Communications of the Korean Statistical Society Vol. 15, No. 4, 2008, pp. 497–507

한 블록 당 실험의 크기가 2인 경우 정의대비를 이용한 2^n요인실험과 그 일부실시법의 설계방법†

최병철[1)]

요 약

동일 환경에서 할 수 있는 실험의 크기가 2인 경우 2^n요인실험과 그 일부실시법을 설계하려면 교락법을 반복적으로 사용해야한다. 2^n요인실험 또는 그 일부실시법의 교락법들을 적절히 조합하면 모든 주효과와 2인자 교호작용효과 전부 또는 일부를 검출할 수 있는 실험을 설계할 수 있다. 이런 실험을 설계하기 위해 정의대비를 이용했고 설계된 실험의 처리조합을 제시하였다.

주요용어: 2^n요인실험; 2^{n-p}요인실험; 크기가 2인 블록; 교락법; 처리조합.

1. 서론

인자의 수가 많거나 그 수준수가 많은 실험에서는 실험횟수가 많아 전체 실험을 동일 환경에서 하기가 어려울 수가 있다. 동일 환경에서 전체의 실험을 하기가 불가능할 경우에는 교락법(confounding method)을 설계하여 실험해야 하는데, 교락법에서는 일부 효과들을 블록에 교락시켜야 하기 때문에 블록에 교락된 효과들의 추론은 불가능하다. 특히 동일 환경에서 한정된 개수의 처리조합밖에 실험할 수 없는 경우에, 원하는 효과들을 검출하려면 몇 개의 교락법을 병행해서 실험해야 한다.

Draper와 Guttman (1997) 그리고 Yang과 Draper (2003)는 2^n요인실험에서 한 블록에서 2개의 처리조합밖에 실험할 수 없는 경우에 원하는 효과를 검출할 수 있는 실험계획을 설계하였다. Draper와 Guttman (1997)은 2^n요인실험에서 주효과(main effect)를 포함한 모든 교호작용효과(interaction effect)를 검출하기 위한 교락법을 설계하였고, 이 때 실험의 크기는 $n2^n$이 됨을 보였다. Yang과 Draper (2003)는 3인자 이상의 교호작용효과가 무시될 수 있는 경우 2^n요인실험과 2^{n-p}요인실험에서 주효과와 모든 2인자 교호작용효과를 검출할 수 있는 교락법을 설계하였다. 이 2^n요인실험의 교락법에서 실험의 크기는 $k2^n(k = 1, 2, \ldots)$이 되므로 비록 2인자 교호작용효과까지만 검출한다고 하더라도 인자의 수가 많아지면 실험의 크기가 2^n의 배수로 커지는 단점이 있다.

본 논문에서는 Yang과 Draper (2003)의 교락법 설계방식을 이용하되 실험회수를 줄이기 위해 2인자 교호작용효과의 일부만 추정해도 되는 경우의 교락법을 설계하였다. 처리

† 이 논문은 2006년도 전북대학교 지원 연구비(연구기반조성 2006-XX)에 의하여 연구되었음.

1) (560-756) 전북 전주시 덕진구 덕진동1가 664-14, 전북대학교 자연과학대학 수학·통계정보과학부, 교수. (응용통계연구소) E-mail: chbch@chonbuk.ac.kr

조합의 표현에서도 Yang과 Draper (2003)는 Box 등, (1978)의 방법을 사용하였지만 본 논문에서는 국내 사용자들에게 익숙한 박성현 (2007), Montgomery (2001) 등의 방법을 사용하였다. 이 방법이 자료와 처리조합을 동시에 표현할 수 있어 효율적이다. 2^n요인실험의 예를 들면, 모든 처리조합은 (1), a, b, ab와 같이 표현되고, 이 때 (1)은 인자 A와 B가 모두 낮은 수준에서의 처리조합 또는 자료를, a는 인자 A의 높은 수준과 인자 B의 낮은 수준에서의 처리조합 또는 자료 등을 나타낸다. 이 표현 방법을 이용하여 설계된 교락법의 블록별 처리조합과, Yang과 Draper (2003)가 제시하지 않은 2^{4-1}요인실험과 2^{5-1}요인실험의 블록별 처리조합을 제시함으로써 사용자가 쉽게 이용할 수 있게 하였고, 추가로 2^{5-2}요인실험의 교락법을 설계하여 일반적인 2^{n-p}요인실험의 교락법 설계에 이용될 수 있게 하였다.

한 블록에서 실험할 수 있는 처리조합의 수가 둘 뿐인 경우의 교락법을 설계하기 위하여, 본 논문에서는 Yang과 Draper (2003)와 같은 방법으로 2^n요인실험의 처리조합 2^n개를 2^{n-1}개의 블록으로 나눌 수 있는 $2^n - 1$가지 교락법을 모두 조사한 후 이 중 어떤 교락법들을 조합하여 실험하는 것이 적은 실험횟수로 모든 주효과와 2인자 교호작용효과의 전부 또는 일부를 정도 높게 검출할 수 있는가를 밝혔다. 위와 같은 방법으로 2절에서는 2^3요인실험과 2^{4-1}요인실험의 교락법을, 3절에서는 2^4요인실험과 2^{5-1}요인실험의 교락법을, 4절에서는 일부 2인자교호작용효과가 무시될 수 있을 때 2^{5-2}요인실험의 교락법을 설계하고 블록별 처리조합을 제시하였다.

