

모바일 환경에서의 Sage-Math의 개발과 선형대수학에서의 활용

고 래 영 (성균관대학교)

김 덕 선 (성균관대학교)

박 진 영 (성균관대학교)

이 상 구 (성균관대학교)*

ICT 수학교육은 21세기 수학교육의 중요한 한 부분으로 자리매김 해 오고 있다. 국내 수학교육계에서도 이에 관한 다양한 연구가 지난 10여 년 간 활발하게 진행되어 왔으나 대학 수학교육에 사용되는 대부분의 공학적 도구들은 외국제품의 수입에 의존하고 있다. 중등과정에서의 ICT 수학교육도 특히 공학적 도구 부분은 어느 나라의 도구를 사용하느냐의 문제 때문에 실질적으로 교과과정에 반영되는 부분은 미뤄져왔다. 그러나 2008년 ICME11에서 소개된 공학적 도구 Sage-Math는 훌륭한 대안을 제시한다.

본 연구에서는 최근에 개발된 Sage-Math를 한국의 웹기반 ICT 수학교육, 특히 선형대수학의 교수-학습 모델에 적용한 사례를 소개한다. 우리는 Sage-Math의 한글버전을 개발하고 다양한 예를 제시하며, 한국의 모바일 환경에 적합한 Sage-Math를 활용하는 Mobile Service 모듈을 개발한 내용과 관련 웹사이트를 소개한다.

1. 서 론

전 세계적으로 IT 환경의 빠른 발전은 교육환경 전반에 걸쳐서 혁신적인 변화를 이끌어내었다. IT 환경의 발전을 통하여 수많은 정보가 교육주체에게 직접적인 영향을 줌으로서, 빠른 정보의 전달을 통하여 기존의 학습환경을 완전히 새롭게 바꾸었고, 이로 인하여 세계의 모든 교육환경은 꾸준히 그 형태의 변화를 요구받게 되었다. 한국은 1990대 이후, 정부와 다양한 기업체의 집중적인 투자를 통하여 세계에서 가장 빠른 속도로 IT 환경이 발전되어 왔으며, 이로 인하여 인터넷 사용이 빠르게 대중화되었고, 교육주체들인 학생들과 교사들이 자신의 집에서 편리하게 인터넷을 활용할 수 있는 환경을 갖추어 왔다. 현재도 한국은 세계에서 가장 빠른 인터넷 접속환경을 가진 나라로 분류되고 있으

* 접수일(2009년 10월 7일), 수정일(1차 2009년 10월 16일, 2차 2009년 10월 21일), 게재확정일(2009년 10월 22일)

* ZDM 분류 : D45, M15, U51

* MSC2000 분류 : 97C90, 97U50, 97U70

* 주제어 : Matlab, ATLAST, ICT, Sage, Sage-Math, RPG

* 교신저자

며, 글로벌 기업 아카마이(www.akamai.com)가 내놓은 2009년 1분기 인터넷 현황 보고서 (The State of the Internet)에 따르면 한국은 <그림 1>에서 볼 수 있듯이, 인터넷 연결속도 보급분야에서 25Mbps이상의 속도로 연결되는 활용비율이 다른 나라에 비해 월등히 높아 여전히 인터넷 속도 부문 최강국임을 증명했으며, 평균 인터넷 연결 속도 또한 한국이 11Mbps로 여전히 1위 자리를 지켰다 (Akamai, 2009).

