

# 양상블 칼만필터를 연계한 추계학적 연속형 저류함수모형 ( I ) : - 모형 개발 -

## Stochastic Continuous Storage Function Model with Ensemble Kalman Filtering ( I ) : Model Development

배 덕 호\* / 이 병 주\*\* / Konstantine P. Georgakakos\*\*\*

Bae, Deg Hyo / Lee, Byong Ju / Konstantine P. Georgakakos

### Abstract

The objective of this study is to develop a stochastic continuous storage function model for enhancement of an event-oriented watershed and channel storage function models which have been used as an official flood forecast model in Korea. For this study, soil moisture accounting component is added to the original storage function model and each hydrologic component, such as surface flow, subsurface flow, groundwater flow and actual evapotranspiration, is simulated as a function of soil water content. And also, ensemble Kalman filtering technique is used for real-time assimilation of measured streamflow from various stream locations in the watershed. Therefore the enhanced model will be able to simulate hydrologic components for long-term period without additional estimation of model parameters and to give more accurate and reliable results than those from the existing deterministic model due to the assimilation of measured streamflow data.

**keywords** : stochastic continuous storage function, flood forecast, soil moisture, ensemble Kalman filter

### 요 지

본 연구의 목적은 현재 국내 홍수예경보 시스템의 유출해석모형으로 이용되고 있으며 단일 호우사상에 대해 적용이 가능한 유역 및 하도 저류함수모형을 추계학적 연속형 저류함수모형으로 개발하고자 하는데 있다. 이를 위해 기존 저류함수모형에 토양수분 산정 컴포넌트를 추가하고 지표면유출, 중간유출, 지하수유출 및 실제증발산량을 토양수분의 함수로 나타내어 각 수문성분에 대한 연속적인 모의가 가능하도록 하였다. 또한 실시간 관측유량자료 동화를 위해 양상블 칼만 필터 기법을 도입하여 확정론적 모형을 추계학적 모형으로 개선하였다. 따라서 본 연구에서 개발된 추계학적 연속형 저류함수모형은 장기간의 연속적인 유출해석이 가능할 뿐만 아니라 관측자료 동화를 통해 기존 저류함수 모형보다 신뢰성 있는 결과를 제시할 수 있을 것으로 판단된다.

**핵심용어** : 추계학적 연속형 저류함수모형, 토양수분, 홍수예보, 양상블 칼만필터

\* 세종대학교 물자원연구소 · 토목환경공학과 교수

Prof., Dept. of Civil and Environmental Engrg., Sejong Univ, Seoul 143-747, Korea

\*\* 교신저자, 세종대학교 토목환경공학과 박사수료

Corresponding Author, Ph.D. Candidate, Dept. of Civil and Environmental Engrg., Sejong Univ, Seoul 143-747, Korea  
(e-mail: bjlee0704@paran.com)

\*\*\* Director, Hydrologic Research Center, 12780 High Bluff Drive, Suite 250 San Diego, CA 92130, USA

## 1. 서 론

최근 전 세계적으로 기후변화로 인한 기상이변으로 홍수에 의한 피해가 증가하고 있다. 우리나라의 경우도 2000년 이후 태풍 '루사'와 '매미' 등 과거 겪어보지 못한 태풍 및 집중호우로 인해 많은 사회적 비용을 지불하였다. 특히 우리나라는 지형적으로도 하천의 유로가 짧고 경사가 급하며, 연 강수량의 2/3가 여름철에 집중하는 기상특성을 가지고 있는 홍수에 취약한 지역이라 할 수 있다. 이와 같은 홍수피해를 줄이기 위해 여러 가지 구조적·비구조적 대책이 강구되어 왔으며 지속적으로 그 노력을 경주하고 있다. 특히 홍수조절용 댐과 같은 수공구조물을 설치하는 구조적 홍수대응책 뿐만 아니라 미래에 발생할 홍수를 사전에 예측할 수 있는 홍수예경보 시스템을 개발하는 등의 비구조적 대책은 구조적 대책과 더불어 실질적인 홍수피해를 줄일 수 있을 뿐만 아니라 수문선진화를 위해 꼭 필요한 분야라 하겠다.

일반적으로 수문모형개발의 목적은 강우-유출의 상관관계에 있어서 자연계의 유역반응에 대한 복잡성을 과학적으로 더 잘 이해하고 홍수 발생 시 예방과 대응을 위한 기초자료를 제공하는 역할 뿐 아니라 수자원의 효율적인 관리 및 이용에 있다. 통상 개발된 모형의 효용성 여부는 대상유역에 대한 모형 적용성과 모의결과의 정확성에 달려있지만, 홍수예보모형은 이외에도 미래에 다가올 홍수량을 사전에 모의할 수 있는 예측능력이 요구된다. 그 이유는 홍수예보의 주 목적이 유역내 특정지점에서 발생될 홍수의 규모와 발생시간을 가능한 빠르고 정확하게 예측하여 유관기관과 지역주민들이 홍수피해를 가능한 한 줄일 수 있도록 유도하는 것이기 때문이다(건설부 한강홍수통제소, 1988).

현재 국내의 홍수예경보 시스템 현황은 1974년 한강홍수통제소가 개소된 이후 5대강 유역을 중심으로 홍수통제소가 운영되고 있으며, 홍수예보를 위한 모형으로는 1961년 Kimura가 제안한 저류함수모형이 사용되고 있다. 이 모형은 계산절차가 간편하고 홍수유출의 비선형성을 고려해 주는 방법으로, 선형모형보다는 합리적인 것으로 알려져 있어 유역 및 하도에 공히 사용되고 있다. 이와 같은 저류함수모형은 효율적인 홍수예보를 위해 초기 구축단계보다는 그 동안 많은 개선방안이 제시되어 왔으며, 이 중 상당부분이 실제로 채택되어 실무에 이용되고 있으나 지역화 된 매개변수 산정문제 및 기존 저류함수모형의 실시간 홍수예측모형으로의 개선·발전시키는 문제 등이 여전히 요구되고 있다(배덕효와 정일문, 2000). 특히 최근에는 유역내 강우자료와

하천유량자료의 실시간 전송 및 구축이 가능해짐에 따라 실시간 홍수예측모형을 개발하기 위한 시도가 증가하고 있다. 그 예로, 수문선진국인 미국의 경우에는 이미 NWS (National Weather Service) 산하 RFC (River Forecast Center)에서 NWSRFS (National Weather Service River Forecast System)모형을 이용함으로써 현업에서 실시간 홍수를 예보하는 업무를 수행하고 있다(배덕효와 김진훈, 2007).

