

백래쉬가 존재하는 비선형 불확실 시스템의 외란관측기를 이용한 제어

Control of Nonlinear Uncertain System with Backlash by Disturbance Observer

홍성일*
Hong, Seong-Il

양진모*
Yang, Jin-Mo

ABSTRACT

Backlash in the actuator is one of the most important nonlinearities that limit the performance of speed and position control of mechanical systems. In this paper, we propose disturbance observers in order to estimate the effect of nonlinearities and cancel them subsequently. As a result the disturbance observers make the nonlinear system behave linearly. And finally we show that the disturbance observers guarantee the system robustness and the performance to reject the effect of backlash in the face of parameter uncertainties.

주요기술용어(주제어) : 외란관측기(Disturbance Observer), 백래쉬(Backlash), 강인성(Robustness), 2-질량 시스템(2 Mass System), 모델형성(Model Shaping)

1. 서론

기계시스템을 제어할 때 설계자는 실제 구동기에 존재하는 비선형 특성 때문에 어려움을 겪는다. 이러한 비선형 요소에는 데드존(Dead Zone), 포화(Saturation), 지연(Delay), hysteresis 등이 포함되며 특히 감속기를 이용하는 모터 시스템에서는 시변 불확실성을 가지는 기어 백래쉬로 인하여 정밀한 속도나 위치제어가 힘들다^[1]. 백래쉬가 포함된 시스템을 제어할 경우 시스템 응답에서 정상상태 오차가 발생하는 동시에 진동이 일어난다. 이때 축의 탄성까지 고려하면 진동

의 진폭은 백래쉬 간격보다 커지며 불규칙한 특성과 함께 제어 문제를 더욱 어렵게 만들게 된다^[2,3]. 백래쉬에 의한 비선형성을 최소화하기 위해 신경회로, 디더링(Dithering), 퍼지논리, 최적제어, 적응제어기법등이 많이 연구되었다^[4]. 하지만 본 논문에서는 이러한 제어기법을 사용하지 않고 외란관측기를 도입하여 백래쉬의 영향을 최소화하고자한다. 외란관측기는 앞에서 언급한 방법에 비해서 물리적으로 이해하기가 쉽고 구조적으로 간단하여 쉽게 구현할 수 있는 장점이 있어서 많은 선형시스템에 적용되었다^[5-9]. 본 논문에서는 주로 선형 시스템에 적용되었던 외란관측기를 비선형 시스템으로까지 확장하여 이용한다. 외란관측기를 적용하여 플랜트 파라미터에 불확실성이 존재하는 상태에서 백래쉬에 의한 비선형 응답을 추정, 보상함으로써 실제 비선형 불확실 시스템을 마치 선형

† 2008년 3월 6일 접수~2008년 4월 11일 게재승인

* 국방과학연구소(ADD)

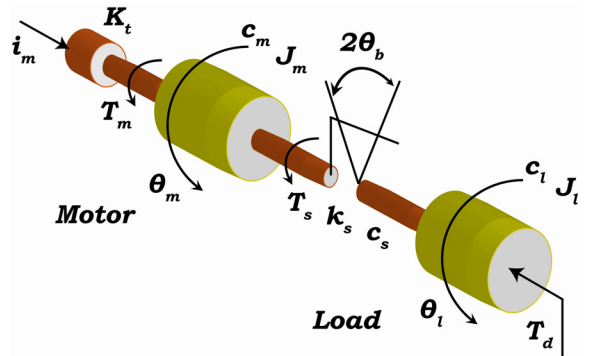
주저자 이메일 : hongsi@add.re.kr

기존 시스템(Linear Nominal System)처럼 거동하게 한다. 기어 백래쉬와 비틀림 탄성 축을 가진 기계시스템을 두 개의 질량을 가지는 시스템으로 모델링한 후 시스템의 외란제거성과 시스템의 강인성을 동시에 고려한 외란관측기를 적용하여 수치모사를 통해서 그 효과를 입증하고자 한다.

2. 시스템 모델링

위치 혹은 속도 제어를 하는 기계시스템은 비틀림 탄성 축을 가지는 다중 질량 시스템으로 모델링 할 수 있는데 이 다중 질량 시스템을 두 개의 질량을 가진 시스템으로 단순화하여 모델링하고 파라미터의 불확실성까지 고려함으로써 실제 시스템과 근접한 모델을 만들 수 있다. 두 개의 질량을 가진 시스템으로 모델링할 경우 하나의 질량은 부하의 관성모멘트를 나타내며, 또 다른 하나의 질량은 모터의 관성 모멘트를 표현하고, 축은 질량이 없는 비틀림 스프링 요소로 생각한다. 본 논문에서는 기어비를 1로 하는 등가 시스템으로 모델링 하였고 그림 1에 물리적 요소를 고려한 모델을 나타내었다. 그리고 시스템 파라미터는 다음과 같다.

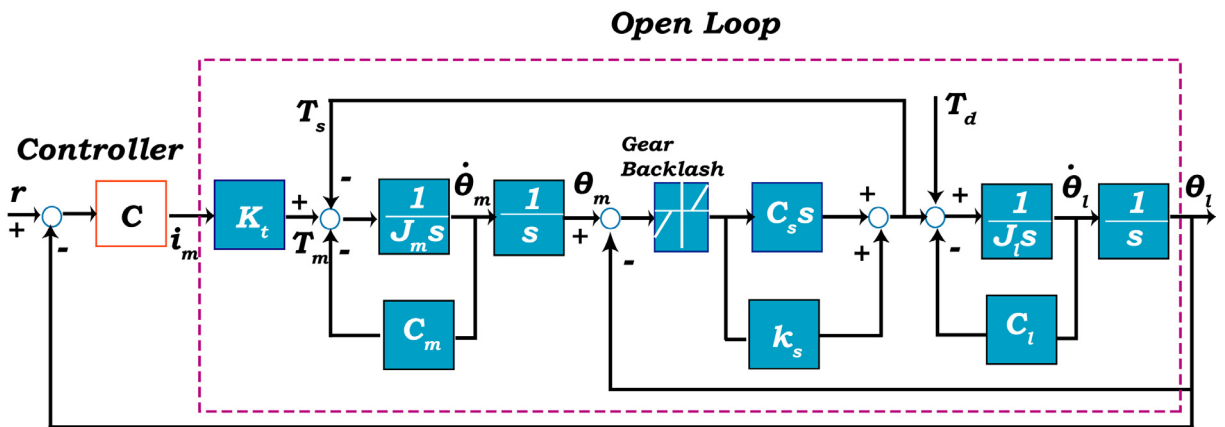
- θ_m = 모터의 각도 (rad)
- T_s = 모터로부터 전달되는 축의 토크 (Nm)
- J_l = 부하의 관성 모멘트 (kgm²)
- c_l = 부하의 점성 마찰력 (Nm/(rad/s))
- θ_l = 부하의 각도 (rad)
- T_d = 외란토크 (Nm)
- k_s = 축의 탄성계수 (Nm/rad)
- θ_b = 백래쉬 각도 : $\pm \theta_b$ (rad)
- c_s = 축의 점성 마찰계수 (Nm/(rad/s))
- i_m = 모터의 입력 전류 (A)
- K_t = 모터의 전류 대 토크 상수 (Nm/A)



