

비선형 $k-\epsilon$ 모형을 이용한 개수로 흐름에서의 격자형 이차흐름 구조 수치모의

Numerical Simulations of Cellular Secondary Currents in Open-Channel Flows using Non-linear $k-\epsilon$ Model

강형식* · 최성욱** · 박문형***

Kang, Hyeongsik · Choi, Sung-Uk · Park, Moonhyeong

Abstract

In the present paper, turbulent open-channel flows over longitudinal bedforms are numerically simulated. The Reynolds-averaged Navier-Stokes equations in curvilinear coordinates are solved with the non-linear $k-\epsilon$ model by Speziale(1987). First, the developed model is applied to rectangular open channel flows for purposes of model validation and parameter sensitivity studies. It is found that the parameters C_D and C_E are important to the intensity of secondary currents and the level of turbulent anisotropy, respectively. It is found that the non-linear $k-\epsilon$ model can hardly reproduce the turbulence anisotropy near the free surface. However, the overall pattern of the secondary currents by the present model is seen to coincide with measured data. Then, numerical simulations of turbulent flows over longitudinal bedforms are performed, and the simulated results are compared with the experimental data in the literature. The simulated secondary currents clearly show upflows and downflows over the ridges and troughs, respectively. The numerical results of secondary currents, streamwise mean velocity, and turbulence structures compare favorably with the measured data. However, it is observed that the secondary currents towards the troughs were significantly weak compared with the measured data.

Keywords : longitudinal bedform, open-channel flows, cellular secondary currents, streamwise mean velocity, turbulence structure

요 지

본 연구에서는 횡방향 언덕-저면의 하상형상을 갖는 개수로 흐름을 수치모의 하였다. 곡선좌표계에 대한 지배방정식을 유도하고, 난류폐합을 위해 Speziale(1987)가 제안한 비선형 $k-\epsilon$ 모형을 이용하였다. 개발된 모형의 개수로 흐름에 대한 적용성 및 모형 상수의 민감도를 분석하기 위해 직사각형 개수로 흐름을 수치모의 하였다. 그 결과 모형상수 C_D 와 C_E 는 각각 이차흐름 강도 및 난류의 비등방성에 영향을 미치는 것으로 확인되었다. 또한 비선형 $k-\epsilon$ 모형이 자유수면에서 발생하는 난류의 비등방성을 정확히 모의할 수 없는 것으로 나타났으나, 전반적인 이차흐름 분포는 비교적 잘 예측하는 것으로 확인되었다. 한편 개발된 모형을 이용하여 횡방향 하상형상을 갖는 개수로 흐름을 수치모의하고 기존의 실험 결과와 비교하였다. 그 결과 비선형 $k-\epsilon$ 모형이 하상형상의 언덕과 저면에서 발생하는 상향류 및 하향류를 비교적 정확히 예측하는 것으로 나타났으며, 계산된 주흐름방향 평균유속 및 난류구조 역시 기존의 실험 결과와 잘 일치하였다. 그러나 비선형 $k-\epsilon$ 모형은 하상형상의 저면을 향하는 하향류를 과소 산정하는 것으로 확인되었다.

핵심용어 : 띠 모양 하상형상, 개수로 흐름, 격자형 이차흐름, 주흐름방향 평균유속, 난류구조

1. 서 론

직선 개수로 흐름에서 발생하는 이차흐름의 생성 원인은 난류의 비등방성(anisotropy) 및 불균질성(non-homogeneity)과 관련이 있는 것으로 알려져 있는데, 다시 말해 공간상에서 레이놀즈응력의 불균형(imbalance)에 의해 형성된다. 따라서 직선수로에서의 이차흐름을 난류에 의한 이차흐름

(turbulence-induced secondary flow)이라 불린다. 이와 같은 이차흐름은 단면 형상의 비대칭성, 자유수면 효과, 바닥 거칠기의 불균일성 등에 따라 다양한 종류의 이차흐름이 존재하게 된다.

본 연구에서는 그림 1과 같이 횡방향으로 언덕(ridge)-저면(trough)의 연속구조를 갖는 개수로 흐름에서 형성되는 이차흐름에 초점을 맞추었다. 그림 1과 같이 주흐름방향으로 평

*정회원 · 교신저자 · 한국건설기술연구원 하천 · 해안연구실 박사후연구원 (E-mail : kanghs@kict.re.kr)

**정회원 · 연세대학교 사회환경시스템공학부 교수 (E-mail : schoi@yonsei.ac.kr)

***정회원 · 한국건설기술연구원 하천 · 해안연구실 박사후연구원 (E-mail : moon@kict.re.kr)

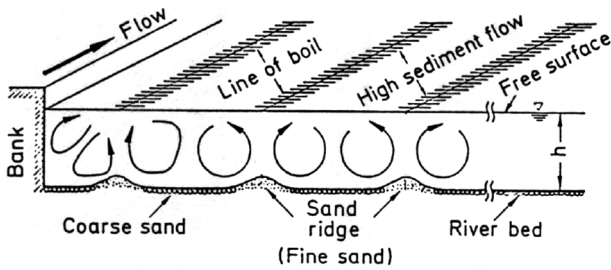


그림 1. 격자형 이차흐름 분포도(Nezu와 Nakagawa, 1993)

행한 띠 형태의 하상형상이 횡방향으로 연속적으로 존재하는 경우의 이차흐름을 살펴보면, 언덕에서는 상향류가 발생되고 저면에서는 하향류가 발생하게 되어 방향이 서로 반대인 한 쌍의渦가 형성 되는데 이를 격자형 이차흐름(cellular secondary currents)이라 한다. 이와 같은 이차흐름 구조는 하천, 대기, 해양, 사막 등 어디에서나 존재하는 흐름이다. 이와 같은 격자형 이차흐름은 폭이 넓은 수로라 할지라도 최대 유속이 자유수면 아래에 놓이게 되는 유속경사역전 현상(velocity dip)을 일으키는 원인이 된다. 또한 횡방향으로의 유사 이동을 발생 시키고, 이는 다시 하상형상 구조를 강화하거나 유지시키는 원인이 된다. 이와 같은 격자형 이차흐름의 초기 생성 원인에 대해 Nezu와 Nakagawa(1984), Ikeda(1981), Colombini(1993) 등은 다양한 가능성을 제시하였지만, 아직까지 명확한 생성 원인이 알려져 있지 않은 상태이다.

격자형 이차흐름의 생성 원인에 대한 연구와 함께 격자형 이차흐름의 특성에 대한 많은 현장 관측(Allen, 1984; Kinoshita, 1967; Nezu 등, 1993) 및 실내실험(Vanoni, 1946, Allen, 1966; Hinze, 1973; Gunter, 1971; Ikeda, 1981; Hirano와 Ohmoto, 1988; Nezu와 Nakagawa, 1984; McLean, 1981; McLelland 등, 1999; Muller와 Studerus, 1979; Wang과 Cheng, 2005, 2006) 연구가 있었다. 그러나 격자형 이차흐름에 대한 수치모의 연구는 Ohmoto와 Hayashi(2003), Choi 등(2007)에 불과하다. Ohmoto와 Hayashi(2003)는 직접수치모의(Direct Numerical Simulation)를 이용하여 횡방향 하상형상을 갖는 개수로 흐름(레이놀즈수 $Re=2280$)에서의 평균유속 및 난류 구조를 수치모의 하였으며, Choi 등(2007)은 레이놀즈응력모형(Reynolds stress model)을 이용하여 거친하상-매끄러운 하상의 횡방향 연속구조(smooth-rough bed strip)를 갖는 개수로 흐름을 모의 하였으며, 최성욱 등(2007)은 비선형 $k-\epsilon$ 모형을 이용하여 횡방향 바닥 형상을 갖는 수로에서의 부유사 농도 분포를 예측한 바 있다. 그러나 직접수치모의는 계산비용 측면에서 매우 비경제적인 방법이고, 아직까지는 높은 레이놀즈수를 수치모의 하기에는 부적합하다. 뿐만 아니라 레이놀즈응력모형 역시 난류 모형 중에서는 가장 복잡한 모형이다. 예를 들어 본 연구와 같은 등류상태의 3차원 흐름을 수치모의 하기 위해서는 10개의 편미분 방정식이 필요하게 된다. 이상의 연구동향을 살펴보면 난류모형을 이용하여 횡방향 하상형상을 갖는 개수로 흐름에 대한 수치모의 연구는 전무한 실정이다. 특히, 본 연구는 격자형 이차흐름의 생성 원인을 제시하기 위한 전단계의 연구이다. 따라서 계산의 경제성을 고려해 볼 때 2-방정식 난류모형을 이용하는 것이 적당할 것으로 보인다.

