

# 노즐 분사력에 의해 가진되는 다중 패킷 블레이드계의 과도 진동 해석

## Transient Vibration Analysis of a Multi-packet Blade System Excited by Nozzle Jet Forces

임 하 성\* · 유 흥 희†

Ha Seong Lim and Hong Hee Yoo

(2008년 1월 9일 접수 ; 2008년 4월 10일 심사완료)

**Key Words** : Transient Vibration Analysis(과도 진동 해석), Multi-packet Blade System(다중 블레이드계), Shroud(슈라우드), Nozzle Jet Force(노즐 분사력), Coupling Stiffness Effect(연성 강성 효과), Cantilever Beam(외팔보), True Resonance(진공진), Modified Campbell Diagram(수정된 캠벨 다이어그램)

### ABSTRACT

A modeling method for the modal and the transient vibration analysis of a multi-packet blade system excited by nozzle jet forces is presented in this paper. Blades are idealized as cantilever beams and the elastic structures like disc and shroud connecting blades are modeled as coupling stiffnesses. A modified Campbell diagram is proposed to identify true resonance frequencies of the multi-packet blade system. Different from the SAFE diagram that employs three dimensional space, the modified Campbell diagram proposed in this study employs a plane to find the true resonance frequencies. To verify the existence of true resonance frequencies, nozzle jet forces are modeled as periodic forces and transient vibration analysis were performed with the modeling method.

### 1. 서 론

회전운동을 하는 순환 구조물의 형태는 터빈 블레이드, 항공기 회전익, 터보 엔진의 환 등 여러 가지 구조물에서 발견 될 수 있다. 이러한 순환 구조물은 회전 축을 중심으로 배열된 블레이드들로 구성되어 있으며 디스크와 슈라우드의 강성으로 인하여 블레이드계의 진동특성이 변화한다. 이와 같이 블레이드들과 디스크가 서로 연결되어 있으면 단일 블레이드에서는 예측할 수 없었던 진동특성이 나타나게 된다. 따라서 이러한 순환 구조 시스템의 적절한 설계

를 위해선 그 동적 특성을 정확히 예측할 수 있는 해석방법이 요구된다.

회전운동을 하는 블레이드의 진동 특성에 관한 연구는 상당한 역사를 갖고 있는데, 대부분의 연구가 진동 해석<sup>(1,2)</sup> 혹은 단일 블레이드의 과도 해석<sup>(3~6)</sup>에 초점을 모으고 있으며 다중 블레이드 시스템<sup>(7,8)</sup>의 과도 해석에 대해 발표된 연구는 거의 드문 편이다. 디스크에 장착된 블레이드계의 회전 운동과 관련해 현재까지 알려진 중요한 사항들 중의 하나는 공진에 대한 내용이다. 이는 시스템의 가진주파수가 고유진동수와 일치하게 되는 경우를 의미하는데, 이 경우 가진력에 의해서 큰 변형이 발생할 수 있다. 이러한 공진을 예측하기 위해 고유진동수와 가진주파수의 일치 여부를 확인할 수 있는 캠벨 다이어그램을 사용해 왔지만 이 방법은 시스템의

† 교신저자: 정회원, 한양대학교 기계공학부  
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr

Tel: (02)2220-0446, Fax: (02)2293-5070

\* 정회원, 한양대학교 대학원 기계공학과

모드형상과 가진형상의 일치 여부를 확인할 수 없기에 실제 공진을 예측하는데 많은 어려움이 있었다. 최근 디스크에 장착된 블레이드계 고유모드와 가진모드간 일치 여부를 분석할 수 있는 SAFE 다이어그램<sup>(9,10)</sup>이 제시되었으며 이 방법을 통하여 효과적으로 진공진이 예측될 수 있음을 보여주었다. 그러나 이 다이어그램은 3차원으로 구성되어 일반 엔지니어들이 쉽게 이해하고 사용하기에는 상당한 어려움이 따른다.

이 논문에서는 블레이드를 외팔보로, 디스크 및 슈라우드의 연성효과를 스프링으로 가정하여 다중 패킷 블레이드계의 운동방정식을 유도하였다. 이때 가진의 주된 요인이 되는 노즐분사력은 노즐의 개수와 블레이드계의 회전각속도의 함수로서 표현하였다. 이 연구는 참고문헌(11)에 제시된 운동방정식 유도과정을 토대로 회전운동을 하는 다중 패킷 블레이드계의 모드 및 과도 해석을 위한 모델링을 제시하고 해석을 수행하였다. 캠벨 다이어그램을 수정한 형태를 이용하여 공진 가능 주파수로부터 진공진 발생 주파수를 추출하였으며 과도해석을 통해서 진공진 주파수로 회전할 때 공진 현상이 발생하는지를 확인하였다. 아울러 여러 공진가능 주파수들에 대해서도 과도해석을 수행함으로써 진공진 여부를 확인하였다. 이 연구의 핵심적 내용은 진공진 주파수들을 확인할 수 있는 수정된 캠벨 다이어그램의 제시와 과도해석을 통한 이 방법론의 효과 증명에 있다.

## 2. 운동방정식

### 2.1 운동방정식 유도

이 절에서는 복합변형 변수를 이용한 동적 모델링에 의한 다중 패킷 블레이드 시스템의 운동방정식 유도과정을 간략히 소개하기로 한다. 이에 관한 상세한 내용은 참고문헌(11)을 참조할 수 있다.

Fig. 1은 다중 블레이드 시스템의 형상이며 탄성 변위들의 의미와 기준 좌표계를 나타내고 있다.  $\hat{a}_1$  과  $\hat{a}_2$ 는 기준계(reference frame)  $A$ 에 부착된 서로 수직인 단위 벡터를 나타내며,  $x$ 는 보의 고정점  $O$ 로부터 변형 전 임의점  $P_0$ 까지의 거리를,  $k_D$ 와  $k_S$ 는 보 구조물 사이 디스크와 슈라우드의 연성스프링

강성을,  $a$ 와  $b$ 는 연성스프링의 연결된 위치를,  $\bar{u}^{<n>}$ 는  $n$ 번째 블레이드의 탄성변위를,  $s^{<n>}$ 는 임의 질점의 위치에서 블레이드가 인장된 길이를 각각 나타낸다. 모드방법을 이용해 상미분 운동방정식을 유도하기 위해  $s^{<n>}$ 와  $u_2^{<n>}$ 를 다음과 같이 근사화한다

$$s^{<n>}(x,t) = \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i}(x) q_{1i}^{<n>}(t) \quad (1)$$

$$u_2^{<n>}(x,t) = \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i}(x) q_{2i}^{<n>}(t) \quad (2)$$

