



포스트텐션 휨부재에서 비부착긴장재의 극한응력

이득행¹⁾ · 김강수^{1)*}

¹⁾서울시립대학교 건축학부

Ultimate Stress of Unbonded Tendons in Post-Tensioned Flexural Members

Deuck-Hang Lee¹⁾ and Kang-Su Kim^{1)*}

¹⁾School of Architecture and Architectural Engineering, University of Seoul, Seoul 130-743, Korea

ABSTRACT It is quite difficult to predict the flexural strength of post-tensioned members with unbonded tendons (unbonded post-tensioned members, UPT members) because of debonding behavior between concrete and prestressing tendons, which is different from that with bonded tendons. Despite many previous researches, our understanding on the flexural strength of UPT members is still insufficient, and thus, national codes use different methods to calculate the strength, which quite often give very different results. Therefore, this paper reviews various existing methods, and aims at proposing an improved rational strength model for UPT flexural members having better accuracy. Additionally, a database containing a large number of test data on UPT flexural members has been established and used for verification of the proposed flexural strength model. The analysis results show that the proposed method provides much better accuracy than many existing methods including the rigid-body model that utilizes the assumption of concentrated deformation and plastic hinge length, and that it also gives proper consideration on the effects of primary parameters such as reinforcement ratio, loading pattern, concrete strength, etc. Especially, the proposed method also well predicts the ultimate stress of unbonded tendons of over-reinforced members, which are often possible in construction fields, and high strength concrete members.

Keywords : prestressed, post-tension, unbonded, prestressing tendon, flexural strength

1. 서 론

프리스트레스트 콘크리트 구조(prestressed concrete structure, 이하 PSC구조)는 현재 국내에서는 주로 토목구조물에서 사용되고 있지만, 건축물의 장경간화에 따른 처짐성능의 향상 필요성과 고층화에 따른 고강도콘크리트의 적용 확산 및 고강도 긴장재의 효율적 사용이 가능한 상황 등에 의하여 최근 건축물에 대한 적용도 늘어나는 추세이다. PSC구조는 크게 긴장의 시기에 따라 프리텐션(pre-tension)공법과 포스트텐션(post-tension)공법으로 나눌 수 있으며, 포스트텐션 공법은 부착여부에 따라 부착(bonded) 방식과 비부착(unbonded)방식으로 나눌 수 있다. 포스트텐션 공법은 대부분이 부정정 구조물인 건축물에 대한 적용이 비교적 용이한 이유로 최근 사용이 늘어나고 있으며, 장경간화에 따른 처짐 및 인장응력 제어에 효율적인 방안으로 인식되고 있다. 또한, 경제적인 설계와 시공을 위하여 긴장 후에 그라우팅 작업이 필요 없고 쉬스(sheath)의 직경이 작아서 편심거리의 확보가 용이한 비부

착 방식의 긴장재를 사용하는 경우가 많다.

그러나, 비부착 방식은 부착방식과 다르게 콘크리트와 긴장재의 비부착 거동 때문에 변형률 적합조건이 적용될 수 없다. 즉, 비부착 긴장재의 변형률 또는 응력산정이 어렵기 때문에 휨강도에 대한 정확한 해석이 어려운 것이다.¹⁾ 따라서, 이에 대한 많은 연구²⁻²²⁾가 지속적으로 진행되고 있지만, 아직 비부착 긴장재를 적용한 포스트텐션 부재(unbonded post-tensioned members, 이하 UPT부재)의 휨강도에 대한 이해가 명확하지 않기 때문에 각국의 기준²²⁻²⁹⁾마다 서로 다른 예측식을 적용하고 있다. ACI 318M-05²³⁾ 및 콘크리트구조설계기준²⁹⁾에서 제시하고 있는 비부착긴장재의 극한응력예측식은 1978년 Mojtahedi et al.³⁰⁾에 의하여 처음 제안된 것으로써 일반적으로 안전측의 값을 제시하지만 정확도가 낮은 편이다.

따라서, 이 논문은 기존의 비부착 긴장재의 응력예측식을 고찰하고, 이를 개선하여 보다 합리적이면서 향상된 정확도를 가질 수 있는 비부착긴장재의 극한응력예측식을 제안하고자 하였다. 즉, 비부착 긴장재의 주요특성을 이용하여 하중형상, 콘크리트의 강도(f_{ck}), 인장철근량(A_s), 압축철근량(A_s'), 긴장재량(A_{ps}), 유효프리스트레스트(f_{pe}), 최대모멘트 구간의 길이 등의 변수효과를 효율적으로 반영한 합리적인 응력예측식을 유도하고자 하였다. 또한, 기

*Corresponding author E-mail : kangkim@uos.ac.kr

Received March 2, 2009, Revised April 23, 2009

Accepted May 6, 2009

©2009 by Korea Concrete Institute

존의 연구로부터 구한 177개의 실험 결과 데이터베이스를 구축하여 제안모델의 정확성을 검증하고자 하였다.

2. 기존연구의 고찰

1960년대 초반부터 유럽 및 미국에서 UPT부재의 휨강도에 대한 여러 연구들이 활발히 진행되기 시작하였다. Warwaruk et al.²⁾은 부착철근의 유무 및 모멘트분포형상을 변수로 한 실험을 수행하였으며, 이를 바탕으로 부착철근계수와 모멘트면적계수를 이용한 근사적인 해법을 제시하였다. 특히, 부착철근의 유무가 UPT부재의 휨강도에 중요한 영향을 미치는 것을 실험적으로 검증하였으며, 비부착 프리스트레싱 긴장재의 극한변형률을 산정하기 위하여 가상 변형률 개념을 도입하였다. Cambell et al.¹⁵⁾도 부착철근량을 변수로 한 실험을 통하여 부착철근량에 따라 긴장재의 변형률 분포가 크게 영향을 받는다는 사실을 확인하였으며, Chakrabarti⁷⁾ 및 Du and Tao⁴⁾ 역시 부착철근의 효과를 반영한 식을 제안하였다. 한편, Bondy¹⁵⁾는 부재의 처짐이 긴장재의 응력변화에 직접적으로 영향을 미칠 것이라는 점에 주목하여 처짐 형상 및 크기를 이용하여 접근하였으나, 탄성처짐을 전제로 하였기 때문에 실제 긴장재의 응력과는 상당한 차이를 보였다.

Harajli¹¹⁾는 Fig. 1에 나타난 바와 같이 소성힌지의 길이를 이상화시킨 등가소성힌지 개념을 제안하였으며, 여기서 소성힌지의 길이는 최대모멘트 구간의 길이보다 적어도 부재 깊이의 반 이상 큰 것으로 추정하였다. Au and Du¹⁷⁾는 이 등가소성힌지의 개념을 발전시켜 연속보에 적용하였다. Bui and Niwa²⁰⁾ 및 Lee et al.¹⁶⁾은 Harajli¹¹⁾의 등가소성힌지모델을 바탕으로 f_{ps} 를 회귀분석하여 강도예측식 및 설계식을 제안하였다.

이 후 Macgregor et al.¹⁸⁾은 모든 변형이 소성힌지의 한 단면에 집중되는 강체모델(rigid body model)을 제시하였으며, Robert-Wollmann et al.¹⁹⁾ 및 Harajli¹²⁾는 이러한 강체모델을 보완하였다(Fig. 2 참조). 한편, Naaman et al.^{13,14)}은 단면뿐만 아니라 부재길이 방향에서의 모멘트-곡률관계와 긴장재의 배치형상 및 하중형태를 고려한 설계식을 제안하였다.

최근까지 발전된 UPT부재의 극한응력산정모델들은 서로 상이한 점이 있는 반면 공통점도 있다. 일부 연구자들은^{6,9,11,16)} Fig. 1에 보이는 바와 같이 변형이 최대모멘트 구간 부근에 걸쳐 분포되어 있다고 보는 반면, 또 다른 일부는^{12,18,19)} Fig. 2에 보이는 바와 같이 모든 변형이 소성힌지의 한 단면에 집중되는 것으로 보고 있다는 것이 서로 다르다. 반면, 공통점은 대부분의 모델들이 공통적으로 소성힌지의 길이가 긴장재의 극한 응력증가량을 결정하는 중요한 인자로 보고 있는 것이다. 특히, 최근까지 발전되어온 강체모델에 기반한 모델들은 모든 변형이 소성힌지의 한 단면에 집중된다고 가정하고, 극한 응력증가량은 소성회전각(θ)과 중립축의 높이(c)에 의하여 결정되며, 소성회전각은 소성힌지의 길이에 의하여 좌