비등방성 2-방정식 난류모형에 대해 지금까지 많은 모형이

개발되었다. Shiono와 Lin(1992)은 2-방정식 모형 중에서 개수로 흐름에 많이 적용되었던 LY 모형(Launder와 Ying, 1973), Naot와 Rodi(1982)의 응력대수식모형(ASM: Algebraic stress model), Speziale(1987)의 비선형 $k-\epsilon$ 모형을 비교하였다. 그 결과 직사각형 및 복단면의 직선 개수로 흐름에 대해 Speziale의 비선형 $k-\epsilon$ 모형이 평균유속 및 난류 구조를 가장 정확히 예측하는 것으로 나타났다. 또한 Shao 등(2003)은 복단면의 곡선 개수로 흐름에 대해 Shiono와 Lin(1992)과 동일한 세 모형을 비교하였다. 그 결과 LY 모형과 비선형 $k-\epsilon$ 모형이 응력대수식모형 보다 더 정확한 것으로 나타났다. 그러나 LY 모형에는 하나의 모형상수 C' 이 존재하는데, 이 모형상수가 일반화된 값을 갖지 못한다. 즉, Shimizu와 Tsujimoto(1993)는 복단면 개수로 흐름을 수치모의 하기 위해 Launder와 Ying(1973)이 제시한 C' 의 표준값 보다 3배 큰 값을 사용하고, 식생 수로에 대해서는 $C'=0.0$ 을 사용하였다. 반면에 Kawahara 와 Tamai(1988)은 복단면 개수로에 대해 C' 의 표준값 보다 2배 큰 값을 사용한 바 있다. 한편, 응력대수식모형 역시 모형 자체에 문제점이 존재한다. 즉, 유도된 대수식 형태의 레이놀즈응력 항 중 $\overline{u'v'}$ 와 $\overline{u'w'}$ 는 Naot와 Rodi(1982)가 제시한 응력대수식 항의 유도로부터 나타난 항이 아닌 난류점성개념에 의한 항이다. 뿐만 아니라 나머지의 레이놀즈응력 항에서도 추가적인 난류점성항을 포함하고 있다. 이와 같이 각각의 레이놀즈응력 항에 추가적인 난류점성항을 포함시키지 않을 경우 안정된 형태의 이차흐름이 모의되지 않고, 해가 수렴되지 않는다(Demuren과 Rodi, 1984). 따라서 개수로 흐름을 수치모의 하기 위한 비등방성 2-방정식 모형으로는 Speziale(1987)의 비등방성 $k-\epsilon$ 모형이 가장 타당할 것으로 판단된다.

본 연구의 목적은 비등방성 2-방정식 난류모형을 이용하여 횡방향 하상형상을 갖는 개수로 흐름을 수치모의 하는 것이다. 이를 위해 곡선좌표계에서의 지배방정식을 구성하고, 난류 폐합을 위해 Speziale(1987)가 제안한 비등방성 $k-\epsilon$ 모형을 이용하였다. 먼저 직사각형 개수로 흐름을 수치모의하여 비등방성 $k-\epsilon$ 모형의 모형 상수에 대한 민감도 분석 및 본 모형의 개수로 흐름에 대한 적용성을 분석하였다. 또한 횡방향 하상형상을 갖는 개수로 흐름에서의 평균유속 및 격자형 이차흐름 구조를 수치모의 하고 기존의 실험 결과와 비교하였다.

2. 수치모형

하상형상을 갖는 개수로 흐름을 수치모의 하기 위해서는 다음과 같이 실제 물리적 공간에서의 좌표를 계산공간 좌표로 변화시켜야 한다.

$$x = \xi; \quad \zeta = \zeta(y, z); \quad \eta = \eta(y, z) \quad (1a,b,c)$$

여기서 (y, z) 는 물리적 공간에서의 횡방향(y)과 수직방향(z)으로의 좌표이고, (ζ, η) 는 계산 공간에서의 좌표, x 는 주흐름방향을 나타낸다. 따라서 레이놀즈수가 충분히 큰 등류 흐름인 경우 좌표 변환된 연속방정식 및 운동량 방정식은 다음과 같다.

연속방정식

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{v}^c) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{w}^c) = 0 \quad (2)$$

주흐름방향 운동량방정식

$$\frac{\bar{v}^c \partial \bar{u}^c}{h_1 \partial \xi} + \frac{\bar{w}^c \partial \bar{u}^c}{h_2 \partial \eta} = -gS_0 - J \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{u}^c v^c) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{u}^c w^c) \right] \quad (3)$$

횡방향 및 수직방향 운동량방정식

$$\frac{\bar{v}^c \partial \bar{v}^c}{h_1 \partial \xi} + \frac{\bar{w}^c \partial \bar{v}^c}{h_2 \partial \eta} + \frac{\bar{v}^c \bar{w}^c \partial h_1}{h_1 h_2 \partial \eta} - \frac{\bar{w}^c \partial h_2}{h_1 h_2 \partial \xi} = -\frac{1}{\rho h_1} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} - J \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{v}^c v^c) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{v}^c w^c) \right] - \frac{\bar{v}^c v^c \partial h_1}{h_1 h_2 \partial \eta} + \frac{\bar{w}^c v^c \partial h_2}{h_1 h_2 \partial \xi} \quad (4)$$

$$\frac{\bar{v}^c \partial \bar{w}^c}{h_1 \partial \xi} + \frac{\bar{w}^c \partial \bar{w}^c}{h_2 \partial \eta} + \frac{\bar{v}^c \bar{w}^c \partial h_1}{h_1 h_2 \partial \xi} - \frac{\bar{v}^c \partial h_2}{h_1 h_2 \partial \eta} = -\frac{1}{\rho h_2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \eta} - J \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{v}^c w^c) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{w}^c v^c) \right] - \frac{\bar{v}^c w^c \partial h_2}{h_1 h_2 \partial \xi} + \frac{\bar{w}^c v^c \partial h_1}{h_1 h_2 \partial \eta} \quad (5)$$

여기서 $\bar{u}^c, \bar{v}^c, \bar{w}^c$ 는 각각 계산공간에서의 주흐름방향, 횡방향 및 수직방향으로의 시간평균된 유속, h_1 과 h_2 는 좌표축 변화 규모 계수(coordinate transformation scale factors), J 는 자코비안의 행렬식, \bar{p} 는 시간평균된 압력, ρ 는 유체 밀도, g 는 중력가속도, $\bar{u}_i^c \bar{u}_j^c$ 는 계산공간에서의 레이놀즈응력이다.

운동량 방정식에서 레이놀즈응력 항은 다음과 같이 Speziale(1987)가 제안한 비선형 k - ϵ 모형을 사용하였다.

$$-\bar{u}_i^c \bar{u}_j^c = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + \frac{k^{5/2}}{\epsilon} D_{ij} + C_D \frac{k^3}{\epsilon^2} \left(D_{im} D_{mj} - \frac{1}{3} D_{mn} D_{nm} \delta_{ij} \right) + C_E \frac{k^3}{\epsilon^2} \left(\dot{D}_{ij} - \frac{1}{3} \dot{D}_{mn} \delta_{ij} \right) \quad (6)$$

여기서 k 는 난류운동에너지, ϵ 는 k 의 소산률, C_D 와 C_E 는 모형상수로서 Speziale(1987)는 자유수면이 없는 내부흐름(internal flow)에서 $C_D=C_E=1.68$ 을 제시하였으며, \dot{D}_{ij} 와 \dot{D}_{ij} 는 각각 다음과 같다.