여기서  $\phi_{1i}$ 와  $\phi_{2i}$ 는 인장방향과 굽힘방향의 모드함수들이고,  $q_{1i}^{<n>}$ 와  $q_{2i}^{<n>}$ 는 시간의 함수인 일반좌표들이며,  $\mu_1$ 과  $\mu_2$ 는 일반좌표의 수이다. 반경  $r$ 인 강체축  $A$ 가  $\hat{a}_3$ 방향으로 속력  $\omega_3$ 로 회전할 때  $A$ 의 각속도와  $P$ 점의 속도는 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{\omega}^A = \omega_3 \hat{a}_3 \quad (3)$$

$$\bar{v}^P = [v_1 + \dot{u}_1 - \omega_3 u_2] \hat{a}_1 + [v_2 + \dot{u}_2 + \omega_3(x + u_1)] \hat{a}_2 \quad (4)$$

$u_1^{<n>}$ 은  $s^{<n>}$ 와  $u_2^{<n>}$ 로 표시되어야 하며 이를 위해 다음의 근사화된 관계식이 사용된다.

$$s^{<n>} = u_1^{<n>} + \frac{1}{2} \int \left( \frac{\partial u_2^{<n>}}{\partial \sigma} \right)^2 d\sigma \quad (5)$$

Kane의 방법<sup>(12)</sup> 따른 운동방정식은 다음과 같다.

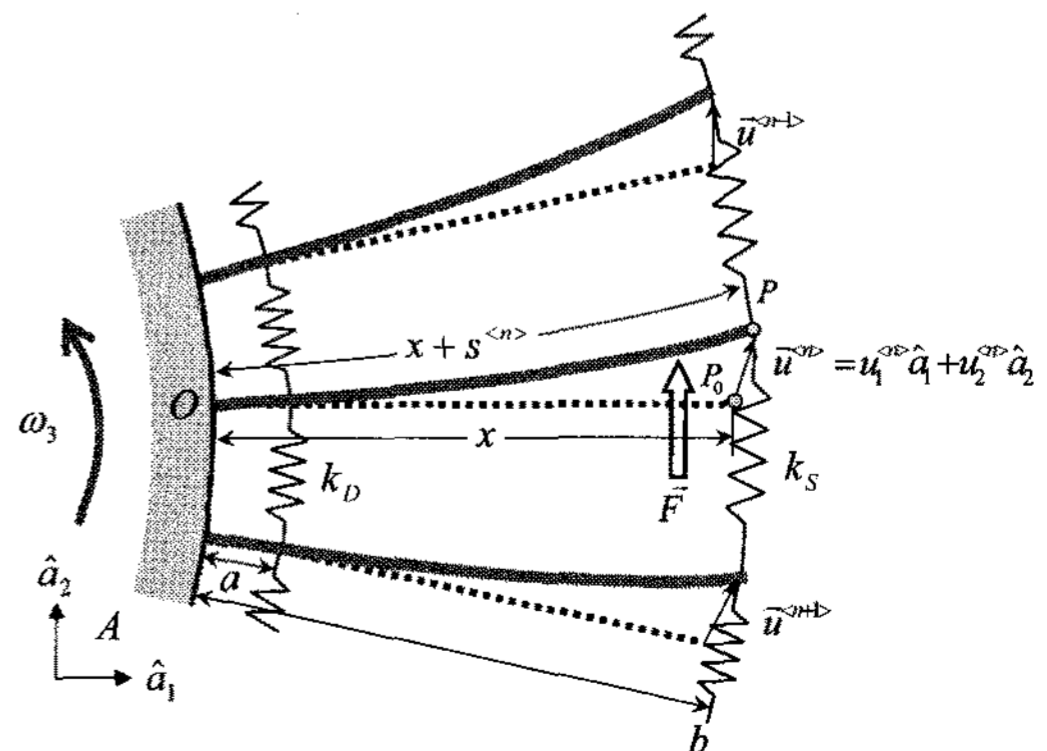


Fig. 1 Configuration of multi-blade system

$$\int \rho \left( \frac{\partial \bar{v}^P}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \frac{d\bar{v}^P}{dt} dx + \frac{\partial U}{\partial q_i} = \bar{F} \cdot \left( \frac{\partial \bar{v}^Q}{\partial \dot{q}_i} \right) \quad (6)$$

여기서  $l$ 과  $\rho$ 는 보의 길이와 보의 단위길이당 질량을 나타내며,  $U$ 는 보의 인장 및 굽힘에 의한 탄성에너지, 연성스프링의 의한 탄성에너지로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} U^{<n>} = & \frac{1}{2} \int_b^{t^{<n>}} \left[ EA \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 dx + EI \left( \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \right)^2 dx \right] \\ & + \frac{1}{2} k_D [u^{<n>}(a) - u^{<n-1>}(a)]^2 \\ & + \frac{1}{2} k_D [u^{<n+1>}(a) - u^{<n>}(a)]^2 \\ & + \frac{1}{2} k_S [u^{<n>}(b) - u^{<n-1>}(b)]^2 \\ & + \frac{1}{2} k_S [u^{<n+1>}(b) - u^{<n>}(b)]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

노즐로 인해 블레이드에 외부하중  $\bar{F}$ 가 주어졌을 때 회전하는 패킷 블레이드 시스템의 운동방정식은 이상의 과정을 종합하여 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_1} [m_{ij}^{11} \ddot{q}_{1j}^{<n>} - \omega_3^2 m_{ij}^{11} q_{1j}^{<n>} + k_{ij}^S q_{1j}^{<n>}]$$

