한국정밀공학회지 제 26권 3호 pp. 40-46 March 2009 / 40
Journal of the Korean Society for Precision Engineering Vol. 26, No. 3, pp. 40-46

환형권선 BLDC 전동기의 강성계수 모델링

Stiffness Modeling of Toroidally-Wound BLDC Machine

이현주[1], 유승열[1], 노명규[2,✉]
Hyunchu Lee[1], Seong-yeol Yoo[1] and Myounggyu Noh[2,✉]

1 충남대학교 BK21 메카트로닉스 사업단 (BK21 Mechatronics Group, Chungnam National Univ.)
2 충남대학교 메카트로닉스공학전공 (Division of Mechatronics Engineering, Chungnam National Univ.)
✉ Corresponding author: mnoh@cnu.ac.kr, Tel: 042-821-6877

Manuscript received: 2008.4.17 / Revised: 2008.11.10 / Accepted: 2008.12.9

Toroidally-wound brushless direct-current (BLDC) machines are compact, highly efficient, and can work across a large magnetic gap. For these reasons, they have been used in pumps, flywheel energy storage systems and left ventricular assist devices among others. The common feature of these systems is a spinning rotor supported by a set of (either mechanical or magnetic) bearings. From the view point of dynamics, it is desirable to increase the first critical speed of the rotor so that it can run at a higher operating speed. The first critical speed of the rotor is determined by the radial stiffnesses of the bearings and the rotor mass. The motor also affects the first critical speed if the rotor is displaced from the rotating center. In this paper, we analytically derive the flux density distribution in a toroidally-wound BLDC machine and also derive the negative stiffness of the motor, based on the assumption that the rotor displacement perturbs the flux density distribution linearly. The estimated negative stiffness is validated by finite element analyses.

Key Words: Brushless DC Machines (브러시리스 직류전동기), Magnetic Fields (자계)

기호설명

B_{rem} = Remanent flux density of the magnet
B_r = Radial flux density
μ_0 = Permeability of free space ($4\pi\times10^{-7}$ H/m)
θ_{me} = Mechanical angle
θ_e = Electrical angle
$\hat{\mathbf{r}}$ = Unit vector in the radial direction
M_0 = Space fundamental of the magnetization
p = Number of pole pairs
ψ = Potential function
L = Axial length of the machine
g_0 = Nominal air gap length
$\mathbf{H}$ = Magnetic field intensity vector
H_θ = Tangential field intensity (A/m)
H_c = Strength of the magnet (A/m)
$\mathbf{M}$ = Magnetization vector
F_x = Horizontal force (N)
K_x = Stiffness

1. 서론

환형권선 브러시리스 DC 전동기(Toroidally-wound brushless DC machine)는 효율이 높고, 넓은 공극에서도 작동할 수 있는 특징을 가지고 있다.[1] 이러한 이유로 환형권선 BLDC 전동기는 속도 조절이 가능한 펌프나,[2] 초소형 플라이휠 에너지 저장 장치,[3] 그리고 인공 심장 펌프 등에 이용되고 있다.[4,5] 환

형권선 BLDC 전동기가 장착되는 장치들은 일반적으로 높은 운전 속도에서 작동하는 것이 유리하다. 예를 들어 플라이휠 에너지 저장 장치의 저장 용량은 플라이휠 회전속도의 제곱에 비례하여 증가한다. 그러나 도달 가능한 최대 회전 속도는 보통 회전체의 동역학적 특성에 의해 제약을 받게 된다. 회전체 동역학의 측면에서 볼 때, 회전속도는 회전체의 첫번째 휨모드 보다 충분히 낮도록 하는 것이 바람직하고, 회전체를 지지하는 베어링의 댐핑이 낮은 경우,[5,6] 첫번째 강체모드보다 낮은 영역에서 운전 속도가 결정되기도 한다.