[그림 1] 시스템 모델

- J_m = 모터의 관성 모멘트 (kgm²)
- c_m = 모터의 점성 마찰계수 (Nm/(rad/s))

그림 1에 나타낸 시스템을 블록선도를 이용하여 표현하면 그림 2와 같다. 모터 축과 부하 축의 각도 차



[그림 2] 시스템 블록 다이어그램

이가 백래쉬 각도 $\pm\theta_b$ 이내에 존재하면 모터 축으로부터 부하 축으로 토크가 전달되지 않으며, 반대로 부하 축으로부터 모터 축으로도 토크가 전달되지 않는다. 백래쉬가 존재하는 개루프 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

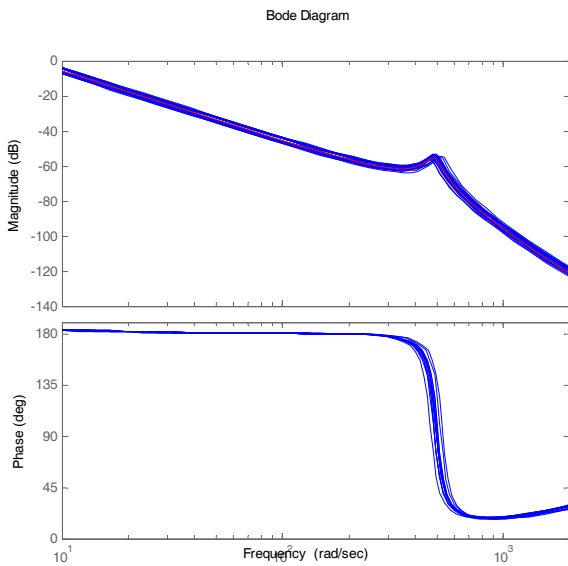
$$\begin{aligned} J_m \ddot{\theta}_m &= -c_m \dot{\theta}_m - T_s + T_m \\ J_l \ddot{\theta}_l &= -c_l \dot{\theta}_l - T_s + T_d \\ \theta_d &= \theta_m - \theta_l \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 백래쉬를 고려한 축의 토크는 다음과 같다.

$$T_s = \begin{cases} (\theta_d - \theta_b)k_s + \dot{\theta}_d c_s, & \theta_d \geq +\theta_b \\ 0, & |\theta_d| < +\theta_b \\ (\theta_d + \theta_b)k_s + \dot{\theta}_d c_s, & \theta_d \leq -\theta_b \end{cases} \quad (2)$$

본 논문에서 사용하고 있는 파라미터의 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} J_m &= 0.295, \quad c_m = 0.1, \quad J_l \in [1.2, 2.2], \quad c_l = 1, \\ k_s &\in [56000, 68000], \quad c_s = 15, \quad K_t = 100, \\ \theta_b &= 0.015 \end{aligned}$$



[그림 3] 백래쉬가 없고 파라미터의 불확실성이 존재하는 모델의 보드 선도(Bode Plot)

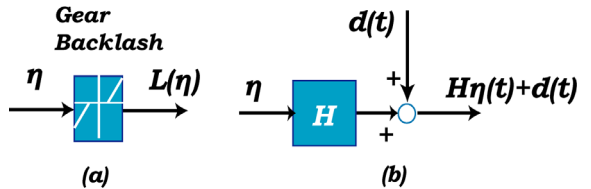
그리고 기준 시스템(Nominal System)에 대한 파라미터의 값은 다음과 같다.

$$J_{nom} = 1.7kgm^2, \quad k_{s,nom} = 6 \times 10^4 Nm/rad$$

백래쉬가 없고 파라미터의 불확실성이 존재하는 시스템 (1)의 보드 선도(Bode Plot)는 그림 3과 같다. 그림 3의 시스템 공진 주파수(Resonance Frequency)는 다음 식에 의해 결정된다.

$$\omega_r = \sqrt{k_s(J_m + J_l)/J_m J_l}$$

그림 3에서 알 수 있듯이 시스템의 공진 주파수가 시스템의 안정성을 주로 결정하고 모터의 파라미터보다는 부하의 관성모멘트 J_l 과 감속기의 탄성계수 k_s 가 실제 시스템에서 큰 불확실성을 가지기 때문에 이들 파라미터를 불확실한 요소로 설정함으로써 모델의 정확도를 향상시킬 수 있다. 또 공진주파수보다 큰 주파수 영역에서 시스템의 불확실성도 증가한다는 것을 알 수 있다.