Kalman (1960)이 제안한 칼만 필터(Kalman filter; 이하 KF) 기법은 대표적인 시계열 자료 동화기법으로 관측수문자료를 이용한 실시간 보정방법으로 많이 활용되고 있다. 다만, 이 기법은 선형 시스템에서 적용이 가능하며 자연현상과 같은 비선형 시스템에서는 적용하기 어려운 것으로 알려져 있다. Maybeck (1979)는 비선형 시스템의 고차항(high order)을 무시함으로써 근사적으로 시스템을 선형화한 후 KF 기법을 적용한 확장형 칼만 필터(extended Kalman filter; 이하 EKF)를 제안하였으나 비선형성이 강한 시스템에서는 모형의 분산오차(error variance)가 불안정한 값을 가지는 것으로 알려져 있다(Evensen, 1992), Evensen (1994)는 KF 및 EKF 기법의 한계를 극복하기 위해 Monte Carlo 모의 기법을 적용한 앙상블 칼만 필터(ensemble Kalman filter; 이하 EnKF) 기법을 제안하였다. 이 방법은 시스템의 선형화 과정 없이 비선형 시스템에 적용이 가능하며 모형의 분산오차를 쉽게 찾을 수 있는 장점이 있다. 또한 최근 컴퓨터 성능이 향상되고 앙상블 해석에 대한 관심이 높아지면서 다양한 분야에서 활용되고 있다(Clark *et al.*, 2008).

국내에서는 홍수예측분야에서 최근까지 KF 기법을 활용한 몇몇 연구가 수행된 바 있다. 배덕효(1997) 및 배덕효와 정일문(2000)은 각각 단일 유역 및 하도에 대해 저류함수모형을 구축하고 KF 기법을 이용하여 추계학적 상태-공간 형태의 모형으로 개선하였다. 한건연 등(2000)은 DAMBRK 모형과 KF 기법을 연계한 범람 위험도 해석에서 개선된 결과를 도출하였으며 안상진 등(2002)은 KF 기법과 신경망 BP (Back Propagation) 모형을 이용하여 강우-유출 모형을 개발하였다. 또한 김상호(2003)는 수리학적 홍수예측모형에 KF 기법을 적용하여 홍수예측에 대한 향상된 결과를 제시한 바 있다.

본 연구에서는 추계동역학적 연속형 저류함수모형을 개발하고 적용성을 평가하기 위해 논문을 두 부분으로 나누어 구성하고자 한다. 첫 번째 논문에서는 기존의 사상형 저류함수모형을 연속형 모형으로 확장하고 관측 유량자료동화를 위한 EnKF 기법 연계 및 추계학적 연속형 저류함수모형 개발에 대해 기술하고자 하며, 두

번째 논문에서는 개발된 모형을 시범유역에 적용하여 실시간 홍수예측의 적용성을 평가하고자 한다.

## 2. 연속형 강우-유출모형 개발

### 2.1 사상형 저류함수모형

저류함수모형은 1961년 Kimura에 의해 개발되었으며 일본에서 홍수해석을 위한 강우-유출 모형으로 많이 활용되고 있다. 이 방법은 사상형 모형이며 계산절차가 간편하고 홍수유출의 비선형성을 고려할 수 있는 방법으로 홍수모의 시 선형모형보다 합리적인 결과를 도출할 수 있는 것으로 알려져 있다. 저류함수모형은 적용 대상에 따라 유역저류함수모형과 하도저류함수모형으로 구분할 수 있으며 두 모형을 연계하여 대유역 유출 해석을 수행할 수 있다.

#### 2.1.1 유역 저류함수모형

유역과 하도의 저류함수모형은 통상 운동방정식과 연속방정식으로 구성되어 있다. 홍수유출을 Manning 공식으로 표현할 수 있는 지표면유출이라 가정하면 유역의 저류량  $S(t)$ ( $m^3$ )는 Eq. (1)과 같이 유출량  $Q(t)$ ( $m^3/s$ )의 지수함수로 나타낼 수 있으며 이 식은 홍수류의 운동방정식을 의미한다. 식에서  $t$ 는 계산시점,  $K_{sb}$ 와  $P_{sb}$ 는 유역에 대한 저류상수이다.

$$S(t) = K_{sb}Q(t)^{P_{sb}} \quad (1)$$

또한, 유역에 대한 연속방정식은 Eq. (2)와 같이 나타낼 수 있다. 식에서 좌변은 시간에 따른 유역 저류량의 변화를 의미하고 우변의 첫 번째 항은 유역으로의 유입량, 두 번째 항은 유역 출구점에서의 유출량을 의미한다. 3.6은 단위환산계수,  $f$ 는 평균유입계수,  $r_{ave}(t-\tau)$ 는 지체시간  $\tau$ (hr)를 고려한 시간당 유역평균강우량( $mm/hr$ ),  $A$ 는 유역면적( $km^2$ ),  $Q(t)$ 는  $t$  시점의 유역 유출량( $m^3/s$ )을 나타낸다.