회전체의 강체모드는 지지부 강성의 총합과 회전체의 무게에 의해 결정된다. 플라이휠 에너지 저장장치나 인공 심장 펌프와 같은 장치를 설계할 때 지지부의 강성을 빠르고 정확하게 계산 하는 방법이 필요하다. 지지부 강성은 상당부분 베어링에서 생성되며 수동형 혹은 능동형 베어링의 강성 계산법은 이미 잘 확립되어 있다.

회전체에 영구자석형 전동기가 내장되어 있는 경우 전동기의 반경방향 불안정성은 지지부의 강성에 영향을 미치게 된다.[7,8] 즉, 영구자석 회전체의 회전중심이 고정자의 기하학적 중심에서 벗어나는 편심이 발생하면, 편심 방향으로 인력이 생기며 이는 회전체 강체 모드의 주파수를 낮추는 결과를 초래할 수 있다. 따라서, 환형권선 BLDC 전동기가 장착된 회전체의 강체모드를 정확히 예측하기 위해서는 전동기의 반경방향 불안정성을 정량화하여야 하며 이를 음의 부호를 가지는 강성계수 형태로 표현하여 지지부의 총 강성계수에 더하면 회전체의 강체 모드를 손쉽게 구할 수 있다.

본 논문에서는 두 가지 형태의 환형권선 BLDC 전동기에서 공극의 자속밀도를 해석적 방법으로 유도하고, 이를 이용하여 전동기의 반경방향 강성계수를 구하였다. 첫 번째 형태는 고정자와 회전자 모두에 철심이 사용된 경우이고, 두 번째 형태는 고정자에만 철심이 사용되고 회전자는 영구자석만이 있는 경우이다. 모터의 성능만을 고려한다면 첫 번째 형태가 유리하겠지만, 두 번째의 경우에서는 회전자의 질량을 줄일 수 있으므로 동역학적 관점에서 볼 때 유리할 수도 있다.[5]

회전체의 반경방향 미소 변위에 대해 전동기 공극의 자속밀도가 선형적으로 변한다고 가정하면, 미소변위에 의해 발생하는 힘의 미분값을 통해 전동기의 강성계수를 해석적으로 구할 수 있다. 해석적으로 구한 강성계수는 유한요소해석법을 이용하여 검증하였다.

2. 공극의 자속밀도

2.1 지배방정식

그림 1 은 2 극 환형권선 BLDC 전동기의 개략도이다. 회전자는 한 쌍의 영구자석과 비자성체 축 그리고 철심으로 구성되어 있다. 동역학적 측면에서 회전자의 질량을 최소화하는 것이 유리할 경우 회전자 철심은 제거되기도 한다. 영구자석은 반경방향으로 자화 되어 있고, 환형 고정자 철심은 세 쌍의 코일로 감겨져 있다. 공극에서의 자속밀도 분포를 해석적으로 정의하기 위해서 축방향 자기장은 균일하다고 가정하였다.

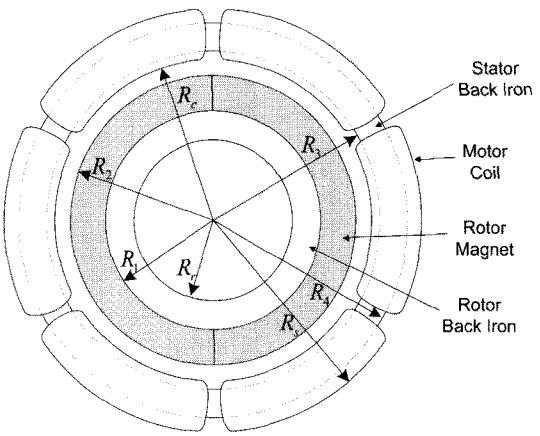

Fig. 1 Schematic a toroidally-wound two-pole brushless DC machine. The rotor back iron is optional

영구자석의 자화벡터를 푸리에 급수로 나타내면, 다음과 같다.

$$\mathbf{M}(\theta_e) = \frac{4B_{rem}}{\pi\mu_0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin(n\theta_{me}/2)\cos n\theta_e\,\hat{\mathbf{r}}, \tag{1}$$

