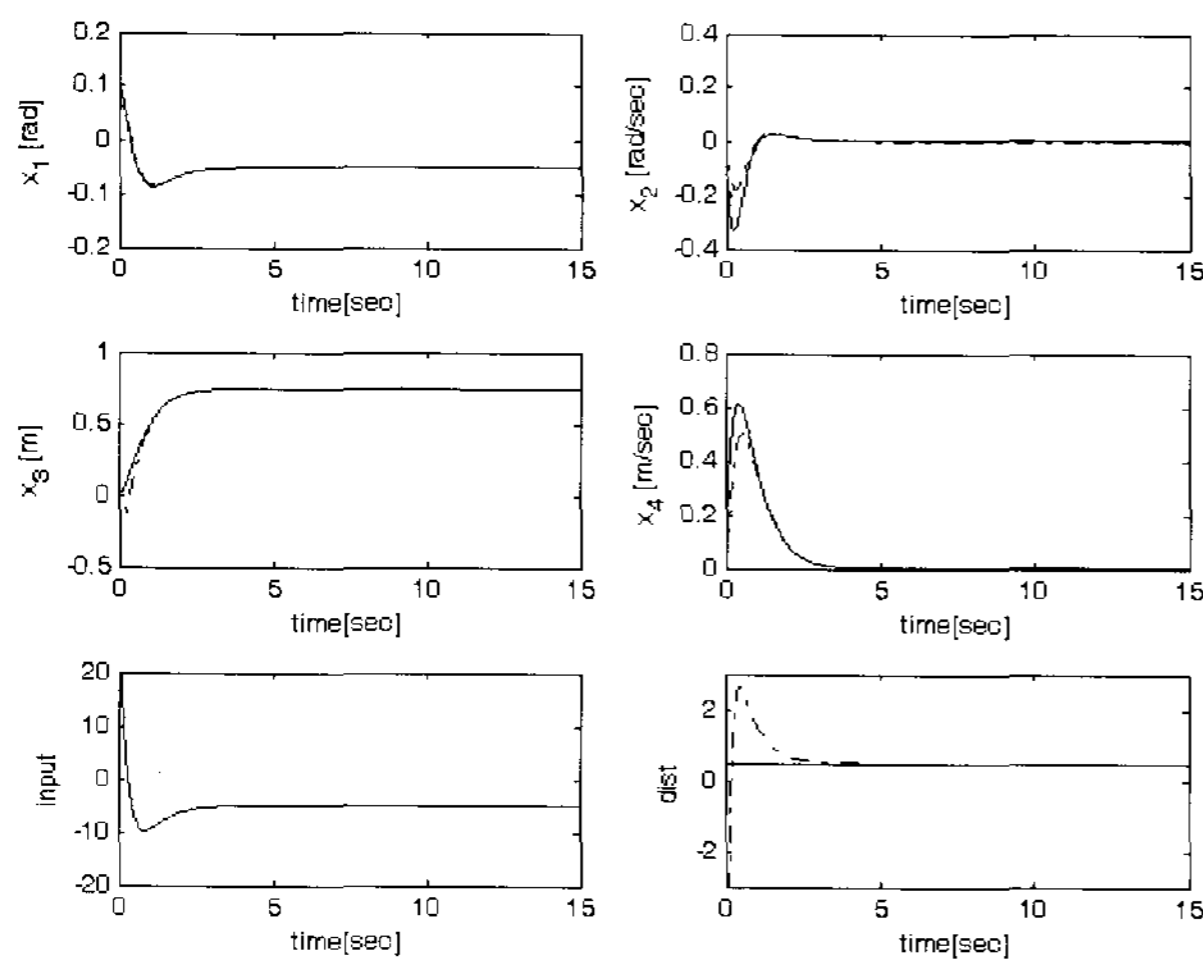


그림 1 제안된 퍼지 NUIO의 상태 및 외란 추정치
Fig. 1 Estimates of State variables and disturbance

5. 결론

선형계통에 대한 UIO의 설계기법인 [4]와 퍼지관측자 연구 결과에 근거하여 비선형시스템의 상태변수와 외란 추정기능을 위한 T-S 모델기반 감소차수 퍼지NUIO의 설계기법을 제안하였다. 제안된 NUIO는 대상 비선형 프로세스에 대한 T-S모델의 규칙 수와 동일한 수의 감소차수 UIO의 병렬구

조로 실현되며, 각 규칙에 대응되는 선형 UIO의 차수는 계통의 차원과 추정치에의 영향을 제거하고자 하는 외란 벡터의 차원의 차로 결정된다. 이 퍼지 NUIO는 미지외란이 투입된 상태에서도 정확한 상태 추정치를 제공할 뿐 아니라, 외란의 영향을 제거하기 위한 변환 과정에서 얻어진 단순한 추정알고리즘에 의해 외란의 추정치도 제공해주는 특징을 가진다. 이러한 특징으로 인하여 제안된 퍼지 NUIO는 비선형계통의 상태제어와 외란 보상제어에 유용하게 도입될 수 있으며, 동시에 고장검출식별시스템을 위한 잔차 발생에도 효과적으로 도입될 수 있다. 앞으로, 각 국부모델에 대한 가정을 완화하여 일반적인 비선형시스템을 위한 감소차수 퍼지 NUIO 설계 방법을 수립하기 위한 연구와 외란에 둔감한 고장진단관측자로의 확장을 위한 연구를 진행하고자 한다.