[그림 4] (a) 비선형 백래쉬 모델 (b) 외란과 결합된 선형모델

메모리 성분이 없는 백래쉬의 비선형 요소의 응답 κ 를 다음 식 (3)과 같이 두자.

$$\kappa = L(\eta) = (H\eta)(t) + \phi(\eta); \quad |\phi(\eta)| \leq \gamma_0 \quad (3)$$

여기서 H 는 선형함수이고, $\phi(\eta)$ 의 크기는 γ_0 보다 작은 제한된 크기를 가지는 비선형요소에 의한 응답 함수이다. 즉, 그림 4에 나타낸 바와 같이 백래쉬에 의한 비선형 응답 $L(\eta)$ 를 선형요소에 의한 응답 $(H\eta)(t)$ 와 제한된 크기를 가지는 외란 $d(t)$ 의 합으

로 식 (4)와 같이 쓸 수 있다.

$$|L(\eta) - H\eta| \leq d(t) \tag{4}$$

그림 4에서 나타낸 것과 같이 식 (4)를 이용하면 백래쉬 비선형성을 가지는 원래의 시스템을 외란과 결합된 선형 시스템으로 표현할 수 있다. 만약 외란과 결합된 선형시스템이 안정하다면, 즉 제한된 입력에 대하여 제한된 출력(BIBO)을 보장한다면, 원래의 비선형 시스템도 L_∞ 관점에서 안정하다^[10,11]. 여기서는 $H=1$ 로 생각한다. 백래쉬 비선형성을 가지는 시스템을 외란과 결합된 선형 시스템으로 나타내면 백래쉬에 의한 영향을 외란 $d(t)$ 로 생각할 수 있다. 그러면 식 (2)에 표현한 모터로부터 축으로 전달되는 토크는 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$T_s = k_s \theta_d + c_s \dot{\theta}_d \tag{5}$$

파라미터의 불확실성이 존재하는 가운데 백래쉬를 외란으로 고려하고 축의 토크를 식 (5)처럼 생각하면 외란과 결합된 선형시스템의 모터 전류 i_m 으로부터 부하축의 위치 θ_l 로의 전달함수는 식 (6)과 같다.

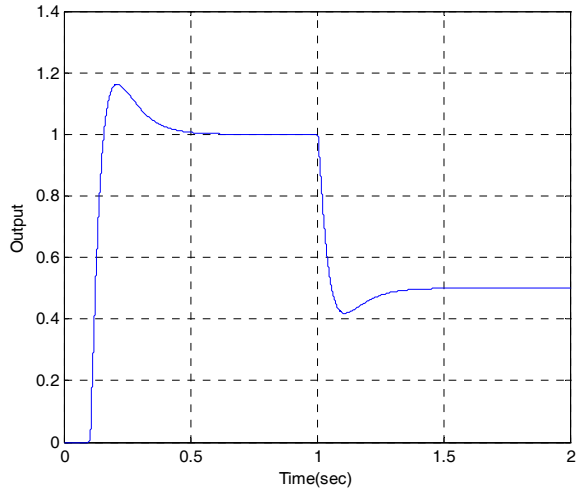
$$P(s) = (M(s) - \Delta_M(s))^{-1} (N(s) + \Delta_N(s)) \tag{6}$$

여기서 Δ_M, Δ_N 은 coprime factor로써 시스템의 불확실성을 나타낸다. 실제의 플랜트 (6)이 관측가능(Observable)하고 제어가능(Controllable)하다면, 기준 모델에서 모터전류 i_m 으로부터 부하 축의 위치 θ_l 로의 전달함수는 식 (7)과 같다.

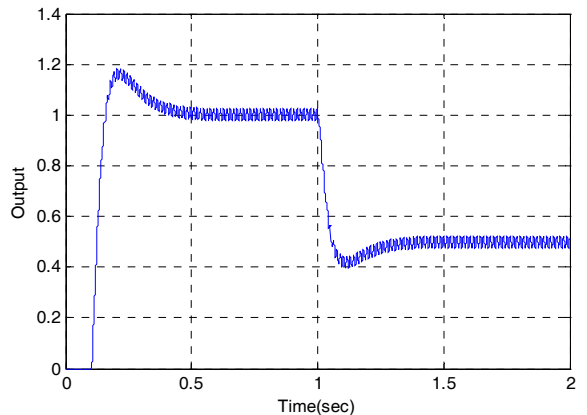
$$P_n(s) = N(s)M(s)^{-1} \tag{7}$$

여기서

$$\begin{aligned} N(s) &= K_t (C_s s + k_s) \\ M(s) &= J_m J_l s^4 + \{J_l (c_m + c_s) + J_m (c_m + c_s)\} s^3 \\ &\quad + \{(J_l + J_m)k_s + c_m c_l + c_m c_s + c_l c_s\} s^2 \\ &\quad + (c_m + c_l)k_s s \end{aligned}$$



[그림 5] 백래쉬가 없는 기준 시스템의 응답



[그림 6] 백래쉬가 존재하는 기준 시스템의 응답

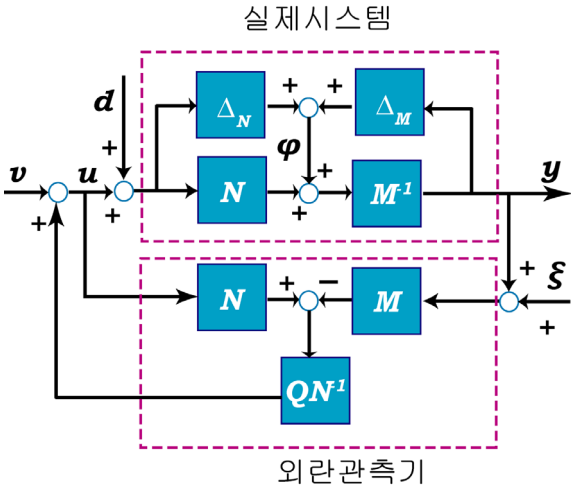
전달함수 (7)을 이용하여 설계된 제어기의 형태는 식 (8)과 같다.

$$C(s) = \frac{0.5952s + 5}{0.006859s + 1} \tag{8}$$

식 (8)의 제어기를 적용하여 식 (9)와 같은 계단형태의 입력을 주었을 때, 백래쉬가 없는 기준모델에 대한 응답을 그림 5에 나타내었고 백래쉬가 존재하는 기준모델에 대한 응답을 그림 6에 각각 나타내었다.

$$r(t) = \begin{cases} 1, & 0.1 \leq t < 0.5, \\ 0.5 & 1.0 \leq t \end{cases} \tag{9}$$

그림 5와 그림 6을 비교해보면 백래쉬에 의하여 시스템의 응답에 진동이 발생하는 것을 알 수 있다.