식 (1)에서 자속밀도의 형성에 가장 큰 영향을 미치는 것은 급수의 첫번째 항이다. 첫번째 정현파의 진폭을 M_0 로 정의하면 식 (1)은 다음과 같이 근사화된다.

$$\mathbf{M}(\theta) = M_0\sin(\theta_{me}/2)\cos p\theta\,\hat{\mathbf{r}} \tag{2}$$

식 (1)과는 달리, 식 (2)는 기계적인 각도 θ 로

표현되었다. 2극 전동기에서 (즉, $p=1$), 공극의 자기장이 정현파와 매우 유사하다고 가정하면 자화벡터는 식 (3)과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{M}(\theta) = M_0 \cos\theta\, \hat{\mathbf{r}}. \tag{3}$$

$\mathbf{H} = -\nabla\psi$ 를 만족하는 포텐셜함수 ψ 를 정의하면 그 때 정자기의 Maxwell 법칙은 식 (4)와 같이 포텐셜 함수 형태로 쓸 수 있다.[9]

$$\nabla^2\psi = \nabla\cdot\mathbf{M} \tag{4}$$

2.2 회전체와 고정자에 모두 철심이 있는 전동기 형태

식 (4)의 일반해는 동차해(homogeneous solution)와 특수해(particular solution)의 합으로 나타낼 수 있다. 특수해는 영구자석 영역인 $R_1 < r < R_2$ 에서만 존재한다. 식 (4)의 일반해를 아래 식과 같은 형태라고 가정하면,[10]

$$\psi = (C_1 r^p + D_1 r^{-p})\cos p\theta, \quad R_r < r < R_1 \tag{5}$$

$$\psi = \left(C_2 r^p + D_2 r^{-p} + \frac{M_0 r}{1-p^2}\right)\cos p\theta, \quad R_1 < r < R_2 \tag{6}$$

$$\psi = (C_3 r^p + D_3 r^{-p})\cos p\theta, \quad R_2 < r < R_3 \tag{7}$$

여섯 개의 미지수는 경계 조건을 적용하여 구할 수 있다. 회전자와 고정자 철심의 투자율을 무한대라고 가정하면, 다음 두 개의 경계조건을 이용하여 공극내의 자속밀도 분포를 구할 수 있다.

1. $r = R_1$ 과 $r = R_3$ 에서

$$H_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = 0 \tag{8}$$

2. $r = R_1$ 과 $r = R_2$ 에서, ψ 과 B_r 는 연속이다.

이러한 경계조건에 의해, 공극에서의 해를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\psi = \psi_0 (r^p - R_3^{2p} r^{-p})\cos p\theta \tag{9}$$

여기서 ψ_0 는 식 (10)과 같다.

$$\psi_0 = \frac{M_0}{2(R_3^{2p} - R_1^{2p})}\left[\frac{2R_1^{1+p}}{1-p^2} - \frac{R_2^{1+p}}{1+p} - \frac{R_1^{2p}R_2^{1-p}}{1-p}\right] \tag{10}$$

공극에서의 반경방향 자속밀도는 식 (9)를 r 에 대해 미분하여 얻을 수 있다.

$$B_r(r,\theta) = \beta_0\rho_0\left[\left(\frac{r}{R_3}\right)^{p-1} + \left(\frac{R_3}{r}\right)^{p+1}\right]\cos p\theta \tag{11}$$

여기서 β_0 와 ρ_0 는 다음과 같이 정의된다.

$$\beta_0 = \frac{\mu_0 M_0 R_3^{p-1}}{2(R_3^{2p} - R_1^{2p})}$$

$$\rho_0 = \left[\frac{p}{1+p}(R_2^{1+p} - R_1^{1+p}) + \frac{pR_1^{2p}}{1-p}(R_2^{1-p} - R_1^{1-p})\right]$$

