

# 역최적 문제를 통한 충돌각 제어 최적유도법칙의 개루프 비행궤적 특성 및 Time-to-go 예측

The Characteristics of Open-loop Trajectory and Time-to-go Estimation  
for Impact Angle Control Optimal Guidance through Inverse Optimal Problem

**이 용 인\***      **이 진 익\***  
Lee, Yong-In      Lee, Jin-Ik

## ABSTRACT

This paper presents the features of an impact angle constrained open-loop optimal trajectory which is given by a function of initial conditions and optimal guidance gains. Using missile motion described by linearized kinematic equations and a proper form of performance index, an inverse optimal problem is suggested to investigate the gains related to the performance index. The flight trajectory and time-to-go can be shaped in terms of the optimal guidance gains. The results are evaluated by 3-DOF simulation.

주요기술용어(주제어) : Impact Angle Control(충돌각 제어), Optimal Guidance Gain(최적유도계수), Inverse Optimal Problem(역최적문제), Open-loop Trajectory(개루프궤적), Time-to-go(잔여비행시간)

## 1. 머리말

현대의 첨단 유도무기는 크기가 소형화되는 반면 성능은 우수한 고정밀 타격 능력이 요구된다. 이를 위해서는 고정밀도의 계측 및 추정기법, 그리고 고급의 비행체 제어기법이 필수적이다.

대전차 및 함대함 유도탄의 경우 표적의 요격 부위나 방향에 따라 요격 효율이 매우 달라질 수 있다. 따라서 이들은 표적 요격뿐만 아니라 취약 부분을 정밀하게 요격하는 것이 요구된다. 이를 위해 기동에너지를 최소화하기 위한 성능지수를 도입하여 충돌각

구속조건을 갖는 최적 호밍 유도법칙들을 연구하여 왔다. 그 중 랑데부(rendezvous) 문제<sup>[1]</sup>에 대한 편향 비례항법(BPN : Biased Proportional Navigation) 형태의 유도법칙을 대표적인 예로 들 수 있다.

충돌각 제어를 위한 BPN 형태의 최적유도법칙에 관해 널리 연구되었는데, 잔여비행시간의 함수를 제어입력 가중치로 설정하여 최적유도법칙을 도출함으로써 이득과 제어입력 가중치와의 상관관계를 부분적으로 보인 바 있다<sup>[2]</sup>. 이와 같이 최적제어문제의 연구에 있어서 사전에 정의된 성능지수를 최적화하는 제어입력을 산출하는 것이 일반적이다. 이와는 반대로 제어입력 형태나 이득을 미리 정하고 이것이 최적해가 되기 위한 성능지수를 구하는 역최적 문제로 접근하기도 하는데 이러한 연구를 통하여 제어이득이 시스템의 물리적 거동에 끼치는 영향을 정량적으로 해

† 2008년 2월 28일 접수~2008년 4월 25일 게재승인

\* 국방과학연구소(ADD)

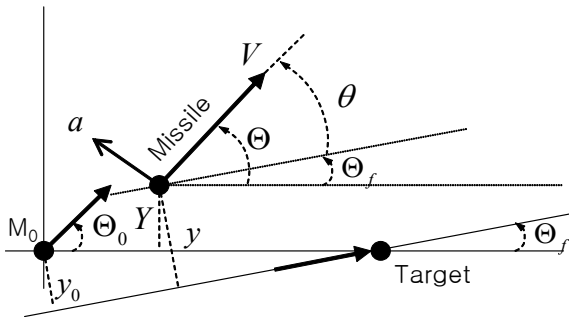
주저자 이메일 : p51star@hanafos.com

석할 수 있다. 역최적 문제를 유도법칙에 적용한 연구사례로는 비례항법(PN : Proportional Navigation)에 대한 역최적 문제를 제시하여 항법이득이 널리 알려진 3이 아닌 경우에도 최적해가 되도록 하는 성능지수가 존재함을 확인하였다<sup>[3]</sup>. 또한 BPN 형태 유도법칙의 이득계수와 충돌각 제어 최적제어문제와의 관계를 규명하기도 하였다<sup>[4]</sup>.