2. 2^n요인실험과 2^{4-1}요인실험의 교락법

2^2요인실험은 Yang과 Draper (2003)의 결과를 사용하는데 큰 어려움이 없으므로 생략하고 이 절에서는 2^3요인실험과 2^{4-1}요인실험의 교락법을 설계하고자 한다. 인자가 A, B, C인 2^3요인실험의 처리조합은 모두 $\{(1), a, b, c, ab, ac, bc, abc\}$로 8개이고, 한 블록의 크기가 2이어야 하므로 독립인 2개의 정의대비를 사용하여 4개의 블록으로 나누어 실험해야한다. 이 때 8개의 처리조합을 4개의 블록으로 나누어 실험할 수 있는 교락법은 모두 7가지이므로 이들의 추정가능 효과와 블록별 처리조합을 모두 조사하여 정리하면 다음 표 2.1과 같다.

표 2.1에서 교락법 7을 제외한 방법들은 8회의 실험으로는 주효과를 모두 추정할 수 없음을 알 수 있다. 또 교락법 7은 어떤 2인자 교호작용효과도 추정이 불가능하므로 일부 2인자 교호작용효과를 추정해야할 경우에는 실험횟수를 늘려 몇개의 교락법들을 적절히 조합하여 실험해야 한다. 이를 위해 표 2.1를 이용하여 적절한 정의대비 조합에 따른 2^3요인실험의 추정가능효과 수를 조사한 것이 표 2.2이다.

표 2.2에서 최소의 실험으로 주효과와 2인자 교호작용효과 모두를 추정해야 할 경우에는 방법 4와 5, 4와 6, 5와 6을 조합한 교락법(이들을 교락법(4, 5), 교락법(4, 6), 교락법(5, 6) 등으로 정의하자)을 사용하되 3가지 방법 중 정도 높게 추정하고 싶은 효과가 있다면 그 효과의 추정가능 효과 수가 높은 조합을 선택하면 되겠다. 그러나 최소의 실험으로 주효과와 2인자 교호작용 모두를 같은 정도로 추정해야 하려면 불가피하게 실험회수가 24인 교락

표 2.1: 2^3요인실험의 정의대비에 따른 추정가능효과와 블록별 처리조합

교락법			추정가능	블록별 처리조합
형식	방법	정의대비		
1	1	$I = A = B\ (= AB)$	$C,\ AC,\ BC,\ ABC$	$((1),\ c)\ (b,\ bc)\ (a,\ ac)\ (ab,\ abc)$
	2	$I = A = C\ (= AC)$	$B,\ AB,\ BC,\ ABC$	$((1),\ b)\ (c,\ bc)\ (a,\ ab)\ (ac,\ abc)$
	3	$I = B = C\ (= BC)$	$A,\ AB,\ AC,\ ABC$	$((1),\ a)\ (c,\ ac)\ (b,\ ab)\ (bc,\ abc)$
2	4	$I = A = BC\ (= ABC)$	$B,\ C,\ AB,\ AC$	$((1),\ bc)\ (b,\ c)\ (ab,\ ac)\ (a,\ abc)$
	5	$I = B = AC\ (= ABC)$	$A,\ C,\ AB,\ BC$	$((1),\ ac)\ (a,\ c)\ (ab,\ bc)\ (b,\ abc)$
	6	$I = C = AB\ (= ABC)$	$A,\ B,\ AC,\ BC$	$((1),\ ab)\ (a,\ b)\ (ac,\ bc)\ (c,\ abc)$
3	7	$I = AB = AC\ (= BC)$	$A,\ B,\ C,\ ABC$	$((1),\ abc)\ (c,\ ab)\ (a,\ bc)\ (b,\ ac)$

표 2.2: 교락법 조합에 따른 2^3요인실험의 추정가능효과 수

교락법의 조합		블록 수	실험횟수	추정가능 효과 수					
형식	방법			A	B	C	AB	AC	BC
3	7	4	8	1	1	1	0	0	0
2, 2	4, 5	8	16	1	1	2	2	1	1
2, 2	4, 6	8	16	1	2	1	1	2	1
2, 2	5, 6	8	16	2	1	1	1	1	2
2, 3	4, 7	8	16	1	2	2	1	1	0
2, 3	5, 7	8	16	2	1	2	1	0	1
2, 3	6, 7	8	16	2	2	1	0	1	1
1, 1, 2	1, 2, 5	12	24	1	1	2	2	1	3
1, 1, 3	1, 2, 7	12	24	1	2	2	1	1	2
1, 2, 2	1, 4, 5	12	24	1	1	3	2	2	2
1, 2, 2	1, 4, 6	12	24	1	2	2	1	3	2
1, 2, 3	1, 4, 7	12	24	1	2	3	1	2	1
2, 2, 2	4, 5, 6	12	24	2	2	2	2	2	2
2, 2, 3	4, 5, 7	12	24	2	2	3	2	1	1

법(4, 5, 6)을 사용해야 하겠다. 만약 주효과만 추정해도 되는 경우에는 교락법 7을 사용하되 정도를 높이려면 교락법 7을 반복적으로 사용하면 되겠다.