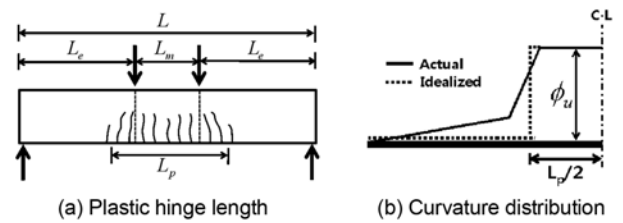


Fig. 1 Plastic hinge model

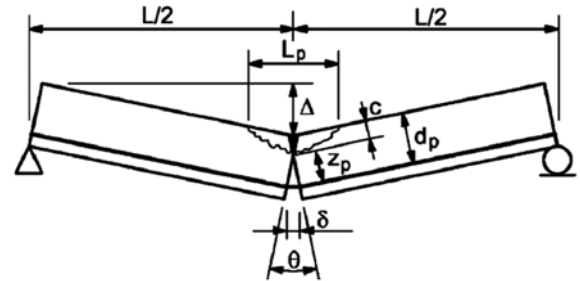


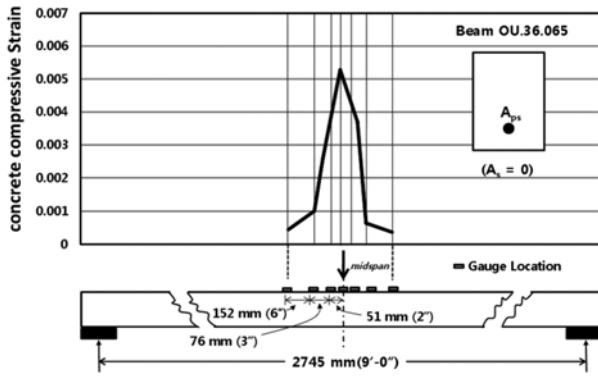
Fig. 2 Rigid-body plastic hinge model

우되므로 부재의 휨강도를 결정함에 있어서 소성힌지의 길이가 매우 중요한 인자가 된다.

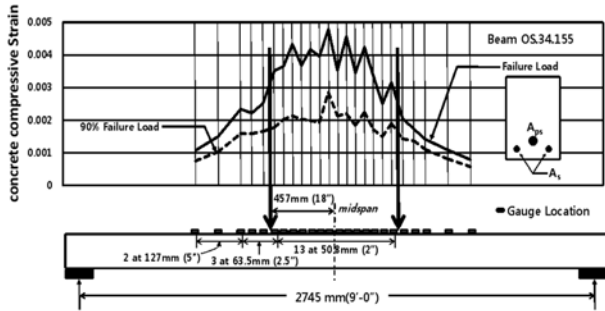
Fig. 3(a)는 Warwaruk et al.²⁾에 의하여 수행된 실험 결과로서 부착철근이 없는 UPT부재에 1점 집중하중으로 가력된 시험체의 압축측 콘크리트 변형률을 나타낸 것이다. 이 때 모든 변형이 한 단면에 집중된 것을 볼 수 있으며, 이는 강체모델의 가정을 뒷받침해 준다. 그러나, 역시 Warwaruk et al.²⁾에 의하여 실험된 Fig. 3(b)를 보면 Fig. 3(a)와는 다른 점을 발견할 수 있다. 즉, Fig. 3(b)에 나타난 압축측 콘크리트의 변형률은 최대모멘트 구간내에 변형이 골고루 분포되어 소성영역의 길이가 Fig. 3(a)와는 매우 다른 것을 알 수 있다. 이것은 두가지 이유 때문인데, 첫째로 Fig. 3(b)에 보이는 시험체는 부착철근이 배근된 시험체라는 점과, 둘째로 2점 가력하중 하에 있었다는 점이다. 즉, 최대모멘트 구간의 길이에서 균열이 발생하며 부착철근은 이러한 균열을 분산시켜서 결국 소성힌지의 길이에 영향을 미친다는 것을 의미한다.

그러나, 한편으로 Fig. 3(c)에 나타난 부착철근이 없는 2점재하 UPT부재의 파괴시 균열양상을 보면 위에 언급된 관찰사항과는 다른 점을 발견할 수 있다. 즉, Fig. 4에 나타난 바와 같이 부착철근이 있는 보의 균열이 최대모멘트 구간에 골고루 잘 분포되어 있는 것에 비하면 Fig. 3(c)에 나타난 부착철근이 없는 보의 균열은 개수가 적지만, 역시 변형이 한 곳에 집중되기 보다는 최대모멘트 구간에 있는 소수의 균열들에 분산되어 분포되어 있다는 것이다. 즉, 다시 말하면, 부착철근의 유무 및 가력하중의 양상이 모두 변형의 집중 또는 소성힌지의 길이에 영향을 미치지만, 균열의 분포 양상은 결국 최대모멘트 구간의 길이에 의하여 더 큰 영향을 받는다는 의미를 내포하는 것으로 볼 수 있다.

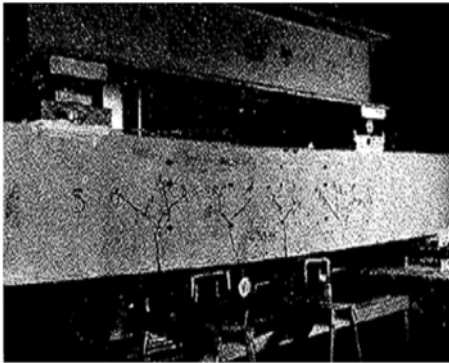
Table 1은 기존 연구자들이 제안한 소성힌지길이 중에서 대표적인 예들을 나타낸 것이며, 이 제안식들로부터



(a) Measured strains along the length in prestressed beam without bonded reinforcement (1 point loading)



(b) Measured strains along the length in prestressed beam with bonded reinforcement (2 points loading)



(c) Measured strains along the length in prestressed beam without bonded reinforcement (2 points loading)

Fig. 3 Test results by Warwaruk et al.²⁾

구해진 소성힌지의 길이(L_p)를 최대모멘트 구간길이(L_m)로 나누어 L_p/L_m 값으로 Fig. 5에 나타내었다. 식 (1)은 Harajli¹¹⁾ 초기 제안식이며, 소성힌지의 길이는 항상 최대모멘트 구간보다 $(0.5d_p + 0.05Z)$ 만큼 더 크게 나타난다. Fig. 5에 나타난 식 (1)에 의한 L_p/L_m 값들은 대부분 1.0~1.7 사이에 분포하는 것을 알 수 있는데, 이는 부착철근이 있는 경우에 대한 소성힌지 길이를 반영할 수 있는 반면, 균열이 한곳에 집중되거나 대부분 최대모멘트 구간 내에 분포하는 부착철근이 없는 부재에 대해서는 적절한 반영을 할 수 없다는 것을 알 수 있다. 반면에, 식 (2) 및 (3)에서는 소성힌지의 길이가 항복강도시 중립축(c_y) 깊이에 비례하여 선형으로 증가하는 양상을 보이며, Fig. 5에 나타난 바와 같이 소성힌지 길이가 일정 중립축의 깊이 이내에서는 최대모멘트 구간 이내에 ($L_p/L_m \leq 1.0$), 일정 중립

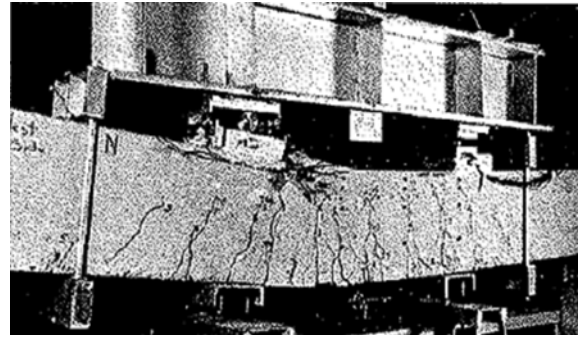


Fig. 4 Test result of prestressed beams with unbonded tendons and bonded reinforcement²⁾

Table 1 Plastic hinge lengths proposed in the previous studies

Researcher	Proposed equation	Eq. no.
Ozkul et al. ⁹⁾ Harajli ¹¹⁾	$L_p = L/f + (0.5d_p + 0.05Z)$ where, Z: the shear span length, f: $f = \infty$ for 1 point loading, $f = 3$ for 2 points loading, $f = 6$ for uniform loading.	(1)
Harajli ¹²⁾	$L_p = (20.7/f + 10.5)c_y$ where, c_y : neutral axis depth at yielding.	(2)
Robert-Wollmann et al. ¹⁹⁾	$L_p = 10.3c_y$ where, c_y : neutral axis depth at yielding.	(3)
Bui and Niwa ²⁰⁾	$L_p = \left[\frac{1 + w_s}{\beta_1 L/d_p} + w_s + 0.05(-1)^n \right] L$ where n: $n = 1$ for 1 point loading, $n = 2$ for 2 or uniform loading.	(4)

*KCI notation is used when not listed.

축 깊이 이상에서는 최대모멘트 구간을 넘어서 분포된다 ($L_p/L_m > 1.0$). Fig. 5에 원형점선으로 표시된 시험체들은 부착철근이 없는 경우를 나타내는데, 식 (2) 및 (3)은 이러한 부재들에 대해서도 $L_p/L_m > 1.0$ 의 분포를 나타내어 부착철근이 없는 부재에서 최대모멘트 구간내에 소성힌지가 발달되는 파괴 양상을 반영하지 못하고 있다는 것을 알 수 있다. Fig. 5에 나타난 바와 같이, 식 (4)에 의한 L_p/L_m 값들은 대부분 0.2~0.7 사이에 분포하는 것을 알 수 있으며, 이는 소성힌지구간이 중앙부 최대모멘트 구간보다 훨씬 짧다는 것을 뜻한다. 따라서, 식 (4)는 균열이 한곳에 집중되거나 대부분 최대모멘트 구간내에 분포하는 부착철근이 없는 부재에 대해서는 적절한 반영을 하고 있는 반면, 최대모멘트구간에 걸쳐서 균열 및 변형이 넓게 분포되는 현상을 반영하기 어렵다는 것을 알 수 있다.