만약 회전자의 영구자석이 두 개의 극(즉, $p=1$)을 가지고 있다면, 공극에서의 반경방향 자속 밀도는 L'Hospital 정리를 식 (11)에 적용하여 아래와 같이 구할 수 있다.

$$B_r = \beta_0\rho_1\left[1 + \left(\frac{R_3}{r}\right)^2\right]\cos\theta \tag{12}$$

여기서 ρ_1 는 식 (13)와 같이 정의된다.

$$\rho_1 = \frac{1}{2}(R_2^2 - R_1^2) + R_1^2 \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \tag{13}$$

2.3 고정자에만 철심이 있는 전동기 형태

회전자 철심이 없다면, 식 (5)가 유효한 구간은 $0 < r < R_1$ 으로 바뀌어야 한다. 또한 경계조건(8)은 $r = R_3$ 일 때만 유지된다. 그러나 $r = 0$ 인 구간에서 ψ 가 유한하다는 또 하나의 경계조건이 존재한다. 앞 절과 유사한 과정을 거치면, 회전자의 철심 없이 두 개의 극으로 구성된 전동기에 대해서 공극에서의 반경방향 자속 밀도를 식 (14)와 같이 얻을 수 있다.

$$B_r = \frac{\mu_0 M_0}{2}\left[\left(\frac{R_2}{R_3}\right)^2 - \left(\frac{R_1}{R_3}\right)^2\right]\left[1 + \left(\frac{R_3}{r}\right)^2\right]\cos\theta \tag{14}$$

3. 환형권선 BLDC 전동기의 강성

영구자석 회전자의 회전중심이 고정자의 기하학적 중심에서 벗어나는 편심이 발생하면, 편심 방향으로 인력이 생기는데 이는 전동기 회전체의 반경방향 불안정성을 초래한다. 반경방향의 불안정성은 동역학적 측면에서 시스템의 성능에 영향을 미칠 수 있다. 예를 들어 자석에 의해 부상한 인공심장 펌프 [5,6] 는 대체적으로 진동 모드와 일치하는 임계속도 이하에서 작동한다. 그러므로 빠른 속도로 시스템이 작동하기 위해 임계속도를 최대로 증가시킬 필요가 있다.

시스템의 임계속도는 주로 지지부 베어링의 강성에 의해 결정된다. 전동기의 반경방향 불안정성을 음의 강성을 가지는 지지부 베어링이라고 간주하면, 반경방향 불안정성이 시스템의 동역학적 특성에 미치는 영향을 정량적으로 평가할 수 있다.

강성은 고정자의 기하학적 중심으로부터의 회전체 변위에 대한 힘의 변화를 의미한다. 전동기의 강성 모델을 유도하기 위해 2 극 전동기의 자화 방향을 Fig. 2 에서와 같이 수평방향 축과 일치한다고 가정하고 회전체의 변위 또한 수평방향으로 발생한다고 가정하였다. 이는 자화방향과 편심방향이 일치했을 때 음의 부호를 가지는 전동기의 강성이 최대값을 가지기 때문이다.

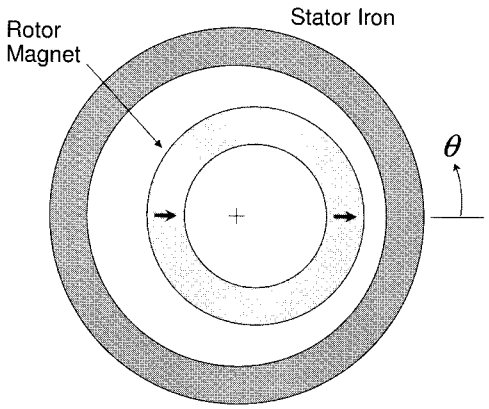

Fig. 2 The rotor magnet is assumed to move in the horizontal direction. Coils are not shown