[그림 7] 파라미터 불확실성과 Coprime Factor로 표현된 외란관측기 시스템

3. 외란관측기의 설계

비선형 시스템의 응답을 선형요소에 의한 응답과 비선형 요소에 의한 응답, 즉 외란 $d(t)$ 로 나누어서 생각하면 외란 $d(t)$ 에 의한 영향을 최소화하는 것이 바로 백래쉬의 영향을 최소화하는 것이며 이것이 외란관측기를 적용하는 주된 이유이다. 하지만 여기서 한 가지 더 고려해야 할 점은 시스템의 불확실성에 의한 영향이다. 시스템의 불확실성에 의한 섭동값을 ϕ 라 두고 시스템의 강인성(Robustness)을 생각하기로 한다. 이렇게 되면 외란관측기의 목적은 외란 $d(t)$ 를 추정하여 그 영향을 최소화하는 동시에 불확실한 섭동에 대해 강인성을 확보하는 것이다. 즉 외란관측기는 실제 시스템에 존재하는 외란에 의한 영향과 불확실성의 영향을 모두 최소화하여 실제 시스템을 기준 시스템(Nominal System)과 같이 거동하도록 하는 모델형성(Model Shaping)의 역할을 하는 것이다.

실제 시스템을 나타낸 식 (6)을 기준 시스템 식 (7)에서와 같이 coprime factor를 이용하여 표현하였기 때문에 외란 관측기가 적용된 시스템의 블록선도를

그림 7과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 Q 는 저역통과 필터, (v) 는 주제어기 $C(s)$ 의 출력이며, (u) 는 제어입력이다. 또 (d) 는 백래쉬에 의한 외란, (y) 는 플랜트의 출력 θ_i , (ξ) 는 센서 잡음이다. 그림 7에서 세 개의 외부 입력 (v, d, ξ) 로부터 출력 (y) 로의 전달 함수는 식 (10)과 같다.

$$y = M^{-1}Nv + (1-Q)M^{-1}Nd + (1-Q)M^{-1}\phi - \xi = P_n v + (1-Q)P_n d + (1-Q)M^{-1}\phi - \xi \quad (10)$$

Q 필터는 저역통과 필터이므로 저주파수대역에서 $|Q| \approx 1$ 이 되므로 외란관측기가 포함된 시스템 식 (10)에서 출력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y \approx P_n v - \xi \quad (11)$$

식 (11)은 외란관측기의 중요한 특성을 나타내는데 저주파수 대역에서는 백래쉬에 의한 외란 (d) 의 영향이 나타나지 않고 오직 센서잡음에 의해서만 영향을 받아 실제 시스템의 출력이 기준모델, P_n 의 출력과 유사하게 나타난다. 기계시스템의 대역폭은 크지 않기 때문에 Q 필터의 대역폭을 기계시스템의 대역폭보다 크게 설계할 수 있고 이 경우 Q 필터의 대역폭 내에 존재하는 외란을 효과적으로 제거할 수 있어 시스템의 성능을 향상시킬 수 있다. 하지만 불확실한 시스템 파라미터가 외란관측기와 결합하여 시스템의 안정성을 해칠 수 있으므로 외란제거성능과 강인성을 모두 고려하여 타협점을 찾아야만 한다.

그러면 지금부터 외란관측기의 강인성을 측정할 수 있는 척도에 대해 간략하게 알아보기로 하자. 불확실한 시스템 파라미터에 의한 섭동을 그림 7에서 식 (12)를 유도할 수 있다.

$$\phi = \begin{bmatrix} \Delta_M & \Delta_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ u+d \end{bmatrix} \quad (12)$$

시스템 불확실성의 크기를 식 (13)과 같이 생각한다.

$$\| \begin{bmatrix} \Delta_M & \Delta_N \end{bmatrix} \|_{\infty} \leq \frac{1}{\gamma} \quad (13)$$

여기서 γ 값이 작으면 불확실성의 크기가 크다는 것을 의미하며, 반대로 γ 값이 크면 불확실성의 크기가 작다는 것을 나타낸다. 하지만 시스템 불확실성의 크기를 구한다는 것은 무척 어려운 일이므로 그림 7에서 또 다른 관계식 (14)를 유도한다.

$$\begin{bmatrix} y \\ u+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_n \\ 1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} (1-Q)M^{-1} \\ -QN^{-1} \end{bmatrix} \phi + \begin{bmatrix} (1-Q)P_n \\ (1-Q) \end{bmatrix} d - \begin{bmatrix} Q \\ QP_n^{-1} \end{bmatrix} \xi \quad (14)$$

식 (12)와 (14)에 Small Gain 정리를 적용하면 외란관측기 시스템의 강인성의 크기는 다음과 같다.

$$\left\| \begin{bmatrix} (1-Q)M^{-1} \\ -QN^{-1} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \leq \gamma$$

위 식에다가 $[M \ N]$ 을 곱하더라도 노음의 크기가 변하지 않는 특성을 이용하면 식 (15)를 얻을 수 있다.

$$\sigma_{\max} \equiv \left\| \begin{bmatrix} (1-Q) & (1-Q)P_n \\ -QP_n^{-1} & -Q \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \leq \gamma \quad (15)$$

여기서 σ 는 Singular Value를 나타낸다. 식 (15)는 시스템의 섭동에 의한 강인성을 의미하기 때문에 “외란관측기 시스템의 강인성 척도^[5]”로 정의하고 σ_{\max} 로 표현한다. 달리 말하면 기준모델 P_n 에 대하여 Q 필터를 적절하게 설계하여 σ_{\max} 의 값을 작게 만들 수 있다면 큰 시스템 섭동에 대해서도 외란관측기 시스템이 안정하다고 할 수 있다. 식 (15)를 이용하면 강인성을 확보할 수 있는 외란관측기를 설계할 수 있다. Q 필터의 설계변수로는 필터 시정수, 분모의 차수, 분자의 차수이며 이를 어떻게 선정하느냐에 따라 시스템의 강인성과 성능이 결정된다^[3]. 다양한 형태의 Q 필터를 설계할 수 있지만 여기서는 식 (16)의 형태를 따르기로 한다^[11].

$$Q_{ab}(s) = \frac{\sum_{i=0}^b \alpha_{ai} (\tau s)^i}{(\tau s + 1)^a} \quad (16)$$