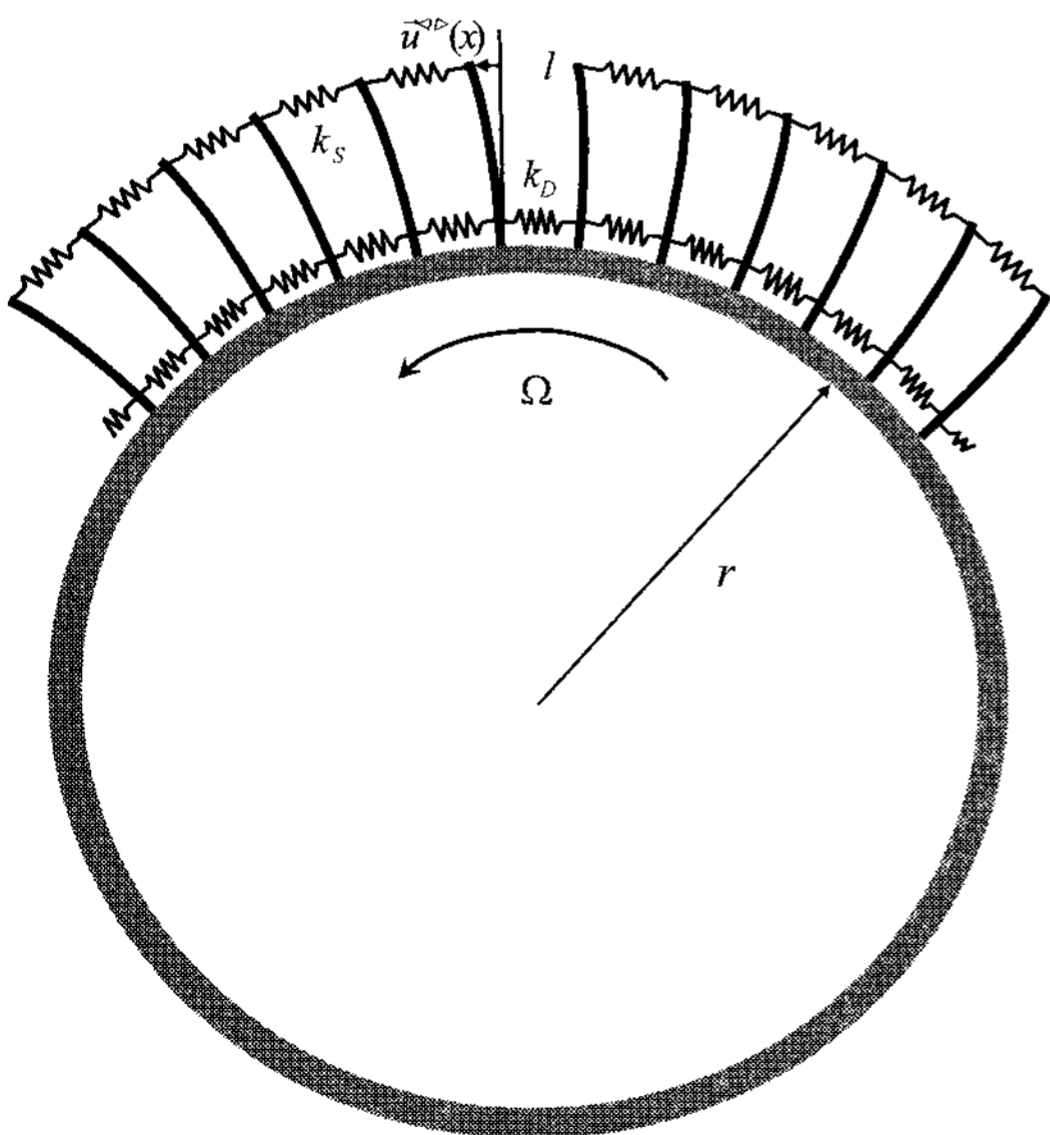


Fig. 2 Multi-packet blade system

$$\begin{aligned} & - \sum_{j=1}^{\mu_2} [2\omega_3 m_{ij}^{12} \dot{q}_{2j}^{<n>} + \dot{\omega}_3 m_{ij}^{12} q_{2j}^{<n>}] \\ & = -(\dot{v}_1 - \omega_3 v_2) P_{1i} + \omega_3^2 Q_{1i} \end{aligned} \quad (8)$$

( $i = 1, 2, \dots, \mu_1$ )

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_2} [m_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j}^{<n>} + \{k_{ij}^B - (\dot{v}_1 - \omega_3 v_2) k_{ij}^{GA} \\ & + \omega_3^2 k_{ij}^{GB} - \omega_3^2 m_{ij}^{22}\} q_{2j}^{<n>} \\ & - k_D (k_{ij}^{CD} q_{2j}^{<n-1>} - 2k_{ij}^{CD} q_{2j}^{<n>} + k_{ij}^{CD} q_{2j}^{<n+1>}) \\ & - k_S (k_{ij}^{CS} q_{2j}^{<n-1>} - 2k_{ij}^{CS} q_{2j}^{<n>} + k_{ij}^{CS} q_{2j}^{<n+1>})] \\ & + \sum_{j=1}^{\mu_1} [2\omega_3 m_{ij}^{21} \dot{q}_{1j}^{<n>} + \omega_3 \sum_{j=1}^{\mu_1} m_{ij}^{21} q_{1j}^{<n>}] \\ & = -(\dot{v}_2 + \omega_3 v_1) P_{2i} - \dot{\omega}_3 Q_{2i} + \phi_{2i}(b) \bar{F} \end{aligned} \quad (9)$$

( $i = 1, 2, \dots, \mu_2$ )

$$\begin{aligned} m_{ij}^{ab} &= \int \rho \phi_{ai}(x) \phi_{bj}(x) dx \\ k_{ij}^S &= \int EA \phi'_i(x) \phi'_j(x) dx \\ k_{ij}^B &= \int EI_{zz} \phi''_i(x) \phi''_j(x) dx \\ k_{ij}^{GA} &= \int \rho(l-x) \phi'_{2i}(x) \phi'_{2j}(x) dx \\ k_{ij}^{GB} &= \int \frac{\rho}{2} (l^2 - x^2) \phi'_{2i}(x) \phi'_{2j}(x) dx \\ k_{ij}^{CD} &= \phi_{2i}(a) \phi_{2j}(a) \\ k_{ij}^{CS} &= \phi_{2i}(b) \phi_{2j}(b) \\ P_{ai} &= \int \rho \phi_{ai}(x) dx \\ Q_{ai} &= \int \rho x \phi_{ai}(x) dx \end{aligned} \quad (10)$$