따라서, UPT부재의 휨강도에 중요한 역할을 하는 것으로 알려진 소성힌지의 길이는 앞서 언급된 대표적인 식들을 중심으로 살펴보았을 때 정밀한 예측이 매우 어렵다는 것을 알 수 있다. 텐던의 극한응력증가량(Δf_{ps})에 대한 소성힌지 길이의 영향을 보다 직접적으로 분석해보기 위하여 Fig. 6에 식 (1)~(4)에 의하여 산정된 L_p/L_m 에 대하여 Δf_{ps} 를 나타내었다. 가력점간 거리가 작아질수록,

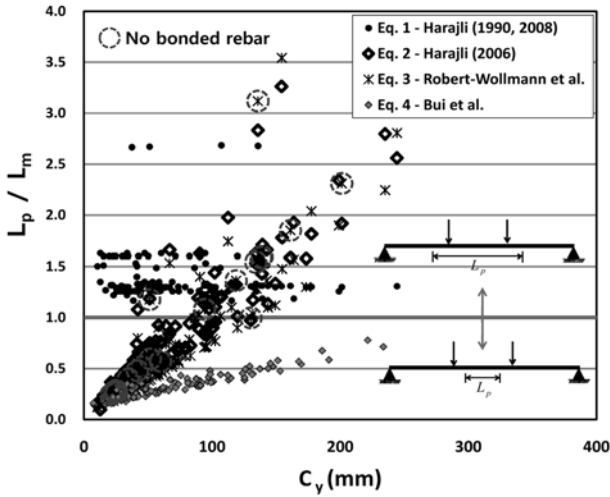


Fig. 5 Comparison of plastic hinge lengths by different researchers (L_p/L_m vs. c_y)

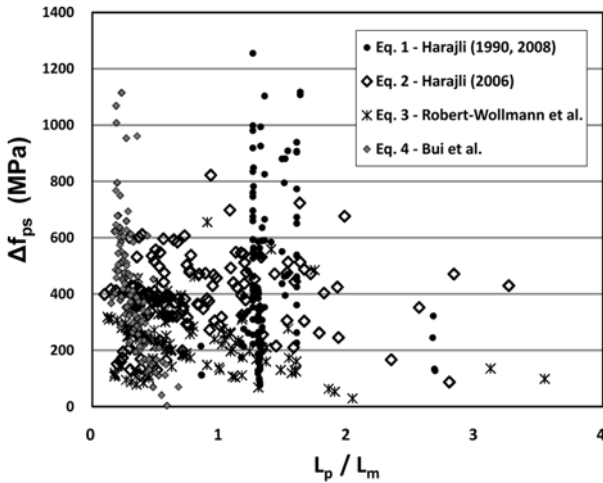


Fig. 6 Effect of L_p/L_m to tendon stress increase at ultimate (Δf_{ps})

즉, L_p/L_m 가 커질수록, Δf_{ps} 가 작아지는 듯한 경향은 나타나고 있지만, 궁극적으로 뚜렷한 직접적인 관계를 찾기는 매우 어려워 보인다. 이것은 물론 L_p/L_m 이외에도 다른 변수들의 영향이 가미되어 나타나기 때문이기도 하지만, 소성힌지의 길이에 대한 정밀한 예측이 매우 어렵다는 것을 뒷받침 해준다.

3. 극한응력예측모델의 제안

3.1 제안식의 유도

Fig. 7(a)에 보이는 바와 같이 2점 집중하중을 받는 UPT부재에서 재하 후 긴장재와 동일한 단면 높이에 있는 콘크리트의 변형률은 Fig. 7(b) 및 (c)에 보이는 바와 같이 모멘트에 비례하게 발생한다. 따라서, 길이 방향으로 임의의 단면 위치에서 긴장재와 동일한 높이에 있는 콘크리트의 재하 후 추가 변형률($\Delta \epsilon_{c,ps}$)은 Fig. 7(d)에 나타난 바와 같이

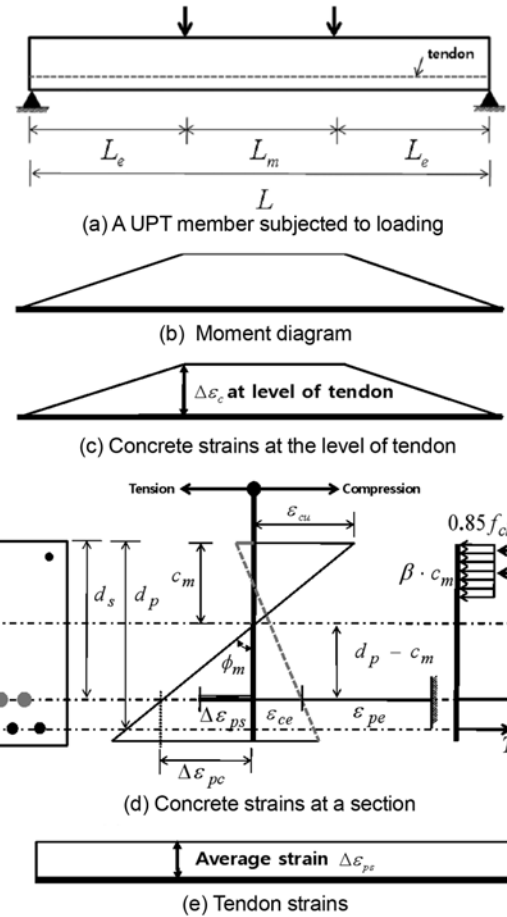


Fig. 7 Behavior of a UPT member

$$\Delta \epsilon_{c,ps} = \phi_x (d_p - c_x) \quad (5)$$

로 표현될 수 있다. 여기서, ϕ_x , c_x 는 각각 임의의 위치 x 에서의 곡률 및 중립축의 높이를, d_p 는 부재의 유효깊이를 의미한다. 그러나, 긴장재의 변형률은 Fig. 7(e)에 보이는 바와 같이 콘크리트와 긴장재의 비부착 거동 때문식 (5)와는 매우 다른 변형률을 갖게 된다. 즉, 부착 긴장재에서 일반적으로 사용되는 변형률 적합조건을 UPT부재에서는 적용할 수 없는 것이다. 다만, 단부 정착구 사이에서 발생하는 긴장재의 총 길이 변화량(ΔL)은 긴장재와 동일한 위치에 있는 콘크리트의 총변형량과 같아야 하므로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\int_0^L \Delta \epsilon_{c,ps} dx = \Delta L \quad (6)$$

재하하중에 의한 균열발생 후 극한상태에서 UPT부재의 곡률 분포는 재하형태, 부착철근의 유무 및 단면의 여러 다른 특성에 따라 Fig. 8(a)에 나타난 바와 같이 다양한 형태로 나타날 수 있다. 그러나, 일반적으로 구조설계기준^{3,9)}에서는 비부착 긴장재만을 사용할 경우 균열이 한 곳에 집중되어 취성 파괴되는 것을 방지하기 위하여 최소 부착철근량을 제시하고 있기 때문에 대부분 균열분포는 최대모멘트 구간보다 다소 크게 발생되기 마련이다. 따라서, 곡률의 분포도 이러한 균열양상과 유사하

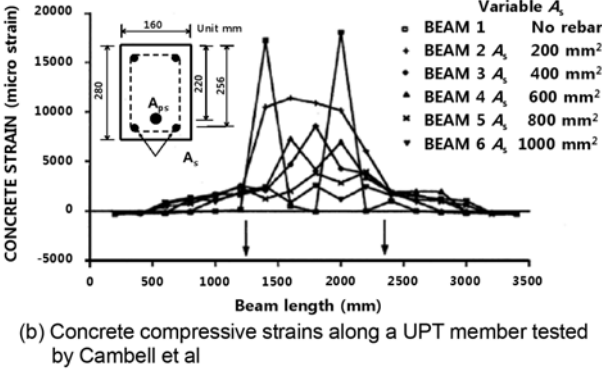
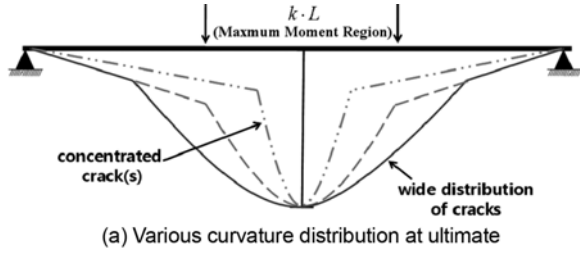