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i^c}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j^c}{\partial x_i} \right); \quad \dot{D}_{ij} = \frac{\partial D_{ij}}{\partial t} + U \cdot \nabla D_{ij} - \frac{\partial u_i}{\partial x_k} D_{kj} - \frac{\partial u_j}{\partial x_k} D_{ki} \quad (7a,b)$$

식(6)에서 k 와 ϵ 의 값은 다음과 같은 k 와 ϵ 의 수송방정식을 해석하여 구할 수 있다.

$$\frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{v} k) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{w} k) \right] = \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(h_2 \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{1}{h_1} \frac{\partial k}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(h_1 \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{1}{h_2} \frac{\partial k}{\partial \eta} \right) \right] + P_k - \epsilon \quad (8)$$

$$\frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{v} \epsilon) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{w} \epsilon) \right] = \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(h_2 \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \frac{1}{h_1} \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(h_1 \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \frac{1}{h_2} \frac{\partial \epsilon}{\partial \eta} \right) \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (9)$$

여기서 v_t 는 난류동점성계수, P_k 는 난류운동에너지의 생성항, $\sigma_k(=1.0)$, $\sigma_\epsilon(=1.3)$, $C_{1\epsilon}(=1.44)$, $C_{2\epsilon}(=1.92)$ 는 모형 상수이다.

본 연구에서는 유한체적법을 이용하여 위의 지배방정식을 수치모의 하였다. 지배방정식에서의 이송항과 확산항을 위해 Power-law 기법(Patankar, 1980)을 이용하여 이산화하였으며, 압력항 모의를 위해 Patankar와 Spalding(1972)이 제안한 SIMPLER 방법을 이용하였다. 벽 경계조건은 일반성을 갖는 경험공식인 벽 법칙(law of the wall)을 사용하였으며, 자유수면의 경계조건은 난류운동에너지의 소산률을 제외한 모든 변수에 대하여 대칭평면조건을 적용하고, 난류운동에너지의 소산률에 대해서는 Hossain과 Rodi(1980)가 제시한 자유수면 경계조건을 이용하였다.

3. 모형의 적용성 검토

3.1 Nezu와 Nakayama(1999) 실험

비선형 k - ϵ 모형인 식(6)에서 모형상수의 영향을 검토하기 위해 직사각형 개수로 흐름을 수치모의 하였다. 수치모의 조건은 Nezu와 Nakayama(1999)의 실험조건을 이용하였으며, Nezu와 Nakayama(1999)의 실험조건은 수심 $H=0.05$ m, 폭 $B=0.4$ m, 수심-폭 비(AR: aspect ratio) $AR=8$ 이다.

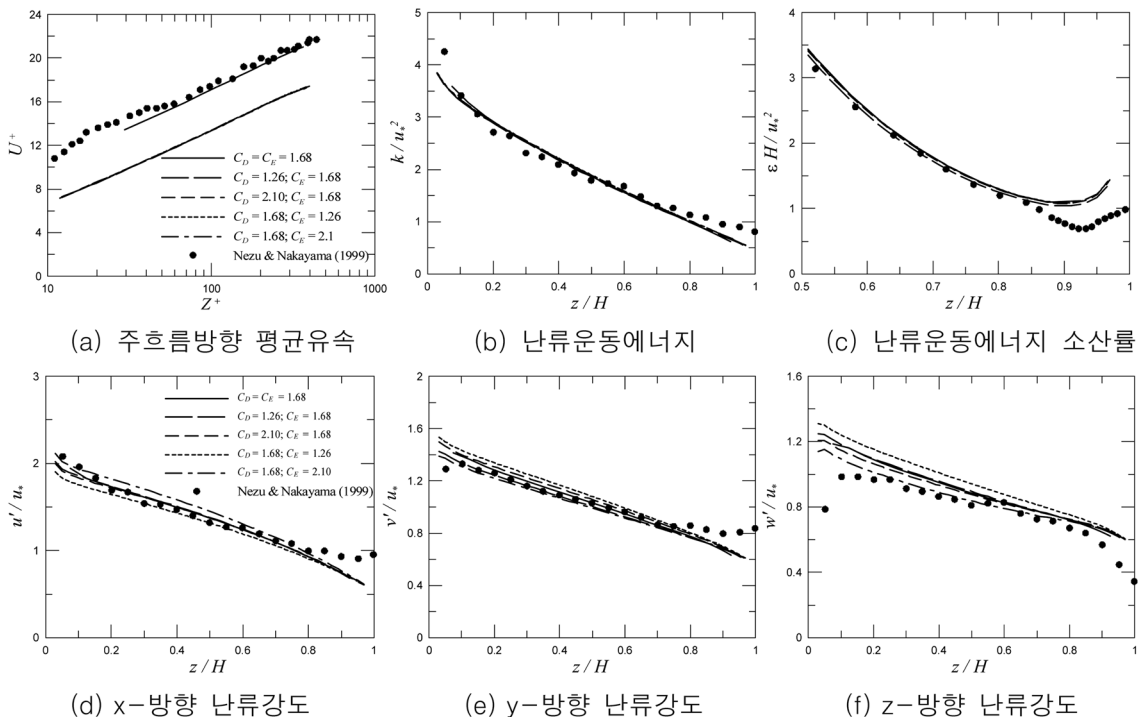


그림 2. 평균유속 및 난류량의 수직구조

그림 2는 모형상수에 따른 평균유속 및 난류량에 대한 수직구조를 보여준다. 본 연구에서는 모형상수의 민감도 분석을 위해 $C_D=C_E=1.68$, $C_D=1.26$ 과 $C_E=1.68$, $C_D=2.10$ 과 $C_E=1.68$, $C_D=1.68$ 과 $C_E=1.26$, $C_D=1.68$ 과 $C_E=2.10$ 를 적용하였다. 그림 2(a)는 모형 상수에 따른 평균유속 분포를 비교한 것이다. 그림 2(a)에서 U^+ 와 Z^+ 는 각각 무차원 유속 및 무차원 거리를 나타내고, $U^+=\bar{u}/u_*$, $Z^+=u_*z$ (u_* =전단속도)와 같다. 그림 2(a)를 살펴보면 $C_D=C_E=1.68$ 인 경우 계산결과와 실험결과가 매우 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 그러나 그 이외의 경우에는 모두 실험 결과보다 과소 산정하는 것으로 나타났다. 그림 2(b)의 난류운동에너지(k) 분포를 살펴보면 자유수면 근처에서 약간 과소 산정하는 것을 제외하고는 실험결과와 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 반면에 그림 2(c)의 난류운동에너지 소산률(ϵ) 분포를 보면 자유수면 근처에서 과대 산정하는 것으로 나타났으며, 자유수면을 제외한 대부분의 영역에서 실험결과와 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 또한 k 와 ϵ 모두 경험상수에 따른 변화는 거의 없는 것으로 나타났다. 그림 2(d)-(f)는 세 방향으로의 난류강도 분포도이다. 그림을 살펴보면 흐름 중간영역(intermediate region)인 $0.2 < z/H < 0.6$ 에서는 계산된 난류강도가 실험결과와 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있으나, 바닥 영역 및 자유수면 영역에서는 계산된 난류강도와 실험결과가 잘 일치하지 않는다. 특히, 자유수면 근처를 살펴보면 x -와 y -방향 난류강도는 과소 산정되고, z -방향 난류강도는 과대 산정되었다. z -방향 난류강도는 바닥 근처에서도 계산결과가 과대 산정된 것을 볼 수 있다. 또한 전반적으로 모형상수에 따른 계산결과와의 차이는 작은 것으로 나타났으나, 좀더 자세히 살펴보면 z -방향 난류강도의 경우 C_D 보다는 모형상수 C_E 가 계산 결과

에 좀더 민감한 것으로 나타났다.