본 논문에서는 역최적 문제를 도입하여 성능지수와 유도계수와의 관계를 도출하고 이로부터 임의의 최적 이득계수에 따른 예상 비행궤적, 비행경로각 등을 해석적으로 구한다. 또한 비행궤적에 대한 개루프(open-loop) 형태의 해로부터 유도루프 구현에 필수적인 잔여비행시간을 비교적 정확하게 예측한다. 이러한 결과들은 유도루프의 성능 해석을 용이하게 할 뿐만 아니라 해석 결과를 토대로 적절한 유도계수를 선정하는데 도움이 된다.

2장에서는 역최적 문제를 통해 임의의 유도계수를 갖는 BPNG 형태의 유도법칙이 최적해이기 위한 유도계수의 범위를 제시한다. 3장에서는 2장에서 구한 범위의 유도계수에 따른 개루프 비행궤적 및 잔여비행시간 특성을 해석한다. 3-DOF 모의시험을 통하여 앞서 제시된 결과의 타당성을 4장에서 입증하고, 5장에서 결론을 맺는다.

## 2. 충돌각 제어 최적유도법칙의 유도계수<sup>[4]</sup>



[그림 1] 유도 기하

유도탄과 표적간의 유도 기하를 그림 1에 도시하였다. 그림에서  $M_0$ 는 유도탄의 초기 위치이고,  $\theta$ ,  $\theta_f$

는 각각 기준좌표계에 대한 비행경로각과 요구충돌각이며,  $V$ 는 유도탄 속도,  $a$ 는 속도벡터에 수직인 유도탄 기동 가속도이다. 이제 문제의 전개과정에서 복잡성을 피하기 위해 표적의 위치를 원점으로 하고 충돌각 방향을  $x$ 축으로 하는 유도 좌표계를 도입하기로 한다. 표적의 기동 및 유도탄의 동특성을 무시하고, 비행속력  $V$ 는 일정하며 비행경로각  $\theta$ 가 작다고 가정하면 유도 좌표계에 대한 유도탄의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 이다. 이 때 고정된(fixed) 최종 비행시간  $t_f$ 에서의 종말 경계조건은  $\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{0}$ 이다.

역최적 문제를 도입하여 임의의 이득계수와 성능지수와의 상관관계를 고찰하기 위해 충돌각 제어 유도법칙을 다음과 같이 양의 이득계수  $[n_1, n_2]$ 를 포함하는 상태변수 피드백 형태로 가정하자.

$$u(t) = - \left[ \frac{n_1}{t_{go}^2} x_1(t) + \frac{n_2}{t_{go}} x_2(t) \right] = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}(t) \quad (2)$$

만일 식 (2)의 유도법칙이 아래의 LQ 형태의 성능지수를 최소화한다면 그 유도법칙은 최적이라 할 수 있다.

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t_f) \mathbf{F} \mathbf{x}(t_f) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + r u^2] dt \quad (3)$$

여기서,  $\mathbf{F}$ 와  $\mathbf{Q}$ 는 반양한정 대칭행렬(semi-positive symmetric matrix),  $r$ 은 양수이다.

식 (2)가 최적해가 되기 위해서는 제어이득  $\mathbf{k}$ 가 다음과 같은 Riccati 방정식을 만족하여야 한다<sup>[1]</sup>.

$$\mathbf{k} = r^{-1} \mathbf{P} \mathbf{b} \quad (4)$$

$$-\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{b} r^{-1} \mathbf{b}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q}, \quad \mathbf{P}(t_f) = \mathbf{F} \quad (5)$$

이 때  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ 가 된다.

문제의 단순화를 위하여 상태변수 가중행렬  $\mathbf{Q}$ 를 off-diagonal 항들이 0인 대각행렬로 가정하고, 제어 입력에 대한 가중치  $r$ 을 다음과 같이 가정하자.

$$r(t) = t_{go}^m \quad (6)$$

식 (2)를 식 (4)와 (5)에 대입하고 가중치  $\mathbf{Q}$ ,  $r$ 에 대한 가정을 적용하면  $\mathbf{P}$ 와  $\mathbf{Q}$ 는 다음과 같이 이득계수의 함수 형태로 표현된다.

