

비선형 스위칭 평면을 이용한 슬라이딩모드 제어기 설계

조현섭^{1*}

¹청운대학교 디지털방송공학과

The Design of Sliding Mode Controller with Nonlinear Sliding Surfaces

Hyun-Seob Cho^{1*}

¹Dept. of Digital Broadcasting & Electronic Engineering, Chungwoon Univ.,

요 약 본 논문은 고정 슬라이딩면을 갖는 가변 구조 제어기의 단점인 도달영역에서의 파라미터의 불확실성과 외부 외란에 대한 민감성을 감소시키는 방안으로 고정 슬라이딩면 대신 비선형 슬라이딩면을 제시한다. 비선형 슬라이딩면을 통하여 시스템 상태 궤적이 초기 위치에서부터 평형점에 이르기까지 외란과 파라미터의 불확실성에 강인하게 되며 아울러 고정 슬라이딩면까지의 도달시간 뿐만 아니라 평형점까지의 도달시간도 감소하게 되는 특성을 보이고자 한다. 제안된 제어 구조의 효과는 시뮬레이션을 통해 증명하였다.

Abstract This study develops a variable structure controller using the time-varying nonlinear sliding surface instead of the fixed sliding surface, which has been the robustness against parameter variations and extraneous disturbance during the reaching phase. By applying TS algorithm to the regulation of the nonlinear sliding surface, the reaching time of the system trajectory is faster than the fixed method. This proposed scheme has better performance than the conventional method in reaching time, parameter variation and extraneous disturbance. The effectiveness of the proposed control scheme is verified by simulation results.

Key Words : Plants of Auto-equipment Systems, Robustness Control, Variable structure control, Neural Network Sliding mode, Nonlinear systems

1. 서론

기존 설비시스템의 적응제어 기법은 동적 시스템의 수학적 모형을 필요로 하며, 동적 시스템은 비선형성을 가지고 있으며, 비선형 특성이 심한 시스템의 제어는 아주 어렵다. 실제로 동적시스템의 모형은 비선형성, 불확정성, 시간지연, 시변 시스템의 변수, 구조등에 의해서 정확하게 기술한다는 것은 불가능하다. 가변 구조 제어방식은 비선형 시스템에 대하여 안정성을 보장할 수 있고, 외란이나 잡음에 대하여도 매우 강인함은 일반적으로 잘 알려진 사실이다[1,2]. 하지만 시스템의 불확실성을 보상하며, 스위칭 평면상에서 시스템이 동작하기 위해서는 제어 입력 값의 급격한 변화가 요구된다. 이러한 급격한 입력

값의 변화는 스위칭 평면상에서 떨림 현상을 유발하게 되어 시스템의 모델링에서 미처 고려하지 않았던 고주파 성분이 문제가 되기도 한다. 이 떨림 현상을 제거하기 위해서 스위칭면을 엄격하게 고정시키는 것이 아니라 적당히 경계층을 도입하여, 경계층 영역 내에서 제어 입력 값을 연속적으로 근사화 시켜 사용했다[3]. 근래에, 퍼지이론을 이용한 제어가 여러 부분에서 시도되고 있고, 가변 구조 제어방식에도 퍼지 이론이 접목되었다[4,5]. 이는 경계층을 여러 개로 분할하여 소속 함수를 할당함으로써 오차와 오차 변화율의 크기에 따라 퍼지 추론이 수행된다. 이와 같이 스위칭 면을 엄격하게 고정시키는 것이 아니라 경계층을 도입함으로써 떨림 현상을 완화시키는 반면에 오차의 크기는 증가하였다. 또한 최근에 입출력 관

이 논문은 2009년도 청운대학교 교내학술연구비 지원에 의해 연구되었음.