이와 같이 설계된 2^3요인실험의 교락법은 2^{4-1}요인실험의 교락법을 설계하는데 이용할 수 있다. 인자가 A, B, C, D인 일반적인 2^{4-1}요인실험에서 주효과와 2인자 교호작용효과 모두를 추정해야 할 경우의 최적계획은 최고차의 교호작용효과 $ABCD$을 블록에 교락시켜, 즉 정의대비 $I = ABCD$를 이용하여 16개의 처리조합을 2개의 블록으로 나눈 후 한 블록을 랜덤추출하여 실험하는 것이다. 이 논문에서는 편의상 (1)이 들어가는 블록이 추출되었다고 가정하자. 그러면 실험할 처리조합은 $\{(1),\ cd,\ ab,\ ac,\ ad,\ bc,\ bd,\ abcd\}$로 8개이며 별명관계(alias relation)는

$$A = BCD, \quad B = ACD, \quad C = ABD, \quad D = ABC,$$
$$AB = CD, \quad AC = BD, \quad AD = BC$$

표 2.3: 2^{4-1}요인실험의 정의대비에 따른 추정가능효과와 블록별 처리조합

교락법			추정가능 효과	블록별 처리조합
형식	방법	정의대비		
1	1	$I = A = B\ (= AB)$	$C,\ AC,\ BC,\ D$	$((1), cd)\ (bd, bc)\ (ad, ac)\ (ab, abcd)$
	2	$I = A = C\ (= AC)$	$B,\ AB,\ BC,\ D$	$((1), bd)\ (cd, bc)\ (ad, ab)\ (ac, abcd)$
	3	$I = B = C\ (= BC)$	$A,\ AB,\ AC,\ D$	$((1), ad)\ (cd, ac)\ (bd, ab)\ (bc, abcd)$
2	4	$I = A = BC\ (= D)$	$B,\ C,\ AB,\ AC$	$((1), bc)\ (bd, cd)\ (ab, ac)\ (ad, abcd)$
	5	$I = B = AC\ (= D)$	$A,\ C,\ AB,\ BC$	$((1), ac)\ (ad, cd)\ (ab, bc)\ (bd, abcd)$
	6	$I = C = AB\ (= D)$	$A,\ B,\ AC,\ BC$	$((1), ab)\ (ad, bd)\ (ac, bc)\ (cd, abcd)$
3	7	$I = AB = AC\ (= BC)$	$A,\ B,\ C,\ D$	$((1), abcd)\ (cd, ab)\ (ad, bc)\ (bd, ac)$

표 2.4: 교락법 조합에 따른 2^{4-1}요인실험의 추정가능효과 수

교락법의 조합		블록 수	실험횟수	추정가능 효과 수						
형식	방법			A	B	C	D	AB	AC	BC
1, 1, 3	1, 2, 7	12	24	1	2	2	3	1	1	2
1, 2, 3	1, 4, 7	12	24	1	2	3	2	1	2	1
1, 2, 3	3, 4, 7	12	24	2	2	2	2	2	1	0
2, 2, 3	4, 5, 7	12	24	2	2	3	1	2	1	1

이므로 3인자 교호작용효과 모두와 2인자 교호작용효과 일부(CD, BD, AD라 하자)를 무시할 수 있는 경우에는 효과 A, B, C, D, AB, AC, BC의 추정이 가능하다. 이제 8개의 처리조합을 4개의 블록으로 나누어 실험하면 되는데, 위 추정 가능한 효과 A, B, C, D, AB, AC, BC 중 2개씩을 택하여 가능한 모든 교락법을 조사하면 다음 표 2.3와 같다. 참고로 위 7개의 효과 중 2개를 택하여 정의대비로 쓰는 방법은 21가지이지만 별명관계 때문에 서로 다른 것은 7개뿐이며, 이 7개의 정의대비들은 표 2.1의 7가지 추정가능효과에서 ABC를 D로 바꾸기만 하면 된다. 이는 정의대비 $I = ABCD$를 이용한 일부실시법에서 ABC가 D의 별명이 되기 때문이며 이와 같은 사실을 이용하여 2^{4-1}요인실험의 추정가능 효과와 블록별 처리조합을 조사하면 다음 표 2.3과 같다.

표 2.3의 각 교락법에서 8개의 처리조합 $(1), cd, ab, ac, ad, bc, bd, abcd$를 표 2.1의 2^3요인실험의 블록별 처리조합을 이용하여 4개의 블록으로 쉽게 나눌 수 있는데, 예를 들어, 표 2.1에서 방법 4의 블록별 처리조합은 $((1), bc)$, (b, c), (ab, ac), (a, abc)인데 이 중 문자수가 홀수 개인 처리조합 b, c, a, abc는 (1)이 들어가는 블록에 없으므로 이들 각각에 d를 곱하여 수정하면 실험할 블록별 처리조합은 $((1), bc)$, (bd, cd), (ab, ac), $(ad, abcd)$와 같이 된다. 참고로 2 수준계 요인실험에서는 $a^2 = b^2 = \cdots = 1$로 간주한다. 이 방법 4는 정의대비 $I = A$, $I = BC$와 정의대비 $I = ABCD$를 이용하여 설계한 교락법 중 처리조합 (1)이 들어가는 블록임을 확인할 수 있다.

