

논문 2008-45SD-9-2

균질 반도체의 과잉 잡음에 관한 해석적 식

(Analytical Formula of the Excess Noise in Homogeneous Semiconductors)

박 찬 형*, 홍 성 민**, 민 흥 식***, 박 영 준***

(Chan Hyeong Park, Sung-Min Hong, Hong Shick Min, and Young June Park)

요 약

균일하게 도핑된 반도체에서, 분포된 확산 잡음원에 의해서 발생하는 단자잡음전류의 전력주파수밀도를 계산하였다. 고정된 전압에서 반도체의 길이가 작아짐에 따라, 또는 주어진 반도체에서 전류레벨이 증가함에 따라, AC 단락잡음전류는 열잡음 뿐만 아니라 과잉잡음을 보인다. 이 과잉잡음은 채널길이가 외인성 Debye 길이에 비해 매우 작은 경우에는 산탄잡음의 스펙트럼과 같은 모습을 보인다. 유한한 주파수에서 속도요동 잡음원에 의한 외인성 반도체에서 발생하는 과잉잡음을 최초로 유도하였다. 유도된 과잉잡음 공식은 반도체 채널의 통과 시간, 유전 이완 시간, 속도 이완 사이의 상호 작용에 따라 단자잡음 전류와 캐리어 농도 요동이 결정됨을 명시적으로 보여준다. 또한 유도된 해석적 식을 사용하여 여러 가지 반도체 샘플 길이와 바이어스, 주파수에 따른 잡음 스펙트럼의 변화도를 계산하였다. 유도된 공식은 quasi-ballistic 수송현상이 중요한 역할을 하는 나노 스케일 MOSFET의 잡음 발생 기제를 이해할 수 있는 기반이 된다.

Abstract

Noise in homogeneous extrinsic semiconductor samples is calculated due to distributed diffusion noise sources. As the length of the device shrinks at a fixed bias voltage, the ac-wise short-circuit noise current shows excess noise as well as thermal noise spectra. This excess noise behaves like a full shot noise when the channel length becomes very small compared with the extrinsic Debye length. For the first time, the analytic formula of the excess noise in extrinsic semiconductors from velocity-fluctuation noise sources is given for finite frequencies. This formula shows the interplay between transit time, dielectric relaxation time, and velocity relaxation time in determining the terminal noise current as well as the carrier density fluctuation. As frequency increases, the power spectral density of the excess noise rolls off. This formula sheds light on noise in nanoscale MOSFETs where quasi-ballistic transport plays an important role in carrier transport and noise.

Keywords : Noise, semiconductor devices, excess noise, impedance field method, diffusion noise source

I. 서 론

균질의 반도체 저항에서 AC 단락잡음전류의 잡음전

* 평생회원, 광운대학교 전자통신공학과
(Department of Electronics and Communications Engineering, Kwangwoon University)

** 정회원, *** 평생회원, 서울대학교 전기공학부
(School of Electrical Engineering, Seoul National University)

※ 이 논문은 2005년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2005-003-D00179).

접수일자: 2008년7월11일, 수정완료일: 2008년9월1일

류는 오직 열잡음으로만 이루어져있다고 많이 알려져 있다. 반면에, 진공관에서는 산탄잡음이 관측되고 있고, 많은 연구자가 저항체에서의 열잡음과 진공관에서의 산탄잡음은 매우 다른 잡음 현상으로 받아들이고 있다^[1]. 그래서, 많은 반도체소자 엔지니어나 회로설계자들은 균질의 반도체 저항체의 잡음을 모델링할 때, 열잡음 전류원만을 모델링하고 있다. 하지만, 이러한 모델은 반도체소자의 크기가 매우 작아지게 되면 더 이상 성립하지 않는다는 것이 알려져 있다^[2~5].