그림 3은 난류의 비등방성 텐서($b_{ij} = \overline{u_i u_j} / 2k - \delta_{ij}$)를 보여준다. 그림 3을 살펴보면 앞의 그림 2(d)-(f)와 마찬가지로 바닥과 자유수면 근처를 제외한 영역에서는 전반적으로 실험결과와 수치모의 결과가 비교적 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 일반적으로 바닥 및 자유수면은 난류의 감쇠효과(damping effect)로 인하여 난류의 비등방성이 증가된다. 즉, 바닥 및 자유수면과 수직인 방향으로의 난류강도는 감소되고, 감소된 양만큼 다른 두 방향으로의 난류강도는 증가하게 된다. 그러나 자유수면 영역을 살펴보면 비선형 k - ϵ 모형이 난류의 비등방성을 거의 예측할 수 없는 것을 확인할 수 있다. 즉, 자유수면 근처에서는 난류운동에너지의 재분배 효과에 의해 b_{33} 은 감소되고 b_{11} 과 b_{22} 는 증가하는데, 비선형 k - ϵ 모형은 이를 예측할 수 없는 것을 볼 수 있다. 이는 비선형 k - ϵ 모형이 내부흐름에서 개발된 것이기 때문에 자유수면에서 발생하는 난류의 감쇠효과를 반영하지 못하기 때문인 것으로 보인다. 특히, 그림 3에서 한가지 흥미로운 사실은 C_D 의 변화에 따른 난류의 비등방성은 거의 변화가 없지만, C_E 에 대해서는 비교적 큰 변화를 보인다. 다시 말해서 경험상수 C_E 는 난류의 비등방성의 정도에 영향을 미치는 상수인 것을 알 수 있다. 예를 들어 $C_D=1.68$ 과 $C_E=1.26$ 인 경우 $C_D=C_E=1.68$ 인 경우 보다 b_{11} 은 작게 산정하지만 b_{22} 및 b_{33} 은 더 크게 산정한다.

그림 4는 경험상수 C_D 와 C_E 에 따른 이차흐름 강도를 보여준다. 그림에서 L_{max} 는 이차흐름의 최대크기이다. 그림 4를 살펴보면 경험상수 C_E 는 이차흐름의 크기에 거의 영향을 미치지 못하는 것을 볼 수 있다. 그러나 C_D 는 그 크기가 증가함에 따라 이차흐름의 크기 역시 거의 선형으로 증가하는 것으로 나타나, 이차흐름의 크기에 영향을 미치는 것으로 확인되었다.

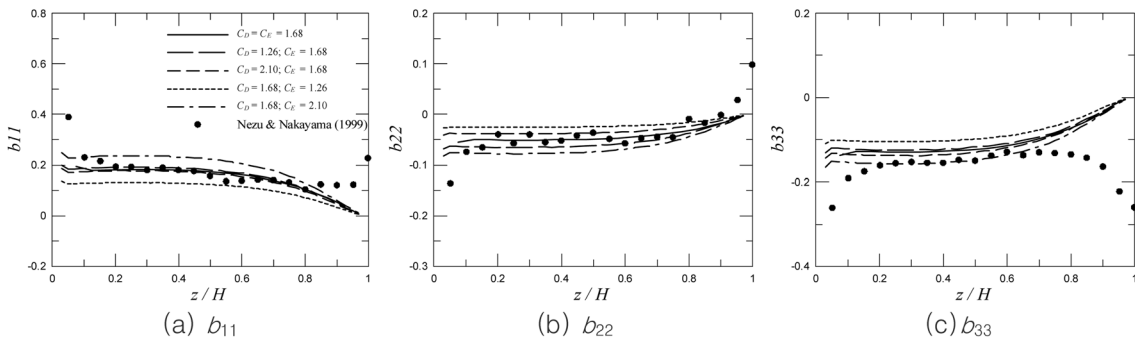


그림 3. 난류의 비등방성

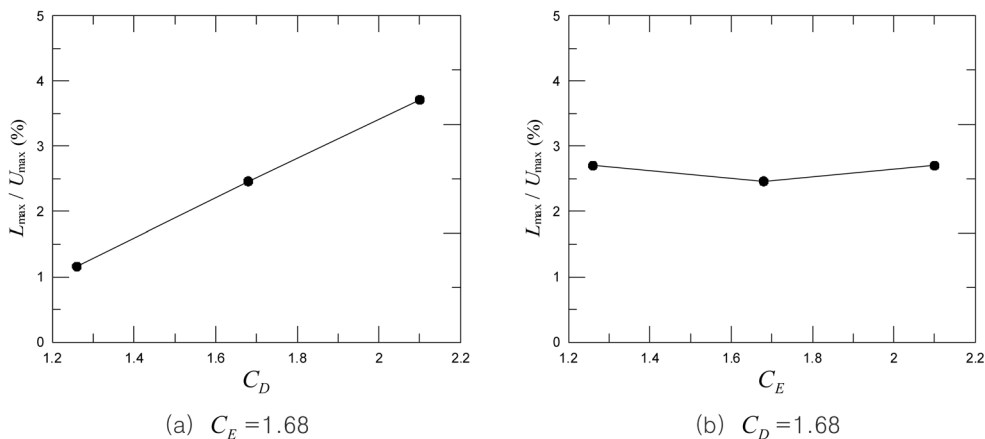
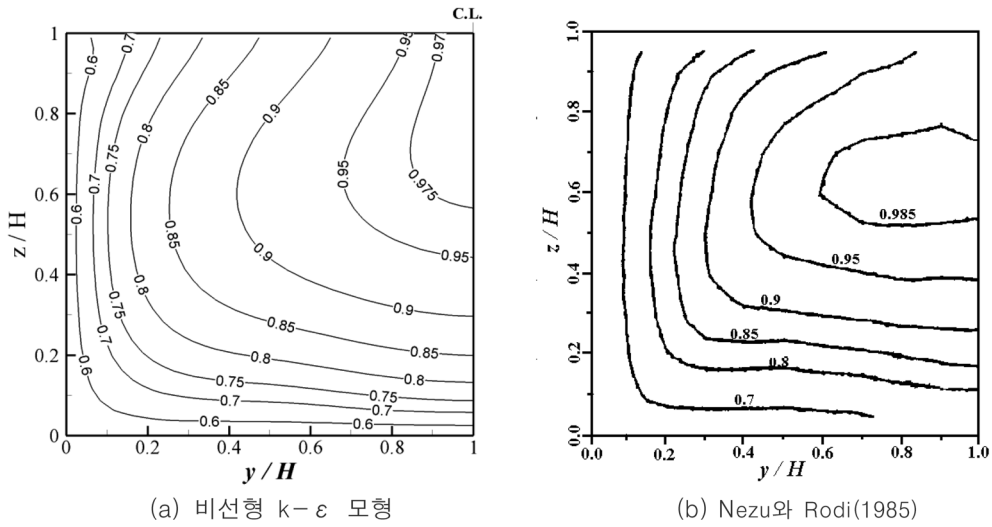
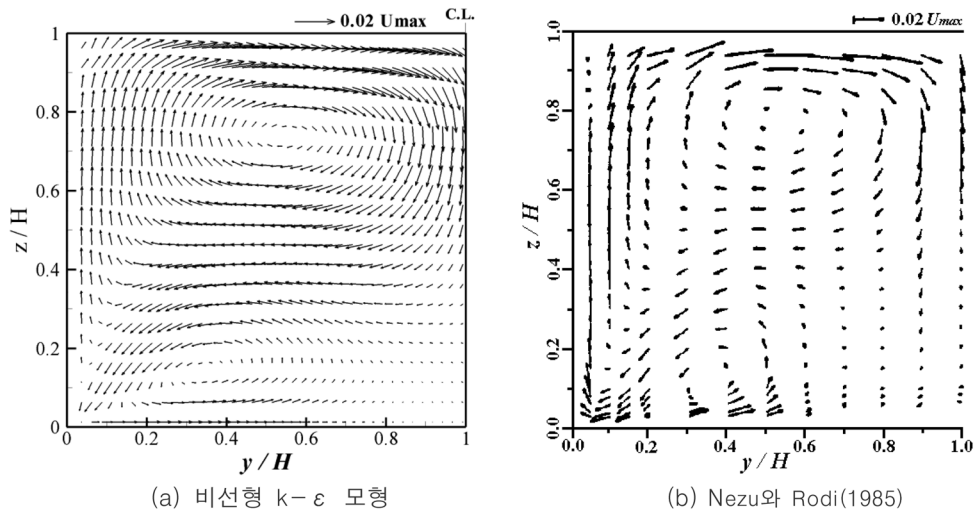