표 2.1과 표 2.2에서 조사된 것을 보면, 24회의 실험으로 2인자 교호작용효과 AB, AC, BC와 $ABC(= D)$를 모두 추정하면서 주효과를 가장 정도 높게 추정하는 실험계획은 교락법(1, 2, 7), 교락법(1, 4, 7)과 교락법(4, 5, 7)이었으므로, 이를 이용하여 교락법 조합에

따른 2^{4-1}요인실험의 추정가능효과 수를 조사하면 다음 표 2.4와 같다.

표 2.4에서 교락법$(3,4,7)$은 주효과 전부의 추정가능 수가 모두 2이므로 표의 다른 교락법보다 주효과를 같은 정도로 추정할 수 있는 반면 교호작용효과 1개를 추정할 수 없기 때문에 이 교호작용효과가 무시될 수 있을 때 가장 바람직한 실험계획이 되겠다.

3. 2^4요인실험과 2^{5-1}요인실험의 교락법

인자가 A, B, C, D인 요인실험의 처리조합은 모두 $\{(1), a, b, c, d, ab, ac, ad, bc, bd, cd, abc, abd, acd, bcd, abcd\}$로 16개이므로 블록의 크기를 2로 하려면 이 처리조합을 8개의 블록으로 나누어 실험해야한다. 정의대비를 이용하여 블록을 8개로 나누려면 독립인 3개의 정의대비를 사용해야하는데, 가능한 15가지의 교락법을 모두 조사하여 추정가능 효과와 블록별 처리조합을 정리하면 다음 표 3.1과 같다.

표 3.1에서 3인자 교호작용효과 이상의 추론은 관심 밖이므로 추정가능 효과에서 제외하였다. 표 3.1을 보면 16회의 실험으로 주효과를 모두 추정할 수 있는 것은 방법 15의 교락법으로는 2인자 교호작용효과를 하나도 추정할 수 없고, 교락법 15이외의 어떤 교락법으로도 16회의 실험으로는 주효과를 모두 추정할 수 없음을 알 수 있다. 따라서 주효과 모두와 2인자 교호작용의 일부, 또는 전부를 추정해야할 경우에는 실험횟수를 늘려 다른 교락법들을 적절히 조합하여 실험해야 한다. 표 3.1를 이용하여 적절한 교락법 조합에 따른 2^4요인실험의 추정가능효과 수를 조사한 것이 표 3.2이다.

표 3.2에서 주효과와 2인자 교호작용효과 모두를 추정해야 할 경우에는 32회의 실험으로는 불가능하므로 48회의 실험을 해야 함을 알 수 있다. 실험횟수가 48회인 교락법 중에서도 주효과의 추정을 정도 높게 하려면 형식 3의 방법 11, 12, 13과 14 중 3개를 조합한 교락법을 사용하는 것이 가장 효과적임을 알 수 있다. 특히 교락법(11,12,13)은 주효과와 2인자 교호작용효과 모두를 추정할 수 있음을 알 수 있다. 그러나 일부 2인자 교호작용효과의 추정을 희생하면서 주효과 추정이 목적인 경우에는 교락법(11,12,15)를 사용하여 실험하는 것이 주효과 추정의 정도를 더 높게 하기위해서는 교락법(11,12,13)을 사용하는 것보다 좋겠다.

인자가 A, B, C, D, E인 2^{5-1}요인실험의 교락법도 2^{4-1}요인실험의 교락법과 같은 방법으로 설계할 수 있다. 3인자 교호작용효과 이상을 모두 무시할 수 있는 경우에 주효과와 2인자 교호작용효과 모두를 추정할 수 있는 2^{5-1}요인실험의 교락법을 설계하려면 정의대비 $I = ABCDE$를 사용하여야 하는데, 이 때 두 블럭 중 (1)이 들어가는 블록을 선택하여 실험한다고 하면, 처리조합은 $\{(1), ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de, abcd, abce, abde, acde, bcde\}$가 된다. 이 때 2인자 교호작용효과까지의 별명관계는

$$\begin{gathered}A = BCDE, \quad B = ACDE, \quad C = ABDE, \quad D = ABCE, \quad E = ABCD, \\ AB = CDE, \quad AC = BDE, \quad AD = BCE, \quad AE = BCD, \quad BC = ADE, \\ BD = ACE, \quad BE = ACD, \quad CD = ABE, \quad CE = ABD, \quad DE = ABC\end{gathered}$$