*교신저자: 조현섭(chohs@chungwoon.ac.kr)

접수일 09년 11월 10일

수정일 09년 12월 09일

게재확정일 09년 12월 16일

계의 사상을 구현하는 신경망도 많은 관심을 받고 연구되고 있다. 이는 입출력 관계가 함수적이든, 논리적이든, 그렇지 않으면 이들 관계가 미지의 관계이든지 어느 한 분야만 국한되지 않고 적용이 가능하다. 적용분야는 패턴 인식 및 분류, 적응 필터 및 신호처리, 공정 및 플랜트 모델링, 지능제어 분야 등에서 이루어지고 있다[6,7]. 본 논문에서는 시스템 불확실성의 영향을 최소화하기 위하여, 슬라이딩 곡면을 갖는 가변 구조 시스템을 제안하였다. 슬라이딩 모드는 슬라이딩 면 경계층 내의 각 값(오차와 오차 변화율)에 대한 적절한 연속적인 출력 값에 의해 결정된다. 이와 같은 슬라이딩 곡면을 갖는 가변 구조 시스템을 불확실성이 존재하는 시스템에 도입함으로써, 슬라이딩 모드 제어의 문제점인 떨림 현상을 해결하고, 추적 오차를 더욱 줄일 수 있었다. 제안된 제어 기법의 효과는 시뮬레이션에 의하여 확인하였다.

2. 가변 구조 제어이론

다음과 같이 n차의 시스템이 주어졌다고 가정하자.

$$\dot{x}^n(t) = f(x, t) + u(t) \quad (1)$$

여기서,

$x(t) = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$ 는 상태 벡터이고, $u(t)$ 는 제어 입력이다. 또한 $f(x, t)$ 는 상태벡터 x 와 시간 t 의 함수로서 다음과 같이 표현된다.

$$f(x, t) = \hat{f}(x, t) + \Delta f(x, t) \quad (2)$$

여기서, $\hat{f}(x, t)$ 는 $f(x, t)$ 의 추정 값이고, $\Delta f(x, t)$ 는 모델의 불확실 정도를 나타낸다. 그리고 $\Delta f(x, t)$ 는 F 로 한정 된다.

$$|\Delta f(x, t)| \leq F(x, t) \quad (3)$$

본 논문에서 고려하는 제어 문제는 현재의 상태 x 가 목표로 하는 x_d 를 모델의 불확실성이 있는 경우에도 따라 가도록 하는 것이다. 이에 따른 추적 오차(tracking error)와 오차 벡터를 다음과 같이 정의한다.

$$e(t) = x(t) - x_d(t) \quad (4)$$

$$e(t) = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \quad (5)$$

슬라이딩 곡면(Sliding surface)은 n차원 평면상에서 $s(x, t) = 0$ 를 만족시키는 식으로 구성한다.

$$s(x, t) = (d/dt + \lambda)^{n-1} \cdot e; \lambda \geq 0 \quad (6)$$

위와 같이 정의하면, 추적 제어(tracking control)는 오차 벡터 e 를 슬라이딩 곡면상에 놓이게 하는 것과 같다.

슬라이딩 곡면상에 오차벡터를 머물도록 하는 제어 입력 $u(t)$ 는 다음의 슬라이딩 조건으로부터 얻을 수 있다[2].

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} [s^2(x, t)] \leq -\eta \cdot |s|; \eta \geq 0 \quad (7)$$

일반성을 유지하면서, 다음의 2차 시스템의 경우를 생각하여 보자.

$$\ddot{x}(t) = f(x, t) + u(t) \quad (8)$$

식 (6)으로부터 $s(t)$ 와 그의 미분 값은 아래와 같다.

$$s = \dot{e} + \lambda e \quad (9)$$

$$\dot{s} = \ddot{x}(t) - \ddot{x}_d(t) + \lambda \dot{e} \quad (10)$$

식(7)의 슬라이딩 조건으로부터 아래의 관계를 얻는다.

$$s \cdot \dot{s} = s \cdot (f(x, t) + u(t) - \ddot{x}_d(t) + \lambda \dot{e}) \leq -\eta \cdot |s| \quad (11)$$