여기서 τ 는 Q_{ab} 필터의 시정수이며, $\alpha_{ai} = a!/(a-i)!$ 는 binomial coefficient 이고, a 는 분모의 차수, b 는 분자의 차수이다. 현 시스템의 차수가 4차이므로 $a \geq b+4$ 의 관계가 성립해야 외란관측기를 실제로 구현할 수 있다. 백래쉬에 의한 외란 (d)에 대한 출력 (y)로의 전달함수는 식 (10)으로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$G_{dy} = (1-Q(s))P_n(s) \quad (17)$$

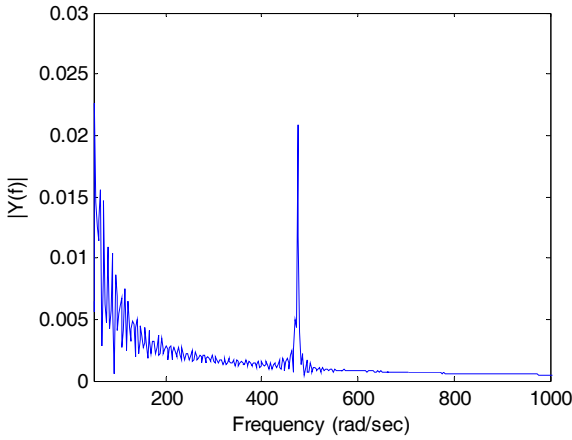
외란관측기는 측정된 출력 값을 이용하여 외란을 추정하는 관측기이기 때문에 고주파수 대역에 존재하는 센서의 잡음에 특히 민감하다. 기계시스템 주파수 대역에서의 특성은 저주파 통과필터와 같기 때문에 외란관측기의 잡음 (ξ)가 저주파 통과필터 역할을 하는 플랜트의 출력 (y) 보다 제어입력 (u)에 더 많은 영향을 미친다. 그래서 센서잡음 (ξ)로부터 제어입력 (u)로의 전달함수는 마찬가지로 식 (10)으로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$G_{\xi u} = Q(s)P_n(s)^{-1} \quad (18)$$

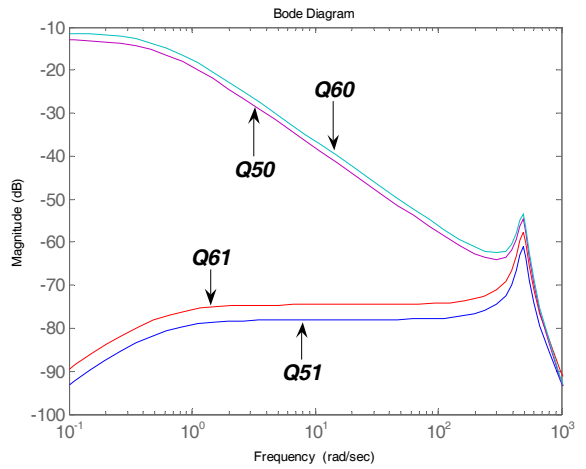
4. 수치모사

Q_{ab} 필터를 설계하기 위해서는 $a \geq b+4$ 관계가 성립해야 하기 때문에 본 논문에서는 $Q_{50}, Q_{51}, Q_{60}, Q_{61}$ 필터를 이용하여 시스템의 특성을 분석하고 수치모사를 수행하였다. Q 필터의 시정수는 시스템에 작용하는 외란의 대역폭보다 커야한다. 따라서 백래쉬가 존재하는 시스템 응답의 주파수 특성을 알아야 하는 데 그림 8에 그 주파수 특성을 나타내었다. 그림 8에서 보면 백래쉬에 의해 발생하는 진동의 주파수 성분이 주로 500rad/sec 근방에 존재하기 때문에 필터의 시정수를 백래쉬에 의한 진동 주파수보다 4배 정도 큰 $\tau=0.005$ 로 설정하였다.

먼저 외란을 제거하는 성능 측면에서 Q_{ab} 필터를 살펴보기로 하자. 식 (17)에 나타난 바와 같이 외란 (d)로부터 출력 (y)로의 전달함수 크기 $|G_{dy}(s)|$ 가 작



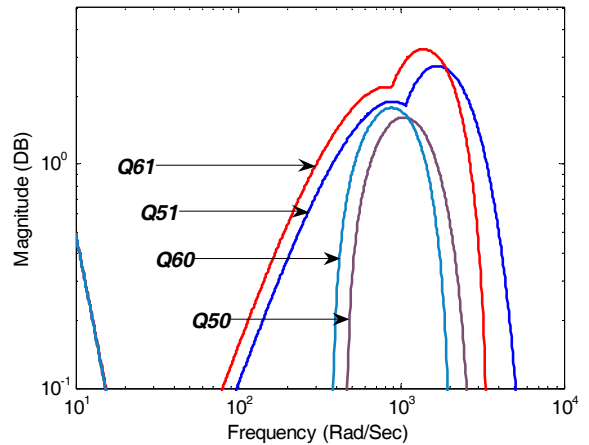
[그림 8] 백래쉬가 존재하는 시스템 응답의 주파수 특성



[그림 9] Q_{ab} 필터에 따른 외란제거 성능비교

을수록 외란을 제거하는 성능이 탁월하다. Q_{50} , Q_{51} , Q_{60} , Q_{61} 필터를 적용하여 외란 (d)로부터 출력 (y)로의 전달함수의 크기를 주파수 영역에서 그려보면 그림 9와 같다. 외란관측기의 성능측면에서 그림 9를 살펴보면 $Q_{60} \rightarrow Q_{50} \rightarrow Q_{61} \rightarrow Q_{51}$ 순으로 외란을 제거하는 성능이 향상되는 것을 알 수 있다. 그리고 외란관측기가 적용된 시스템의 강인성을 확보하기 위하여 Q_{50} , Q_{51} , Q_{60} , Q_{61} 에 대해 식 (15)를 이용하여 σ_{\max} 값을 계산하였으며, 그 결과를 그림 10에 나타내었다. σ_{\max} 값이 작을수록 강인성 측면에서 더 유리하므로 그림 10에서 살펴보면 Q_{50} , Q_{60} 필터가 장착된 시스템이 Q_{51} , Q_{61} 필터가 장착된 시스템보다 강인성 측면에서 더 유리하다. Q_{50} 필터와 Q_{60} 필터를 비교해보면 300~1000rad/sec 주파수 대역에서는 Q_{50} 필터가 Q_{60} 필터 보다 더 강인한 성질을 가지며, 1000~3000rad/sec 영역에서는 반대로 Q_{60} 필터가 장착된 시스템이 Q_{50} 필터를 적용한 시스템보다 더 강인하다. 전체적으로 요약해 보면 $Q_{61} \rightarrow Q_{51} \rightarrow Q_{60} \approx Q_{50}$ 필터 순서로 시스템이 섭동에 (ϕ) 대해 강인해진다.