## 2.2 굽힘 운동방정식

Fig. 2에서 반경이  $r$ 이고 회전 각속도  $\Omega$ 인 축에 부착된 패킷 블레이드의 경우 기준점 0의 속도벡터의  $\hat{a}_1$ 과  $\hat{a}_2$ 방향 스칼라 구성요소는  $v_1 = 0$ ,  $v_2 = r\Omega$ 가 되며 이와 인장방향 운동에 의한 간섭효과를 무시하는 가정을 이용하여, 굽힘 방향 운동방정식은 식 (9)를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_2} [m_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j}^{<n>} + \{k_{ij}^B + \Omega^2 (rk_{ij}^{GA} + k_{ij}^{GB} - m_{ij}^{22})\} q_{2j}^{<n>} \\ & - k_D (k_{ij}^{CD} q_{2j}^{<n-1>} - 2k_{ij}^{CD} q_{2j}^{<n>} + k_{ij}^{CD} q_{2j}^{<n+1>}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -k_s \left( k_{ij}^{CS} q_{2j}^{<n-1>} - 2k_{ij}^{CS} q_{2j}^{<n>} + k_{ij}^{CS} q_{2j}^{<n+1>} \right) \quad (11) \\
 & = -r\dot{\Omega}P_{2i} - \dot{\Omega}Q_{2i} + \phi_{2i}(b)\bar{F} \\
 & \quad (i = 1, 2, \dots, \mu_2)
 \end{aligned}$$

여기서 회전운동을 일반화 하기 위해 다음과 같은 형태의(spin-up motion) 각속도  $\Omega$ 를 사용한다.

$$\Omega = \begin{cases} \frac{\Omega_s}{T_s} \left[ t - \frac{T_s}{2\pi} \sin \frac{2\pi t}{T_s} \right] & \text{if } 0 \leq t \leq T_s, \\ \Omega_s & \text{if } t > T_s, \end{cases}$$

다중 블레이드 시스템의 회전 시 각 블레이드에 작용하는 노즐가진력  $\bar{F}$ 은 Fig. 3과 같이 주어진다.

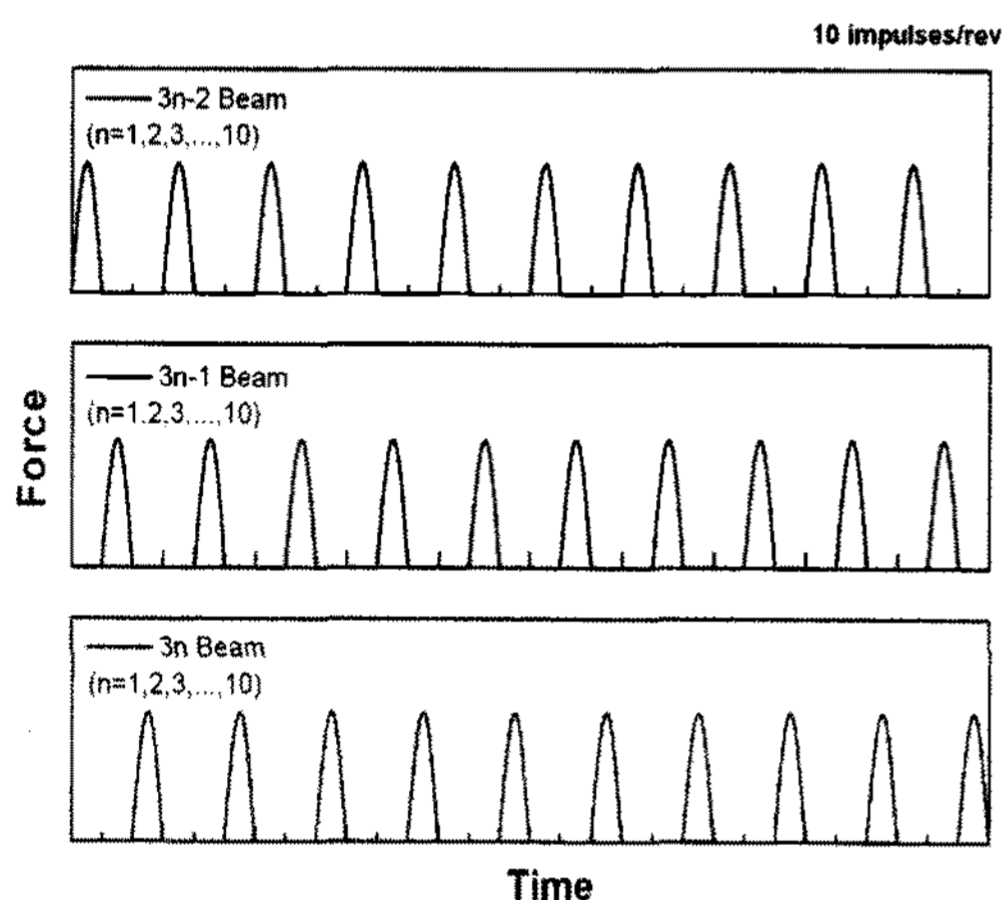


Fig. 3 Forces induced by nozzle jets

Table 1 Data for the numerical example

Notation	Numerical data
$\rho$	31.68 kg/m
$l$	0.25 m
$r$	1 m
$E$	$193 \times 10^9$ N/m <sup>2</sup>
$I$	$1.7 \times 10^{-8}$
$F$	20 N
$T_s$	5s
$k_s$	$1.21 \times 10^{-4}$ N/m
$k_D$	$6.06 \times 10^{-10}$ N/m
$a$	$2.5 \times 10^{-2}$ m
$b$	$2.5 \times 10^{-1}$ m

이는 30개의 블레이드에 대해 10개의 노즐로 인한 가진이며 한 바퀴 회전 시 각 블레이드는 10번의 가진을 받게 된다.

### 3. 수치해석

앞 절에서 유도된 운동방정식을 가지고 수치해석을 수행하였고 해석에 사용된 블레이드의 재질은 Table 1에 나타나있다.  $F$ 는 노즐에 의한 작용력의 크기이며  $T_s$ 는 정상상태 도달 시간이다. 식(11)을 가지고 회전하는 다중 패킷 블레이드, 6개 블레이드로 구성된 5개의 패킷 시스템, 총 30개 블레이드로 구성된 시스템에 대해 굽힘방향 고유진동수를 구하였다. Fig. 4는 낮은 고유진동수 30개의 결과로서 고유진동수가 회전 각속도에 따라 증가하는 것을 보여주며 이러한 현상은 직관적으로 예측할 수 있는 것