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} n_1(n_2 + m - 2)t_{go}^{m-3} & n_1 t_{go}^{m-2} \\ n_1 t_{go}^{m-2} & n_2 t_{go}^{m-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} n_1 \left\{ \begin{matrix} n_1 + n_2(m-3) \\ + (m-2)(m-3) \end{matrix} \right\} t_{go}^{m-4} & 0 \\ 0 & \left\{ \begin{matrix} n_2(n_2 + m - 1) \\ - 2n_1 \end{matrix} \right\} t_{go}^{m-2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

총말구속조건에 대한 가중행렬은  $\mathbf{F} = \mathbf{P}(t_f)$ 이므로 성능지수 (3)이 이득계수  $[n_1, n_2]$ 에 대한 함수 형태로 표현 가능하다. 식 (7)에서 유도오차 및 충돌각 오차 측면에서 페루프의 수렴성을 보장하기 위해서는  $\mathbf{F} \rightarrow \infty$  이어야 하므로  $m < 1$  이어야 한다. 한편, 비행궤적 측면에서는 식 (8)에서  $n_1$ 이 클수록 위치오차에 대한 가중치가 증가하는 반면 속도오차에 대한 가중치는 감소하므로 비행궤적은 기준선에서 멀리 벗어나지 않지만 수직 속도 성분은 다소 커질 수 있다.  $n_2$ 의 경우 상태변수 가중치는  $n_1$ 의 경우와 반대로 변화하므로  $n_2$ 가 증가하면 비행궤적이 기준선에서 다소 벗어나더라도 수직 속도 성분은 상대적으로 작을 것으로 예상할 수 있다.

이득계수  $[n_1, n_2]$ 가 충돌각 제어 최적유도법칙을 이끌어내기 위해서는 아래의 조건을 만족하여야 한다.

- 조건 (1)  $\mathbf{F} = \infty$
- 조건 (2)  $\mathbf{P} > 0$
- 조건 (3)  $\mathbf{Q} \geq 0$

조건 (1)을 만족시키기 위해서는  $m < 1$  이어야 한다. 또한, 식 (7)에서  $p_{22} > 0$ 이므로 조건 (2)를 만족

시키기 위해서는  $\det(\mathbf{P}) > 0$  이어야 한다. 즉,

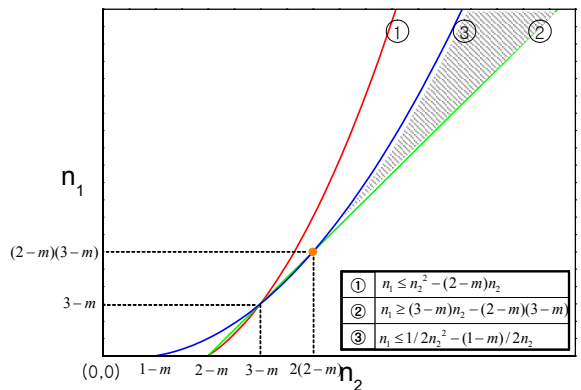
$$n_2^2 + (m - 2)n_2 - n_1 > 0 \quad (9)$$

이다. 마지막 조건 (3)을 만족시키기 위해서는  $q_{11}$ ,  $q_{22}$ 가 모두 음이 아니어야 하므로 다음의 부등식을 만족하여야 한다.

$$n_1 + n_2(m - 3) + (m - 2)(m - 3) \geq 0 \quad (10)$$

$$n_2^2 + (m - 1)n_2 - 2n_1 \geq 0 \quad (11)$$

이러한 조건 (1)~(3)을 모두 만족하는  $[n_1, n_2]$ 의 영역을 그림 2에 도시하였다. 그림에서 ①번 선의 우측 영역에서  $\mathbf{P}$ 가 양한정 행렬 조건을 만족한다. 그림의 ②번 선과 ③번 선에 의해 결정되는 영역은  $\mathbf{Q}$ 가 반양한정 행렬이기 위한 영역이다. 이득계수가 모두  $(3 - m)$  이하인 경우에도 ②번 선과 ③번 선이 이루는 영역이 존재하나  $\mathbf{P}$ 가 양한정 행렬이기 위한 조건이 만족되지 않는다. 따라서 충돌각 제어 최적유도법칙이 되기 위한 이득계수의 조합  $[n_1, n_2]$ 의 범위는 위 그림에서 음영으로 표시된 부분과 같다.



[그림 2] 최적 이득계수의 영역

따라서  $m < 1$ 인 임의의  $m$ 에 대해 충돌각 제어 최적유도법칙을 이끌어내는 이득계수의 조합  $[n_1, n_2]$ 는 무수히 많이 존재하며 이 이득계수를 변화시킴으로써 다양한 형태의 최적 비행궤적을 얻을 수 있다.