그림 4. 난류상수에 따른 이차흐름 크기 변화



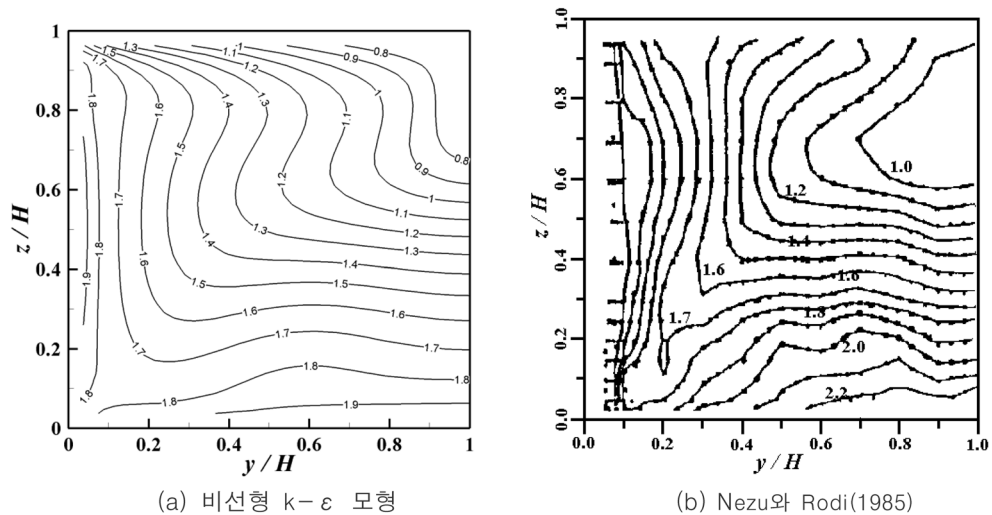
(a) 비선형 $k-\epsilon$ 모형 (b) Nezu와 Rodi(1985)

그림 5. 주흐름방향 평균유속 분포도



(a) 비선형 $k-\epsilon$ 모형 (b) Nezu와 Rodi(1985)

그림 6. 이차흐름 벡터도



(a) 비선형 $k-\epsilon$ 모형 (b) Nezu와 Rodi(1985)

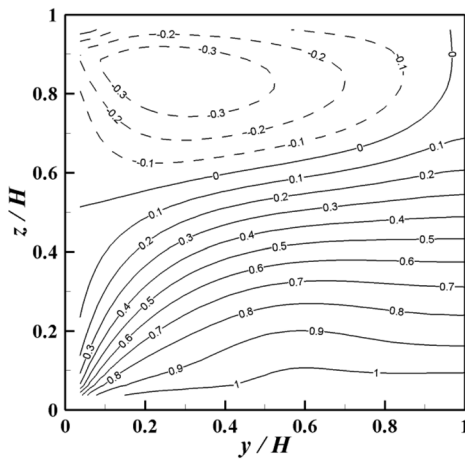
그림 7. x-방향 난류강도 분포도

3.2 Nezu와 Rodi(1985) 실험

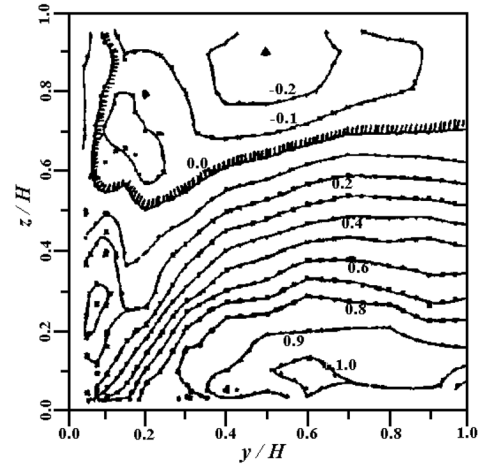
그림 5-그림 8은 Nezu와 Rodi(1985)의 실내실험에 대한 계산결과를 보여준다. 계산에 사용된 수치모의 조건은 수심 $H=0.1$ m, 폭 $B=0.2$ m, 수로 폭-수심비 $AR=2$ 이다. 또한 앞의 그림 2-그림 4의 결과로부터 모형상수는 $C_D=C_E=1.68$ 을 사용하였다.

그림 5와 6은 개수로 흐름에서의 주흐름방향 평균유속 분

포 및 이차흐름 벡터도이다. 그림 5와 그림 6에서 유속분포 및 벡터도는 주흐름방향 최대유속으로 무차원화 되었다. 먼저 그림 5를 살펴보면 비선형 $k-\epsilon$ 모형에 의한 전반적인 유속 분포는 실험결과와 잘 일치하지만, 최대유속이 자유수면 아래에서 발생하는 유속경사역전 현상(velocity dip)은 모의하지 못하는 것을 볼 수 있다. 이는 앞의 그림 2와 그림 3에서 언급한 바와 같이 비선형 $k-\epsilon$ 모형이 자유수면에서 발



(a) 비선형 $k-\epsilon$ 모형



(b) Nezu와 Rodi(1985)

그림 8. 레이놀즈응력($-\overline{u'w'}$) 분포도

생되는 난류의 감쇠효과를 정확히 예측할 수 없기 때문인 것으로 판단된다. 그러나 한가지 흥미로운 사실은 그림 6에서 계산된 이차흐름 벡터도를 살펴보면 비선형 $k-\epsilon$ 모형이 자유수면渦와 바닥渦를 매우 잘 모의하는 것으로 나타났으며, Nezu와 Rodi(1985)의 실험결과와 서로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 일반적으로 이차흐름의 생성 원인은 난류의 비등방성 및 불균질성인 것으로 알려져 있다. 그러나 비선형 $k-\epsilon$ 모형이 자유수면 근처에서 발생하는 난류의 비등방성을 정확히 모의할 수 없는 것으로 나타났으나, 전반적인 이차흐름 분포는 매우 정확히 예측할 수 있는 것으로 확인되었다.

그림 7과 그림 8은 x -방향 난류강도 및 레이놀즈응력 분포도를 보여준다. 그림 7을 살펴보면, 비선형 $k-\epsilon$ 모형이 바닥 근처에서의 난류강도를 과소 산정하는 것으로 나타났다. 또한 자유수면 근처에서는 난류운동에너지의 재분배 효과에 의해 난류강도 u' 이 수면으로 갈수록 증가해야 하지만, 계산결과에서는 이와 반대로 감소하는 것을 볼 수 있다. 그러나 비선형 $k-\epsilon$ 모형에 의해 계산된 전반적인 난류강도 분포도는 실험 결과와 비교적 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 또한 그림 8은 레이놀즈응력 분포도이다. 그림 8을 살펴보면 레이놀즈응력은 자유수면 근처에서 음의 값을 갖으

며, 전반적으로 수치모의와 실험결과가 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 특히, 레이놀즈응력이 음의 값을 갖는 이유는 수면 근처에서의 유속 경사가 반대의 부호를 갖기 때문이다. 그러나 비선형 $k-\epsilon$ 모형의 결과를 살펴보면 실험결과와 달리 수로 중앙부에서는 모두 양의 레이놀즈응력을 갖는 것으로 나타났는데, 이는 그림 5에서와 같이 비선형 $k-\epsilon$ 모형이 자유수면 근처에서 유속경사역전 현상을 모의하지 못하기 때문이다.