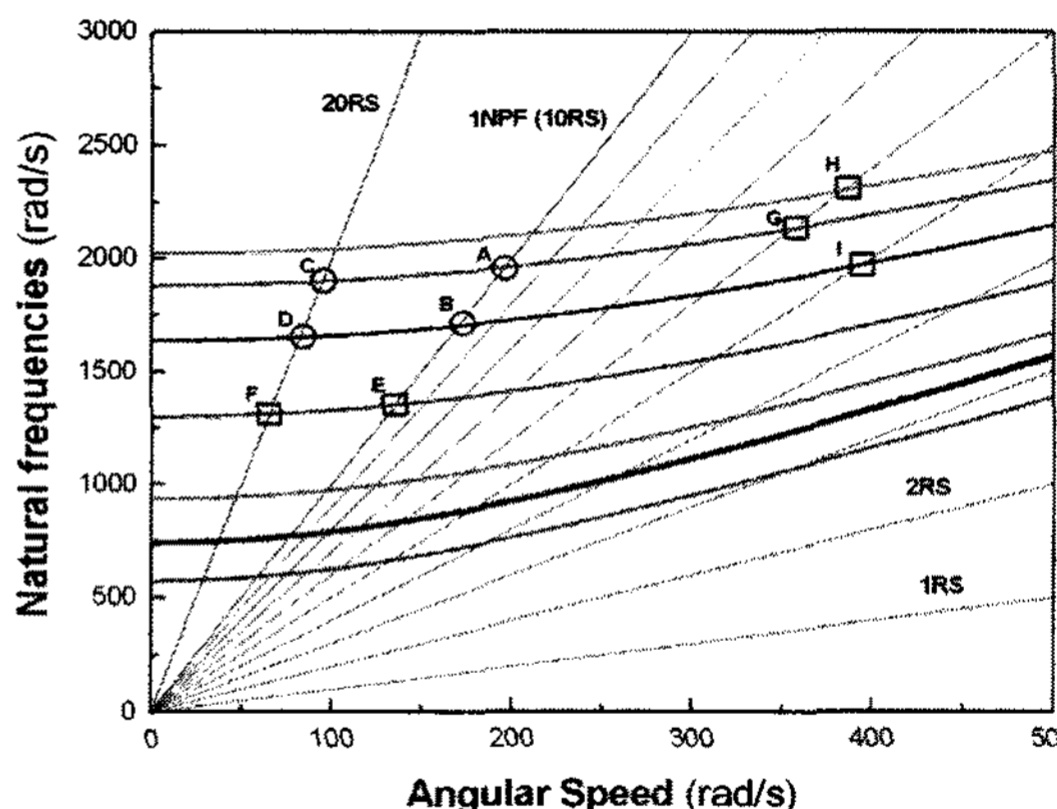


Fig. 4 Modified Campbell diagram

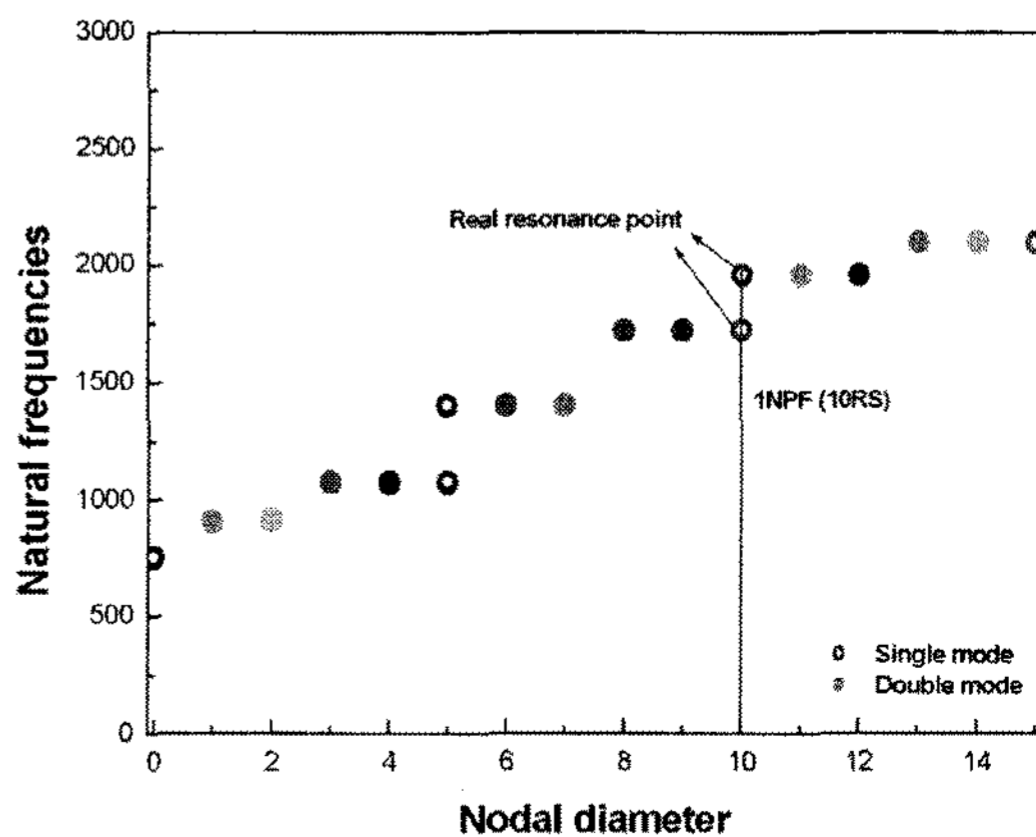


Fig. 5 SAFE diagram

이다. 고유진동수들이 회전각속도와 일치하는 주파수에서 공진이 발생할 수 있다. 하지만 이는 단일 블레이드 혹은 패킷 해석 시 유용하나 블레이드 디스크 전체 시스템에서는 모드형상(노달 다이아미터)과 가진으로 인한 시스템의 가진형상과의 일치여부를 파악하기 전에는 주파수가 일치한다고 해서 모든 주파수에서 공진이 발생된다고 볼 수는 없을 것이다. 따라서 시스템의 고유진동수와 모드형상이 가진 주파수와 가진형상과의 일치 여부를 확인할 수 있는 수정된 캠벨 다이어그램을 사용하였다. Fig. 4의 오른쪽 절편에 고유진동수에 해당하는 모드형상, 즉 노달 다이아미터, ND(nodal diameter) 를 나타내는데, 싱글모드인 경우 붉은색으로 표시하였다. 노즐 10개로 인한 가진주파수 1NPF(10RS)와 10ND의 모드형상을 가지는 고유진동수와 만나는 지점인 A, B에서 공진이 발생할거라는 걸 예측할 수 있다. NPF는 nozzle passing frequency의 약자로 10개 노즐에 의해 가진될 경우 1NPF는 10RS(running speed)에 해당한다. 공진점으로 예측되는 지점을 원형으로 나타내어 비공진점과 구분하였다. 이를 좀더 확실히 확인하기 위해 Fig. 5의 SAFE 다이어그램을 이용하였다. SAFE 다이어그램은 캠벨 다이어그램과 함께 3차원으로 구성되어 있으며 캠벨 다이어그램은 가로축이 회전각속도인 반면 SAFE 다이어그램은 가로축을 모드형상, 즉 노달 다이아미터(ND)로 세로축을 주파수로 나타낸 선도이다. 여기서도 1NPF가 10ND에 해당하는 고유진동수와 만나는 지점에서 공진이 발생한다는 것을 보여준다. 이에 대한 상세한 내용은 참고문헌 (9)를 참조할 수 있다. 이러한 공진 현상을 확인하기 위해 식 (11)를 이용하여 Fig. 4의 포인트 A에서 I까지의 회전각속도로 과도해석을 수행하였으며 과도해석의 결과는 블레이드 한 개의 굽힘방향 변위를 나타낸다.