### 3. 개루프 비행궤적 및 잔여비행시간

본 장에서는 2장에서 도출한 충돌각 제어 최적유도 법칙의 이득계수 조합  $[n_1, n_2]$ 를 적용할 경우 비행체의 궤적 및 표적까지의 도달 시간인 잔여비행시간을 해석적으로 구하여 이득계수와 비행궤적 및 비행시간과의 상관관계를 도출한다.

우선 (2)의 최적유도법칙 적용시 진행거리  $x$ 에 관한 운동방정식은 다음과 같은 2차의 Cauchy 미분방정식으로 표현 된다<sup>[5]</sup>.

$$x_{go}^2 y'' + n_2 x_{go} y' + n_1 y = 0 \tag{12}$$

여기서,  $x_{go} = x_f - x$ 이고  $y' = \frac{dy}{dx} \approx \theta$ 이다.

편의를 위해  $x_{go} = e^\lambda$ 라 두고  $y$ 에 대한 기저함수 (basis function)를  $y = e^{\lambda x}$ 와 같이 가정하면 고유치  $\lambda$ 는 다음과 같은 특성방정식을 만족한다.

$$\lambda^2 - (n_2 + 1)\lambda + n_1 = 0 \tag{13}$$

따라서 식 (13)의 두 근은 다음과 같다.

$$\lambda_1, \lambda_2 = \alpha \pm \beta \tag{14}$$

여기서,  $\alpha = \frac{n_2 + 1}{2}$ ,  $\beta = \sqrt{\left(\frac{n_2 + 1}{2}\right)^2 - n_1}$ 이다.

특성방정식의 판별식  $(n_2 + 1)^2 - 4n_1$ 의 부호에 따라서 가지 형태의 해를 구성할 수 있으며 각각에 대해 상태변수의 초기치를 대입하면 다음과 같은 개루프 형태의 해를 얻을 수 있다.

- $n_2 > 2\sqrt{n_1} - 1$ 인 경우

$$y = c_1 x_{go}^{\alpha+\beta} + c_2 x_{go}^{\alpha-\beta} \tag{15}$$

$$\theta = - \left[ \begin{matrix} c_1(\alpha + \beta) x_{go}^{\alpha+\beta-1} + \\ c_2(\alpha - \beta) x_{go}^{\alpha-\beta-1} \end{matrix} \right] \tag{16}$$

$$a = V^2 \left[ \begin{matrix} c_1(\alpha + \beta)(\alpha + \beta - 1) x_{go}^{\alpha+\beta-2} + \\ c_2(\alpha - \beta)(\alpha - \beta - 1) x_{go}^{\alpha-\beta-2} \end{matrix} \right] \tag{17}$$

여기서,  $c_1 = - \frac{(\alpha - \beta)y_0 + x_f \theta_0}{2\beta x_f^{\alpha+\beta}}$ ,  
 $c_2 = \frac{(\alpha + \beta)y_0 + x_f \theta_0}{2\beta x_f^{\alpha-\beta}}$ .

- $n_2 = 2\sqrt{n_1} - 1$ 인 경우

$$y = x_{go}^\alpha (c_1 + c_2 \ln x_{go}) \tag{18}$$

$$\theta = -x_{go}^{\alpha-1} \{c_1 \alpha + c_2(1 + \alpha \ln x_{go})\} \tag{19}$$

$$a = V^2 x_{go}^{\alpha-2} \left\{ \begin{matrix} \alpha(\alpha - 1)(c_1 + c_2 \ln x_{go}) \\ + c_2(2\alpha - 1) \end{matrix} \right\} \tag{20}$$

여기서,  $c_1 = \frac{(1 + \alpha \ln x_f)y_0 + x_f \ln x_f \theta_0}{x_f^\alpha}$ ,  
 $c_2 = - \frac{\alpha y_0 + x_f \theta_0}{x_f^\alpha}$ .