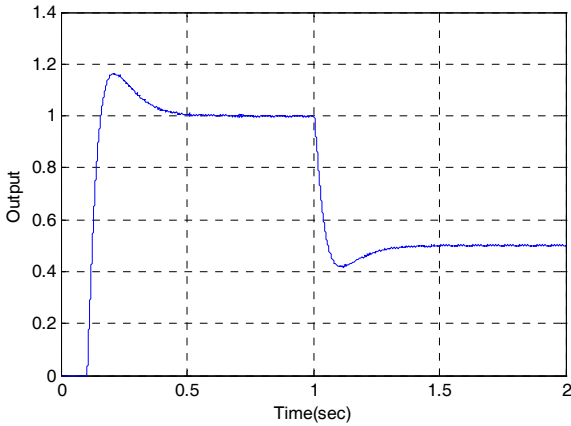
그림 9와 그림 10에서 살펴보면 강인성과 성능은 Trade Off 관계에 있다. 시스템의 강인성만을 고려하여 외란관측기를 설계하면 외란제거 성능이 저하되고, 반대로 성능만을 고려한다면 강인성 확보 측면에서 불리하다. 따라서 백래쉬를 제거하기 위한 성능을



[그림 10] Q_{ab} 필터에 따른 강인성의 비교

먼저 고려하고 동시에 강인성을 고려하였을 경우 Q_{51} 필터가 최적이라 판단하여 이를 선정하였다.

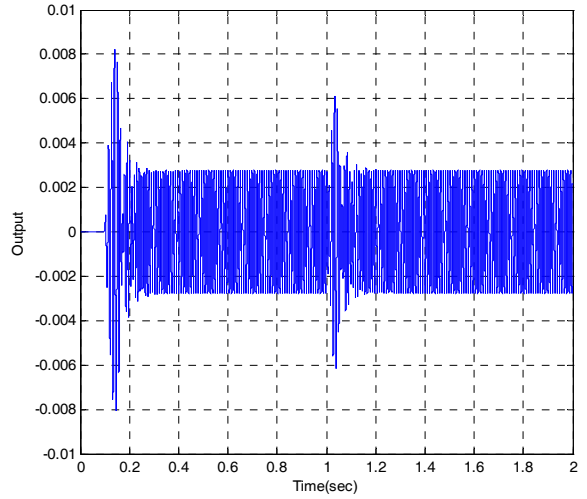
외란관측기가 적용된 시스템에 기준입력을 식 (9)와 같이 주었을 때의 응답을 그림 11에 나타내었다. 이때 그림 6에서 나타낸 외란관측기를 이용하지 않은 시스템의 응답과 외란 관측기가 적용된 시스템의 응답을 표현한 그림 11을 비교해보자. 그림 6에서 보면 백래쉬에 의하여 시스템의 응답에 진동이 발생한 반면, 그림 11에서 고찰해보면 외란관측기가 적용된 시스템은 백래쉬에 의해 야기되었던 진동이 거의 제거되었음을 볼 수 있다. 앞서서도 언급하였던 것처럼 외



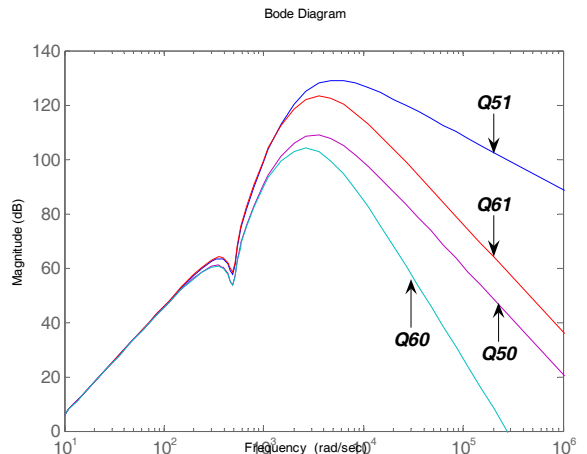
[그림 11] 외란관측기가 적용된 시스템의 응답

란관측기는 불확실한 파라미터와 백래쉬를 가진 비선형 시스템의 비선형 요소를 제거하고 기준 선형 시스템과 같이 거동하게끔 하는 모델형성(Model Shaping)의 기능을 한다. 이를 증명하기 위하여 백래쉬가 없는 선형시스템의 응답과 백래쉬가 존재하는 비선형 시스템에 외란관측기가 적용된 경우의 응답 차이를 비교하기로 한다. 그럼으로써 외란관측기가 얼마만큼 비선형 특성을 제거하여 모델형성 기능을 잘 수행하는지를 알 수 있다. 두 시스템에 입력 (9)를 주었을 때 응답차이를 그림 12에 나타내었는데 백래쉬가 없는 선형 기준 모델과 외란관측기가 적용된 시스템의 응답이 최대 0.0082rad의 차이가 나며 대부분 0.004 rad 이내에서 백래쉬가 없는 선형 기준 시스템과 응답특성이 유사함을 알 수 있다. 따라서 외란관측기가 백래쉬에 의한 비선형 특성을 잘 제거하여 선형모델처럼 거동하게 만든다는 것을 확인할 수 있다.