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{1}{3.6}f r_{ave}(t-\tau) A - Q(t) \quad (2)$$

특히, Eq. (2)에서 강우발생 시 침투로 인한 초기 손실량은  $f$ 로부터 고려된다.  $f$ 는 누적강수와 포화우량  $R_{sa}$ ( $mm$ )의 크기에 따라 결정되며 Eq. (3)과 같이 누적강수가  $R_{sa}$ 를 초과하지 않는 경우 일차유출률  $f_1$ 이 되며  $R_{sa}$ 를 초과한 경우 1로 가정된다. 따라서 불투수층에 해당하는 유출역의 면적비는  $f_1$ 과 같고 침투율을 의

미하는 투수역의 면적비는  $(1-f_1)$ 와 같다.  $R_{sa}$ 와  $f_1$ 는 유역의 수문반응 특성을 나타내는 저류함수모형의 매개변수이다.

$$f = \begin{cases} f_1; \int_0^t r_{ave}(u)du < R_{sa} \\ 1; \int_0^t r_{ave}(u)du \geq R_{sa} \end{cases} \quad (3)$$

실제 저류함수모형을 이용하여 유역 유출해석을 수행할 경우는 Eqs. (1) and (2)를 단위면적당 유입량  $r_{ave}$ ( $mm/hr$ )와 단위유출고  $q$ ( $mm/hr$ ) 및 단위저류고  $s$ ( $mm$ )로 변환하여 계산하는 것이 일반적이다(윤용남, 2001).

#### 2.1.2 하도 저류함수모형

저류함수모형을 이용한 하도 홍수추적 또한 유역의 저류함수모형과 동일하게 연속방정식과 운동방정식으로 이루어진다. 하도구간에서 저류량의 변화는 Eq. (4)와 같으며  $I(t-\tau')$ 는 하도지체시간  $\tau'$ (hr)을 고려한 하도 유입량( $m^3/s$ ),  $Q_c(t)$ 는 하류단에서의 유출량( $m^3/s$ )을 의미한다. 하도구간내 저류량  $S_c(t)$ ( $m^3$ )과 하류단에서의 유출량  $Q_c(t)$ ( $m^3/s$ )의 관계를 나타내는 홍수파의 운동방정식은 Eq. (5)와 같이 표현할 수 있다. 홍수파는 통상 비선형 형태를 갖는 부정류이므로 하도의 저류함수에 지체시간에 대한 항을 두어 하도 유출해석을 수행할 수 있게 된다. 실제 모형을 구성할 때는 편의상 하도의 지체시간의 영향을 고려한 저류상수  $K_{ch}$ 와  $P_{ch}$ 를 산정함으로써 Eq. (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dS_c(t)}{dt} = \sum I(t-\tau') - Q_c(t) \quad (4)$$

$$S_c(t) = K_{ch}Q_c(t)^{P_{ch}} - \tau' Q_c(t) \quad (5)$$

$$S_c(t) = K_{ch}Q_c(t)^{P_{ch}} \quad (6)$$

### 2.2 연속형 저류함수모형

사상형 모형과 연속형 모형의 가장 큰 차이는 토양수분의 연속적인 모의 가능 여부이다. 기존의 저류함수모형은 평균유입계수와 포화우량을 이용하여 유역평균강우량으로부터 직접유출량과 손실량을 구분하게 된다. 이로 인해 토양수분량을 비롯하여 지표유출량, 중간유출량, 지하수유출량, 실제 증발산량 등의 수문성분을 산정하지 못할 뿐만 아니라 모형의 유출해석과정은 물리

적인 의미를 갖기가 어렵다.

본 연구에서는 기존의 사상형 저류함수모형을 연속형 모형으로 개선하기 위해 유역의 토양수분 산정 컴포넌트를 개발하였으며 세부 수문성분들을 토양수분의 함수로 표현하여 연속적인 모의가 가능하도록 하였다.

토양수분 모의는 강우-유출모형에 따라 산정방법에서 차이가 있으나 토양층 내 물의 이동을 물리적으로 설명하고 모의하기 위해 통상 토양층을 자유수(free water)와 장력수(tension water) 영역으로 구분하여 유출수문성분을 모의한다(배덕효와 조원철, 1995; Neitsch *et al.*, 2001; Leavesley *et al.*, 1983; Liang *et al.*, 1994; Kite, 1978). 자유수와 장력수는 통상 포장용수량(field capacity; 이하 FC)과 영구위조점(wilting point; 이하 WP)로부터 구분된다. FC는 자연상태에서 중력에 의해 흐름이 발생하고 난 뒤 토양내 남아있는 수분의 경계를 의미하고 WP는 식물이 더 이상 토양수분을 흡수하지 못하는 시듦점의 경계를 의미하며 두 임계값은 통상 전체 토양부피에 대한 비(fraction)로 표현된다. 또한 WP 경계 이하의 토양수분량은 흡착수(adsorbed water)라고 하여 최소한의 토양수분량으로 정의된다. 일반적으로 이와 같은 토양층 구조를 갖는 유출모형에서 자유수대의 토양수분은 토양 내 측방흐름(수평방향)과 침투량(수직방향)에 기여하고 장력수 영역 내 토양수분은 일차적 증발산량에 기여한다. 따라서 이들 유출모형은 토양수분을 중심으로 강우와 지표, 중간, 지하수유출 및 증발산량의 물질수지를 통해 토양수분 변화량을 모의하게 된다.

본 연구에서는 이와 동일한 개념으로 토양수분을 비롯한 각 수문성분을 모의하도록 모형을 설계하였다. 연속형 저류함수모형의 주된 활용목적은 홍수유출해석이므로 강우에 대한 유역의 수문반응을 빠르게 하기 위해 토양층을 한 개로 구성하였으며 각 수문성분 거동에 대한 개념도는 Fig. 1과 같다. 유역에 강우( $P$ )가 발생하면 장력수 영역이 우선 채워지게 되고 이를 초과하는 양( $S_{tf}$ )은 자유수 영역을 채우게 된다. 외부의 잠재증발산 요구량에 대해 우선 장력수의 토양수분이 손실( $ET_t$ )되고 나머지 요구량은 자유수에서 손실( $ET_f$ )된다. 또한 지표( $Q_s$ ), 중간( $Q_l$ ), 지하수( $Q_g$ ) 유출량은 자유수 내 토양수분과 강우 등으로부터 모의된다.