- $n_2 < 2\sqrt{n_1} - 1$ 인 경우

$$y = x_{go}^\alpha \{c_1 \cos(\mu \ln x_{go}) + c_2 \sin(\mu \ln x_{go})\} \tag{21}$$

$$\theta = -x_{go}^{\alpha-1} \left[ \begin{matrix} (c_1 \alpha + c_2 \mu) \cos(\mu \ln x_{go}) + \\ (c_2 \alpha - c_1 \mu) \sin(\mu \ln x_{go}) \end{matrix} \right] \tag{22}$$

$$a = V^2 x_{go}^{\alpha-2} \left[ \begin{matrix} \left\{ \begin{matrix} c_1(\alpha^2 - \alpha - \mu^2) \\ + c_2 \mu(2\alpha - 1) \end{matrix} \right\} \cos(\mu \ln x_{go}) \\ + \left\{ \begin{matrix} c_2(\alpha^2 - \alpha - \mu^2) \\ + c_1 \mu(2\alpha - 1) \end{matrix} \right\} \sin(\mu \ln x_{go}) \end{matrix} \right] \tag{23}$$

여기서,  $\mu = \sqrt{n_1 - \left(\frac{n_2 + 1}{2}\right)^2}$ ,

$$c_1 = \frac{\left[ \begin{matrix} \alpha \sin(\mu \ln x_f) + \\ \mu \cos(\mu \ln x_f) \end{matrix} \right] y_0 + x_f \sin(\mu \ln x_f) \theta_0}{\mu x_f^\alpha},$$

$$c_2 = - \frac{\left[ \begin{matrix} \alpha \cos(\mu \ln x_f) \\ \mu \sin(\mu \ln x_f) \end{matrix} \right] y_0 + x_f \cos(\mu \ln x_f) \theta_0}{\mu x_f^\alpha}$$

식 (15)~(23)은 그림 2의 영역 내에 존재하는 임의의 이득계수로 구성된 충돌각 제어 최적유도법칙 적용시 예상되는 비행궤적의 일반적 형태를 정리한 것이다.

이득계수가  $n_2 > 2\sqrt{n_1} - 1$ 인 경우 식 (15)에서  $x_{go}$ 에 대한  $(\alpha + \beta)$ 차 다항식 형태의 궤적을 보이며 특히 널리 알려진 최적 랑데부 문제에 대한 이득계수 [ $n_1 = 6, n_2 = 4$ ]의 경우 3차 다항식 형태의 궤적임을 확인할 수 있다. 특이한 점은  $\alpha - \beta > 2$ 인 경우 식 (17)에서 종말 가속도가 0이 되므로 표적 요격시 받음각을 최소화할 수 최적 이득계수를 선정할 수 있다.

이득계수가  $n_2 = 2\sqrt{n_1} - 1$ 인 경우 식 (18)에서  $x_{go}$ 에 대한 다항식과 로그함수의 조합 형태의 궤적을 보인다.  $\alpha > 0$ 인 경우 식 (18)에서 유도오차가 0이 됨을 확인할 수 있으며,  $\alpha > 1$ 인 경우 식 (19)에서 요구 충돌각을 만족시킬 수 있음을 알 수 있다. 특히,  $\alpha > 2$ 인 경우 식 (20)에서 종말 가속도 또한 0이 됨을 확인할 수 있다.

이득계수가  $n_2 < 2\sqrt{n_1} - 1$ 인 경우 식 (20)에서 다항식과 로그함수 및 삼각함수의 조합 형태의 복잡한 궤적을 보이기도 한다. 이는 이득계수에 따라 비행궤적이 진동하는 형태로 나타날 수 있음을 의미하는 것으로 이를 이용하면 다양한 형태의 최적비행궤적을 산출할 수 있을 것으로 기대된다.

한편 페루프 형태의 최적유도법칙을 구현하기 위해서는 잔여비행시간  $t_{go}$  추정이 필수적이다. 이것은 총 비행시간  $t_f$ 를 실시간 추정함으로써 구현 가능한데, 총 비행시간을 구하는 가장 쉬운 방법은 표적까지의 직선거리를 비행속력으로 나누는 것으로 이 방법은 비선형성이 큰 궤적의 경우 추정오차가 큰 단점이 있다. 반면 비행궤적의 비선형성은 크지만 등속 비행하는 경우 총 비행거리를 예측하여 속력으로 나누어주거나 시선방향의 직선거리를 시선방향 평균속력으로 나누는 방법 등을 이용하여 비교적 정확한 잔여비행시간을 추정할 수 있는데 본 논문에서는 해석의 편의

를 위해 총 비행거리를 속력으로 나누는 방법을 적용하여 잔여비행시간을 도출한다.