식(11)을 만족시키도록 제어 입력을 구성 하면 되므로, $u(t) = \hat{u} - K(x, t) \cdot \text{sgn}(s)$ 와 같이 정의한다. 여기서 $\hat{u} = -\hat{f} - \lambda \dot{e} + \ddot{x}_d$ 는 $\dot{s} = 0$ 로부터 얻은 값이고,

$$\text{sgn}(s) = s / |s| \text{ 이다.}$$

$$u = \hat{u} - K(x, t) \cdot \text{sgn}(s) = (-\hat{f} - \lambda \dot{e} + \ddot{x}_d(t)) - K(x, t) \cdot \text{sgn}(s); K(x, t) > 0 \quad (12)$$

식(12)을 식(11)에 대입하여 $K(x, t)$ 의 범위를 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$K(x, t) \geq F + \eta \quad (13)$$

제어 입력의 $\text{sgn}(s)$ 에 의한 급격한 변화를 피하기 위하여, 슬라이딩면에 경계층(boundary layer) Φ 를 도입하면 $u(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$u = \hat{u} - K(x, t) \text{sat}(s/\Phi); \Phi > 0 \quad (14)$$

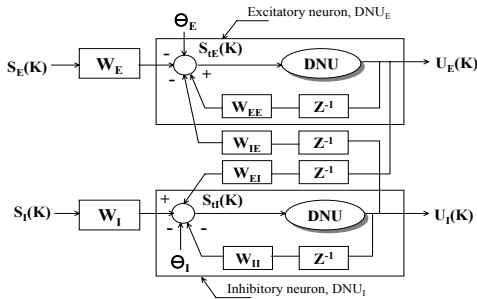
$$\text{sat}(s/\Phi) = \begin{cases} s/\Phi & \text{if } |s/\Phi| < 1 \\ \text{sgn}(s/\Phi) & \text{if } |s/\Phi| \geq 1 \end{cases}$$

3. 슬라이딩 모드

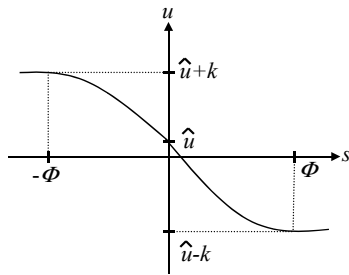
슬라이딩 모드의 기본적인 역할은 입출력 관계의 사상(mapping)을 구현하는 것이다. 그러므로 입출력 관계가 함수이든, 논리이든 또는 이들로 표현되지 않는 미지의 관계이든 간에 어느 한 분야에 국한되지 않고 일반적인

인 분야에 적용 가능하다. 따라서 앞에서 설계한 슬라이딩면의 경계층에서 s 를 입력 값으로 하고 그에 따른 연속적인 출력값이 신경망에 의해 결정될 수 있다. 입출력의 관계는 시스템 특성에 따라 여러 가지 형태로 나타낼 수 있다. 그림 1은 원하는 값을 위한 학습 및 입출력 관계를 도식적으로 나타내었다. 그림 2에서 신경망의 학습은 모델의 불확실성(model uncertainty)에 의해 발생하는 s 와 원하는 출력 O 를 사상(mapping)시킴으로서, 매 순간마다 발생하는 오차와 오차 변화율에 따른 적합한 연속적인 출력을 얻는데 있다. 학습 알고리즘은 역전파(back-propagation)법을 사용하였고, 학습상수는 수렴 속도와 오차의 진동을 고려하여 0.3으로 사용하였다. 또한 학습 횟수는 5,000회까지 하였으며, 응답함수는 시그모이드(sigmoid)함수를 사용하였다. 신경망의 구조는 2층의 전향 신경망(feedforward neural network)구조를 사용하였다. 이와 같은 신경망에 의한 출력 O 는 경계층 내에서 u 값의 연속적인 근사화에 사용된다. 이때 제어 입력은 다음 식과 같다.