표 3.1: 2^4요인실험의 정의대비에 따른 추정가능효과와 블록별 처리조합

교락법		정의대비	추정가증 효과
형식	방법		
1	1	$I = A = B = C\ (= AB = AC = BC = ABC)$	$D,\ AD,\ BD,\ CD$
	2	$I = A = B = D (= AB = AD = BD = ABD)$	$C,\ AC,\ BC,\ CD$
	3	$I = A = C = D\ (= AC = AD = CD = ACD)$	$B,\ AB,\ BC,\ BD$
	4	$I = B = C = D\ (= BC = BD = CD = BCD)$	$A,\ AB,\ AC,\ AD$
2	5	$I = A = B = CD\ (= AB = ACD = BCD = ABCD)$	$C,\ D,\ AC,\ AD,\ BC,\ BD$
	6	$I = A = C = BD\ (= AC = ABD = BCD = ABCD)$	$B,\ D,\ AB,\ AD,\ BC,\ CD$
	7	$I = A = D = BC\ (= AD = ABC = BCD = ABCD)$	$B,\ C,\ AB,\ AC,\ BD,\ CD$
	8	$I = B = C = AD\ (= BC = ABD = ACD = ABCD)$	$A,\ D,\ AB,\ AC,\ BD,\ CD$
	9	$I = B = D = AC\ (= BD = ABC = ACD = ABCD)$	$A,\ C,\ AB,\ AD,\ BC,\ CD$
	10	$I = C = D = AB\ (= CD = ABC = ABD = ABCD)$	$A,\ B,\ AC,\ AD,\ BC,\ BD$
3	11	$I = A = BD = CD\ (= ABD = ACD = BC = ABC)$	$B,\ C,\ D,\ AB,\ AC,\ AD$
	12	$I = B = AD = CD\ (= ABD = BCD = AC = ABC)$	$A,\ C,\ D,\ AB,\ BC,\ BD$
	13	$I = C = AD = BD\ (= ACD = BCD = AB = ABC)$	$A,\ B,\ D,\ AC,\ BC,\ CD$
	14	$I = D = AC = BC\ (= ACD = BCD = AB = ABC)$	$A,\ B,\ C,\ AD,\ BD,\ CD$
4	15	$I = AD = BD = CD\ (= AB = AC = BC = ABCD)$	$A,\ B,\ C,\ D$

교락법		블록별 처리조합
형식	방법	
1	1	$((1),\ d)\ (a,\ ad)\ (b,\ bd)\ (ab,\ abd)\ (c,\ cd)\ (ac,\ acd)\ (bc,\ bcd)\ (abc,\ abcd)$
	2	$((1),\ c)\ (a,\ ac)\ (b,\ bc)\ (ab,\ abc)\ (d,\ cd)\ (ad,\ acd)\ (bd,\ bcd)\ (abd,\ abcd)$
	3	$((1),\ b)\ (a,\ ab)\ (c,\ bc)\ (ac,\ abc)\ (d,\ bd)\ (ad,\ abd)\ (cd,\ bcd)\ (acd,\ abcd)$
	4	$((1),\ a)\ (b,\ ab)\ (c,\ ac)\ (bc,\ abc)\ (d,\ ad)\ (bd,\ abd)\ (cd,\ acd)\ (bcd,\ abcd)$
2	5	$((1),\ cd)\ (a,\ acd)\ (b,\ bcd)\ (ab,\ abcd)\ (c,\ d)\ (ac,\ ad)\ (bc,\ bd)\ (abc,\ abd)$
	6	$((1),\ bd)\ (a,\ abd)\ (b,\ d)\ (ab,\ ad)\ (c,\ bcd)\ (ac,\ abcd)\ (bc,\ cd)\ (abc,\ acd)$
	7	$((1),\ bc)\ (a,\ abc)\ (b,\ c)\ (ab,\ ac)\ (d,\ bcd)\ (ad,\ abcd)\ (bd,\ cd)\ (abd,\ bcd)$
	8	$((1),\ ad)\ (a,\ d)\ (b,\ abd)\ (ab,\ bd)\ (c,\ acd)\ (ac,\ cd)\ (bc,\ abcd)\ (abc,\ bcd)$
	9	$((1),\ ac)\ (a,\ c)\ (b,\ abc)\ (ab,\ bc)\ (d,\ acd)\ (ad,\ cd)\ (bd,\ abcd)\ (abd,\ bcd)$
	10	$((1),\ ab)\ (a,\ b)\ (c,\ abc)\ (ac,\ bc)\ (d,\ abd)\ (ad,\ bd)\ (cd,\ abcd)\ (acd,\ bcd)$
3	11	$((1),\ bcd)\ (a,\ abcd)\ (b,\ cd)\ (ab,\ acd)\ (c,\ bd)\ (ac,\ abd)\ (bc,\ d)\ (abc,\ ad)$
	12	$((1),\ acd)\ (a,\ cd)\ (b,\ abcd)\ (ab,\ bcd)\ (c,\ ad)\ (ac,\ d)\ (bc,\ abd)\ (abc,\ bd)$
	13	$((1),\ abd)\ (a,\ bd)\ (b,\ ad)\ (ab,\ d)\ (c,\ abcd)\ (ac,\ bcd)\ (bc,\ acd)\ (abc,\ cd)$
	14	$((1),\ abc)\ (a,\ bc)\ (b,\ ac)\ (ab,\ c)\ (d,\ abcd)\ (ad,\ bcd)\ (bd,\ acd)\ (abd,\ cd)$
4	15	$((1),\ abcd)\ (a,\ bcd)\ (b,\ acd)\ (ab,\ cd)\ (c,\ abd)\ (ac,\ bd)\ (bc,\ ad)\ (abc,\ d)$