이들 각 성분을 식으로 나타내면 다음과 같다. 우선, 장력수와 자유수 영역 내 토양수분량은 각각 Eq. (7) 및 Eq. (8)로 나타낼 수 있다.  $SW_t(t)$ 와  $SW_f(t)$ 는 각각  $t$  시점의 장력수와 자유수 영역 내 토양수분량(mm),  $P(t)$ 는 강우량(mm/hr),  $ET_t(t)$ 와  $ET_f(t)$ 는 각각 장

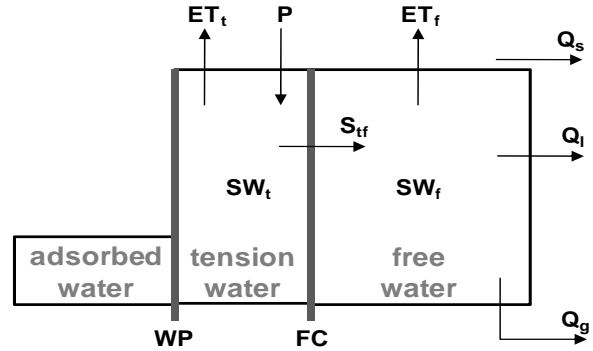


Fig. 1. Soil profile and hydrologic components

력수와 자유수 영역에서 발생하는 증발산량(mm/hr),  $s_{tf}(t)$ 는 장력수를 초과하여 자유수 영역으로 이동하는 토양수분량(mm/hr),  $Q_s(t)$ ,  $Q_l(t)$ ,  $Q_g(t)$ 는 각각 지표 유출량(mm/hr), 중간유출량(mm/hr), 지하수유출량(mm/hr)을 의미한다.

$$\frac{dSW_t(t)}{dt} = P(t) - ET_t(t) - s_{tf}(t) \quad (7)$$

$$\frac{dSW_f(t)}{dt} = s_{tf}(t) - ET_f(t) - Q_s(t) - Q_l(t) - Q_g(t) \quad (8)$$

실제증발산량을 산정하는 방법은 여러 가지가 있으나 토양수분량에 대해 선형 함수로 표현 가능한 것으로 알려져 있다. 본 모형에서는 장력수와 자유수 영역 내에서 발생하는 실제 증발산량을 Eq. (9) 및 Eq. (10)과 같이 정의하였다. 잠재증발산 요구량에 대해 Eq. (9)와 같이 1차적으로 장력수 영역 내의 토양수분이 손실되고 나머지 요구량에 대해서는 Eq. (10)과 같이 자유수 영역에서 모의된다. 식에서  $PET(t)$ 는 잠재증발산량(mm/hr)을 의미하고,  $SW_t^0$ 와  $SW_f^0$ 는 각각 장력수와 자유수 영역의 포화수분량(mm)을 의미한다.  $SW_t^0$ 와  $SW_f^0$ 는 Eqs. (11) and (12)로부터 산정되고 식에서  $Z$ 는 토양층 깊이(mm),  $SAT$ 는 토양의 포화수분량(mm)을 나타낸다.

$$ET_t(t) = PET(t) \left( \frac{SW_t(t)}{SW_t^0} \right) \quad (9)$$

$$ET_f(t) = (PET(t) - ET_t(t)) \left( \frac{SW_f(t)}{SW_f^0} \right) \quad (10)$$

$$SW_t^0 = (FC - WP) Z \quad (11)$$

$$SW_f^0 = (SAT - FC) Z \quad (12)$$

지속적인 강수 유입으로 인해 장력수 영역이 포화되면 이를 초과한 토양수분량은 자유수 영역으로 이동하게 된다. 본 연구에서는 이러한 토양수분량을 Eq. (13)과 같은 형태로 표현하였다. 식에서  $m$ 는 지수상수이며 모형 매개변수이다.

$$s_{tf}(t) = P(t) \left( \frac{SW_f(t)}{SW_f^0} \right)^m \quad (13)$$

장력수 영역으로부터 토양수분이 지속적으로 유입되어 자유수 영역이 포화되고 이를 초과한 토양수분량은 지표유출량에 해당되며 Eq. (14)을 이용하여 산정할 수 있다. 식에서  $m$ 는 Eq. (13)의 것과 동일한 매개변수이다.

$$Q_s(t) = s_{tf}(t) \left( \frac{SW_f(t)}{SW_f^0} \right)^m \quad (14)$$

토양층 내에서 측방흐름을 의미하는 중간유출은 불포화수리전도도(unsaturated hydraulic conductivity)와 자유수 영역 내의 토양수분량으로부터 산정할 수 있으며 Eq. (15)와 같다. 식에서  $K_u(t)$ 는 불포화수리전도도(mm/hr)이며 Eq. (16)과 같이 포화수리전도도  $K_s$ (mm/hr), 자유수 영역 내의 토양수분비, 토성(soil texture)에 기인한 지수상수  $l$ 을 이용하여 산정할 수 있다(Brooks and Corey, 1964).  $d$ 는 유역의 지형학적 특성인자로 Eq. (17)과 같은 형태를 갖는다(Mohseni and Stefan, 1998). 식에서  $D$ 는 수계밀도( $\text{km}^{-1}$ ),  $s_o$ 는 지하도경사(m/m),  $Z$ 는 토양층 깊이(mm)를 의미한다.

$$Q_l(t) = dK_u(t) SW_f(t) \quad (15)$$

$$K_u(t) = K_s \left( \frac{SW_f(t)}{SW_f^0} \right)^l \quad (16)$$

$$d = \frac{2s_o DZ}{SW_f^0} \quad (17)$$

지하수유출은 자유수 영역의 토양수분량에 대해 감수계수를 이용하여 모의되며 식의 형태는 Eq. (18)과 같다. 식에서  $K_b$ 는 감수계수를 나타낸다.

$$Q_b(t) = K_b SW_f(t) \quad (18)$$

한편, 기존의 유역 저류함수모형의 연속방정식(Eq.