Fig. 8 Deformation of UPT members

게 나타나게 되며, 곡률이 크게 증가된 부분에서 압축측 콘크리트의 변형률도 크게 증가하게 된다. Fig. 8(b)는 Cambell et al.⁽⁶⁾에 의하여 보고된 UPT부재의 압축측 콘크리트의 변형률을 보여주고 있는데, 최고 하중하에서 압축측 콘크리트의 변형률이 대략 최대모멘트 구간(즉, 가력점 사이구간)에서 최대로 나타나는 것을 알 수 있다. 그러므로, Fig. 8(a)에 나타난 극한상태에서의 UPT부재의 곡률분포를 Fig. 9에 실선으로 나타낸 바와 같이 간단화시켜서 나타낼 수 있을 것이다. 또한, 계산의 간단화를 위하여 점선으로 보이는 바와 같이 최대모멘트 구간에 곡률이 모두 집중된 것으로 이상화시킬 수 있다. 즉, 최대모멘트 구간 외에서 발생하는 곡률을 모두 무시하고 최대모멘트 구간 내에서는 일정하게 최대곡률(ϕ_m)을 갖는 것으로 이상화시킨 것이다. 따라서, 이상화된 곡률분포를 이용하면, 긴장재와 동일한 위치에 있는 콘크리트의 총변형량(ΔL)은

$$\Delta L = \phi_m (d_p - c_m) kL = \frac{\epsilon_{cu}}{c_m} (d_p - c_m) kL \quad (7)$$

로 표현될 수 있으며, 여기서, ϕ_m , c_m 은 각각 최대모멘트 구간에서의 곡률 및 중립축의 높이, ϵ_{cu} 는 콘크리트의 극한변형률, k 는 부재길이에 대한 최대모멘트 구간의 길이의 비를 나타낸다.

식 (7)의 총 변형량(ΔL)을 긴장재의 원래길이(L)로 나누면 다음과 같이 긴장재의 평균 추가변형률($\Delta \epsilon_{ps}$)이 구해진다.

$$\Delta \epsilon_{ps} = \frac{\Delta L}{L} = k \frac{\epsilon_{cu}}{c_m} (d - c_m) \quad (8)$$

즉, 본 연구에서 제안하는 방법에서 긴장재의 평균 추가변형률($\Delta \epsilon_{ps}$)은 중립축 및 최대모멘트구간계수(k)에 의

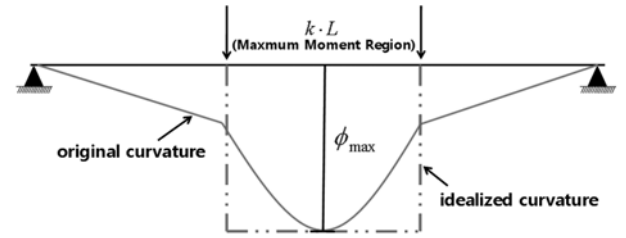


Fig. 9 Idealized curvature for UPT members

하여 결정됨을 알 수 있다.

Fig. 7(d)에 나타난 바와 같이 최대 휨모멘트 구간의 단면에서 힘의 평형조건에 의하여

$$C = T \quad (9a)$$

$$C = 0.85 f_{ck} b \beta_1 c_m + f'_s A'_s \quad (9b)$$

$$T = f_s A_s + f_p A_p = f_s A_s + E_p A_p (\epsilon_{pe} + \Delta \epsilon_{ps}) \quad (9c)$$

이다. 여기서, c_m 은 최대모멘트 구간에서의 중립축의 높이, A_p 는 긴장재의 단면적이다. 이 외에 특별히 언급되지 않은 기호는 콘크리트구조설계기준²⁹⁾에 정의된 것과 같다.

식 (8)과 (9)로 부터 긴장재의 평균 추가변형률($\Delta \epsilon_{ps}$)을 구하여 정리하면

$$\Delta \epsilon_{ps} = \frac{0.85 f_{ck} b \beta_1 c_m + f'_s A'_s - f'_s A_s}{E_p A_p} - \epsilon_{pe} \quad (10)$$

이 된다. 또한, 식 (10)을 식 (8)에 대입하면, 다음과 같이 c_m 에 관한 2차방정식으로 정리된다.

$$0.85 f_{ck} b \beta_1 c_m^2 - (f'_s A_s - f'_s A'_s - k \epsilon_{cu} E_p A_p + \epsilon_{pe} E_p A_p) c_m - k \epsilon_{cu} E_p A_p d_p = 0 \quad (11)$$

따라서, c_m 은

$$c_m = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (12a)$$

로 구해지며, 여기서 A , B , C 는 각각

$$A = 0.85 f_{ck} b \beta_1 \quad (12b)$$

$$B = -(f'_s A_s - f'_s A'_s - k \epsilon_{cu} E_p A_p + \epsilon_{pe} E_p A_p) \quad (12c)$$

$$C = -k \epsilon_{cu} E_p A_p d_p \quad (12d)$$

이다. 그러므로, 식 (12a)에서 구한 c_m 을 식 (8) 또는 식 (10)에 대입하면 긴장재의 극한상태에서의 비부착긴장재의 추가 변형률($\Delta \epsilon_{ps}$)을 구할 수 있다.

3.2 제안식의 일반화

앞서 언급된 바와 같이 긴장재의 변형률은 부재의 총 길이의 변화에 의하여 결정되며, 이는 궁극적으로 모멘트의 분포형상에 의하여 달라지게 된다. 그러나, 제안된

식 (8)~(12)은 2점 가력하중을 전제로 유도되었기 때문에 다른 재하형태에 의한 영향을 반영할 필요가 있다. 이것은 앞서 언급된 바와 같이 모멘트 분포형상에 대한 고려를 통하여 반영될 수 있기 때문에 다음과 같이 식 (11)의 K 항에 모멘트 분포형상계수(α)를 도입하여 표현하면

$$0.85f_{ck}b\beta_1c_m^2 - (f_s A_s - f'_s A'_s - \alpha k \varepsilon_{cu} E_p A_p + \varepsilon_{pe} E_p A_p) c_m - \alpha k \varepsilon_{cu} E_p A_p d_p = 0 \quad (13)$$

이 된다. 식 (13)을 풀면 c_m 은 식 (12a)와 동일하게 구해지며, 다만, 식 (12c)와 (12d)에 표현된 k 값이 모멘트 분포형상계수(α)를 포함하는

$$B = -(f_s A_s - f'_s A'_s - \alpha k \varepsilon_{cu} E_p A_p + \varepsilon_{pe} E_p A_p) \quad (14a)$$

$$C = -\alpha k \varepsilon_{cu} E_p A_p d_p \quad (14b)$$

로 표현된다. 그러면, 긴장재의 평균 추가변형률($\Delta\varepsilon_{ps}$)은

$$\Delta\varepsilon_{ps} = \alpha k \frac{\varepsilon_{cu}}{c_m} (d - c_m) \quad (15)$$

로 구해진다.

식 (13)~(15)에 언급된 모멘트 분포형상계수(α)는 Fig. 10에 나타난 바와 같이 모멘트도의 면적비율의 관계를 통하여 구할 수 있으며, 집중하중의 경우에는 0.75, 등분포하중 및 2점 하중의 경우에는 1.0으로 구해진다. 다만, 2점 하중의 경우에는 부재 경간길이의 3등분점 재하를 기준으로 하였기 때문에, 그렇지 않은 경우에 대해서는 모멘트의 면적비를 적용하여 보다 상세한 모멘트 분포형상계수(α)를 적용할 수 있다.

또한, UPT부재 강도의 안정적인 예측을 위하여 긴장재의 응력을 항복응력(f_{py}) 이하로 제한하면, 긴장재의 추가 응력(Δf_{ps})은

$$\Delta f_{ps} \leq f_{py} - f_{pe} \quad (16)$$

여기서, f_{pe} 는 유효 프리스트레스 응력이다. 따라서, 극한상태에서 긴장재의 추가 응력은 식 (15)의 변형률을 사용하여 산정하되 식 (16)의 제한값을 적용한다. 최종적으로 긴장재의 극한응력(f_{ps}) 및 변형률(ε_{ps})은 다음과 같이 구해진다.

$$f_{ps} = f_{pe} + \Delta f_{ps} \quad (17a)$$

$$\varepsilon_{ps} = \varepsilon_{pe} + \Delta\varepsilon_{ps} \quad (17b)$$

여기서, ε_{pe} 는 유효 프리스트레스에 대응되는 변형률이다.

4.1과 4.2에서 제안된 방법으로 긴장재의 극한응력(f_{ps}) 및 변형률(ε_{ps})을 계산하는 순서를 정리하면 Fig. 11에 나타난 바와 같다.