이다. 표 3.1의 각 교락법의 정의대비에 포함되지 않은 효과는 추정가능하다는 점과 위 별명관계를 이용하면 2^{5-1}요인실험의 각 교락법의 추정가능효과를 2^4요인실험의 정의대비에 따른 추정가능효과에서 찾을 수 있다. 예를 들어 표 3.1의 교락법 1의 정의대비에 포함된 효과들은 A, B, C, AB, AC, BC, ABC이므로 추정가능효과는 이들을 제외한 D, AD, BD, CD, ABD, ACD, BCD, $ABCD$인데 $ABD = CE$, $ACD = BE$, $BCD = AE$, $ABCD = E$의 별명관계가 있으므로 추정가능 효과는 D, E, AD, AE, BD, BE, CD, CE가 되고 이와 같은 방법으로 표 3.1의 15가지 방법 모두를 수정하여 정리한 것이

표 3.2: 교락법 조합에 따른 2^4요인실험의 추정가능효과 수

교락법의 조합		블록	실험	추정가능 효과 수									
형식	방법	수	횟수	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD
4	15	8	16	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2, 2	5, 10	16	32	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
2, 2	6, 9	16	32	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
2, 2	7, 8	16	32	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
3, 3	11,12	16	32	1	1	2	2	2	1	1	1	1	0
3, 3	11,13	16	32	1	2	1	2	1	2	1	1	0	1
3, 3	11,14	16	32	1	2	2	1	1	1	2	0	1	1
3, 3	12,13	16	32	2	1	1	2	1	1	0	2	1	1
3, 3	12,14	16	32	2	1	2	1	1	0	1	1	2	1
3, 3	13,14	16	32	2	2	1	1	0	1	1	1	1	2
3, 4	11,15	16	32	1	2	2	2	1	1	1	0	0	0
2, 2, 2	5, 6, 10	24	48	1	2	1	2	1	2	3	3	2	1
2, 2, 3	5, 6, 11	24	48	0	2	2	3	2	2	3	2	1	1
2, 3, 3	5, 11, 12	24	48	1	1	3	3	2	2	2	2	2	0
3, 3, 3	11, 12, 13	24	48	2	2	2	3	2	2	1	2	1	1
3, 3, 4	11, 12, 15	24	48	2	2	3	3	2	1	1	1	1	0

표 3.3: 2^{5-1}요인실험의 정의대비에 따른 추정가능효과

교락법		추정가능 효과
형식	방법	
1	1	$D, E, AD, AE, BD, BE, CD, CE$
	2	$C, E, AC, AE, BC, BE, CD, DE$
	3	$B, E, AB, AE, BC, BD, CE, DE$
	4	$A, E, AB, AC, AD, BE, CE, DE$
2	5	$C, D, AC, AD, BC, BD, CE, DE$
	6	$B, D, AB, AD, BC, BE, CD, DE$
	7	$B, C, AB, AC, BD, BE, CD, CE$
	8	$A, D, AB, AC, AE, BD, CD, DE$
	9	$A, C, AB, AD, AE, BC, CD, CE$
	10	$A, B, AC, AD, AE, BC, BD, BE$
3	11	$B, C, D, E, AB, AC, AD, AE$
	12	$A, C, D, E, AB, BC, BD, BE$
	13	$A, B, D, E, AC, BC, CD, CE$
	14	$A, B, C, E, AD, BD, CD, CE$
4	15	$A, B, C, D, AE, BE, CE, DE$

다음 표 3.3이다.

표 3.3에서 형식 1과 2의 교락법들은 각각 주효과를 2개씩밖에 추정할 수 없어서, 5개의 주효과를 모두 추정하려면 실험횟수를 늘려야 하므로 다른 형식의 교락법들과 조합해서 실험을 설계해야 한다. 형식 3과 4의 교락법들은 각각 주효과를 4개 이상씩 추정할 수 있

표 3.4: 교락법 조합에 따른 2^{5-1}요인실험의 추정가능효과 수

교락법의 조합		블록	실험	추정가능 효과 수														
형식	방법	수	횟수	A	B	C	D	E	AB	AC	AD	AE	BC	BD	BE	CD	CE	DE
2, 2	7, 8	16	32	1	1	1	1	0	2	2	0	1	0	2	1	2	1	1
2, 3	10, 11	16	32	1	2	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1	0	0	0
3, 3	11, 12	16	32	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0
3, 3	13, 14	16	32	2	2	1	1	2	0	1	1	0	1	1	0	2	2	0
3, 4	14, 15	16	32	2	2	2	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	2	1
2, 2, 2	5, 6, 10	24	48	1	2	1	2	0	1	2	3	1	3	2	2	1	1	2
2, 2, 3	5, 10, 14	24	48	2	2	2	1	1	0	2	3	1	2	3	1	1	2	1
2, 3, 3	10, 11, 12	24	48	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0
2, 3, 3	10, 11, 14	24	48	2	3	2	1	2	1	2	3	2	1	2	1	1	1	0
3, 3, 3	11, 12, 13	24	48	2	2	2	3	3	2	2	1	1	2	1	1	1	1	0
3, 3, 4	11, 12, 15	24	48	2	2	3	3	2	2	1	1	2	1	1	2	0	1	1
3, 3, 3, 3	11, 12, 13, 14	32	64	3	3	3	3	4	2	2	2	1	2	2	1	2	2	0
3, 3, 3, 4	12, 13, 14, 15	32	64	4	3	3	3	3	1	1	1	1	2	2	2	2	3	1