(2))에서 직접유출량에 해당하는  $f r_{ave}(t-\tau)$ 는 앞서 산정된 지표유출( $Q_s$ ), 중간유출( $Q_l$ ), 지하수유출( $Q_b$ )로 전환이 가능하므로 유역 저류량에 대한 연속방정식은 Eq. (19)와 같이 나타낼 수 있다. 식에서  $\beta$ 는 유역의 불투수면적비(fraction),  $Q(t)$ 는  $t$  시점의 유역 유출량( $\text{m}^3/\text{s}$ )을 의미한다.

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{1}{3.6} A \left[ \beta P(t-\tau) + (1-\beta)(Q_s(t-\tau) + Q_l(t-\tau) + Q_b(t-\tau)) \right] - Q(t) \quad (19)$$

이상으로부터 전체 모의기간에 대해 장력수와 자유수 영역의 토양수분은 Eq. (7) and (8)을 이용하여 산정하게 되고 유역 저류량은 Eq. (19)를 통해 산정함으로써 연속적으로 모의가 가능하게 된다. 이상과 같이 개발된 모형에 의해 기존 유역 저류함수모형이 산정하지 못하는 토양수분과 유출수문성분의 모의가 가능하다. 또한 Eq. (19)는 단일유역의 저류함수모형이므로 상류유입량이 존재하는 유역에 대해서는 하도 저류함수모형과 연계하여 유출해석을 수행해야 한다. 이 때 하도의 저류함수모형은 기존 저류함수모형의 Eqs. (4) and (6)을 이용할 수 있다. 본 연구에서는 이와 같은 과정으로부터 개발된 모형을 연속형 저류함수모형이라 명명하고자한다.

### 3. EnKF 기법을 이용한 실시간 보정

본 연구에서는 자료동화(data assimilation) 방법 중 하나인 EnKF 기법을 적용하여 모형의 실시간 보정을 수행하였다. EnKF 기법의 이론과 연속형 저류함수모형의 연계방법은 다음과 같다.

#### 3.1 EnKF 기법

통상 추계동역학적 모형은 Eq. (20)과 같이 나타낼 수 있다. 식에서  $x_t$ 는  $t$  시점에서의 상태변수,  $u_t$ 는 강우와 같은 모형 입력자료,  $\theta$ 는 모형 매개변수,  $f(\cdot)$ 는 모형을 의미한다. 또한  $\omega_t$ 는 백색잡음(white noise)으로 강우와 같은 입력자료와 모형의 매개변수 및 모형의 구조적 한계로부터 발생하는 모든 오차를 의미한다.  $\omega_t$ 는 평균이 0이고 분산이  $\Sigma_t^m$ 인 정규분포(normal distribution)를 갖는 것으로 가정된다.

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t, \theta) + \omega_t, \quad \omega_t \sim N(0, \Sigma_t^m) \quad (20)$$

관측치의 자료동화를 위해 상태변수와 관측치가 Eq. (21)의 관계를 갖는다고 가정할 수 있다. 식에서  $y_{t+1}$ 은

$t+1$  시점의 관측치,  $h(\cdot)$ 는 상태변수와 관측치의 관계를 나타내는 함수이다.  $v_{t+1}$ 은 관측치의 오차를 의미하며 이는 본 연구와 같이 관측치가 유량일 경우는 관측기기 및 Q-h 곡선의 불확실성으로부터 발생 가능한 오차를 의미한다. 또한  $v_{t+1}$ 은  $w_t$ 와는 상호 독립적이고 평균이 0이고 분산이  $\Sigma_{t+1}^v$ 인 정규분포로 가정된다.

$$y_{t+1} = h(x_{t+1}, \theta) + v_{t+1}, v_{t+1} \sim N(0, \Sigma_{t+1}^v) \quad (21)$$

KF 기법의 기본 개념은 모의치와 관측치가 가지고 있는 오차정보를 이용하여 상태변수(state variable)를 추정하는데 있다. 즉, 관측치가 실시간으로 수집된다고 가정할 경우 모형의 불확실성과 관측치의 불확실성을 비교하여 상태변수를 갱신하고 이 값은 다음 계산시간의 모의치를 산정하는 초기값이 된다. 본 연구에서는 관측자료 동화를 위해 KF 기법 중 비선형 시스템에 적용이 가능하고 모형의 오차를 손쉽게 산정할 수 있는 EnKF 기법을 이용하였다.

Fig. 2는 EnKF 기법의 개념도를 나타낸 것이다. 모

집에서  $i$ 번째 앙상블 상태변수 예측치,  $x_t^{i+}$ 는  $t$  시점에서  $i$ 번째 앙상블 상태변수의 갱신치를 의미하고  $w_t^i$ 는 Eq. (20)의  $w_t$ 를 의미한다. 또한  $u_t^i$ 와  $\theta_t^i$ 는 각각  $i$ 번째 생성된 입력자료와 매개변수이며  $\zeta_t^i$ 와  $\xi_t^i$ 는 각각 평균이 0이고 분산이  $\Sigma_t^u$ 와  $\Sigma_t^\theta$ 인 정규분포 특성을 갖는 백색잡음이다.

$$x_{t+1}^{i-} = f(x_t^{i+}, u_t^i, \theta_t^i, t) + w_t^i, i = 1, \dots, n \quad (22)$$

$$u_t^i = u_t + \zeta_t^i, \zeta_t^i \sim N(0, \Sigma_t^u) \quad (23)$$

$$\theta_t^i = \theta_t + \xi_t^i, \xi_t^i \sim N(0, \Sigma_t^\theta) \quad (24)$$

상태변수의 참값을 알고 있을 경우 모형의 오차는 Eq. (25)와 같이 분산으로부터 산정할 수 있다. 식에서  $x_{t+1}^{true}$ 는  $t+1$  시점의 상태변수 참값을 의미한다. 다만, 실제 상태변수의 참값을 얻는 것은 불가능하므로 EnKF 기법에서는 참값을 앙상블 상태변수의 평균값