$$u = \hat{u} - K(x, t) \cdot O \quad (15)$$



[그림 1] 슬라이딩 모드의 학습 및 입출력 블록선도



[그림 2] 경계층 내에서 u 값의 연속적인 근사화

4. 시뮬레이션 및 결과고찰

슬라이딩 곡면을 갖는 가변 구조 제어의 성능을 확인하기 위하여 다음의 2차 시스템을 고려하여 본다.

$$\ddot{x}(t) + a(t) \cdot \dot{x}(t)^2 \cdot \cos(3x) = u(t); 1 \leq a(t) \leq 2 \quad (16)$$

앞의 식(8)과 비교하여 다음 식(17)을 얻는다.

$$\begin{aligned} \hat{f}(x, t) &= -1.5 \dot{x}(t)^2 \cdot \cos(3x) \\ F(x, t) &= 0.5 \dot{x}(t) \cdot |\cos(3x)| \end{aligned} \quad (17)$$

(12)식에 의하여 \hat{u} 는 다음 식과 같다.

$$\hat{u} = -\hat{f} - \lambda \dot{e} + \ddot{x}_d = 1.5 \dot{x}^2 \cos(3x) - \lambda \dot{e} + \ddot{x}_d \quad (18)$$

일레로 $\lambda = 20, \eta = 0.1$ 에 대하여 경계층이 없는 경우의 제어 입력 u 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u &= \hat{u} - K(x, t) \cdot \text{sgn}(s) \\ &= \hat{u} - (0.5 \dot{x}^2 \cdot |\cos(3x)| + \eta) \cdot \text{sgn}(s) \end{aligned} \quad (19)$$

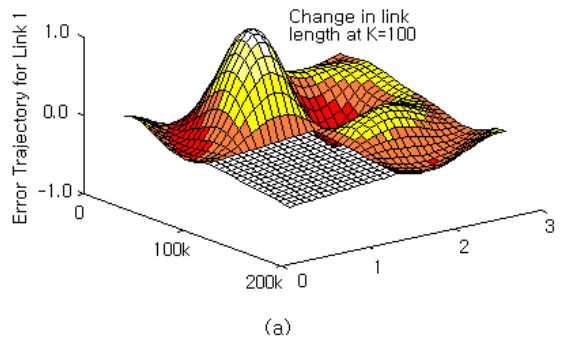
경계층 Φ ($\Phi = 0.1$)를 사용한 제어 입력 u 는 다음과 같다.

$$u = \hat{u} - K(x, t) \cdot \text{sat}[(\dot{e} + \lambda e)/\Phi] \quad (20)$$

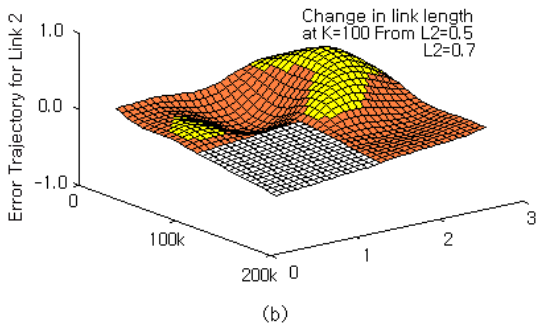
또한 슬라이딩 곡면을 갖는 제어 입력 u 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u &= \hat{u} - K(x, t) \cdot O \\ &= 1.5 \dot{x}^2 \cos(3x) - \lambda \dot{e} + \ddot{x}_d \\ &\quad - (0.5 \dot{x}^2 |\cos(3x)| + \eta) \cdot O \end{aligned} \quad (21)$$

추적(tracking)하고자 하는 궤적(desired trajectory)는 $x_d(t) = \sin(\pi t/2)$ 로 놓고 시뮬레이션 한다. 시뮬레이션 결과는 그림 3, 그림 4와 같다.