외란관측기는 출력신호를 이용하는 시스템이고, 센서잡음은 높은 주파수에 존재한다. 식 (18)에서 보는 바와 같이 높은 주파수대역에서 P_n^{-1} 에 의해 센서잡음이 증폭되기 때문에 높은 주파수 대역에 존재하는 센서잡음에 특히 민감하다. 센서 잡음에 대한 민감도를 분석하기 위하여 식 (18)의 센서잡음 (ϵ)로부터 제어 입력 (u)로의 전달함수의 크기 $|G_{\epsilon u}(s)|$ 를 Q_{ab} 필터의 종류에 따라 그림 13에 나타내었다. 센서잡음에 대한 민감도 측면에서 보면 $Q_{60} \rightarrow Q_{50} \rightarrow Q_{61} \rightarrow Q_{51}$ 순으로 센서잡음에 민감해진다라는 것을 알 수 있다. 본

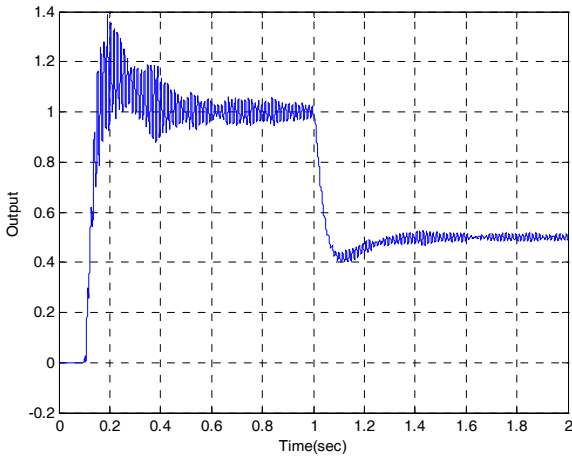


[그림 12] 백래쉬가 없는 선형 기준 시스템의 응답과 외란관측기가 적용된 비선형 시스템의 응답차이



[그림 13] Q_{ab} 필터에 따른 센서잡음의 영향

논문에서 선택한 Q_{51} 필터가 센서잡음에 대하여 가장 취약하다는 것을 알 수 있다. 백색 가우시안 형태의 센서잡음이 존재할 때 식 (9)와 같은 기준입력을 외란관측기가 적용된 시스템에 주었을 때 응답을 그림 14에 나타내었다. 센서잡음에 대한 영향을 많이 받는 것을 알 수 있다. 따라서 센서잡음이 많이 존재하는 시스템에 외란관측기를 적용할 경우에는 측정된 신호에 잡음이 작게 들어오도록 저역통과 필터를 적용해



[그림 14] 센서잡음이 존재할 때 외란관측기가 적용된 시스템의 응답

야 한다. 저역통과 필터를 적용할 경우 그림 11과 같은 응답을 얻을 수 있다.

마지막으로 불확실한 시스템 파라미터에 대하여 외란관측기가 적용된 시스템이 안정성과 성능을 동시에 보장하는지를 확인하고자 한다. 기준입력에 대한 출력의 차이, 즉 주제어기의 입력이 되는 오차 $e(t)$ 의 크기를 식 (19)와 같이 정의하고, 이 식을 성능을 측정하는 기준으로 사용하기로 한다.

$$|e(t)| = \sqrt{e(t)^T e(t)} \quad (19)$$

[표 1] 파라미터의 불확실성에 따른 오차의 크기

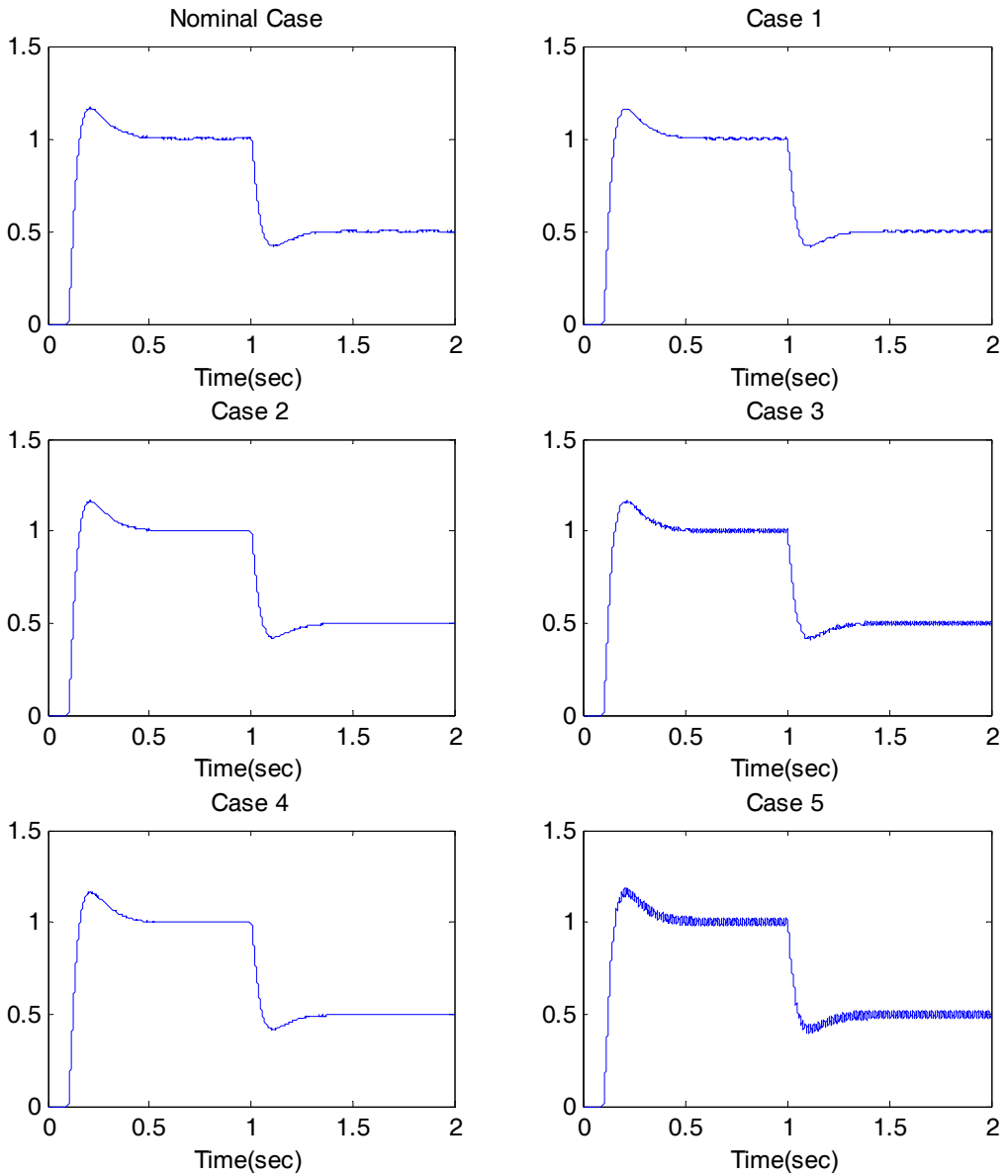
	J_l	k_s	$ e(t) $	외란관측기
기준모델	1.7	60000	51.3495	적용
Case 1	1.2	56000	51.3354	적용
Case 2	1.2	68000	51.3330	적용
Case 3	2.2	56000	51.4358	적용
Case4	2.2	68000	51.3677	적용
Case5	1.7	6000	51.8278	미적용