3.3 제안 극한응력예측모델의 검증

이 연구에서 제안한 UPT부재의 극한응력예측식(이하 제안식)의 검증을 위하여 기존 연구자들²⁻⁹⁾이 수행한 실

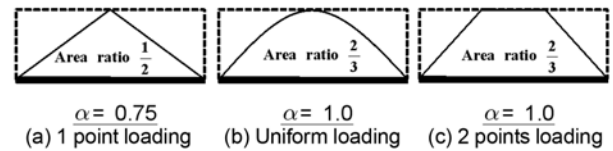


Fig. 10 Coefficient of moment distribution shape(α) for different loading types

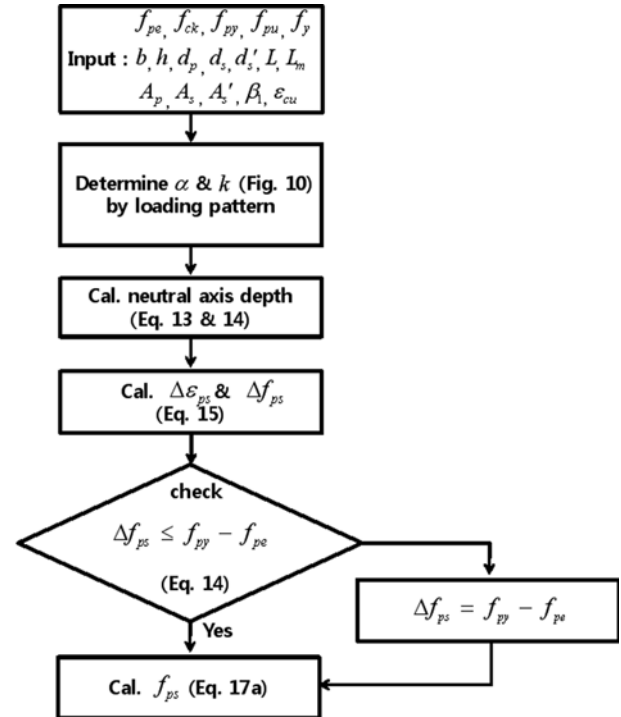


Fig. 11 Flow chart for the calculation of ultimate tendon stresses

험 결과를 모아 데이터베이스를 구축하였다. 여기에는 총 177개의 휨 실험 데이터를 포함하고 있으며, Table 2에 수집된 데이터의 특성을 나타내었다. 약 75% 이상이 2점재하 실험체이며, 1점 및 4점 재하의 실험체가 25%로 분포하였다. 약 79%의 실험체가 부착철근이 있는 시험체였으며, 나머지 21%는 부착철근이 없었다. 이 연구의 제안모델은 부착철근이 있는 경우에 더 적합하지만 부착철근이 없는 경우에 대하여도 적용 검토를 하기 위하여 이를 포함시켰다.

Fig. 12 (a) 및 (b)는 이 연구의 제안식을 적용하여 산정된 극한시 긴장재의 추가변형률(Δf_{ps}) 및 최종 변형률(f_{ps})을 실험 결과로부터 얻은 값들과 비교하여 나타난 것이다. 실험으로부터 구한 Δf_{ps} 및 f_{ps} 의 특정한 범위에 대하여 편향적인 경향이 없이 전반적으로 잘 예측되고 있는 것을 볼 수 있다. Δf_{ps} 에 대해서는 평균(mean) 1.06, 표준편차(SD) 0.37 및 변동계수(COV) 0.35를 보였으며, f_{ps} 에 대해서는 평균 1.01, 표준편차 0.09 및 변동계수 0.09를 보였다. 이것은 Table 3에 비교되어 있는 바와 같이 기존의 제안식들(Appendix 참고)에 비해 매우 우수한 정확도를 가지고 있는 것이다. 특히 부착철근이 있는 경우뿐만 아니라 부착철근이 없는 경우에도 비교적 실험값

Table 2 Characteristics of test database

<i>b</i> (mm)				<i>h</i> (mm)				<i>f_{pe}</i> (MPa)			
Range	1 pt.	2 pt.	4 pt.	Range	1 pt.	2 pt.	4 pt.	Range	1 pt.	2 pt.	4 pt.
120~160	23	107	0	100~175	0	12	2	750~900	19	54	0
200~470	10	22	9	225~280	10	76	1	900~1050	4	25	1
480~600	0	3	3	300~350	23	44	9	1050~1320	10	53	11
Total	33	132	12	-	33	132	12	-	33	132	12

ρ_s (%)				ρ_p (%)				Reinforcement index			
Range	1 pt.	2 pt.	4 pt.	Range	1 pt.	2 pt.	4 pt.	Range	1 pt.	2 pt.	4 pt.
0	10	27	0	0.1>	4	8	0	0.03~0.2	11	59	3
0.1~0.5	10	49	12	0.1~0.4	19	69	12	0.2~0.4	16	45	9
0.5~1	9	31	0	0.4~0.7	7	40	0	0.4~0.5	2	12	0
1~2.5	4	25	0	0.7~1.0	3	15	0	0.5~1.0	4	16	0
Total	33	132	12	-	33	132	12	-	33	132	12

*Reinforcement index (R) = $w_p + \frac{d_s}{d_p}(w_s - w') \leq 0.36\beta_1$

where, $\omega_p = \rho_p \frac{f_{pu}}{f_{ck}}$, $\omega_s = \rho_s \frac{f_y}{f_{ck}}$, $\omega_s' = \rho_s' \frac{f_y}{f_{ck}}$ and KCI notation is used when not listed.

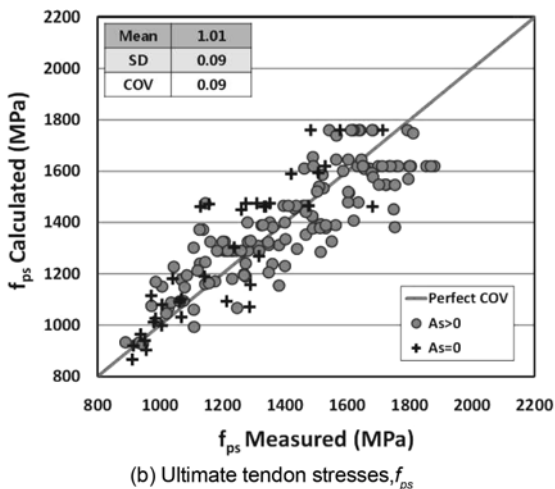
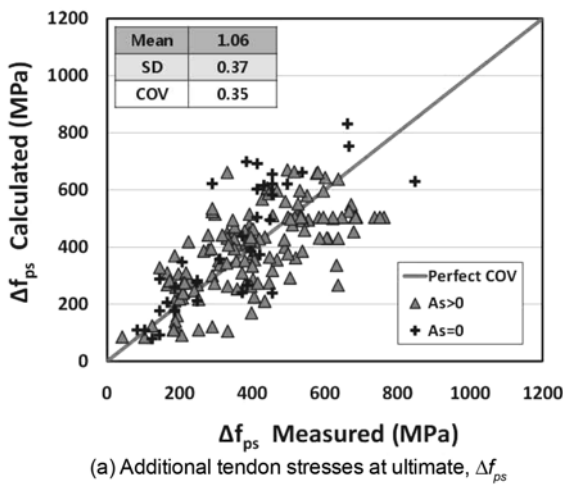


Fig. 12 Performance of proposed method

에 근접하게 Δf_{ps} 및 f_{ps} 를 예측하는 것을 볼 수 있다. 이것은 앞서 언급된 바와 같이 기존의 강체이론에서 가정된

Table 3 Performance of equations predicting ultimate tendon stresses

	$\frac{\Delta f_{ps, test}}{\Delta f_{ps, pred}}$	$\frac{f_{ps, test}}{f_{ps, pred}}$	$\frac{\Delta f_{ps, test}}{\Delta f_{ps, pred}}$	$\frac{f_{ps, test}}{f_{ps, pred}}$	$\frac{\Delta f_{ps, test}}{\Delta f_{ps, pred}}$	$\frac{f_{ps, test}}{f_{ps, pred}}$
	Eq.	Proposed Eq.	ACI code ²³⁾	ASHTTO-LRFD ²⁴⁾		
Mean	1.06	1.01	0.61	0.85	0.65	0.90
SD	0.37	0.09	0.36	0.08	0.46	0.10
COV	0.35	0.09	0.59	0.10	0.70	0.11
Eq.	Bui and Niwa ²⁰⁾	Naaman et al. ¹⁴⁾	Lee et al. ¹⁶⁾			
Mean	1.03	0.96	0.82	0.91	0.72	0.90
SD	0.87	0.15	0.60	0.09	0.51	0.11
COV	0.84	0.16	0.74	0.10	0.71	0.13
Eq.	Harajli and Kanj ⁵⁾	Warwaruk et al. ²⁾	Tam and Pannel ¹⁰⁾			
Mean	0.71	0.90	0.41	0.83	0.79	0.94
SD	0.38	0.09	0.22	0.08	0.52	0.13
COV	0.54	0.10	0.54	0.10	0.65	0.13
Eq.	Wollmann et al. ¹⁹⁾	Ozkul et al. ⁹⁾	Du and Tao ⁴⁾			
Mean	0.68	0.90	1.12	0.97	1.17	1.01
SD	0.48	0.11	0.62	0.09	0.71	0.12
COV	0.70	0.13	0.55	0.10	0.60	0.12

바와 같이 파괴시 변형이 한 단면에 집중되기 보다는 최대모멘트 구간에 분포된다는 가정이 보다 합리적일 수 있다는 것을 의미한다고 볼 수 있을 것이다.