예상 비행 궤적의 총 거리는

$$S = \int_0^{x_f} \sqrt{1+y'^2} dx \tag{24}$$

인데,  $y'$ 인 비행경로각이 크지 않다고 가정하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S \simeq \int_0^{x_f} \left( 1 + \frac{1}{2} \theta^2 \right) dx \tag{25}$$

특성방정식의 판별식에 따른 비행경로각 식 (16), (19), (22)를 각각 식 (25)에 대입하여 전개하면 세 경우 모두 다음과 같은 형태로 정리된다.

$$S = x_f \left[ 1 + \frac{2n_1^2 \left( \frac{y_0}{x_f} \right)^2 + 2n_1 \left( \frac{y_0}{x_f} \right) \theta_0 + (2n_1 - n_2) \theta_0^2}{2n_2(4n_1 - 2n_2 - 1)} \right] \tag{26}$$

여기서, 그림 2의 영역을 만족하는 모든 이득계수 조합이  $n_1 > n_2 > 2$ 이므로  $4n_1 - 2n_2 - 1 > 0$ 임을 알 수 있다. 한편  $y_0/x_f$ 는 기준좌표계에 대한 충돌각  $\theta_f$ 와 동일하고  $\theta_0$ 는  $\theta_0 - \theta_f$ 이며 비행체의 초기 위치와 표적간의 거리를  $R_0$ 라 할 때

$$x_f = R_0 \sqrt{1 - \theta_f^2} \simeq R_0 \left( 1 - \frac{1}{2} \theta_f^2 \right) \tag{27}$$

이므로 식 (26)을 다시 정리하면 다음과 같이 기준좌표계에 대한 값으로 표현할 수 있다.

$$S = R_0 \left[ 1 + \frac{2(n_1 - n_2)^2 \theta_f^2 - 2(n_1 - n_2) \theta_f \theta_0 + (2n_1 - n_2) \theta_0^2}{2n_2(4n_1 - 2n_2 - 1)} \right] \tag{28}$$

따라서 충돌각 제어 최적유도법칙의 이득계수 조합  $[n_1, n_2]$ 를 적용할 경우 예상되는 총 비행시간은 다음과 같이 초기 상태변수와 이득계수만으로 예측가능하다.

$$t_f = \frac{R_0}{V} \left[ 1 + \frac{2(n_1 - n_2)^2 \theta_f^2 - 2(n_1 - n_2) \theta_f \theta_0 + (2n_1 - n_2) \theta_0^2}{2n_2(4n_1 - 2n_2 - 1)} \right] \quad (29)$$

페루프 형태의 최적유도법칙을 구현하기 위한 잔여 비행시간  $t_{go}$ 는 식 (29)에서 초기 상태변수 대신 실시간 상태변수를 대입하여 다음과 같이 쉽게 구할 수 있다.

$$t_{go} = \frac{R}{V} \left[ 1 + \frac{2(n_1 - n_2)^2 \theta_f^2 - 2(n_1 - n_2) \theta_f \theta + (2n_1 - n_2) \theta^2}{2n_2(4n_1 - 2n_2 - 1)} \right] \quad (30)$$

검증을 위해 최적 랑데부 문제에 대한 이득계수인 [ $n_1 = 6, n_2 = 4$ ]의 경우  $t_{go}$ 를 식 (30)으로부터 구하면

$$t_{go} = \frac{R}{V} \left[ 1 + \frac{2\theta_f^2 - \theta_f \theta + 2\theta^2}{30} \right] \quad (31)$$

으로 기존 문헌<sup>[6]</sup>의 결과와 일치한다.

#### 4. 모의시험

본 장에서는 식 (2)의 충돌각 제어 유도법칙 형태에서 몇 가지 이득계수에 대해 모의시험에 의한 상태변수와 해석적 해를 비교하여 살펴본다.