Fig. 6은 스피업 모션(spin-up motion)의 정상상태의 회전주파수가 Fig. 4의 포인트 A와 B로서 공진 주파수(170.398 rad/s, 196.093 rad/s)와 정확히 일치하는 경우 굽힘 방향 변위를 보여주는데 가진력에 의한 공진으로 인해 발산하는 것을 관찰할 수 있다. 170.398 rad/s보다 196.093 rad/s의 경우 동적변위가 작는데 이는 회전 각속도가 증가할수록 블레이드의 강성이 증가하기 때문에 동적 변위의 크기가 감소한다는 것을 보여준다.

30개의 블레이드에  $\cos 10\theta$ 와  $\cos 20\theta$ 로 가진될 때 각각의 블레이드에 걸리는 힘은 두 경우 같으므로 두 함수는 같은 형태의 가진력을 가진다. 즉 이러한 형태로 각각의 블레이드에 걸리는 힘들은  $\cos K\theta$  함수로 많이 있을 것이며 이들의 관계는 다음과 같이 표현할 수 있으며 이에 대한 상세한 내용은 참고문헌 (10)을 참조할 수 있다.

$$K = \text{abs}(nN \pm M) \quad n = 0, 1, 2, \dots, N$$

여기서  $N$ 은 블레이드 개수,  $M$ 은 가진형상, 즉 노즐의 개수로서 nodal diameter이다.

위의 개념으로 30개의 블레이드에 10개의 노즐로 인한 가진은 20개의 노즐로 인한 가진과 같으며 20RS의 가진주파수와 10ND모드형상의 고유진동수가 만나는 부근에서 공진현상이 발생할 것이다.

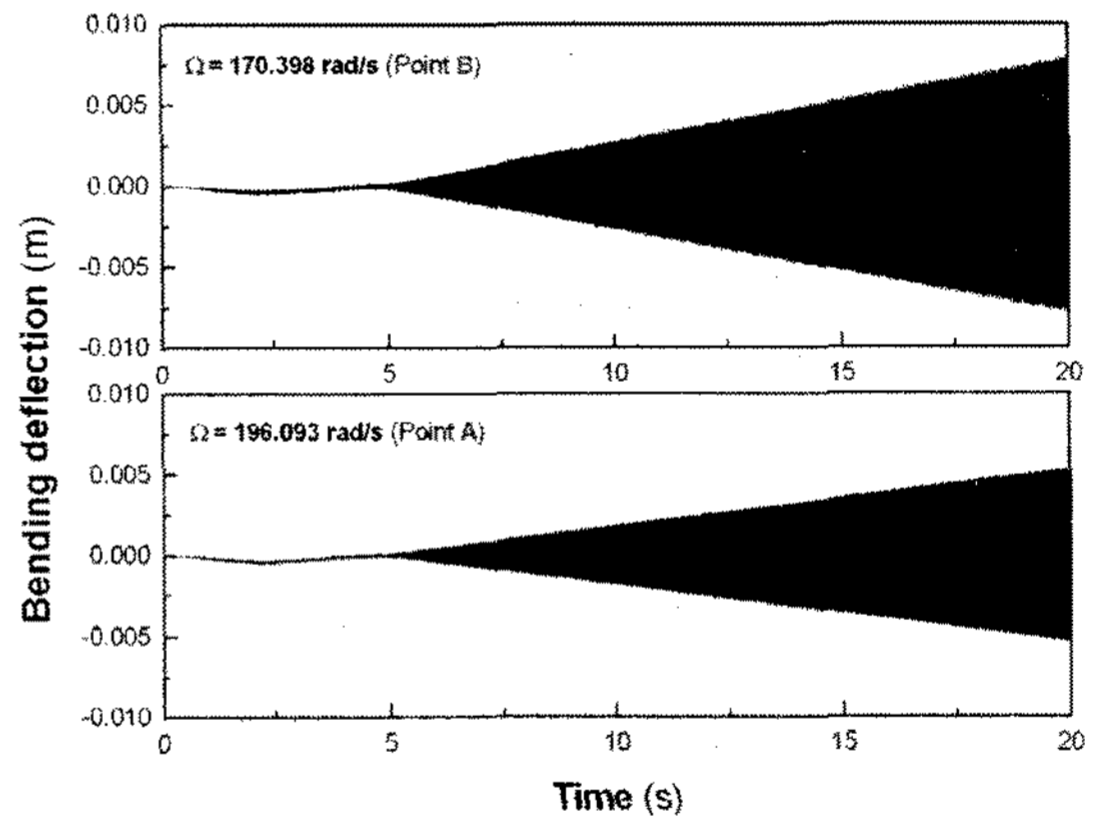


Fig. 6 Transient responses at the 1NPF(10RS)