반도체소자 내부의 전기장의 세기가 커짐에 따라 AC 단자잡음전류가 어떻게 변화하는가를 이해하기 위해,

물리기반의 해석이 필요하다. 균질의 반도체 저항체에서의 잡음 현상을 다루는 연구결과들이 이미 발표되었다^[2-6]. 하지만, 기존 연구의 해석은 오로지 주파수가 0 Hz인 DC의 경우에 대해서만 이루어졌다^[3]. 따라서 본 논문에서는 임피던스 장 방법론^[7-9] (Impedance Field Method, IFM)을 이용하여 유한한 주파수에서 성립하는 균질 반도체의 잡음 공식을 유도하고자 한다. 유도된 잡음 공식을 통해 소자의 크기가 작아지거나, 바이어스 전압이 커짐에 따라 과잉 잡음이 발생하는 기제를 명확히 밝혀내고자 한다.

II. 본 론

1. 단락잡음전류의 전력주파수밀도 공식의 유도

본 논문에서는, 도핑 농도가 균일한 n형 반도체의 AC 단락잡음전류를 계산하기 위해(그림 1 참조), 확산 잡음원, 또는 속도요동 잡음원만을 고려하고, 속도 이완 시간 τ_u 가 고려된 드리프트-확산 모델을 이용한다. 이러한 상황에서, 주파수 ω , 위치 x' 에 있는 확산 잡음원에 의한, 위치 x 에서의 잡음전류밀도의 푸리에 변환 $\delta J_n(x, \omega)$ 은 다음과 같이 표현된다^[10-11].

$$\delta J_n(x, \omega) = -\frac{\sigma}{1 + j\omega\tau_u} \left[\frac{d\delta\psi}{dx} + \frac{V_D}{L} \frac{\delta n}{N_D} - \frac{V_t}{N_D} \frac{d\delta n}{dx} \right] \quad (1)$$

여기서, $\delta\psi$ 와 δn 은 각각 전기 포텐셜의 요동과 전자농도 요동의 푸리에 변환을 나타낸다. V_D 는 드레인 단자에 인가된 전압, L 은 반도체 샘플의 길이, σ 는 전기전도도, N_D 는 도너 농도, V_t 는 열전압 $k_B T/q$ 를 의미한다.

또한 Poisson 방정식으로부터 $\delta\psi$ 와 δn 은 다음과 관계를 만족한다.

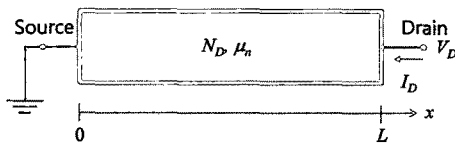


그림 1. 도너 농도 N_D , 전자 이동도 μ_n , 채널 길이 L , 단면적 A 인 n형 반도체에 DC 드레인 전압 V_D , DC 드레인 전류 I_D 의 동작 상태

Fig. 1. N-type semiconductor bar with donor density N_D , electron mobility μ_n under bias voltage V_D and current I_D with channel length L and cross sectional area A .

$$\frac{d}{dx} \left[\epsilon_s \frac{d\delta\psi}{dx} \right] - q\delta n = 0 \quad (2)$$

여기서, ϵ_s 는 반도체의 전기적 유전율을 나타낸다. 식 (1), (2)와 함께, 위치 x' 에 있는 가상의 전자 생성 전류원 $-qe^{j\omega t}$ 이 있는 전자 연속방정식을 고려하면(그림 2 참조), 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$j\omega\delta n + \frac{\sigma}{(1 + j\omega\tau_u)q} \left[\frac{1}{L_D^2} \frac{V_t}{N_D} \delta n + \frac{V_D}{LN_D} \frac{d\delta n}{dx} - \frac{V_t}{N_D} \frac{d^2\delta n}{dx^2} \right] = \frac{\delta(x - x')}{A} \quad (3)$$

여기서, 외인성 Debye 길이 $L_D \equiv (\epsilon_s V_t / qN_D)^{1/2}$ 이다.