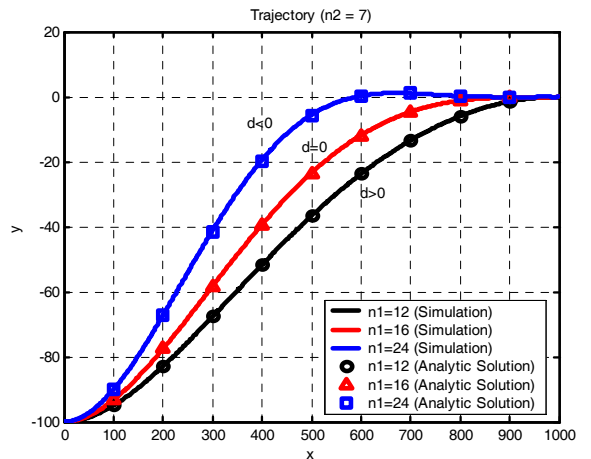
모의시험시 사용한 비선형 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cos \theta \\ \dot{y} &= V \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{u}{V} \end{aligned} \quad (32)$$

식 (32)에서  $x$ 축은 표적을 지나는 충돌각 방향으로 설정하여 유도오차 및 충돌각에 대한 종말구속조건이 모두 0이 되도록 한다. 초기 탄의 위치는 (0, -100), 표적의 위치는 (1000, 0)으로 두고 초기 경로각( $\theta_0$ )은 0으로 설정한다.

이득계수  $n_2$ 를 7로 고정하고  $n_1$ 을 12, 16 및 24의 세 가지 이득계수에 대한 결과를 비교한다. 이득계수  $n_2 = 7$ 인 경우는 식 (14)에서  $\alpha = 4$ 인 경우에 해당된다.  $n_1 = 12$ 인 경우는 식 (13)의 특성방정식의 판별식이 양( $\beta = 2$ )인 경우로서 식 (15)에서 6차 다항식 형태의 궤적을 보일 것으로 예상된다. 한편  $n_1 = 16$ 인 경우 그 판별식이 0이므로 비행궤적은 4차 다항식과 로그함수의 조합 형태일 것으로 예상되며,  $n_1 = 24$ 인 경우 그 판별식이 음이므로 비행궤적이 4차 다항식과 로그함수 및 삼각함수 형태를 보일 것이다. 여기서 사용된 유도계수의 조합들은 모두 그림 2의 영역 내의 값들로서 최적유도법칙의 유도계수들이다.

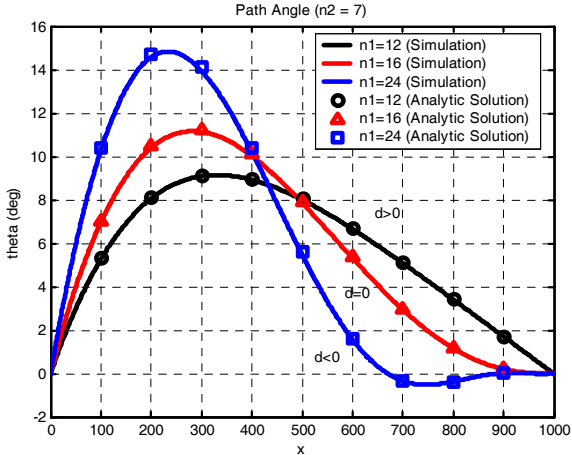
그림 3은 유도좌표계에 대한 비행궤적을 모의시험 결과와 해석적 결과를 비교하여 도시한 것이다. 모의시험 결과 유도오차가 0임을 알 수 있다.  $n_1$ 이 증가할수록 위치오차가 비행 초기에 급격히 감소하는 경향을 보이며 모의시험 결과와 해석 결과가 거의 일치한다. 반면, 위치의 오버슈트는  $n_1$ 이 증가할수록 커지는 경향을 보이는데, 이는 속도에 대한 가중치가 감소하여 댐핑이 작아지는 일반적인 제어 시스템의 경향과 유사하다.



[그림 3] 비행궤적

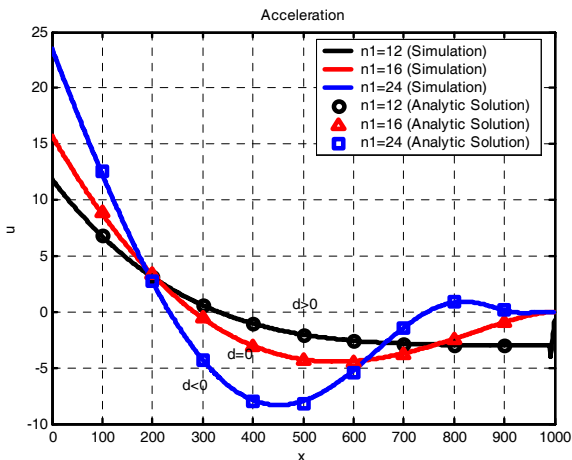
그림 4는 비행경로각을 그린 것으로 종말시점에서 비행경로각이 0이므로 충돌각 구속조건을 만족한다. 앞서 언급한 바와 같이  $n_1$ 이 증가할수록 비행 중 경

로각의 변화가 큼을 확인할 수 있으며, 모의시험 결과와 해석결과가 거의 일치함을 확인할 수 있다.