4. 하상형상을 갖는 개수로

개발된 모형을 이용하여 횡방향 하상형상을 갖는 개수로 흐름을 수치모의 하였다. 수치모의 조건은 Nezu와 Nakagawa (1984)의 실험 조건을 이용하였다. 먼저 Nezu와 Nakagawa (1984)의 실험 조건은 수심 $H=0.04$ m, 수로 폭 $B=0.3$ m, 수로 폭-수심 비 $AR=7.5$, 바닥경사 $S=0.00152$ 이다. 또한 사다리꼴 모양의 하상형상을 이용하였으며, 하상형상의 윗면과 아래면의 길이는 각각 10 mm와 20 mm이다. Nezu와 Nakagawa(1984)의 실험조건을 수치모의하기 위한 계산 격자는 그림 9와 같다.

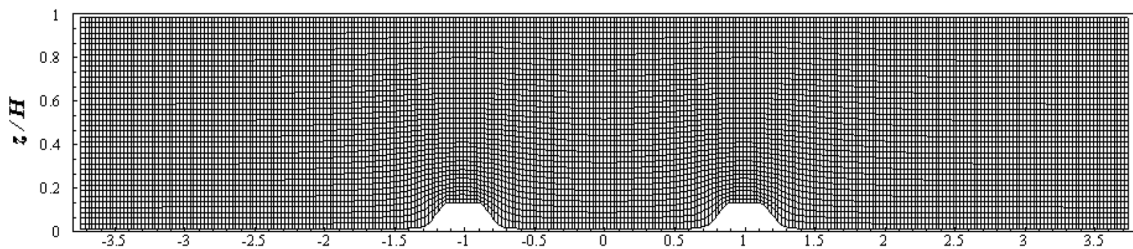
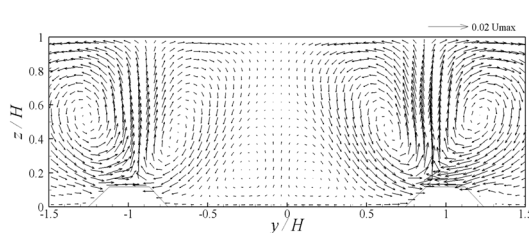
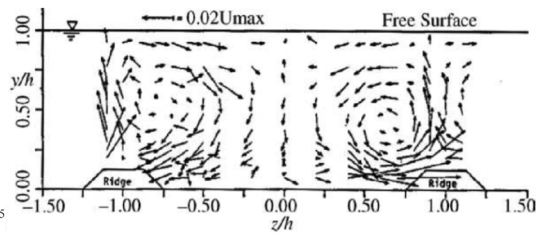


그림 9. Nezu와 Nakagawa의 실험조건을 수치모의 하기 위한 계산격자

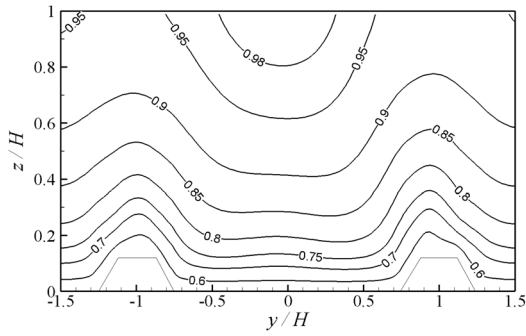


(a) 비선형 $k-\epsilon$ 모형

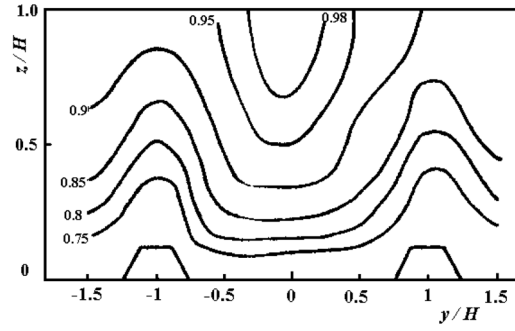


(b) Nezu와 Nakagawa (1984)

그림 10. 격자형 이차흐름 벡터도

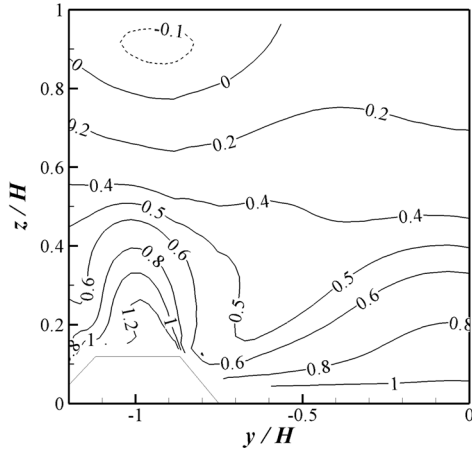


(a) 비선형 $k-\epsilon$ 모형

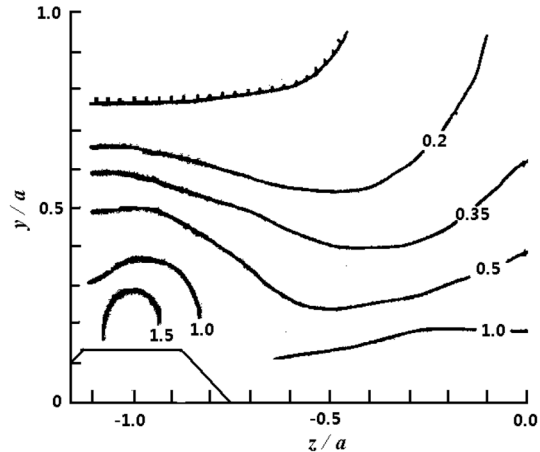


(b) Nezu와 Nakagawa (1984)

그림 11. 주흐름방향 평균유속 분포도



(a) 비선형 $k-\epsilon$ 모형



(b) Nezu와 Nakagawa (1984)

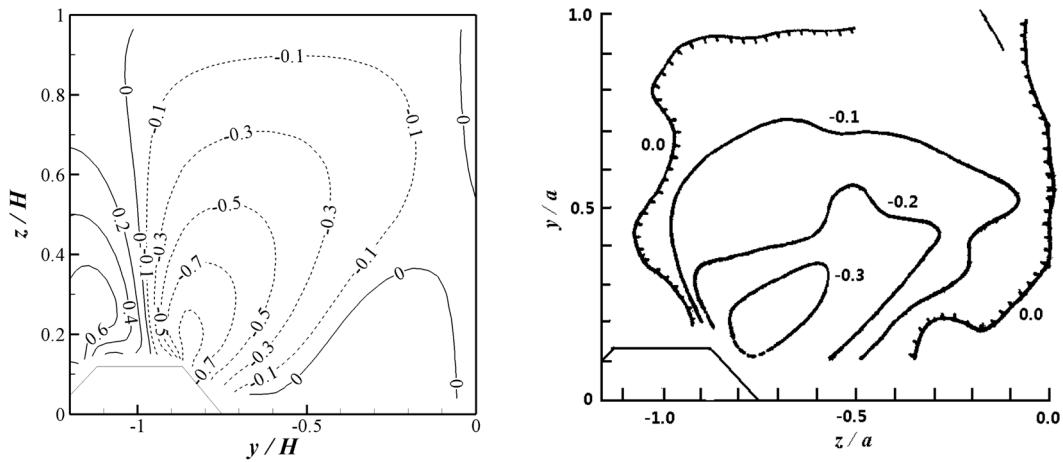
그림 12. 난류의 비등방성 $(\overline{v'^2 - w'^2})/\overline{u'^2} \times 10^3$ 의 분포도