Fig. 13은 40 MPa 이상의 44개 고강도콘크리트 부재만을 대상으로 제안식에 의한 Δf_{ps} 및 f_{ps} 값을 실험값과 비교하여 나타낸 것이다. Fig. 13에는 본 연구의 제안식 값들과 더불어 Ozkul et al.⁹⁾이 제안한 방법으로 산출된 값들을 동시에 나타내었다. 이들은 콘크리트 압축강도가

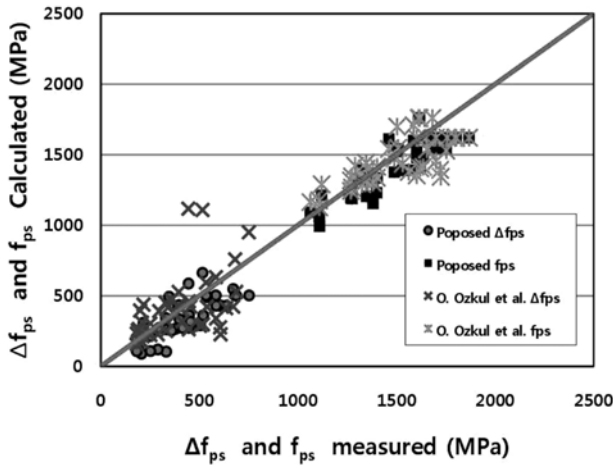
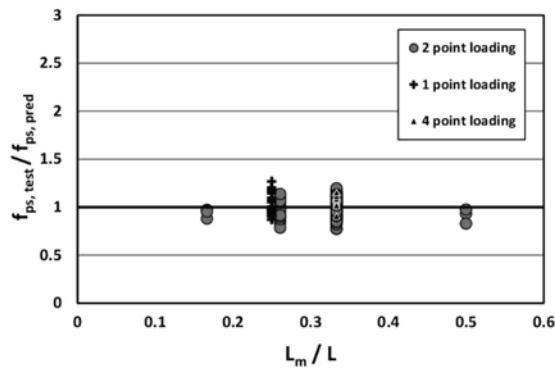


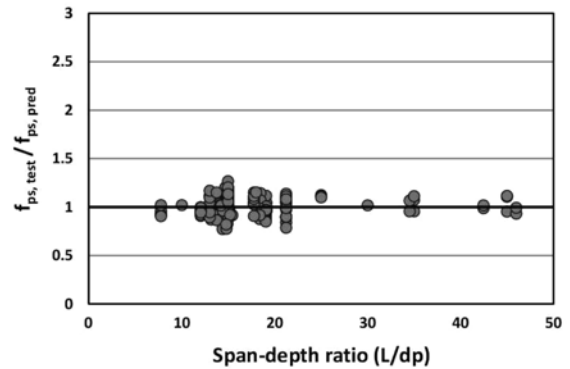
Fig. 13 Prediction of Δf_{ps} and f_{ps} for UPT members cast with high strength concrete

77~90 MPa인 실험체들을 대상으로 실험연구를 수행하였으며, 에너지보존원리를 적용한 제안식을 발표하였다. 따라서, 이러한 연구 결과를 바탕으로 검증된 그의 극한응력예측식은 고강도콘크리트에 매우 적절한 것으로 보고되었다. 고강도콘크리트 부재에 대하여 Ozkul et al.⁹⁾의 극한응력예측식에 의한 Δf_{ps} 및 f_{ps} 값을 실험값으로 나눈 비율인 $\Delta f_{ps, test} / \Delta f_{ps, pred}$ 및 $f_{ps, test} / f_{ps, pred}$ 값들이 각각 평균 1.02, 0.95, 표준편차 0.64, 0.100, 변동계수 0.63, 0.11을 나타냈으며, 본 연구의 제안식은 각각 평균 1.14, 1.03, 표준편차 0.24, 0.06, 변동계수 0.21, 0.06의 분포를 보였다. 즉, 고강도콘크리트의 Δf_{ps} 및 f_{ps} 값을 잘 예측하는 것으로 알려진 Ozkul et al.의 극한응력예측식 보다 본 연구의 제안식이 더욱 정확한 값을 주고 있는 것이다.

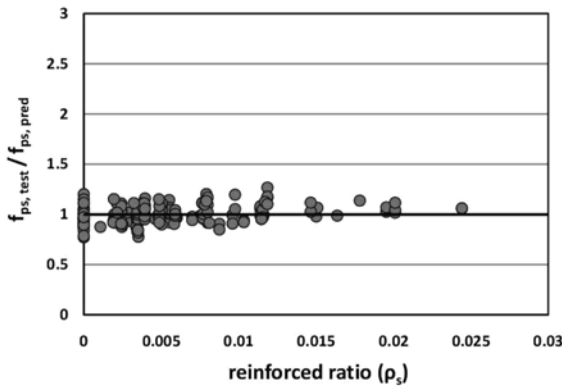
Fig. 14(a)~(f)는 제안된 극한시 긴장재의 최종변형률 (f_{ps})에 대한 본 연구의 제안식이 주요 인자들에 대한 영



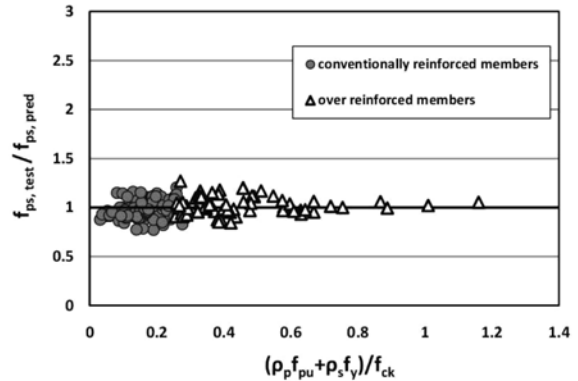
(a) Effect of maximum moment region



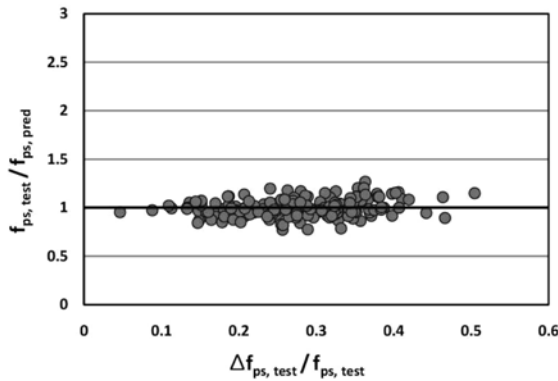
(b) Effect of span to depth ratio



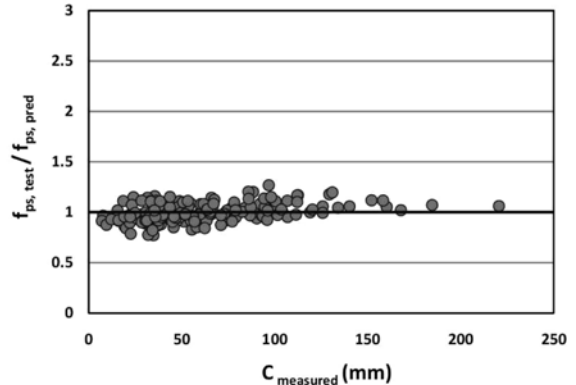
(c) Effect of bonded reinforcement



(d) Effect of reinforcement



(e) Effect of tendon stress increase at ultimate



(f) Effect of neutral axis depth

Fig. 14 Performance of the proposed method for primary influencing parameters

향을 잘 반영하고 있는지를 보다 구체적으로 살펴보기 위하여 실험값과 예측값의 비($f_{ps, test} / f_{ps, pred}$)로 나타낸 것이다. Fig. 14(a)는 부재 길이에 대한 최대모멘트 구간의 길이 및 재하형태의 영향을 나타낸 것으로 제안식에 의한 f_{ps} 가 모든 범위에서 편향적인 치우침이 없이 잘 예측되고 있는 것을 알 수 있다. 즉, 최대모멘트 구간에서 변형이 집중된다는 가정이 큰 무리없이 적용될 수 있는 것으로 판단된다. Fig. 14(b)는 부재의 유효깊이에 대한 길이의 비(L/d_p)에 대하여 나타낸 것으로 L/d_p 가 약 8~48 범위 내의 모든 구간에서 f_{ps} 예측값이 역시 실험값과 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 14(c)는 f_{ps} 에 대한 부착철근의 유무 또는 부착철근량의 영향이 잘 반영되고 있는지를 보여주는 것으로서, 부착철근이 없는 경우부터 부착철근비가 약 2.5%에 이르는 경우까지 모두 잘 반영되고 있다는 것으로 보여준다. 이것은 앞서 Fig. 12에서의 해석과 일치하는 것이다. Fig. 14(d)는 보강비($(\rho_p f_{pu} + \rho_s f_y) / f_{ck}$)의 영향을 보여주는 것이며, 역시 제안된 f_{ps} 예측값이 모든 보강비의 범위에서 실험값과 매우 근사한 결과를 보여주고 있다. 특히, 현행기준^{23,29)}에서 제시하고 있는 보강비의 제한치인 $0.36\beta_1$ 을 초과하는 실험체에 대해서도 제안식은 강도를 정확히 예측하고 있음을 알 수 있다. 이것은 식 (11)~(15)에서 긴장재량 및 철근량의 영향이 중립축 산정 및 긴장재의 응력 산정에 잘 반영되고 있기 때문으로 판단된다. 따라서 실제 현장에서 외부포스트텐션 등에 의한 보수·보강시에 쉽게 발생될 수 있는 과보강 부재의 경우에도 제안식을 적용하는 데에 문제가 없다는 것을 말해준다.