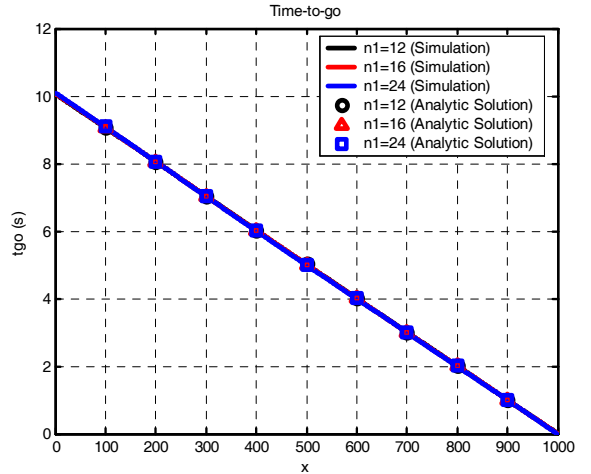
[그림 4] 비행경로각

그림 5는 기동가속도를 그린 것으로  $n_1$ 이 증가할수록 비행 중 가속도의 변화가 크며 모의시험 결과와 해석결과가 유사함을 확인할 수 있다. 특성방정식의 판별식이 양인  $n_1=12$ 인 경우  $\alpha-\beta > 2$ 를 만족하지 않으므로 종말가속도가 0이 아닌 반면 특성방정식의 판별식이 0인  $n_1=16$ 인 경우와 그 판별식이 음인  $n_1=24$ 의 경우  $\alpha > 2$ 이므로 종말가속도가 0이 되는 해석 결과와 일치하는 모의시험 결과를 얻을 수 있다.



[그림 5] 가속도

그림 6은 잔여비행시간을 그린 것으로 모의시험을 통한 실제값과 해석적 결과가 거의 일치하므로 식 (30)의 결과가 타당함을 확인할 수 있다.



[그림 6] 잔여비행시간

## 5. 맺음말

본 논문에서는 충돌각 제어 호밍유도법칙에 대한 역최적 문제를 통해 임의의 이득계수를 포함하는 충돌각 제어 유도법칙이 최적유도법칙이 될 수 있음을 보였으며, 이때 이득계수와 최적화의 목적함수인 성능지수와와의 관계를 도출하였다. 이득계수에 따른 비행궤적의 개루프 특성을 해석적으로 구하여 궤적 및 경로각, 기동 가속도 특성을 분석하였으며, 잔여비행시간( $t_{go}$ ) 예측 방안을 제시하여 다양한 성능지수에 대해 임의의 이득계수를 포함하는 최적유도법칙의 실시간 구현이 가능하도록 하였다.

## 참고 문헌

- [1] A. E. Bryson, Jr., Y. C. Ho, *Applied Optimal Control*, Hemisphere Publishing Co., pp. 148~167, 1975.
- [2] C. K. Ryoo, H. J. Cho and M. J. Tahk,

- “Time-to-Go Weighted Optimal Guidance with Impact Angle Constraints”, IEEE TCST, Vol. 14, No. 3, pp. 483~492, 2006.
- [3] A. Jameson and E. Kleindler, “Inverse Problem of Linear Optimal Control”, SIAM J. Control, Vol. 11, No. 1, pp. 1~19, 1973.
- [4] 이진익, 이용인, “충돌각 제어 호밍유도법칙의 역 최적 문제”, 항공우주학회지 제35권 제5호, pp. 412~418, 2007.
- [5] 김을곤, 이용인 “비례항법상수 N에 따른 개루프 궤적 및 Time-to-go 특성”, 항공우주학회지 제27권 제4호, pp. 115~120, 1998.
- [6] 김을곤, “유도탄의 Time-to-go 변수 예측”, 제4차 유도무기학술대회논문집, pp. 332~337, 1994.