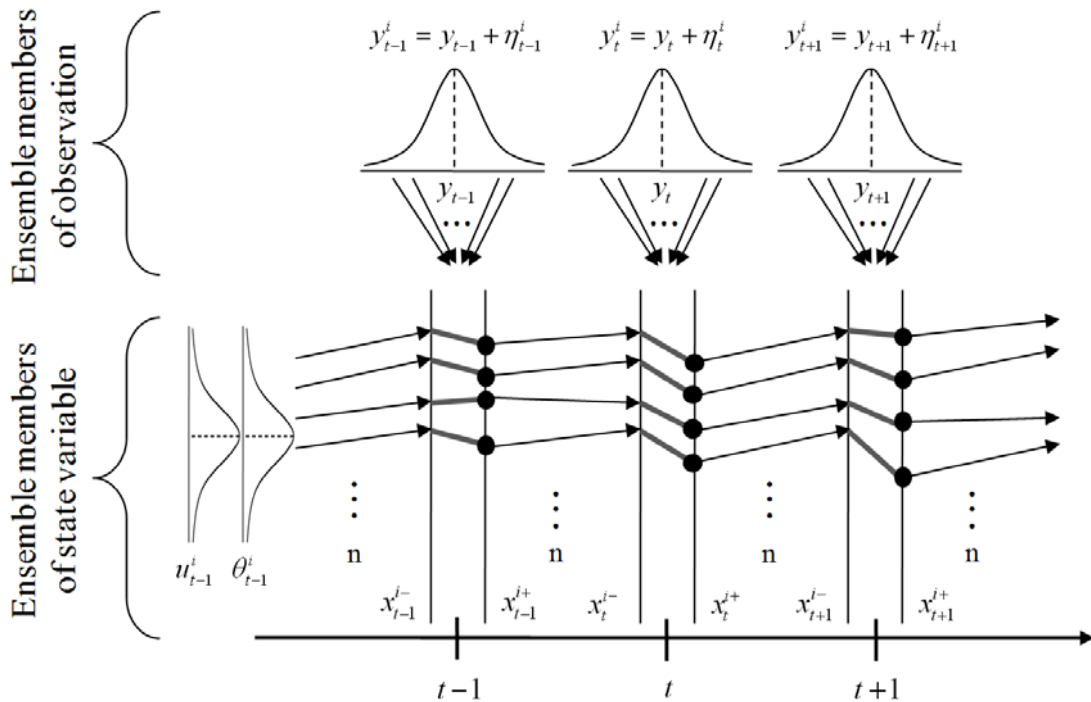


Fig. 2. Schematic of ensemble Kalman filter.  $x_t^{i-}$ : Predicted state ensemble member and  $x_t^{i+}$ : updated state ensemble member

형의 입력자료와 매개변수에 대해 Monte Carlo 기법을 적용하여 각각 n개의 멤버를 생성한 후 모형을 통해 동일한 수의 상태변수를 예측하게 된다. 이를 식으로 표현하면 Eq. (22)~(24)과 같다. 식에서  $x_{t+1}^{i-}$ 는  $t+1$  시

점으로 가정한다. 따라서 모형의 오차는 Eq. (26)과 같이 생성된 n개의 앙상블 상태변수를 이용하여 산정할 수 있다(Evensen, 1994). 식에서  $X_{t+1}$ 은  $[x_{t+1}^1 - \bar{x}_{t+1}^-, \dots, x_{t+1}^n - \bar{x}_{t+1}^-]$ 의 집합이

며  $\bar{x}_{t+1}^-$ 는 예측된 상태변수의 평균이다.

$$P_{t+1}^- = E[(x_{t+1}^- - x_{t+1}^{true})(x_{t+1}^- - x_{t+1}^{true})^T] \quad (25)$$

$$P_{t+1}^- = E[X_{t+1} X_{t+1}^T] = \frac{1}{n-1} \sum X_{t+1} X_{t+1}^T \quad (26)$$

갱신단계는  $t$ 시점에서 시간이 경과하여  $t+1$  시점이 되었을 때 관측 시스템으로부터 입수한 관측치와 모형으로부터 추정된 예측치로부터 상태변수의 최적추정을 하는 단계로서 Eqs. (27)~(29)와 같이 표현된다. 식에서  $y_{t+1}^i$ 는  $i$ 번째 앙상블 관측치로 Eq. (28)과 같이 분산  $\Sigma_{t+1}^y$ 을 갖는 오차항  $\eta_{t+1}^i$ 을 통해 산정할 수 있다. 또한  $K_{t+1}$ 은 Kalman Gain으로 모의치와 관측치의 불확실성 정보를 통해 상태변수의 갱신 정도를 결정하는 가중치이다. 이 값은 EnKF 기법 적용시 Eq. (29)로부터 비교적 쉽게 산정이 가능하다(Moradkhani *et al.*, 2005). 식에서  $\Sigma_{t+1}^{yy}$ 는 모형의 오차로서  $h(x_{t+1}^i, \theta)$ 로부터 예측된 모의치( $\hat{y}_{t+1}^i$ )의 분산으로부터 산정되고  $\Sigma_{t+1}^{xy}$ 는 상태변수  $x_{t+1}^i$ 와 예측치  $\hat{y}_{t+1}^i$ 의 공분산(covariance)을 의미한다. 또한  $\Sigma_{t+1}^y$ 는 관측 오차(Eq. (21))의 분산을 나타낸다.

$$x_{t+1}^{i+} = x_{t+1}^{i-} + K_{t+1}(y_{t+1}^i - h(x_{t+1}^{i-}, \theta)) \quad (27)$$

$$y_{t+1}^i = y_{t+1} + \eta_{t+1}^i, \quad \eta_{t+1}^i \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_{t+1}^y) \quad (28)$$

$$K_{t+1} = \Sigma_{t+1}^{xy} [\Sigma_{t+1}^{yy} + \Sigma_{t+1}^y]^{-1} \quad (29)$$