Fig. 14(e)는 부재에 도입된 긴장력과 하중 작용에 의하여 추가적으로 긴장재에 발생하는 응력의 상대적인 비율이 f_{ps} 의 예측에 미치는 영향을 살펴보기 위한 것으로, $\Delta f_{ps, test} / f_{ps, test}$ 값이 클수록 초기 도입 긴장력에 비해 상대적으로 재하하중에 의한 추가응력이 큰 경우를 뜻한다. 역시 $\Delta f_{ps, test} / f_{ps, test}$ 의 모든 범위에서 제안식에 의한 f_{ps} 값이 실험값과 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 14(f)는 중립축 깊이에 따른 f_{ps} 값의 예측 결과를 나타낸 것이며, 중립축 깊이는 실험으로부터 얻어진 f_{ps} 를 힘의 평형방정식 식 (9)에 대입하여 구한 값이다. 모든 중립축 깊이에 대하여 실험값과 매우 근접한 결과를 주고 있는 것을 볼 수 있으며, 이는 본 연구에서 제안하고 있는 식 (15)에 의한 극한시 긴장재의 평균 추가변형률($\Delta \epsilon_{ps}$)이 중립축의 영향을 적절히 반영하고 있다는 것을 의미한다.

결론적으로, Figs. 13 및 14에서 살펴본 바와 같이 본 연구에서 제안된 Δf_{ps} 또는 f_{ps} 에 대한 예측값은 주요 영향 인자에 대하여 모두 적절한 반영을 하고 있는 것으로 판단된다.

4. 결 론

이 논문에서는 UPT부재에서 비부착긴장재의 극한응력 예측식을 고찰하고, 예측 정확도가 향상된 합리적인 비

부착긴장재의 극한응력예측식을 제안하였다. 또한, 기존 연구로부터 모은 177개의 실험 결과 데이터베이스를 구축하여 본 연구의 제안식 및 기존식들의 정확성을 평가하였으며, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 제안된 비부착긴장재의 극한응력예측식은 주요 인자들의 영향을 잘 반영하였으며, 기존의 제안식에 비해 예측 정확도가 매우 뛰어난 것으로 검증되었다.
- 2) 부착철근이 배근된 부재의 경우에 최대모멘트 구간에서 곡률이 집중된다는 가정은 제안식에 대한 분석결과로부터 매우 합리적인 것으로 판단된다. 또한, 부착철근이 없는 경우에도 비부착긴장재의 극한응력에 대한 예측에 큰 무리없이 적용이 가능한 것으로 분석되었다.
- 3) 대부분의 기존 제안식들은 재하형태의 영향을 고려하기 어려운 반면, 본 논문에서 적용한 모멘트 면적비율을 고려한 접근은 다양한 하중 형상을 간단하면서도 합리적으로 고려할 수 있었다.
- 4) 기존에서 제시되고 있는 최대 보강비를 초과하는 부재에 대해서도 제안식은 매우 정확한 휨강도를 제공하였으며, 이를 통하여 보수·보강시에 보강비가 제한보강비를 초과하는 경우에도 적용될 수 있음을 확인하였다.
- 5) 제안식은 일반 강도 뿐만 아니라 고강도콘크리트가 적용된 UPT부재에 대해서도 비부착긴장재의 극한응력을 매우 정확하게 예측하였다.

감사의 글

이 논문은 2008년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었다 (KRF-2008-331-D00637).

참고문헌

1. Collins, M. P. and Mitchell, D., *Prestressed Concrete Structure*, Prentice Hill, 1991, 766 pp.
2. Warwaruk, J., Sozen, M. A., and Siess, C. P., "Investigation of Prestressed Concrete for Highway Bridges, Part.: Strength and Behavior in Flexure of Prestressed Beam," *Bulletin*, No. 464, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Ill., 1962. 105 pp.
3. Janney, J. R., Hognestad, E., and Mchenry, D., "Ultimate Flexural Strength of Prestressed and Conventionally Reinforced Concrete Beam," *ACI Structural Journal*, Title No. 52-37, 1956, pp. 601~620.
4. Du, G. and Tao, X., "Ultimate Stress of Unbonded Tendons in Partially Prestressed Concrete Beams," *PCI Journal*, Vol. 30, No. 6, 1985, pp. 72~91.
5. Harajli, M. H. and Kanj, M. Y., "Ultimate Flexural Strength of Concrete Members Prestressed With Unbonded Tendons," *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 6, 1991, pp. 663~673.
6. Campbell, T. I. and Chouinard, K. L., "Influence of Non-

- prestressed Reinforcement on the Strength of Unbonded Partially Prestressed Concrete Member,” *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, 1991, pp. 546~551.
7. Chakrabarti, P. R., “Ultimate Stress for Unbonded Post-Tensioning Tendons in Partially Prestressed Beam,” *ACI Structural Journal*, Vol. 92, No. 6, 1995, pp. 689~697.
 8. 문정호, 임재형, 이창규, “비부착 프리스트레스트 보강재를 갖는 PSC부재의 변위와 프리스트레스트 보강재 응력의 상관관계 및 변수별 효과,” 콘크리트학회 논문집, 14권, 2호, 2002, pp. 171~179.
 9. Ozkul, O., Nassif, H., Tanchan, P., and Harajli, M. H., “Rational Approach for Predicting Stress in Beams with Unbonded Tendons,” *ACI Structural Journal*, Vol. 105, No. 3, 2008, pp. 338~347.
 10. Tam, A. and Pannell, F. N., “The Ultimate Moment Resistance of Unbonded Partially Prestressed Reinforced Concrete,” *Magazine of Concrete Research*, Vol. 28, No. 97, 1976, pp. 203~208.
 11. Harajli, M. H., “Effect of Span-Depth Ratio on The Ultimate Steel Stress in Unbonded Prestressed Concrete Members,” *ACI Structural Journal*, Vol. 87, No. 3, 1990, pp. 305~312.
 12. Harajli, M. H., “On the Stress in Unbonded Tendon at Ultimate: Critical Assessment and Proposed Change,” *ACI Structural Journal*, Vol. 103 No. 6, 2006, pp. 803~812.
 13. Naaman, A. E. and Alkhairi, F. M., “Stress at Ultimate in Unbonded Post Tensioning Tendons-Part 1: Evaluation of the State-of-the-Art,” *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, 1991, pp. 641~651.
 14. Naaman, A. E. and Alkhairi, F. M., “Stress at Ultimate in Unbonded Post Tensioning Tendons-Part 2: Proposed Methodology,” *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 6, 1991, pp. 693~692.
 15. Bondy, K. B., “Realistic Requirements for Unbonded Post-Tensioning Tendons,” *PCI Journal*, 1970, pp. 50~59.
 16. Lee, L. H., Moon, J. H., and Lim, J. H., “Proposed Methodology for Computing of Unbonded Tendon Stress at Flexural Failure,” *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 6, 1999, pp. 1040~1048.
 17. Au, F. T. K. and Du, J. S., “Prediction of Ultimate Stress in Unbonded Tendons,” *Magazine of Concrete Research*, Vol. 56, No. 1, 2004, pp. 1~11.
 18. Macgregor, R. J. G., Kregor, M. E., and Breen, J. E., “Strength and Ductility of Three Span Externally Post-Tensioned Segmental Box Girder Bridge Model,” Research Report No. 365-3F, Center for Transportation Research, The University of Texas, Austin, Texas, 1989, 299 pp.
 19. Robert-Wollmann, C. L., Kregor, M. E., Rogosky, D. M., and Breen, J. E., “Stress in External Tendons at Ultimate,” *ACI Structural Journal*, Vol. 102, No. 2, 2005, pp. 206~213.
 20. Bui, D. K. and Niwa, J., “Prediction of Loading-Induced Stress in Unbonded Tendons at Ultimate,” *Doboku Gakkai Ronbunshu E*, Vol. 62, No. 2, 2006, pp. 428~443.
 21. Allouche, E. N., Campbell, T. I., Green, M. F., and Soudki, K. A., “Tendon Stress in Continuous Unbonded Prestressed Concrete Members-Part 1 : Parametric Study,” *PCI Journal*, Vol. 44, No. 1, 1999, pp. 86~93.
 22. Allouche, E. N., Campbell, T. I., Green, M. F., and Soudki, K. A., “Tendon Stress in Continuous Unbonded Prestressed Concrete Members - Part 2 :Review of Literature,” *PCI Journal*, Vol. 44, No. 1, 1999, pp. 60~73.
 23. ACI Committee 318, “Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318M-05),” American Concrete Institute, Farmington Hills, 2005, 436 pp.
 24. American Association of State Highway and Transportation Officials, “AASHTO LRFD Bridge Design Specifications,” Third Edition, AASHTO, Washington, DC, 2004, 1450 pp.
 25. CAN3-A23.3-M94, “Design of Concrete Structure,” Canadian Standard Association, Rexdale, Ontario, 1994, 353 pp.
 26. BSI 8110-85, “Section 4.3.7.3: Structural Use of Concrete,” British Standards Institution, London, 1985, 161 pp.
 27. DIN 4227, “Part 6: Prestressed Concrete, Construction of Prestressed Concrete Member,” German Code, 1980, 365 pp.
 28. NEN 3880, “Part H : Regulations for Concrete,” Dutch Code, 1984, Section 503.1.3.
 29. 한국콘크리트학회, 콘크리트구조설계기준해설, 한국콘크리트학회, 2007, 523 pp.
 30. Mojtahedi, S. and Gamble, W. L., “Ultimate Steel Stresses in Unbonded Prestressed Concrete,” *ASCE, Journal of Structural Division*, Vol. 104, No. ST7, 1978, pp. 1159~1165.