그림 10은 격자형 이차흐름 벡터도를 보여준다. 그림을 살펴보면 하상형상의 언덕 부근에서는 상향류가 형성되고 저면에서는 하향류가 형성되어 언덕을 기준으로 방향이 반대인 한 쌍의渦가 형성되는 것을 볼 수 있다. 또한 계산된 격자형 이차흐름 분포가 실험 결과와 비교적 잘 일치하는 것으로 나타났다. 한편, 계산된 이차흐름의 최대 크기는 주흐름방향 최대유속의 약 2.3%로 산정되었으며, 이는 Nezu와 Nakagawa (1984)의 실험 결과인 2.5%와 매우 유사한 값이다. 그러나 $y/H=0$ 부근에서의 이차흐름 분포를 살펴보면 비선형 $k-\epsilon$ 모형이 실험 결과에 비해 하향류 벡터의 크기를 과소 산정하는 것으로 나타났다. 이로 인해 전반적인 벡터의 형태를 살펴보면 실험에서는 원형의 모양을 하고 있으나, 수치모의 결과에서는 원형이 아닌 타원형의 형태를 취하고 있어 언덕을 중심으로 하트 형태를 취하고 있는 것을 볼 수 있다. 이는 본 모형이 모든 레이놀즈응력에 대한 수송방정식을 해석하는 것이 아니라 단순화된 대수식 형태를 해석하기 때문에 난류의 비등방성을 정확히 모의할 수 없기 때문인 것으로 판단되고, 이에 대한 설명은 아래 그림 13에서 언급하였다.

그림 11은 주흐름방향 평균유속 분포도이다. 그림에서 주흐름방향 평균유속은 최대유속으로 무차원화 되었다. 그림 11을 살펴보면, 언덕 부근에서 발생하는 이차흐름의 상향류에 의해 등유속선이 자유수면을 향해 부풀어져 있으며, 반대로 저면 부근에서는 하향류에 의해 등유속선이 바닥을 향해 부풀어진 것을 볼 수 있다. 이와 같은 유속 분포는 수치모의 결과와 실험 결과가 매우 잘 일치하는 것으로 나타났다.

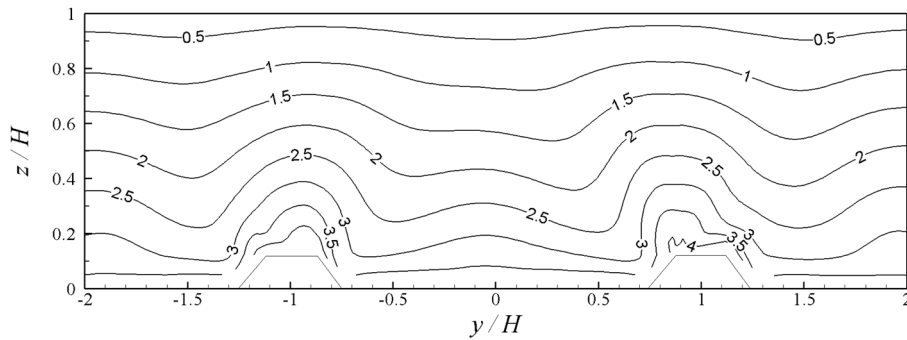
그림 12와 그림 13은 난류의 비등방성 $(\overline{v'^2 - w'^2})$ 및 레이놀즈응력 $-\overline{v'w'}$ 의 분포도이다. 그림 12와 그림 13에서 계산 결과의 무차원화를 위해 주흐름방향 유속의 최대값 \overline{u}_{\max} 를 이용하였다. 일반적인 주흐름방향 와도(vorticity) 방정식을 살펴보면 두 개의 생성항, 즉, 난류의 비등방성 $(\overline{v'^2 - w'^2})$ 에 의한 생성항과 레이놀즈응력 $-\overline{v'w'}$ 에 의한 생성항이 존재한다. Kang과 Choi(2006)는 직사각형 개수로 흐름에서 와도 방정식의 각 항을 비교한 결과, 난류의 비등방성에 의한 생성항과 레이놀즈응력에 의한 생성항이 서로 비슷한 크기를 갖으며 부호는 반대인 것으로 나타났다. 또한 와도 방정식에서의 나머지 항인 이송항 및 점성항은 그 크기가 매우 작아 이차흐름의 생성에 큰 영향을 미치지 못하는 것으로 나타났다. 먼저 그림 12를 살펴보면 난류의 비등방성은 언덕의 윗면에서 최대를 이루고, 언덕의 자유수면 근처에서는 음의 값을 갖는 것을 볼 수 있다. 그러나 비선형 $k-\epsilon$ 모형은 최대값을 다소 과소 산정하는 것을 볼 수 있다. 또한 언덕 부근 위의 자유수면 근처를 살펴보면 수치모의 결과와 실험 결과 모두 음의 값을 갖는 것으로 나타났으며, 전체적인 비등방성 분포도는 계산결과와 실험 결과가 비교적 서로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 그러나 $-0.3 < y/H < 0.0$ 에서의 분포도를 살펴보면, 실험 결과에서는 등 비등방성 선이 바닥을 향하여 부풀 형태를 취하고 있지만 계산 결과에서는 이를 잘 예측하지 못하는 것을 볼 수 있다.

그림 13은 레이놀즈응력 $-\overline{v'w'}$ 의 분포도이다. 그림 13을 살펴보면 계산된 전반적인 레이놀즈응력 분포도는 실험 결과

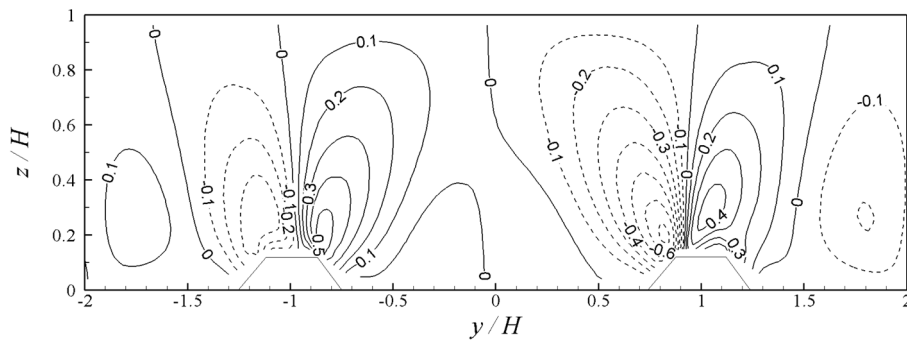


(a) 비선형 $k-\varepsilon$ 모형 (b) Nezu와 Nakagawa (1984)

그림 13. 레이놀즈응력 $-\overline{v'w'}/\overline{u_{\max}^3}$ 의 분포도



(a) $\overline{u'u'}/u_*^2$



(b) $-\overline{u'v'}/u_*^2$

그림 14. 레이놀즈응력 $\overline{u'u'}/u_*^2$ 과 $-\overline{u'v'}/u_*^2$ 분포도

와 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다. 그러나 레이놀즈응력의 분포 형태를 자세히 살펴보면 실험에서는 음의 영역이 거의 원에 가까운 형태이지만, 비선형 $k-\varepsilon$ 모형에 의한 결과에서는 음의 영역의 높이가 폭보다 더 큰 타원형의 형태임을 볼 수 있다. 이는 앞의 그림 10에서 실험에 의한 격자형 이차흐름 구조는 두 개의 원형이 붙어있는 모양인데, 비선형 $k-\varepsilon$ 모형에서는 왜 하트 모양인지를 설명할 수 있는 흥미로운 결과이다. 이와 같이 비선형 $k-\varepsilon$ 모형은 전반적인 격자형 이차흐름 구조를 잘 모의하지만, 그 형태는 기존의 실험결과와 달리 하트의 형태를 갖으며, 이는 비선형 $k-\varepsilon$ 모형이 레이놀즈응력 $-\overline{v'w'}$ 의 분포를 정확히 모의할 수 없기 때문이다.