다음에 유도되는 식의 간략한 표현을 위해 정규화된 변수인 $x_0 \equiv x/L$, $n_0 \equiv n/N_D$ 를 도입하자. 정규화된 변수를 이용하고 정리하면 식 (3)은 다음과 같이 표현된다.

$$j\omega \frac{qLAN_D\delta n_0}{I_t(\omega)} + \left[\left(\frac{L}{L_D} \right)^2 \delta n_0 + \frac{V_D}{V_t} \frac{d}{dx} \delta n_0 - \frac{d^2}{dx_0^2} \delta n_0 \right] = \frac{q}{I_t(\omega)} \delta(x_0 - x_0') \quad (4)$$

여기서 $I_t(\omega) \equiv \alpha AV_t / [(1 + j\omega\tau_u)L]$ 로 정의된다. 식 (4)의 homogeneous 해는 $\exp(\lambda_1 x_0)$ 와 $\exp(\lambda_2 x_0)$ 의 선형 조합으로 표현된다. 고유값 λ_1 와 λ_2 는 다음과 같이 구해진다.

$$\lambda_{1,2}(\omega) = \frac{V_D}{2V_t} \pm \frac{L}{L_D} \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{L}{L_D} \frac{\tau_d}{\tau_t} \right)^2 - \omega^2 \tau_u \tau_d + j\omega\tau_d} \quad (5)$$

여기서, $\tau_d \equiv \epsilon_s / (q\mu_n N_D)$ 는 유전 이완 시간(dielectric

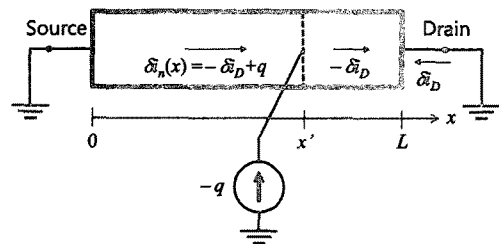


그림 2. AC 단락회로 조건에서 잡음전류원이 위치 x' 에 주입되어 접지로 나가는 개략도

Fig. 2. Noise current source flowing into a position x' and out of the ground under AC-wise short-circuit condition.

relaxation time)이고, $\tau_t \equiv L^2/(\mu_n N_D)$ 는 전자가 드리프트 속도 $v_d = \mu_n V_D/L$ 로 반도체 샘플 길이 L 을 지나가는 데 걸리는 통과 시간(transit time)이다.

이상적인 전극을 가정하면 $x_0=0$ 과 1에서 n_0 는 0이고, delta 함수에 의한 효과를 고려하면, 정규화된 전자농도의 요동은 다음과 같이 계산된다.

$$\delta n(x_0; x_0', \omega) = \begin{cases} c[e^{\lambda_1 x_0} - e^{\lambda_2 x_0}] [e^{-\lambda_2(1-x_0')} - e^{-\lambda_1(1-x_0')}] & \text{for } x_0 < x_0' \\ c[e^{\lambda_1 x_0'} - e^{\lambda_2 x_0'}] [e^{-\lambda_2(1-x_0)} - e^{-\lambda_1(1-x_0)}] & \text{for } x_0 > x_0' \end{cases} \quad (6)$$

여기서 c 는 다음과 같다.

$$c(x_0', \omega) = \frac{q}{I_t(\omega)} \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2) e^{(\lambda_1 + \lambda_2)x_0'} [e^{-\lambda_2} - e^{-\lambda_1}]} \quad (7)$$

이제는, 위치 x' 에 있는 전자 생성 전류원에 의한 드레인 단자 잡음전류를 계산하자. 그림 2를 참조하면 위치 x' , $-qe^{j\omega t}$ 크기의 전류원에 의한 단자잡음전류는

$$\begin{aligned} \delta i_D(\omega) \Big|_{i(t) = -qe^{j\omega t} \text{ at } x'} &\equiv G_n^D(x, \omega) \\ &= \frac{qx'}{L} + I_D \int_0^1 \delta n_0(x_0; x_0', \omega) dx_0 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 G_n^D 는 드레인 단자에 대한 전자 스칼라 그린 함수(electron scalar Green's function)이다. 식 (6)의 δn_0 에 관한 식을 넣고 정리하면 G_n^D 에 대한 결과를 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$G_n^D(x', \omega) = \frac{qx'}{L} + \frac{qI_D}{I_t \lambda_1 \lambda_2 (e^{\lambda_2} - e^{\lambda_1})} [e^{\lambda_1} - e^{\lambda_2} + e^{\lambda_1(1-x_0')}(e^{\lambda_2} - 1) + e^{\lambda_2(1-x_0')}(1 - e^{\lambda_1})] \quad (9)$$