회전체의 발생 변위로부터 공극에서의 자속밀도를 알 수 있다면 식 (15)에 의해 회전자의 수평방향 힘을 계산 할 수 있다.[11]

$$F_x = \int_0^{2\pi} \frac{B_r^2(R_2,\theta)}{2\mu_0} \cos\theta (R_2 d\theta) L \qquad (15)$$

그리고 전동기의 강성은 식 (16)으로 구할 수 있다.

$$K_x = -\left.\frac{\partial F_x}{\partial x}\right|_{x=0} \qquad (16)$$

앞 장에서 기술한 공극의 자속밀도 식은 편심이 없다는 가정 아래 유도되었기 때문에, 식 (12)와 식 (14)를 이용하여 식 (15)를 계산할 수 없다. 그러나 반경방향 미소변위를 가정하면 자속밀도의 변화가 변위에 대하여 선형적으로 발생한다고 근사하여, 식 (12)와 식 (14)를 통해 식 (16)을 계산할 수 있다. 본 논문에서는 식 (16)을 이용하여 환형권선 BLDC 전동기의 음의 부호 강성을 해석적인 방법으로 구하였다.

식 (12)에 의해, 회전체와 고정자의 철심이 존재할 때, 회전체의 영구자석 외경면($r = R_2$)에서의 자속 밀도는 아래와 같다.

$$B_r = \beta_0 \rho_1 \left[1 + \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^2\right] \cos\theta \qquad (17)$$

만약 수평방향에서 x 만큼의 변위가 발생하였다면 고정자 철심의 내경면은 식 (18)과 같이 근사화 할 수 있다.

$$R_3 = R_2 + g_0 - x\cos\theta \qquad (18)$$

연쇄 법칙을 이용하면 식 (16)은 식 (19)과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_x = -\frac{\partial F_x}{\partial x} = -\frac{\partial F_x}{\partial B_r} \cdot \frac{\partial B_r}{\partial R_3} \cdot \frac{\partial R_3}{\partial x} \qquad (19)$$

자속 밀도가 변위에 대하여 선형적으로 변한다고 가정하면, 해석적으로 식 (19)의 편미분 값을 구할 수 있고 음의 부호를 가지는 전동기 강성을 식 (20)과 같이 구할 수 있다.

$$K_x = -\frac{3\pi\mu_0 M_0^2 L}{8} \cdot \frac{\rho_1^2 R_3 (R_2^2 + R_3^2)(R_1^2 + R_2^2)}{R_2^3 (R_3^2 - R_1^2)^3} \quad (20)$$

고정자 철심만 있는 전동기의 경우 유사한 과정으로 음의 부호를 가지는 강성을 구할 수 있다. 특히 회전체 영구자석 외경면에서의 자속 밀도는 식 (21)과 같다.

$$B_r = \frac{\mu_0 H_c}{2}\left(R_2^2 - R_1^2\right)\left[\frac{1}{R_3^2} + \frac{1}{R_2^2}\right]\cos\theta \quad (21)$$

식 (18)과 식 (19)를 이용하여, 전동기의 음의 부호를 가지는 강성을 구하면 다음과 같다.

$$K_x = -\frac{3\pi\mu_0 M_0^2 L}{8} \cdot \frac{(R_2^2 - R_1^2)^2 (R_2^2 + R_3^2)}{R_2 R_3^5} \quad (22)$$

4. 유한요소법을 이용한 검증결과

전 장에서 유도한 환형권선 BLDC 전동기의 강성 모델을 검증하기 위해, 공개 유한요소해석 프로그램인 FEMM[12] 을 이용하여 유한요소해석을 수행하였다. 크기가 다른 두 개의 전동기(전동기 A 와 전동기 B)에 대하여 해석을 수행하였으며, 각 전동기의 치수는 Table 1 에 요약되어 있다. 철심은 상대 투자율이 7000 인 규소강으로 가정하였다. 유한요소해석을 이용하여 강성계수를 구하기 위해 우선 회전자를 중심으로부터 미소하게 움직인 후 회전자에 작용하는 힘의 변화를 계산한다. 힘의 변화를 변위값으로 나누어 주면 강성계수를 구할 수 있다.