표 3.5: 2^{5-1}요인실험 교락법의 블록별 처리조합

교락법		블록별 처리조합
형식	방법	
2	5	((1), cd) (ab, abcd) (ac, ad) (ae, acde) (bc, bd) (be, bcde) (ce, de) (abce, abde)
	6	((1), bd) (ab, ad) (ac, abcd) (ae, abde) (bc, cd) (be, de) (ce, bcde) (abce, acde)
	7	((1), bc) (ab, ac) (ad, abcd) (ae, abce) (bd, cd) (be, ce) (de, bcde) (abde, acde)
	8	((1), ad) (ab, bd) (ac, cd) (ae, de) (bc, abcd) (be, abde) (ce, acde) (bcde, abce)
	9	((1), ac) (ab, bc) (ad, cd) (ae, ce) (be, abce) (bd, abcd) (de, acde) (abde, bcde)
	10	((1), ab) (ac, bc) (ad, bd) (ae, be) (cd, abcd) (ce, abce) (de, abde) (acde, bcde)
2	11	((1), bcde) (ab, acde) (ac, abde) (ad, abce) (ae, abcd) (bc, de) (bd, ce) (be, cd)
	12	((1), acde) (ab, bcde) (ac, de) (ad, ce) (ae, cd) (bc, abde) (bd, abce) (be, abcd)
	13	((1), abde)) (ab, de) (ac, bcde) (ae, bd) (bc, acde) (be, ad) (cd, abce) (ce, abcd)
	14	((1), abce) (ab, ce) (ac, be) (ad, bcde) (ae, bc) (bd, acde) (cd, abde) (de, abcd)
4	15	((1), abcd) (ab, cd) (ac, bd) (ad, bc) (ae, bcde) (be, acde) (ce, abde) (de, abce)

으므로 이들을 조합한 교락법은 상대적으로 적은 실험횟수로 주효과를 정도 높게 추정 할 수 있는데, 이를 참고하여 교락법 조합에 따른 2^{5-1}요인실험의 추정가능효과 수를 조사한 것이 다음 표 3.4이다.

표 3.4에서 교락법(11, 12), 교락법(13, 14), 교락법(14, 15) 등 형식 3이나 4의 교락법들을 조합한 교락법들은 적은 실험횟수로 주효과를 모두 추정 할 수 있는 반면, 2인자 교호작용효과 일부를 추정할 수 없는 단점이 있다. 이를 보완하기위해 실험회수를 늘린 교락법(11, 12, 13)과 교락법(11, 12, 15)는 모든 주효과의 추정가능 효과 수가 2 이상이면서 1개를 제외한 2인자 교호작용효과 모두를 추정할 수 있는 실험계획법이다. 만약 2인자 교호작용효과를 모두 추정해야한다면 실험횟수가 64회인 교락법(12, 13, 14, 15)를 선택해야 할 것이다.

표 4.1: 2^{5-2}요인실험의 정의대비에 따른 추정가능효과와 블록별 처리조합

교락법			추정가능 효과	블록별 처리조합
형식	방법	정의대비		
1	1	$I = A = B\ (= C)$	D, E, AD, AE, BD, BE	$((1), de)\ (bcd, bce)\ (ab, abde)\ (acd, ace)$
	2	$I = C = D\ (= E)$	A, B, AD, AE, BD, BE	$((1), ab)\ (ace, bce)\ (acd, bcd)\ (de, abde)$
2	3	$I = A = D\ (= AD)$	B, C, E, AE, BD, BE	$((1), bce)\ (de, bcd)\ (ab, ace)\ (acd, abde)$
	4	$I = A = E\ (= AE)$	B, C, D, AD, BD, BE	$((1), bcd)\ (de, bce)\ (ab, acd)\ (ace, abde)$
	5	$I = B = D\ (= BD)$	A, C, E, AD, AE, BE	$((1), ace)\ (de, acd)\ (ab, bce)\ (bcd, abde)$
	6	$I = B = E\ (= BE)$	A, C, D, AD, AE, BD	$((1), acd)\ (de, ace)\ (ab, bcd)\ (bce, abde)$
3	7	$I = AD = AE\ (= C)$	A, B, D, E, BD, BE	$((1), abde)\ (acd, bce)\ (ace, bcd)\ (ab, de)$

이제 이 16개의 처리조합 $\{(1), ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de, abcd, abce, abde, acde, bcde\}$를 8개의 블록으로 나누어야 하는데, 그 방법은 2^{4-1}요인실험의 교락법에서와 같이 표 3.1의 2^4요인실험의 블록별 처리조합을 이용하여 나눌 수 있다. 표 3.1의 형식 2 이상의 교락법에서 문자수가 홀수 개인 처리조합들은 (1)이 들어가는 블록에 없으므로 이들 각각에 e를 곱하여 수정하면 실험할 블록별 처리조합을 쉽게 구할 수 있다. 예를 들어, 이렇게 구한 방법 5의 블록별 처리조합은 $((1), cd)\ (ae, acde)\ (be, bcde)\ (ab, abcd)\ (ce, de)\ (ac, ad)\ (bc, bd)\ (abce, abde)$가 되고, 이는 정의대비 $I = A = B = CD$와 정의대비 $I = ABCDE$를 이용하여 설계한 교락법 중 처리조합 (1)이 들어가는 블록임을 확인할 수 있다. 이와 같이 방법 5부터 방법 15까지 2^{5-1}요인실험의 블록별 처리조합을 구하여 정리한 것이 다음 표 3.5이다.