따라서, 벡터 그린 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{dG_n^D(x', \omega)}{dx} &= \frac{q}{L} \left[1 - \frac{I_D}{I_t} \right. \\ &\times \left. \frac{\lambda_1 e^{\lambda_1(1-x_0')}(e^{\lambda_2} - 1) + \lambda_2 e^{\lambda_2(1-x_0')}(1 - e^{\lambda_1})}{\lambda_1 \lambda_2 (e^{\lambda_2} - e^{\lambda_1})} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

최종적으로, 균질 반도체소자의 AC단자잡음전류의 전력주파수밀도는

$$S_{\delta i_D}^{diff}(\omega) = \int_0^L 4N_D A D_n(\omega) \left| \frac{dG_n^D(x, \omega)}{dx} \right|^2 dx \quad (11)$$

벡터 그린 함수를 넣고 식 (11)을 계산하면 반도체 샘플에 퍼져 있는 확산잡음원에 의한 단자잡음전류의 전력주파수밀도가 최종적으로 열잡음 성분과 과잉잡음 성분으로 표현되어짐을 구할 수 있다.

$$S_{\delta i_D}^{diff}(\omega) = \frac{4k_B T G}{1 + \omega^2 \tau_u^2} + \frac{2qI_D}{1 + \omega^2 \tau_u^2} F^{ex}(\omega) \quad (12)$$

여기서 G 는 컨덕턴스이고, τ_u 는 전자속도 상관시간이다. 과잉잡음인수인 F^{ex} 는 다음과 같이 구해짐을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} F^{ex}(\omega) &= \frac{2(\lambda_1 + \lambda_2)}{|\lambda_1|^2 |\lambda_2|^2 |e^{\lambda_2} - e^{\lambda_1}|^2} \left[\frac{|\lambda_1|^2 |e^{\lambda_2} - 1|^2}{2\text{Re}(\lambda_1)} \right. \\ &\times \left\{ e^{2\text{Re}(\lambda_1)} - 1 \right\} + \frac{|\lambda_2|^2 |e^{\lambda_1} - 1|^2}{2\text{Re}(\lambda_2)} \left\{ e^{2\text{Re}(\lambda_2)} - 1 \right\} \\ &\left. - 2\text{Re} \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2^* (e^{\lambda_2} - 1)(e^{\lambda_1} - 1)}{\lambda_1 + \lambda_2^*} \left\{ e^{\lambda_1 + \lambda_2^*} - 1 \right\} \right) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

III. 시뮬레이션 결과 및 검토

단자잡음전류에 대한 전력주파수밀도(power spectral density)의 해석식을 구한 후 이에 대한 수치계산을 실시하였다. 이를 계산할 때 전자 확산 계수 D_n 에 대한 주파수 의존성이 $D_n = D_n(0)/(1 + \omega^2 \tau_u^2)$ 가 고려되었고 또한, 보통의 드리프트-확산 식에서 전자속도이완에 의한 효과인 $(1 + j\omega \tau_u)$ 가 고려되었다. 그림 3, 4, 5는 반도체 샘플 단면적 $A = 1 \mu\text{m}^2$, 길이 L 이 각각 $100 \mu\text{m}$, $10 \mu\text{m}$