Table 1 Geometry of Reference Machines A and B

Description	Size(mm)	
	A	B
Inner radius of rotor back iron (R_r)	3	40
Inner radius of rotor PM (R_1)	8	120
Outer radius of rotor PM (R_2)	9	150
Inner radius of stator back iron (R_3)	11	190
Outer radius of stator back iron (R_4)	18	300
Axial length of the machine (L)	10	100

검증의 첫 번째 단계는 2 장에서 구한 공극 자속밀도의 정확도를 확인하는 것이다. Fig. 3 과 4 는

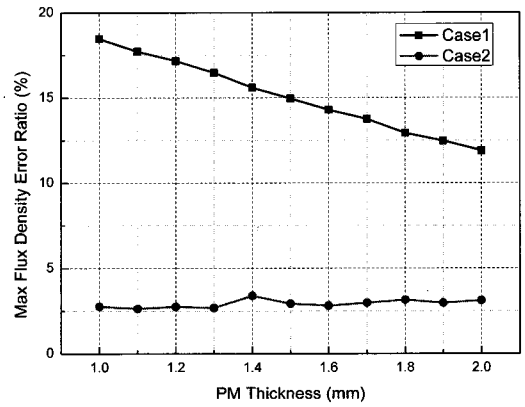

Fig. 3 Maximum flux density error ratio obtained at the middle of the air gap for both case 1 and case 2, while varying the thickness of rotor PM(Machine A)

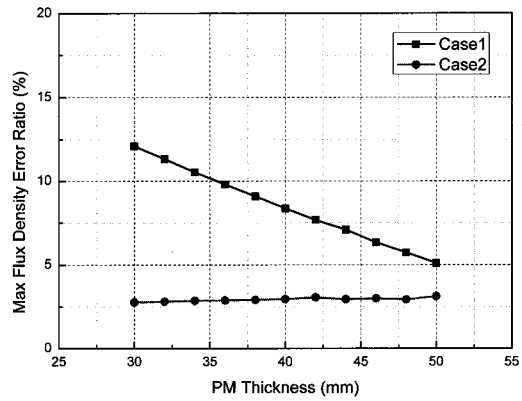

Fig. 4 Maximum flux density error ratio obtained at the middle of the air gap for both case 1 and case 2, while varying the thickness of rotor PM(Machine B)

유한요소해석으로 구한 공극의 자속 밀도와 해석적 방법을 이용하여 구한 자속밀도 사이의 최대 오차를 영구자석의 두께에 따라 구한 결과이다. 해석적 방법과 유한요소해석에서 구한 공극 중심에서의 자속밀도의 최대 차이를 구하고, 자속밀도의 최대값으로 나누어 최대 자속밀도 오차비율(Maximum Flux Density Error Ratio)을 구하였다. 회전체와 고정자의 철심이 모두 있는 경우(Case 1)와 고정자 철심만 있는 경우(Case 2)에 대하여 자석두께가 오차에 미치는 영향을 확인하기 위해, 공극을 일정하게 유지하면서 회전자 영구자석의 두께

를 변화시켰다. Fig. 3 은 Table 1 의 전동기 A 에 대한 결과이며, Fig. 4 는 전동기 B 에 대한 결과이다.

Fig. 3 과 4 에서 확인할 수 있는 바와 같이 철심이 고정자에만 있는 경우 식 (14)에 의해 계산된 자속밀도는 자석 두께에 관계없이 유한요소해석결과와 매우 일치한다. 이는 공극의 자속밀도가 정현파에 매우 근접하여 [13] 식 (3)의 가정이 유효하기 때문이다. 이에 반해 고정자와 회전자에 철심이 있는 Case 1 의 경우, 식 (12)에 의한 결과는 유한요소해석 결과와 비교적 큰 오차를 가지고 있다. 이는 회전자 철심이 있을 때 공극의 자속밀도가 정현파의 모양과 사다리꼴 파형의 중간으로서 식 (3)의 가정에 무리가 있다고 할 수 있다. 자석의 두께가 커지면 자속밀도의 분포가 정현파에 근접하게 되며 Fig. 3 과 4 에서 확인할 수 있는 바와 같이 오차는 줄어든다. 그러나, 영구자석에 의한 철심의 자속밀도가 철심의 자기포화(magnetic saturation)를 일으키게 되면, 이 오차는 더 커질 수 있다.