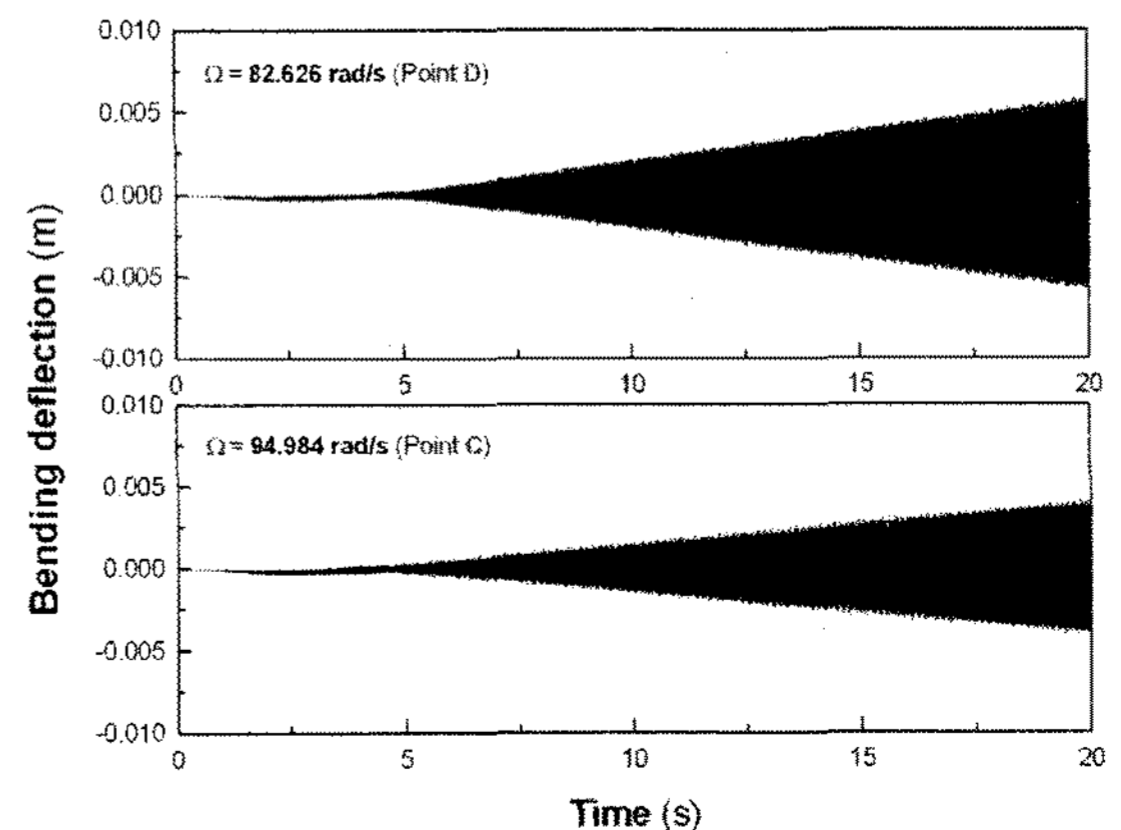


Fig. 7 Transient responses at the 20RS



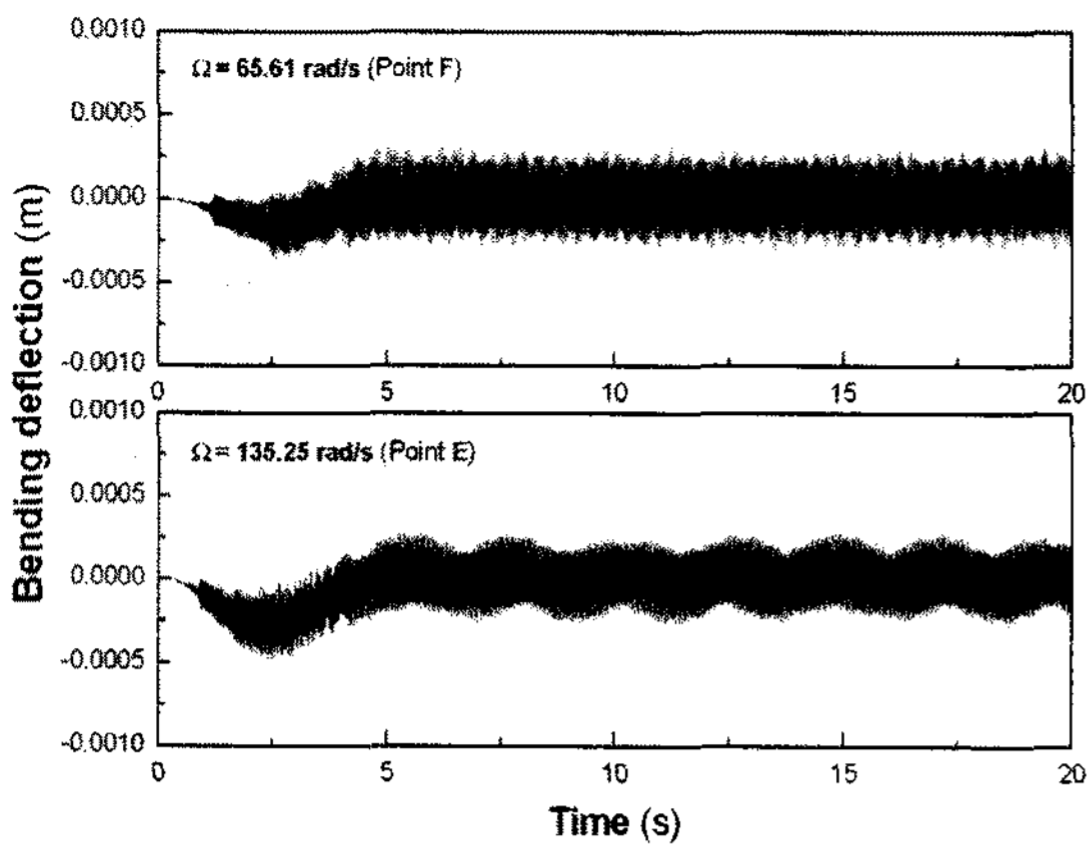


Fig. 8 Transient responses at the point E, F

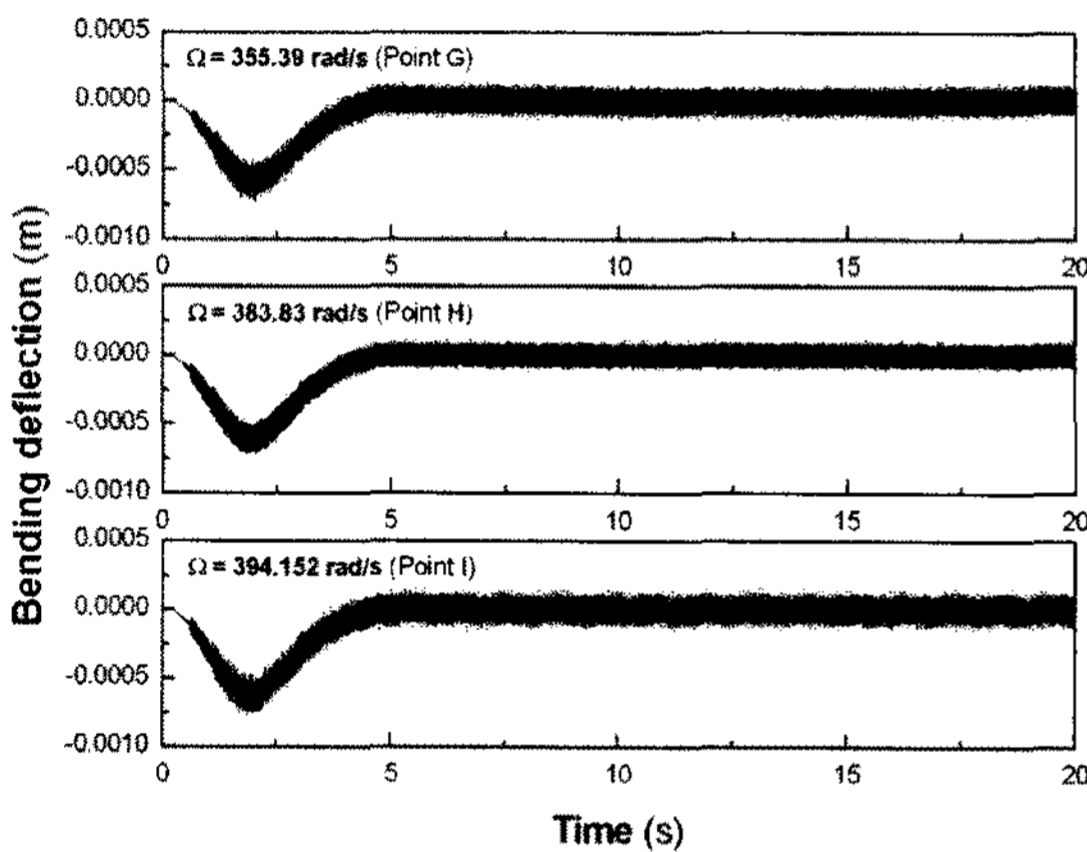


Fig. 9 Transient responses near 60 Hz

Fig. 7은 포인트 C와 D지점, 20RS 가진주파수와 만나는 공진주파수(82.626 rad/s, 94.984 rad/s)에서의 굽힘 방향 변위로서 앞서 언급했듯이 공진으로 인해 발산하는 것을 관찰할 수 있다.

Fig. 8은 10RS의 가진주파수와 10ND 모드형상을 가지지 않는 고유진동수와 일치하는, 포인트 E, F 주파수로 회전시켰을 때의 결과로서 공진현상이 발생하지 않는다는 걸 보여준다. 이는 고유진동수와 가진주파수는 일치하나 시스템의 모드형상과 가진으로 인하여 나타나는 형상이 일치하지 않기 때문이다. 물리적으로 공진이 발생하기 위해 가진력이 시스템의 고유진동수에 해당하는 모드형상의 형태로 지속적으로 가진되어야만 공진현상이 나타나지만 모드형상과 다른 형상으로 가진된다면 다른 형상 때문에 서로 상쇄되기 때문이다.

Fig. 9는 가진력으로 인한 10RS와 20RS 이외의

가진력과 만나는 지점인 G, H, I 각속도로 회전한 결과이다. 이는 일반적인 블레이드 시스템의 운전속도인 60 Hz 근방의 각속도로서 이와 같은 시스템의 경우 공진이 발생하지 않는다는 걸 보여준다.

#### 4. 결 론

이 논문에서는 노즐 가진력을 고려한 회전운동을 하는 다중 패킷 블레이드의 모드 및 과도 해석을 위한 운동방정식을 유도하였으며 이에 근거하여 수치 해석을 수행하였다. 일반적인 캠벨 다이어그램의 경우 고유진동수와 가진주파수의 일치만 알 수 있지만 모드형상과 가진형상의 일치 여부를 확인할 수 없으며 이는 진공진을 예측하는데 어려움이 있었다. 따라서 이 논문에서 이를 확인할 수 있는 수정된 캠벨 다이어그램을 제시하였으며 또한 SAFE 다이어그램을 통해 비교할 수 있었다. 이러한 수정된 캠벨 다이어그램으로부터 진공진주파수를 추출해 냈으며 공진 가능 주파수와 진공진주파수로 회전할 때의 동적 반응을 확인하였다. 노즐가진력을 고려한 과도해석을 통해 고유진동수와 모드형상이 가진주파수와 가진형상과 일치하는 진공진주파수에서 동적 반응이 발산하는 것을 확인할 수 있었다. 수정된 캠벨 다이어그램은 진공진주파수를 찾아내는데 유용할 것이며 이러한 연구결과는 가진력을 고려한 다중 블레이드 계의 설계에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

#### 후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계 신기술센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Southwell, R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades", British A. R. C. Reports and Memoranda No.766.
- (2) Schilhansl, M., 1958, "Bending Frequency of a Rotating Cantilever Beam", J. of Appl. Mech. Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, 25, pp. 28~30