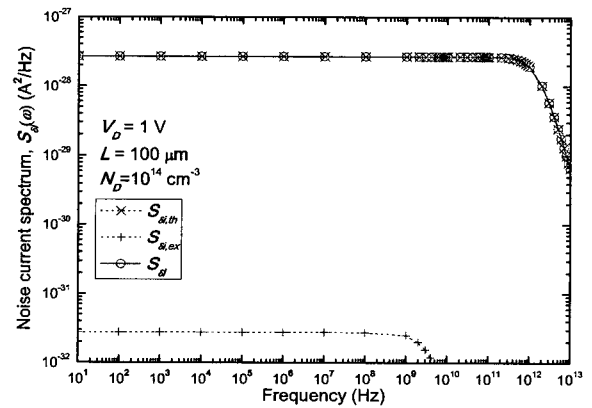


그림 3. 인가된 전압 V_D 가 1 V, 길이 $L = 100 \mu\text{m}$ 인 n형 반도체의 단락회로 잡음전류의 스펙트럼

Fig. 3. Short-circuit noise current spectra at the applied voltage V_D of 1 volt and the n-type semiconductor length L of $100 \mu\text{m}$.

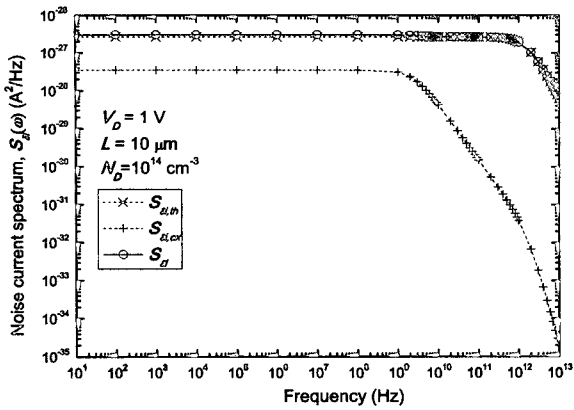


그림 4. 인가된 전압 V_D 가 1 V, 길이 $L = 10 \mu\text{m}$ 인 n형 반도체의 단락회로 잡음전류의 스펙트럼
 Fig. 4. Short-circuit noise current spectra at the applied voltage V_D of 1 volt and the n-type semiconductor length L of $10 \mu\text{m}$.

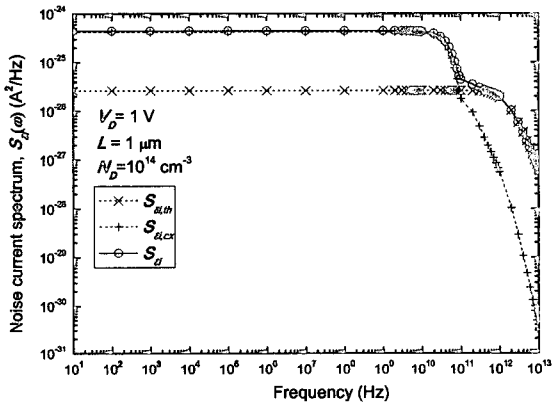


그림 5. 인가된 전압 V_D 가 1 V, 길이 $L = 1 \mu\text{m}$ 인 n형 반도체의 단락회로 잡음전류의 스펙트럼
 Fig. 5. Short-circuit noise current spectra at the applied voltage V_D of 1 volt and the n-type semiconductor length L of $1 \mu\text{m}$.

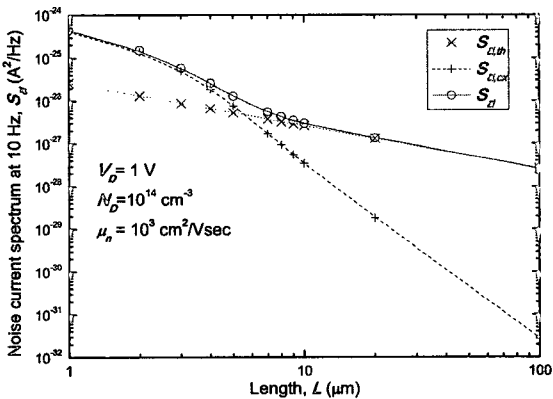


그림 6. 인가된 전압 V_D 가 1 V, 주파수 10 Hz에서 샘플 길이 L 에 따른 단락잡음전류 스펙트럼의 변화
 Fig. 6. Short-circuit noise current spectrum at 10 Hz at the applied voltage V_D of 1 volt as a function of the sample length L .