유한요소해석을 이용하여 전동기의 강성 모델 또한 검증하였다. Fig. 5 는 전동기 A 에 대해, 식 (20)과 (22)를 이용하여 해석적으로 구한 강성계수와 유한요소해석결과를 비교하여 나타내었다. 해석적 결과와 유한요소해석결과와의 오차도 함께 표시되어 있는데, Case 1 은 최대 180%에 이르는 매우 큰 오차를 얻었다. 영구자석의 두께가 증가하면 이 오차는 줄어드는 경향을 보여주는데, 이는 Fig. 3 의 결과로 볼 때 공극의 자속밀도 분포가 정현파에 근접하는 정도에 따라 식 (20)에 의한 강성계수 계산의 정확도가 결정된다고 할 수 있다. Case 2 에서는 30% 이내의 거의 일정한 오차를 얻었다. 앞서 기술한 바와 같이, 회전자 철심이 없는 경우 공극의 자속밀도는 정현파에 매우 근접하게 되어 식 (3)의 가정이 유효하고, 식 (22)에 의한 강성계수 결과도 유한요소해석 결과와 비교적 정확하게 일치한다고 할 수 있다.

전동기 B 에 대한 강성계수 계산 결과는 Fig. 6 에 나타나 있으며, 전동기 A 의 결과와 유사하다. 즉, Case 1 에 대해서는 식 (20)에 의한 강성계수가 유한요소해석결과와 매우 큰 오차를 가지고 있으며 영구자석의 두께가 증가하면 오차가 줄어드는 경향을 가지고 있다. Case 2 는 전동기 A 의 결과와 마찬가지로 30%이내의 일정한 오차를 보여준다.

회전자와 고정자 철심이 모두 있는 Case 1 에서 해석적 강성계산의 정확도를 높이기 위한 한 방법으로 식 (1)의 푸리에 급수에서 첫 항과 함께 몇 개의 고차항을 포함하여 식을 전개할 수 있겠지만, 결과식이 매우 복잡하게 되어 유한요소해석방법에 비교하여 효용성이 떨어진다고 할 수 있다.

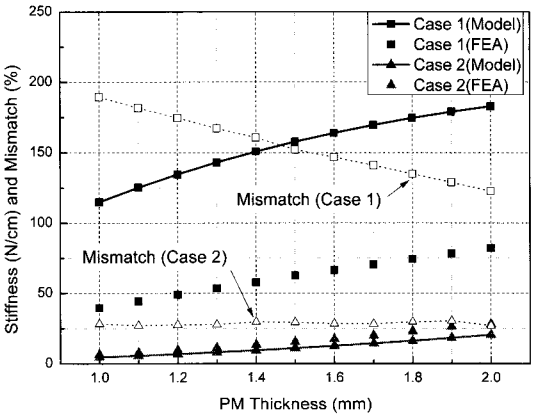

Fig. 5 Negative radial stiffness calculated by the analytical models as well as FEA for both case 1 and case 2, while varying the thickness of the rotor PM(Machine A)