그림 14는 레이놀즈응력 $\overline{u'u'}$ 와 $-\overline{u'v'}$ 분포도이다. 그림에서 레이놀즈응력은 바닥전단속도의 평균값 $\overline{u_*}$ 을 이용하여 무차원화 되었다. 먼저 그림 14(a)의 레이놀즈응력 $\overline{u'u'}$ 분포를

살펴보면, 레이놀즈응력의 최대는 바닥 근처에서 발생되며 수면으로 갈수록 점차 감소하는 것을 볼 수 있다. 또한 언덕에서의 레이놀즈응력이 저면에서 보다 더 크며, 언덕 위에서 수면을 향하여 부풀어진 형상을 보이고 있다. 한편, 레이놀즈응력 $-\overline{u'v'}$ 을 나타낸 그림 14(b)를 살펴보면, 언덕을 기준으로 좌, 우에서 서로 반대 부호의 레이놀즈응력이 발생되는 것을 볼 수 있다. 일반적으로 난류점성개념에 의하면 레이놀즈응력 $-\overline{u'v'}$ 는 $\partial\overline{u}/\partial y$ 에 비례한다. 따라서 그림 14에서 보이는 바와 같이 유속 분포가 횡방향으로 증가 및 감소를 반복하기 때문에 레이놀즈응력 $-\overline{u'v'}$ 의 부호가 횡방향으로 변화하게 된다.

5. 결 론

본 연구에서는 비선형 $k-\varepsilon$ 모형을 이용하여 횡방향 하상형

상을 갖는 개수로 흐름을 수치모의 하였다. 이를 위해 곡선 좌표계에서의 지배방정식을 유도하고 직사각형 수로 및 하상형상을 갖는 개수로 흐름을 수치모의하였으며 기존의 실험결과와 비교하였다.

1. 개수로 흐름에 대한 비선형 $k-\varepsilon$ 모형의 적용성을 평가하기 위해 직사각형 개수로 흐름을 수치모의하였다. 그 결과 자유수면 근처에서 발생하는 난류의 감쇠효과를 모의할 수 없기 때문에 수면 근처에서의 난류량을 정확히 예측할 수 없는 것으로 나타났다. 그러나 비선형 $k-\varepsilon$ 모형이 전반적인 평균유속 및 이차흐름 분포를 비교적 정확히 예측하는 것으로 확인되었다.
2. 경험상수 C_D 와 C_E 의 영향을 살펴본 결과, C_D 는 이차흐름의 강도에, C_E 는 난류의 비등방성에 영향을 미치는 것으로 확인되었다.
3. 하상형상을 갖는 개수로 흐름을 계산한 결과, 비선형 $k-\varepsilon$ 모형이 격자형 이차흐름 벡터도 및 평균유속 분포도를 비교적 정확히 예측하는 것으로 나타났다. 이는 본 모형이 하상의 불균일성에 의해 생성되는 격자형 이차흐름 분포를 정확히 예측할 수 있다는 것을 의미한다. 그러나 계산된 격자형 이차흐름 분포에서는 저면을 향하는 하향류를 과소 산정하는 것으로 나타났는데, 이로 인해 전반적인 벡터도의 형태가 실험과 같이 원형이 아닌 하트의 형태를 갖는 것으로 나타났다. 이는 본 모형이 하상의 불균일성에 의한 레이놀즈응력 $-\overline{v'w'}$ 의 분포를 정확히 재현할 수 없기 때문인 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 21세기 프론티어연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구비지원(과제번호: 2-3-2)에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- 최성욱, 박문형, 강형식(2007) 연속적인 횡방향 바닥형상을 갖는 폭이 넓은 개수로 흐름의 부유사 농도분포 수치모의, 2007년도 한국수자원학회 학술발표회논문집, CD ROM, 한국수자원학회
- Allen, J.R.L. (1966) On bedforms and palaeocurrents. *Sedimentology*, Vol. 6, pp. 153-190.
- Allen, J.R.L. (1984) *Sedimentary Structure*, Vol. 2, Elsevier, New York, NY.
- Choi, S.-U., Park, M., and Kang, H. (2007) Numerical simulations of cellular secondary currents and suspended sediment transport in open-channel flows over smooth-rough bed strips. *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 45, No. 6, pp. 829-840.
- Colombini, M. (1993) Turbulence-driven secondary flows and formation of sand ridges. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 254, pp. 701-719.
- Gunter, A. (1971) Die kritische mittlere Sohlenschubspannung bei Geschiebemischungen unter berucksichtigung der Deckschichtbildung und der turbulenzbedingten Sohlenschubspannungsschwankungen. *Mitteilung der Versuchsanstalt fur Wasserbau an der ETH Zurich*, Vol. 3.
- Hinze, J.O. (1973) Experimental investigation on secondary currents in the turbulent flow through a straight conduit. *Applied Science Research*, Vol. 28, pp. 453-465.
- Hirano, M. and Ohmoto, T. (1988) Experimental study on the interaction of between longitudinal vortices and sand ribbons. *Proceedings of 6th congress of APD-IAHR*, Tokyo, Japan.
- Hossain, M.S. and Rodi, W. (1980) Mathematical modeling of vertical mixing in stratified channel flow. *Proceedings of the 2nd Symposium on Stratified Flows*.
- Ikeda, S. (1981) Self-formed straight channels in sandy bed. *Journal of the Hydraulic Division, ASCE*, Vol. 107, pp. 389-406.
- Kang, H. and Choi, S.-U. (2006) Reynolds stress modeling of rectangular open channel flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 51, No. 11, pp. 1319-1334.
- Kinoshita, R. (1967) An analysis of the movement of flood waters by aerial photography; concerning characteristics of turbulence and surface flow. *Photographic Surveying*, Vol. 6, pp. 1-17 (in Japanese).
- McLean, S.R. (1981) The role of non uniform roughness in the formation of sand ribbons. *Marine Geology*, Vol. 42, pp. 49-74.
- McLelland, S.J., Ashworth, P.J., Best, J.L., and Livesey, J.R. (1999) Turbulence and secondary flow over sediment stripes in weakly bimodal bed material. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, No. 5, pp. 463-473.
- Muller, A. and Studerus, X. (1979) Secondary flow in an open-channel. *Proceedings of 18th IAHR congress*, Cagliari, Vol. 3, pp. 19-24.
- Nezu, I. and Nakagawa, H. (1984) Cellular secondary currents in straight conduit. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 110, No. 2, pp. 173-193.
- Nezu, I. and Nakagawa, H. (1984). *Turbulence in open-channel flows*. IAHR Monograph, A.A. Balkema, The Netherland.
- Nezu, I. and Nakayama, T. (1999) Numerical calculation of steep open-channel flows by considering effects of surface wave fluctuations. *International Conference of WEESH*, Seoul, Korea.
- Nezu, I., Tominaga, A., and Nakagawa, H. (1993) Field measurements of secondary currents in straight rivers. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 119, No. 5, pp. 598-614.
- Nezu I. and Rodi W. (1985) Experimental study on secondary currents in open channel flow. *21st IAHR Congress*, Melbourne, Australi, Vol. 2, pp. 19-23.
- Ohmoto, T. and Hayashi, S. (2003) Study of generation mechanism of secondary currents in open-channel flow by direct numerical simulation. *Journal of Hydrosience and Hydraulic Engineering*, Vol. 21, No. 1, pp. 11-21.
- Patankar, S.V. (1980) *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, Taylor & Francis Group, New York, NY.
- Patankar, S.V. and Spalding, D.B. (1972) A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, No. 10, pp. 1787-1806.
- Speziale, C.G. (1987) On non-linear k-l and k-ε models of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 178, pp. 459-475.
- Vanoni, V.A. (1946) Transportation of suspended sediment by water. *Transaction of ASCE, ASCE*, Vol. 111, pp. 67-133.
- Wang, Z.-Q. and Cheng, N.-S. (2005) Secondary flows over artificial bed strips. *Advances in Water Resources*, Vol. 28, pp. 441-450.
- Wang, Z.-Q. and Cheng, N.-S. (2006) Time-mean structure of secondary flows in open channel with longitudinal bedforms. *Advances in Water Resources*, Vol. 29, pp. 1634-1649.

(접수일: 2008.3.4/심사일: 2008.3.23/심사완료일: 2008.3.23)