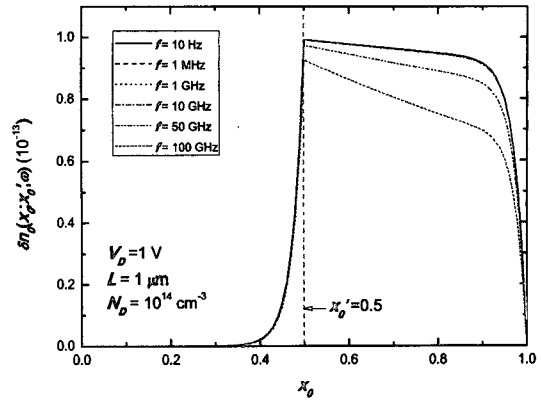


그림 7. 인가된 전압 V_D 가 1 V에서, 전자 농도 요동의 크기의 주파수에 따른 변화
 Fig. 7. Magnitude of electron density fluctuations $\delta n_0(x_0; x_0', \omega)$ at $V_D = 1 \text{ V}$ with frequency as a parameter.

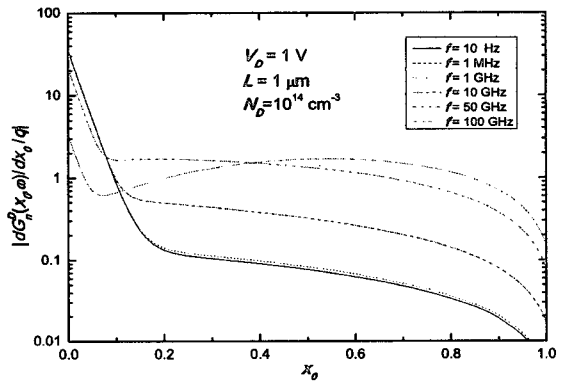


그림 8. 인가된 전압 V_D 가 1 V, $L = 1 \mu\text{m}$ 에서 벡터 전자 그린 함수 크기의 주파수에 따른 변화
 Fig. 8. Frequency dependence of the magnitude of the vector electron Green's function for the drain terminal at $L = 1 \mu\text{m}$ and $V_D = 1 \text{ V}$.

및 $1 \mu\text{m}$ 에 대한 단락단자잡음전류 스펙트럼의 주파수 의존성을 보여주고 있다.

그림 6에서, L 이 줄어들수록 따라 과잉잡음이 증가함을 알 수 있다. L 이 $1 \mu\text{m}$ 에서는 DC 주파수에서 과잉잡음 인수인 F^{ex} 가 0.819임을 확인할 수 있고, PSD는 약 20 GHz에서 줄어들음을 알 수 있다.

그림 7은 전자 농도 요동의 크기 $\delta n_0(x_0; x_0', \omega)$ 를 전자를 $x_0' = 0.5$, $V_D = 1 \text{ V}$ 에 주입했을 때의, 위치 x_0 의 함수로 보여주고 있다. 주파수가 10 GHz보다 크게 됨에 따라 δn_0 가 약간 줄어들음을 알 수 있다.