4. 2^{5-2}요인실험의 교락법 및 결론

2^n요인실험($n \geq 5$)의 교락법도 2^3요인실험과 2^4요인실험의 교락법 설계와 같은 방법으로 설계할 수 있으므로 생략한다. 2^{5-2}요인실험의 교락법을 설계하려면 우선 독립인 정의대비 2개를 사용하여 일반적인 2^{5-2}요인실험을 설계해야 하는데, 어떤 방법으로도 2인자교호작용효과 전부를 추정할 수는 없으므로 일부 2인자교호작용효과가 무시될 수 있을 때 2^{5-2}요인실험의 교락법 사용이 가능하다. 예를 들어, 인자가 A, B, C, D, E인 경우 주효과와 2인자 교호작용효과 모두를 추정하기 위해 정의대비로 $I = ABCD = BCDE(= AE)$를 택했다면 $A = E$의 별명관계가 되어 주효과 A, E를 검출할 수 없게 된다. 이는 독립인 어떤 4문자의 정의대비를 택해도 같은 결과가 된다. 이를 피하기 위해 만약 $I = ABC = CDE(= ABDE)$와 같이 독립인 3문자의 정의대비 또는 독립인 4문자와 3문자의 정의대비를 사용한다면, 3인자교호작용효과를 무시할 수 있을 때의 별명관계가

$$A = BC, \quad B = AC, \quad C = AB = DE, \quad D = CE, \quad E = CD$$

이므로 2인자교호작용효과 10개 중 BC, AC, AB, DE, CE, CD를 무시할 수 있을 때, 즉 2인자교호작용효과 AD, AE, BD, BE만 추정해도 될 경우에 사용이 가능하다. 이제 2^{5-2}요인실험의 교락법을 설계하기 위해 정의대비 $I = ABC = CDE(= ABDE)$를 사

용하였다고 하자. 이 때 실험할 처리조합은 $\{(1), ab, de, acd, ace, bcd, bce, abde\}$로 8개이며 이를 4개의 블록으로 나누어 실험하면 되는데, 위 추정 가능한 효과 A, B, C, D, E, AD, AE, BD, BE 중 2개씩을 택하여 가능한 모든 교락법을 조사하여 추정가능 효과와 블록별 처리조합을 구하면 다음 표 4.1와 같은데, 2^{4-1}요인실험에서와 같은 이유로 별명관계 때문에 서로 다른 교락법은 7개뿐이다.

표 4.1로부터 교락법 조합에 따른 2^{5-2}요인실험의 추정가능효과 수를 조사하여 원하는 실험계획을 세울 수 있겠다. 또, 이와 같은 방법을 이용하여 다양한 2^{n-p}요인실험의 교락법도 설계할 수 있겠다.

참고문헌

박성현 (2007). <현대실험계획법>, 민영사.

Box, G. E. P., Hunter, W. G. and Hunter, J. S. (1978). *Statistics for Experimenters: An Introduction to Design Data Analysis and Model Buillding*, John Wiley & Sons, New York.

Draper, N. R. and Guttman. I. (1997). Two-level factorial and fractional factorial designs in blocks of size two, *Journal of Quality Technology*, **29**, 71–75.

Montgomery, D. C. (2001). *Design and Analysis of Experiment*, John Wiley & Sons, New York.

Yang, Y. J. and Draper, N. R. (2003). Two-level factorial and fractional factorial designs in blocks of size two, *Journal of Quality Technology*, **35**, 294–305.

[2008년 2월 접수, 2008년 6월 채택]

Blocking Method of 2^k Factorial and Fractional Factorial Designs in Blocks of Size Two by Using Defining Contrast†

Byoung-Chul Choi[1)]

Abstract

Confounding techniques have to be used repeatedly in the situations where it is necessary to perform only 2 runs under homogeneous conditions in 2^m factorial and fractional factorial experiment. Combinations of confounded 2^m factorial and fractional factorial designs enable the estimation of all main effects and all of or a part of 2 factor interaction effects. Defining contrast are used for our designs and treatment combinations of designs to be run are presented

Keywords: 2^n factorial and fractional factorial design; blocks of size two; confounding method; treatment combination.

† This paper was supported by research funds of Chonbuk National University in 2006 (BS-2006-XX).
1) Professor, division of Mathematics and Statistical Informatics, Chonbuk National University, Chonju, Chonbuk 560-756, Korea. E-mail: chbch@chonbuk.ac.kr