요약 비부착 긴장재를 적용한 프리스트레스트 휨부재는 부착방식과 다르게 콘크리트와 긴장재의 비부착 거동 때문에 휨강도의 정확한 예측이 쉽지 않다. 이에 대한 많은 연구들이 진행되었지만 비부착 긴장재를 적용한 부재의 휨강도에 대한 이해는 여전히 부족하여, 각국의 기준은 매우 다르고 동일한 부재에 대하여 서로 다른 예측값을 주는 경우가 많다. 따라서, 본 논문은 기존 제안식들을 고찰하고, 이를 개선하여 보다 합리적면서 향상된 정확도를 가질 수 있는 비부착긴장재의 극한응력예측식을 제안하고자 하였다. 또한, 비부착긴장재를 적용한 부재의 휨강도에 대한 기존의 실험 결과를 광범위하게 수집하여 데이터베이스를 구축하고, 이를 활용하여 제안모델의 정확성을 검증하고자 하였다. 변형의 집중을 가정하고 소성힌지 길이를 이용한 강체거동모델 등 기존의 제안식들에 비하여 본 논문에서 제안한 극한응력예측식은 매우 뛰어난 정확도를 보였으며, 철근보강비, 재하형태, 콘크리트의 강도 등 주요 인자들의 영향을 매우 적절하게 반영하는 것으로 나타났다. 특히, 보수·보강시 발생할 수 있는 과보강 상황 및 고강도콘크리트 부재에 대해서도 매우 정확한 비부착긴장재의 극한응력을 제공하였다.

핵심어 : 프리스트레스트, 포스트텐션, 비부착, 긴장재, 휨강도

APPENDIX

Table A1 Equations for the prediction of ultimate tendon stresses, f_{ps} , from previous studies

No. of Eq.	Authors / Code	Equations for	Parameters
(a)	ACI 318-05 ²³⁾	$f_{ps} = f_{pe} + 70 + \frac{f'_c}{100\rho_p} < f_{py} \text{ or } f_{pe} + 420(\text{MPa}) \text{ for } L/d_p \geq 35$ $f_{ps} = f_{pe} + 70 + \frac{f'_c}{300\rho_p} < f_{py} \text{ or } f_{pe} + 210(\text{MPa}) \text{ for } L/d_p < 35$ <p>where, f_{pe}: effective prestress, ρ_p: prestressing reinforcement ratio d_p: distance from top fiber to centroid of prestressing steel.</p>	f_{pe} , A_{ps} , f'_c , L/d_p
(b)	AASHTO-LRFD ²⁴⁾	$f_{ps} = f_{pe} + 6300 \left(\frac{d_p - c_y}{l_e} \right) \leq f_{py} (\text{MPa})$ <p>where, $l_e = \frac{2L}{2 + N_s}$, N_s: number of hinges crossed tendons, c_y: neutral axis depth at yielding, f_{py}: yield strength of tendon.</p>	f_{pe} , A_{ps} , f_{py} , A_s , f_y , f'_c , L/d_p , span
(c)	Bui and Niwa ²⁰⁾	$f_{ps} = f_{pe} + E_{ps} \epsilon_{cu} \left(\frac{d_p}{c_y} - 1 \right) \frac{L_o}{L} \leq f_{py} (\text{MPa})$ <p>where, ϵ_{cu}: concrete maximum strain, c_y: neutral axis depth at yielding, $\frac{L_o}{L} = \left[\frac{1 + w_s}{\beta_1 L/d_{ps}} + w_s + 0.05(-1)^n \right]$, n: $n = 1$ for 1 point loading, $n = 2$ for 2 or uniform loading.</p>	f_{pe} , A_{ps} , A_s , A'_s , f_y , f'_c , Loading Type, L/d_p
(d)	Naaman and Alkhairi ¹⁴⁾	$f_{ps} = f_{pe} + \Delta f_{ps} = f_{pe} + \Omega_u E_p \epsilon_{cu} \left(\frac{d_p}{c} - 1 \right) \frac{L_1}{L_2} (\text{MPa})$ <p>where, f_{pe}: effective prestress, $\Omega_u = \frac{u}{L/d_p}$: bond coefficient factor ($u = 2.6$ for one point loading, $u = 5.4$ for other loading pattern), E_{ps}: modulus of prestressing steel.</p>	f_{pe} , A_{ps} , A_s , A'_s , f_y , f'_c , Loading Type, L/d_p
(e)	Lee et al. ¹⁶⁾	$f_{ps} = 69 + 0.8f_{pe} + \frac{1}{15} \frac{(A'_s - A_s)f_y}{A_{ps}} + 6.64 \sqrt{\frac{d_s f_{ck}}{d_p \rho_p} \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{L/d_p} \right)} \leq f_{py} (\text{MPa})$ <p>where, f_{pe}: effective prestress, f: $f = 10$ for 1 point loading, $f = 3$ for 2 point or uniform loading.</p>	f_{pe} , A_{ps} , A_s , A'_s , f_y , f'_c , Loading Type, L/d_p
(f)	Harajli and Kanj ⁵⁾	$f_{ps} = f_{pe} + \gamma_o f_{pu} \left(1 - 3 \frac{A_{ps} f_{pe} + A_s f_y}{b d_p f'_c} \right) (\text{MPa})$ <p>where, $\gamma_o = \frac{n_o}{n} \left(0.12 + \frac{2.5}{S/d_p} \right)$, $\frac{n_o}{n}$: ratio of length of loaded span to total length, S: total length of member if simply supported member.</p>	f_{pe} , A_{ps} , A_s , f_y , f'_c , L/d_p
(g)	Warwaruk et al. ²⁾	$f_{ps} = f_{pe} + \left(30,000 - \frac{\rho_p}{f'_c} \times 10^{10} \right) (\text{psi})$ <p>where, f_{pe}: effective prestress, ρ_p: prestressing reinforcement ratio.</p>	f_{pe} , A_{ps} , f'_c
(h)	Tam and Pannell ¹⁰⁾	$f_{ps} = f_{pe} + \gamma_s \left(1 - \frac{c}{d_p} \right) (\text{MPa})$ <p>where, $c = \frac{(f_{pe} + \gamma_s) A_p + A_s f_y - A'_s f'_y - 0.85 f'_c (b - b_w) h_f}{0.85 \beta_1 f'_c b_w + \gamma_s A_p / d_p}$, $\gamma_s = \frac{10.5 E_p \epsilon_{c'}}{L/d_p}$, β_1: factor relating depth of equivalent rectangular compressive stress block to neutral axis depth, f'_c: concrete compressive strength.</p>	f_{pe} , A_{ps} , A_s , f_y , f'_c , L/d_p
(i)	Robert-Wollmann et al. ¹⁹⁾	$f_{ps} = f_{pe} + 6200 \left(\frac{d_p - c_y}{l_e} \right) \leq f_{py} (\text{MPa})$ <p>where, $l_e = \frac{L}{1 + n/2}$, n: number of hanges crossed tendons, c_y: neutral axis depth at yielding, f_{py}: yield strength of tendon.</p>	f_{pe} , A_{ps} , A_s , f_y , f_{py} , f'_c , L/d_p , span
(j)	Ozkul et al. ⁹⁾	$f_{ps} = f_{pe} + \frac{E_{ps}}{196} \left(\frac{e \beta_1 f'_c b}{A_s f_y + A_{ps} f_{pu}} k_1 \right) \leq f_{py} (\text{MPa})$ <p>where, e: eccentricity of load parallel to axis measured from centroid of section, $k_1 = \left[1 - 2 \frac{L_h}{L} - \frac{L_p^2}{L L} \right]$, L: total length of beam, $L_h = \frac{L}{2} - \frac{L}{2f} - (0.5d_p + 0.05Z)$, Z: the shear span length, f: $f = \infty$ for 1 point loading, $f = 3$ for 2 points loading, $f = 6$ for uniform loading.</p>	f_{pe} , A_{ps} , A_s , A'_s , f_y , f'_c , Loading Type, L/d_p
(k)	Du and Tao ⁴⁾	$f_{ps} = f_{pe} + (786 - 1920q_o) (\text{MPa})$ <p>where, f_{pe}: effective prestress, q_o: $q_e + q_s$, $q_e = \rho_p \frac{f_{pe}}{f'_c}$, $q_s = \rho_s \frac{f_y}{f'_c}$</p>	f_{pe} , A_{ps} , A_s , f_y , f'_c