### 3.2 유출모형 연계

앞서 개발된 확정론적 연속형 저류함수모형과 EnKF 기법을 연계하기 위해 모형의 상태변수와 각각에 대한 상태예측방정식(state prediction equation)을 결정해야 한다. 연속형 저류함수모형에서 유역평균강우량( $P(t)$ )과 잠재증발산량( $PET(t)$ )은 모형입력자료이며 자유수와 장력수의 토양수분( $SW_i(t)$ ,  $SW_f(t)$ )과 유역과 하도의 저류량( $S(t)$ ,  $S_c(t)$ )은 상태변수가 된다. 이들의 상태예측방정식은 Eqs. (30)~(33)과 같이 전개할 수 있다. 이들 상태변수는 수치적분을 통해 계산이 가능하며 계산된 유역과 하도의 저류량과 Eq. (1) and Eq. (6)을 이용하여 유역과 하도의 유출량  $Q(t+\Delta t)$ 와  $Q_c(t+\Delta t)$ 을 각각 계산할 수 있다.

$$\frac{dSW_i(t)}{dt} = P(t) - PET(t) \left( \frac{SW_i(t)}{SW_i^0} \right) - P(t) \left( \frac{SW_i(t)}{SW_i^0} \right)^m \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{dSW_f(t)}{dt} = & P(t) \left( \frac{SW_i(t)}{SW_i^0} \right)^m \\ & - PET(t) \left( 1 - \frac{SW_i(t)}{SW_i^0} \right) \left( \frac{SW_f(t)}{SW_f^0} \right) \\ & - P(t) \left( \frac{SW_i(t)}{SW_i^0} \right)^m \left( \frac{SW_f(t)}{SW_f^0} \right)^m \\ & - dK_s \left( \frac{SW_f(t)}{SW_f^0} \right)^l SW_f(t) - K_b SW_f(t) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} = & \frac{1}{3.6} A \\ & \left( \begin{aligned} & \beta P(t-\tau) + (1-\beta) \\ & \left( P(t-\tau) \left( \frac{SW_i(t-\tau)}{SW_i^0} \right)^m \left( \frac{SW_f(t-\tau)}{SW_f^0} \right)^m + \right) \\ & dK_s \left( \frac{SW_f(t-\tau)}{SW_f^0} \right)^l SW_f(t-\tau) + \\ & (K_b SW_f(t-\tau)) \end{aligned} \right) \\ & - \left( \frac{S(t)}{K_{sb}} \right)^{1/P_{sb}} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\frac{dS_c(t)}{dt} = \left( \frac{S(t)}{K_{sb}} \right)^{1/P_{sb}} - \left( \frac{S_c(t)}{K_{cb}} \right)^{1/P_{cb}} \quad (33)$$

Monte Carlo 기법을 적용하여 강우와 잠재증발산량의 모형입력자료와 매개변수에 대해서 앙상블 멤버를 생성하고 상태예측방정식의 수치적분과정을 통해 각 상태변수에 대해 각각  $n$ 개의 앙상블 멤버를 얻게 된다. 이로부터 최종 예측된 상태변수와 유역과 하도의 유출량은 각 앙상블 멤버의 평균값에 해당하며 모형의 오차는 각 앙상블 멤버에 대한 분산(Eq. (26))으로부터 산정된다.

하도지점의 관측유량  $Z_c(t)$ 는 Eq. (34)와 같이 표현되며 식 우측의 첫 번째 항은 Eq. (21)의  $h(\cdot)$ 에 해당한다. 본 연구에서는 관측유량의 분산오차를 산정하기 위해 편의상 Eq. (35)와 같은 식을 적용하였으며 식에서  $a$ 와  $b$ 는 관측오차의 크기를 조정하는 매개변수로서  $a$ 는 유량크기에 따라 오차의 크기를 조절하는 계수,  $b$ 는 관측 시스템 내에 항상 포함되어 있는 오차를 의미한다. 통상 측정 성과가 우수한 관측소의 경우 약 10

%의 오차를 가지는 것으로 알려져 있다(Georgakakos, 2008).

$$Z_c(t) = \frac{1}{K^{(1/P)}} S_c(t)^{(1/P)} + v(t) \quad (34)$$

$$R_o(t) = [aZ_c(t) + b]^2 \quad (35)$$

마지막으로 상태변수와 모형 오차의 갱신은 Eqs. (36) and (37)로부터 산정할 수 있다. 식에서  $K_{t+1}$ 은 Kalman Gain이며  $\hat{Q}_c(t)$ 는 예측단계에서 산정된 하도 유량 n개의 하도유량  $Q_c(t)$ 에 대한 평균값이다.

$$x_{t+1}^+(t) = \hat{x}_{t+1}^-(t) + K_{t+1}[Z_c(t) - \hat{Q}_c(t)] \quad (36)$$

$$P_{t+1}^+(t) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{t+1}^{i+} - \bar{x}_{t+1}^+)^2 \quad (37)$$

이상으로부터 예측단계에서 연속형 저류함수모형의 상태변수  $SW_i(t)$ ,  $SW_f(t)$ ,  $S(t)$ ,  $S_c(t)$ 은 유출모형 적용을 통해 예측되고 모형의 분산오차는 상태변수의 앙상블 멤버에 대한 분산으로부터 산정된다. 또한 갱신단계에서는 관측유량과 모의유량의 오차정보를 통해 상태변수와 모형의 분산오차를 갱신하게 되며 갱신된 상태변수는 다음 시점의 유출해석을 위한 초기 상태변수가 된다. 본 연구에서 개발한 추계동역학적 연속형 저류함수모형은 이상의 예측단계와 갱신단계를 반복적으로 수행함으로써 매 시간 관측유량자료 동화를 통한 상태변수 및 유역과 하도 유출량을 산정하도록 설계하였다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 현재 국내 홍수예경보 시스템의 유출 해석에 이용되고 있는 저류함수모형을 실시간 홍수예경보 목적에 맞게 개선하기 위해 추계동역학적 연속형 저류함수모형을 개발하였다. 사상형 모형을 연속형 모형으로 확장하기 위해 기존 모형에 토양수분 산정 컴포넌트를 추가하여 자유수와 장력수 영역 내 토양수분의 연속적인 모의가 가능하도록 하였다. 지표유출, 중간유출, 지하수유출 성분은 토양수분의 함수로 표현되며 이들 성분은 기존 저류함수모형의 유효우량에 해당된다. 또한 실시간 예측 홍수량의 정확도를 높이기 위해 확정론적 모형을 추계학적 모형으로 개선하였다. 관측유량자료의 자료동화를 위해 국내에 많이 알려져 있지 않는 EnKF 기법을 적용하였으며 모형 상태변수로 자유수와