파라미터의 불확실성 J_l, k_s 의 값에 따라 표 1에 나타낸바와 같이 기준모델의 경우를 포함하여 총 6가지

의 경우로 나누어 수치모사를 수행하였으며, 각각의 경우에 대해 $|e(t)|$ 의 값을 기록하였다. Case 5는 기준모델에 외란관측기를 적용하지 않은 경우이다. 표 1에서 보면 Case 3과 Case 4의 경우가 오차의 크기가 기준모델보다 큰 것을 알 수 있는데 이것은 부하의 관성 모멘트의 증가로 인해 백래쉬 양이 커져 결국 오차 $|e(t)|$ 가 증가하는 것으로 분석된다. 왜냐하면 Newton의 제 1법칙인 관성의 법칙에 따라 부하의 관성모멘트 값이 커지면 기준위치에 도달했을 때 더 큰 비틀림 토크가 감속기에 작용하여 백래쉬의 크기를 증대시키기 때문이다. 마찬가지로 Case 1과 Case 2의 경우는 부하측의 관성 모멘트가 기준모델 대비 작기 때문에 감속기의 백래쉬 크기가 작아지고, 결국 오차의 크기도 기준모델 대비 작아진다. Case 1과 Case2를 비교하고, 또 Case 3과 Case 4를 각각 비교해 볼 때, 즉 같은 부하의 관성모멘트가 작용할 경우 감속기의 탄성계수가 큰 것이 오차의 크기가 더 작음을 알 수 있다. 즉 Case 2의 오차가 Case 1의 오차보다 작고 Case 4의 오차가 Case 3의 오차보다 작은 이유는 감속기의 탄성계수가 큰 경우에는 입력축과 출력축의 각도차이가 작아지므로 결국 백래쉬의 양도 감소하기 때문이다. 외란관측기가 적용된 기준 모델에 대한 응답과 불확실한 파라미터가 존재하는 Case 1, 2, 3, 4에 대한 응답, 그리고 외란관측기가 적용되지 않은 기준모델에 대한 응답을 그림 15에 나타내었다. 표 1과 그림 15에서 알 수 있듯이 Q_{51} 필터를 장착하여 외란관측기를 적용하면 파라미터의 불확실성이 존재하더라도 오차의 크기 값이 기준 모델 대비 거의 비슷하고 응답특성 또한 진동이 없이 기준 모델과 유사하기 때문에 시스템의 안정성과 성능이 동시에 확보되는 것을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 파라미터의 불확실성이 존재하고 비선형 백래쉬가 존재하는 기계 시스템에 외란관측기를 적용하면 백래쉬에 의한 비선형 특성을 제거할 수 있다는 것을 보였다. 또한 외란관측기를 적용하여 시스템의 강인성을 보장하는 동시에 기어 백래쉬에 의한



[그림 15] 파라미터의 불확실성에 따른 응답

비선형 요소의 영향을 최소화하여 비선형 불확실 시스템을 기준 선형 시스템처럼 거동하게 만들어 시스템 성능을 향상시킬 수 있음을 수치모사를 통하여 증명하였다.

참고 문헌

- [1] M. Nordin and P. Gutman, "Controlling mechanical systems with backlash—a survey", *Automatica*, Vol. 38, pp. 1633~1649, 2002.
- [2] G. Brandenburg, S. Geißenberger, C. Kink, N.

- Schall and M. Schramm, "Multimotor electric line shaft printing machine techniques", *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, Vol. 4, No. 1, pp. 25~31, 1999.
- [3] R. Dhaouadi, K. Kubo and M. Tobise, "Analysis and compensation of speed drive system with torsional loads", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 30, No. 3, pp. 760~766, 1994.
- [4] M. Letizia Corradini and G. Orlando, "Robust stabilization of nonlinear uncertain plants with backlash or dead zone in the actuator", *IEEE Trans. Contr. Sys. Tech.*, Vol. 10, No. 1, pp. 158~166, 2002.
- [5] Y. Choi, K. Yang, W. K. Chung, H. R. Kim and I. H. Suh, "On the robustness and performance of disturbance observers for second-order systems", *IEEE Trans. Automat. Contr.* Vol. 48, No. 2, pp. 315~320, 2003.
- [6] J. R. Ryoo, T. Y. Doh and M. J. Chung, "Robust disturbance observer for the track-following control system of an optical disk drive", *Contr. Eng. Prac.*, Vol. 12, pp. 577~585, 2004.
- [7] A. Tesfaye, H. S. Lee and M. Tomizuka, "A sensitivity optimization approach to design of a disturbance observer in digital motion control system", *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, Vol. 5, pp. 32~38, 2000.
- [8] S. J. Kwon and W. K. Chung, "A discrete-time design and analysis of perturbation observer for motion control applications", *IEEE Trans. Contr. Sys. Tech.*, Vol. 11, No. 3, pp. 399~407.
- [9] K. Y. Yang, Y. J. Choi and W. K. Chung, "On the tracking performance improvement of optical disk drive servo system using error-based disturbance observer", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 52, No. 1, pp. 270~279, 2005.
- [10] R. Boneh and O. Yaniv, "Reduction of limit cycle amplitude in the presence of backlash", *ASME J. Dyn. Syst. Meas. Contr.*, Vol. 121, pp. 278~284, June, 1999.
- [11] S. M. Shahruz, "Performance enhancement of a class of nonlinear systems by disturbance observers", *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, Vol. 5, No. 3, pp. 319~323, 2000.