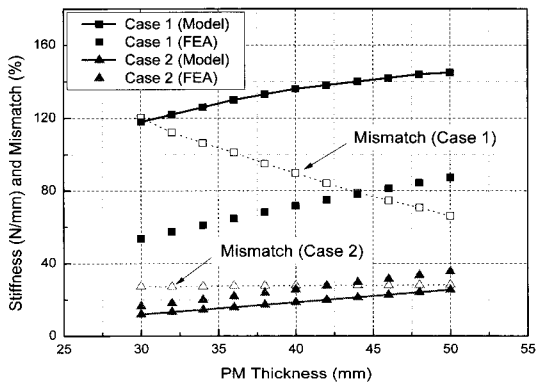

Fig. 6 Negative radial stiffness calculated by the analytical models as well as FEA for both case 1 and case 2, while varying the thickness of the rotor PM(Machine B)

5. 결론

본 논문에서는 2 극 환형권선 BLDC 전동기의 반경방향 강성의 해석적 모델을 제안하였다. 유한요소해석을 이용하여 제안된 강성계수 모델의 신뢰도를 검증한 결과 전동기의 고정자에만 철심이 사용된 경우 본 논문의 해석적 모델은 30% 정도

의 오차내에서 강성계수를 예측할 수 있었다. 고정자와 회전자 모두에 철심이 사용된 경우 공극의 자속밀도 분포가 정현파 형태에서 벗어나게 되며 이로 인해 본 논문의 강성계수 모델은 유한요소해석결과와 큰 차이를 보였다. 보다 정확한 해석모델을 구하기 위해서는 공극 자속밀도 분포를 정확하게 모델링하기 위해 푸리에 급수의 여러항을 사용하거나 유한요소해석에 의한 강성계산이 이루어져야 할 것이다.

후 기

본 연구는 2007 년도 충남대학교 자체연구비의 지원을 받아 수행되었습니다.

참고문헌

1. Langley, L. W. and Fisher, R. L., "Toroidally wound brushless DC motor," U.S. Patent, No. 4547713, 1985.
2. Caricchi, F., Crescimbini, F. and Honorati, O., "Low-cost compact permanent magnet machine for adjustable-speed pump application," IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 34, Issue 1, pp. 109-116, 1998.
3. Yoo, S. Y., Yi, J. and Noh, M. D., "Design of micro flywheel energy storage system," Proceedings of International Conference on Manufacturing, Machine Design and Tribology(ICMDT2007), 2007.
4. Antaki, J., Paden, B., Banda, S. and Piovoso, M., "Award winning control applications," IEEE Control Syst. Mag., Vol. 22, Issue 6, pp. 8-19, 2002.
5. Noh, M. D., Antaki, J. F., Ricci, M., Gardiner, J., Paden, D., Wu, J., Prem, E., Borovetz, H. and Paden, B., "Magnetic design for the PediaFlow ventricular assist device," Artificial Organs, Vol. 32, No. 2, pp. 127-135, 2008.
6. Chen, C., Paden, B., Antaki, J., Ludlow, J. and Bearnson, G., "Optimal design of permanent magnet bearings with application to the HeartQuest(TM) ventricular assist device," JSME International Journal Series C-Mechanical Systems Machine Elements and Manufacturing, Vol. 46, No. 2, pp. 403-408, 2003.
7. Dorrell, D. G., "Calculation of unbalanced magnetic pull in small cage induction motors with skewed rotors and dynamic rotor eccentricity," IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 11, Issue 3, pp. 483-488, 1996.
8. Stoll, R. L., "Simple computational model for calculating the unbalanced magnetic pull on a two-pole turbogenerator rotor due to eccentricity," IEE Proceedings-Electric Power Applications, Vol. 144, No. 4, pp. 263-270, 1997.
9. Furlani, E. P., "Permanent Magnet and Electromechanical Devices," Academic Press, 2001.
10. Beaty, H. W. and Kirtley, J. L., "Electric Motor Handbook," McGraw Hill, 1998.
11. Kanebako, H. and Okada, Y., "New design of hybrid-type self-bearing motor for small, high-speed spindle," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 8, Issue 1, pp. 111-119, 2003.
12. Meeker, D. C., http://femm.foster-miller.net
13. Halbach, K., "Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material," Nuclear Instruments and Methods, Vol. 169, Issue 1, pp. 1-10, 1980.