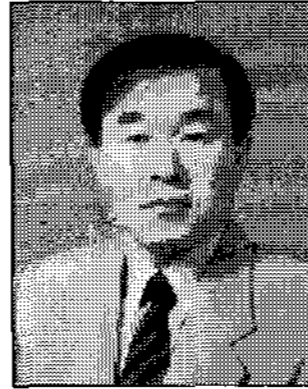
감사의 글

이 논문은 2006학년도 단국대학교 대학연구비 지원에 의해 이루어진 연구 결과임.

참고 문헌

- [1] John O'Reilly, "Minimal order observers for linear multivariable systems with unmeasurable disturbances," International Journal of Control, Vol.28, No.5, pp.743-751, 1978.
- [2] J.E. Kurek. The state vector reconstruction for linear systems with unknown inputs. IEEE Trans. on Automatic Control, 28 (12), p. 1120-1122, 1983.
- [3] Y. Guan and M. Saif, "A novel approach to the design of unknown input observer," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.36, pp.632-635, 1991.
- [4] M. Hou and P. C. Müller, "Design of Observers for Linear Systems with Unknown Inputs," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 37, No. 6, pp. 871-875, June 1992.
- [5] S. Hui and S.H.Zak, "Low-order state estimators and compensators for dynamical systems with unknown inputs," System & control letters, Vol.21, No.6, pp.493-502, 1993.
- [6] B. K. Kim and W. K. Chung, "Advanced disturbance observer design for mechanical positioning systems," IEEE trans. on Industrial Electronics, Vol.50, No.6, pp.1207-1216, Dec, 2003.
- [7] T.G. Park, J.S. Ryu and K.S. Lee, "Actuator fault estimation with disturbance decoupling," IEE proceedings, Control Theory and Applications, Vol.147, No.5, pp.501-508, September 2000.
- [8] W. Ge and C. Z. Fang, "Extended robust observation approach for failure isolation," International Journal of Control, Vol. 49, pp. 1537-1553, 1989.

저 자 소 개



이 기 상(李 起 常)

1952년 10월 24일생.

1978년 고려대 전기공학과 졸업(학사).

1984년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사).

1983년~현재 단국대 전자전기공학부 교수

1995년~96년 Univ. of Washington 방문교수

2005년~현재 단국대학교 정보통신대학원장

Tel : 031) 8005-3605

Fax : 031) 8005-3622

E-mail : keesang@dku.edu

- [9] P. M. Frank and J. Wünnenberg, "Robust fault diagnosis using unknown input observer schemes," In: *Fault Diagnosis in Dynamical Systems: Theory and Applications* (R.J. Patton, P.M. Frank and R.N. Clark, (1st Ed.)), pp. 47-98. Prentice Hall, New York, 1989.
- [10] R. J. Patton and J. Chen, "Observer-based fault detection and isolation: robustness and applications," *Control Eng. Practice*, 5, 5, pp. 671-682, 1997.
- [11] H. Yang, B. Jiang and M. Staroswiecki, "Observer-based fault tolerant control for a class of switched nonlinear systems," *IET Control theory applications*, Vol.1, No.5, pp1523-1532, Sept, 2007.
- [12] P. Kabore and H. Wang, "Design of fault diagnosis filters and fault tolerant control for a class of nonlinear systems," *IEEE trans. on Automatic Control*, Vol.46, No.11, pp.1805-1810, Nov, 2001.
- [13] W. Chen and M. Saif, "Unknown input observer design for a class of nonlinear systems: and LMI approach," *Proceedings of the 2006 ACC, Minneapolis, Minnesota, USA*, pp.834-838, June 14-16, 2006.
- [14] D. Koenig and S. Mammar, "Design of a class of reduced order unknown input nonlinear observer for fault diagnosis," *Proc. of ACC, Arlington, VA*, pp.2143-2147, June25-27, 2001.
- [15] W. Chen and M. Saif, "Design of a TS based nonlinear unknown input observer with fault diagnosis applications," *Proceedings of the 2007 ACC, Newyork city, USA*, pp.2545-2550, July 11-13, 2007.
- [16] Xiao-Jun Ma, Zeng-Qi Sun, and Yan-Yan He, "Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol.6, No.1, pp.41-51, 1998.
- [17] M.C.M. Teixeira & S.H. Zak, "Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol.7, No. 2, pp.133-142, April 1999.
- [18] 이기상, "퍼지모델을 이용한 비선형시스템의 센서고장 검출식별," *전기학회논문지*, 제56권 2호, pp.407-414, 2007.