그림 8은 $L = 1 \mu\text{m}$ 샘플에 대한 전자의 벡터 그린 함수를 보여주고 있다. 여기서 전자 벡터 그린 함수는 소스 근방에서 값이 크고, 드레인 근방에서는 크기가

잡음을 알 수 있다. 이는 저주파에서는 소스 근방의 확산잡음원이 단자잡음전류에 기여하는 바가 드레인 근방보다 크다는 것을 의미한다. 그러나 주파수가 100 GHz에 가까워짐에 따라 벡터 그린 함수는 복잡한 행태를 보이고, 잡음원의 공간적 기여도가 반도체 채널 전체로 퍼져서, 비교할 만해짐을 알 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 균일한 도핑농도를 갖는 반도체 저항체에 대해서 확산잡음원에 의해 유도되는 단자잡음전류의 전력주파수밀도의 공식을 유한한 주파수에서 유도하였다. 전류레벨이 큰 경우에는 잡음 스펙트럼이 열잡음 뿐만 아니라 과잉잡음을 보임을 확인하였다. 또한 주파수가 높아짐에 따라 스펙트럼의 줄어들게 되는데 이 주파수는 통과(transit) 시간, 유전(dielectric) 이완 시간, 속도 상관 시간의 상호작용에 의해 결정되어짐을 밝혔다.

참 고 문 헌

- [1] P. R. Gray and R. G. Meyer et al., *Analysis and Design of Analog Integrated Circuits*, 4th Ed., Wiley, 2001.
- [2] R. Landauer, *Phys. Rev. B*, vol. 47, no. 24, pp. 16427-16432, 1993.
- [3] G. Gomila and L. Reggiani, *Phys. Rev. B*, vol. 62, no. 12, pp. 8068-8071, 2000.
- [4] F. Bonani and G. Ghione, *Noise in Semiconductor Devices: Modeling and Simulation*, Springer-Verlag, 2001.
- [5] S.-M. Hong, H. S. Min, C. H. Park, and Y. J. Park, in *Proc. of SPIE Noise in Devices and Circuits II*, vol. 5470, pp. 16-27, 2004.
- [6] M. Lax et al., *Random Processes in Physics and Finance*, Oxford University Press, pp. 211-226, 2003.
- [7] W. Shockley, J. A. Copeland and R. P. James, in *Quantum Theory of Atoms, Molecules and the Solid State*, edited by P.-O. Lowdin, Academic, pp. 537-563, 1966.
- [8] G. Ghione and F. Filicori, *IEEE Trans. Comp.-Aided Design Integr. Circuits Sys.*, vol. 45, pp. 261-269, 1998.
- [9] F. Bonani, G. Ghione, M. R. Pinto, and R. K. Smith, *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 45, pp. 261-269, 1998.
- [10] M. Lundstrom, *Fundamentals of Carrier Transport*, 2nd Ed., Cambridge University Press, 2000.
- [11] 민홍식, 박영준, 박병국, 신형철, *NANOCAD와 함께 하는 반도체 소자*, 대영사, 2005.

저 자 소 개



박 찬 형(평생회원)
 1992년 서울대학교 전자공학과
 학사 졸업.
 1994년 서울대학교 전자공학과
 석사 졸업.
 2000년 서울대학교s 전기공학부
 박사 졸업.

2008년 현재 광운대학교 전자통신공학과 부교수.
 <주관심분야 : 반도체 소자 및 회로 잡음>



홍 성 민(정회원)
 2001년 서울대학교 전기공학부
 학사 졸업.
 2007년 서울대학교 전기공학부
 박사 졸업.
 2008년 현재 Research Fellow,
 Bundeswehr University,
 Neubiberg, Germany.

<주관심분야 : 반도체 소자 잡음 및 시뮬레이터
 개발>



민 흥 식(평생회원)
 1966년 서울대학교 전자공학과
 학사 졸업.
 1969년 University of Minnesota
 전기공학과 석사 졸업.
 1971년 University of Minnesota
 전기공학과 박사 졸업.

2008년 현재 서울대학교 전기공학부 정교수.
 <주관심분야 : 반도체 소자 잡음>



박 영 준(평생회원)
 1975년 서울대학교 전기공학과
 학사 졸업.
 1977년 서울대학교 전기공학과
 석사 졸업.
 1983년 Univ. of Massachusetts
 전기공학과 박사 졸업.

2008년 현재 서울대학교 전기공학부 정교수.
 <주관심분야 : 반도체 소자 모델링 및 나노 소자
 의 바이오 응용>