- (3) Kane, T., Ryan, R. and Banerjee, A., 1987,

“Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base”, J. of Guidance, Control, and Dynamics, 10, pp. 139~151.

(4) Yoo, H., Ryan, R. and Scott, R., 1995, “Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions”, J. of Sound and Vibration, Vol. 181, No. 2, pp. 261~278.

(5) Yoo, H. and Shin, S. W., 1998, “Vibration Analysis of Rotating Cantilever Beams”, J. of Sound and Vibration. Vol. 212, No. 5, pp. 807~828.

(6) Yoo, H. and Choi, C. M., 2000, “Dynamics of a Rotating Cantilever Beam Near Its Critical Angular Speed”, Transactions of the KSME, Vol. 24, No. 5, pp. 1231~1237.

(7) Singh, M. P. and Schiffer, D. M., 1982, “Vibrational Characteristics of Packeted Bladed Discs”, ASME Paper No. 82-DET-137

(8) Dello, J., 1987, “Frequency Evaluation of a

Steam Turbine Bladed Disk”, Turbomachinery International Magazine, Jan., Feb.

(9) Singh, M. P., Vargo, J. J., Schiffer, D. M. and Dello, J. D., 1988, “Safe Diagram-A Design Reliability Tool for Turbine Blading”, Proceedings of the Seventeenth Turbomachinery Symposium, Turbomachinery Laboratory, Texas A&M University, Clooee Station, Texas, pp. 93~101.

(10) Bloch, H., P., 1996, “A Practical Guide to Steam Turbine Technology”, New York, N.Y.: McGraw-Hill.

(11) Yoo, H. H., 1991, “A Linear Dynamic Modeling Using Hybrid Deformation Variables for Rotating Structures”, KSAS, Vol. 19, No. 3, pp. 32~39

(12) Kane, T. and Levinson, D., 1985, “Dynamics : Theory and Applications”, McGraw-Hill Book Co., New York, N.Y.