장력수 영역 내 각각의 토양수분( $SW_i$ ,  $SW_f$ )과 유역과 하도의 저류량( $S$ ,  $S_c$ )을 채택하였다. Monte Carlo 모의 기법을 이용하여 상태변수에 대한 앙상블 멤버를 생산하도록 하였으며 상태변수의 갱신과 예측과정을 통해 관측유량자료의 자료동화 및 미래시점의 유출모의가 가능하도록 설계하였다.

관측유량자료의 동화를 통한 유출모형의 실시간 보정이 원활하게 이루어지기 위해서는 일정한 정확도를 갖는 관측유량자료의 실시간 수집이 전제되어야 한다. 또한 홍수예보의 선행시간 및 정확도는 예측강우와 밀접한 관계가 있으므로 레이더 및 수치예보자료를 이용한 예측강우량 산정기법에 대한 연구가 지속적으로 이루어져야 할 것으로 판단된다.

본 연구의 두 번째 논문에서는 앞서 개발된 추계학적 연속형 저류함수모형의 타당성을 검증하기 위해 안동댐과 임하댐을 포함한 낙동강 상류유역에 대해 모형을 적용하고 홍수예보를 위한 유출모형으로서의 가능성을 평가하고자 한다.

#### 감사의 글

이 연구는 소방방재청 자연재해저감기술개발사업(지자체별 실시간 내배수재해 예측기술 개발) 연구비 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

#### 참 고 문 헌

- 건설부 한강홍수통제소 (1988). 한강홍수에경보  
 김상호 (2003). "Kalman Filtering 기법을 이용한 수리학적 홍수예측." **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제23권, 제6B호, pp. 541-549.  
 배덕효 (1997). "저류함수법을 이용한 추계학적 실시간 홍수예측모형 개발." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제30권, 제5호, pp. 449-457.  
 배덕효, 김진훈 (2007). "한국형 돌발홍수 예경보시스템 개발: (I) 이론 및 시스템 설계." **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제27권, 제3B호, pp. 237-243.  
 배덕효, 정일문 (2000). "저류함수법에 의한 추계동역학적 하도홍수추적모형의 개발." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제33권, 제3호, pp. 341-350.  
 배덕효, 조원철 (1995). "물리적·개념적 연속 유출모형에 의한 유출해석." **한국수자원학회지**, 한국수자원학회, 제28권, 제6호, pp. 193-202.  
 안상진, 이재경, 한양수, 전계원 (2002). "유출예측모형을 이용한 홍수유출해석." **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제22권, 제3-B호, pp. 311-319.



- 윤용남 (2001). 공업수문학, 청문각
- 한건연, 손인호, 이재영 (2000). “실시간 범람위험도 예측을 위한 수리학적 모형의 개발.” **한국수자원학회 논문집**, 한국수자원학회, 제33권, 제3호, pp. 331-340.
- Brooks R.H., Corey A.T. (1964). “Hydraulic properties of porous media.” Hydrology Paper, Colorado State University, pp. 24.
- Clark M.P., Rupp D.E., Woods R.A., Zheng X., Ibbitt R.P., Slater A.G., Schmidt J., Uddstrom M.J. (2008). “Hydrological data assimilation with the ensemble Kalman filter: Use of streamflow observation to update states in a distributed hydrological model.” *Advances in Water Resources*, Vol. 31, pp. 1309-1324.
- Evensen, G. (1992). “Using the extended Kalman filter with a multilayer quasi-geostrophic ocean model.” *Journal of Geophysical Research-Oceans*, Vol. 97, No. C11, pp. 17905-17924.
- Evensen, G. (1994). “Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics.” *Journal of Geophysical Research*, Vol. 99, No. C5, pp. 10143-10162.
- Georgakakos K.P. (2008). *Formulation of a System for Flood Forecasting in Korea based on the Storage Function Method and Distributed Filtering Technique*, HRC Technical Note, No. 32.
- Kalman R. (1960). “New approach to linear filtering and prediction problems.” *Trans AMSE, Journal of Basic Engineering*, Vol. 82D, pp. 35-45.
- Kite, G.W. (1978). “Development of a hydrological model for a Canadian watershed.” *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 5, No. 1, pp. 126-134.
- Leavesley, G.H., Lichy R.W., Troutman B.M., Saindon L.G., (1983). *Precipitation-Runoff Modeling System : User’s manual*, Water-Resources Investigations, pp. 83-4238.
- Liang X., Lettenmaier D.P., Wood E.F., Burges S.J. (1994). “A simple hydrologically based model of land surface water and energy fluxes for general circulation models.” *Journal of Geophys. Res.*, Vol. 99, No. D7, pp. 14415-14428.
- Maybeck, P.S. (1979). *Stochastic models, estimation and control*, 1. Academic Press, New York.
- Mohseni O., Stefan H. G. (1998). “A monthly streamflow model.” *Water Resources Research*, Vol. 34, No. 5, pp. 1287-1298.
- Moradkhani H., Sorooshian S., Gupta HV., Houser P.R. (2005). “Dual state parameter estimation of hydrological models using ensemble Kalman filter.” *Advances in Water Resources*, Vol. 28, pp. 135-147.
- Neitsch, S.L., Arnold, J.G., Kiniry, J.R., Williams, J.R., (2001). *Soil and Water Assessment Tool - Theoretical Documentation(version 2000)*.

논문번호: 09-073	접수: 2009.06.26
수정일자: 2009.09.10	심사완료: 2009.09.10