[그림 3] 일반적인 가변 구조 시스템일 경우



[그림 4] 슬라이딩 곡면을 갖는 가변 구조 시스템

그림 3는 일반적인 가변 구조 제어인 경우를 나타낸다. 추적 오차는 비교되는 제어 방식 중에서 가장 적으나 제어 입력의 떨림 현상을 보여 주고 있다. 그림 4는 가변 구조 제어에 경계층을 도입한 경우이며, 그림 5은 가변 구조 시스템이 슬라이딩 곡면을 갖는 경우이다. 이 두 가지 방식이 모두 떨림 현상은 없어 졌으나, 반면에 추적 오차는 일반적인 가변 구조 제어에 비하여 상대적으로 증가하였음을 볼 수 있다. 추적 오차에 대하여 두 방식만 비교하여 본다면, 슬라이딩 곡면을 갖는 가변 구조 제어 방식이 경계층만 도입한 경우에 비하여 약 50(%) 감소시켰음을 볼 수 있다. 이로써 신경망에 사상된 시스템 특성이 제어 입력에 반영됨으로써 추적 오차가 더욱 감소됨을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 시스템 불확실성의 영향을 최소화하기 위하여 슬라이딩 곡면을 갖는 가변 구조 제어를 제안하였다. 제안된 제어기는 경계층 내에서 연속적인 제어 입력을 근사화 시킴으로써 가변 구조의 문제점인 떨림 현상(chattering)을 제거 할 수 있었고, 시스템 특성을 사상(mapping)시킴으로써 슬라이딩 곡면에 경계층만 도입한 경우보다 추적오차를 줄일 수 있었다. 이와 같이 떨림 현상이라는 단점을 갖고 있는 가변 구조 제어가 슬라이딩 곡면을 갖게됨으로써 떨림이 없는 강인한 제어기가 될 수 있음을 보였다.

참고문헌

[1] M.M.Gupta, D.H.Rao, Dynamic Neural Units with Applications to the Control of Unknown Linear

System, in Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, pp.73-92, vol.1, no.1

- [2] Alen Varsek, Tanja Urbancic, Bodgan Filipic, Genetic Algorithms in Controller Design and Tuning, IEEE Trans. On Systems, Man, and Cybernetics, vol.23, no.5, pp.1330-1339, 2007.
- [3] J-J. E. slotine and W. Li, Applied Nonlinear control, Prentice-Hall. 2006.
- [4] J. Y. Hung and J. C. Hung, "Variable structure control : A survey", IEEE Trans. on industrial electrons, Vol. 40. No. 1, pp. 2 ~ 22. February 2007.
- [5] J-J. E. slotine, "Sliding controller Design for Non-linear system", Int. J. control, Vol. 40, No. 2, pp. 421 ~ 434, 2005.
- [6] K. S. Narendra, K. Parthasarathy, "Identification and control of dynamical system using neural networks", IEEE Trans. on Neural Network, Vol. 1, No.1, pp. 4 ~ 27, March 2007.
- [7] F. C. Chen, "Back-propagation neural networks for nonlinear self-tuning adaptive control", IEEE control systems Magazine, pp. 44-48, April 2008.

조 현 섭(Hyun-Seob Cho)

[중신회원]



- 1990년 2월 : 원광대학교 공과대학 전기공학과 졸업
- 1992년 2월 : 원광대학교 공과대학 전기공학과 (석사)
- 1996년 2월 : 원광대학교 공과대학 전기공학과 (박사)

- 1996년 1월 ~ 1997년 6월 : Department of Electrical and Computer Engineering, University of California Irvine(UCI) 연구원
- 1998년 1월 ~ 현재 : 한국전력기술인협회 고급감리원 (전력감리)
- 1997년 3월 ~ 현재 : 청운대학교 부교수

<관심분야>

전기공학, 공장자동화, 응용전자