Country	Q1 09 Mbps	Q1 09-Q4 08 Change	YoY Change
- Global	1.7	+11%	+29%
1 South Korea	22.5	+28%	+10%
2 Japan	8.0	+10%	+10%
3 Hong Kong	7.6	+9.5%	+29%
4 Sweden	6.9	+23%	+42%
5 Romania	5.8	+3.1%	+51%
6 Switzerland	5.7	+12%	+30%
7 Netherlands	5.4	+10%	+28%
8 Denmark	5.1	+14%	+39%
9 Czech Republic	5.0	+14%	+36%
10 Belgium	4.9	+3.3%	+19%
18 United States	4.2	6.4%	+15%

출처: 아카마이 2009년 1분기 인터넷 현황 보고서
국가별 평균 인터넷 연결 속도

<그림 1> 국가별 인터넷 연결속도 현황보고서

이러한 인터넷 주변 환경에 기인하여, 많은 학생들이 집이나 학교에서 편리하게 인터넷을 통하여 자신의 학습에 맞는 자료를 손쉽게 입수할 수 있는 환경이 조성되었기에, 일반 PC에 탑재하는 프로그램보다, 서버를 이용하여 프로그램을 어디에서라도 접속 할 수 있도록 하는 것이 앞으로 다가올 인터넷 사용 환경에 부합한다. 따라서 서버에 안착된 프로그램을 중심으로 하는 연구방향은 타당하며, 이러한 교육환경에 적합한 프로그램, 콘텐츠를 포함한 다양한 도구의 개발이 절실히 필요한 상태이다.

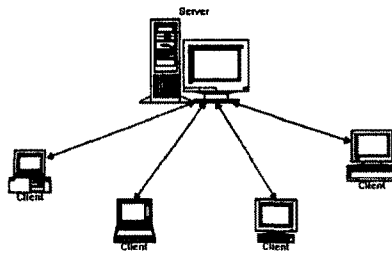
그러나 지금까지 수학교육에 있어서 수학·공학적 도구들의 활용은 전적으로 외국에서 개발된 상업용 도구들에 의해 의존되어 왔다. 이러한 상업용 도구들은 한국에 구성되어 있는 수학교육 환경에 적용하기에는 언어의 문제점과 더불어, 교과과정이 다르기 때문에 한국의 수학교육환경에 바로 적용하기에는 그 효과가 크게 떨어진다. 특히 대다수의 외국산 소프트웨어는 전량 수입품으로, 학생용 제품이라도 고가이기 때문에¹⁾ 이 도구들을 이용한 교육을 실시하기 위해서는 교육환경에 많은 비용이 요구되어 국내에서는 효과적으로 활용되는데 한계를 가지고 있다. 물론 이를 대체하기 위한 많은 시도가 있었지만, 이렇게 개발된 국내의 많은 도구들은 사용 범위가 교재 수준이거나 그 이하의 문제들만을 풀 수 있을 정도라서, 학생들이 졸업 후, 사회나 직장에서 실제로 수학적 문제를 해결하는 데에는 큰 도움이 되지 못하고 있다. 따라서 학생들이 사회에 진출하여 직면하는 수학적 문제해결을

1) MATLAB : \$99, Mathematica : \$139.95, Maple : \$124.00

하기 위해선, 비싼 외국산 소프트웨어에 의존할 수밖에 없으며, 그들은 사회에 진출해서도 그 소프트웨어를 구입하여 사용하게 되며, 그들이 현장에서 문제해결 하는 비용에 추가된다. 결국 국가적으로 큰 추가 비용이 발생하게 되는 것이다.

따라서 사회의 다양한 수학적 문제를 해결할 수 있는 우수한 인재양성을 위해서라도, 대학 수학교육 현장에 익숙한 상업용 소프트웨어인 MATLAB, Mathematica, Maple과 비슷한 문법을 사용하면, 더 나아가 PC에 프로그램의 설치 없이도 인터넷만 연결하면 필요한 곳에서 무료로 편리하게 사용 가능한 오픈소스(Open Source)로 개발된 무료 소프트웨어가 필요하다. 이러한 소프트웨어가 바로 Sage-Math이다. 실제로 MATLAB, Mathematica, Maple 등의 언어로 개발된 대부분의 모듈은 Sage-Math 서버에 관련 프로그램을 연계만 시키면 Sage-Math에 복사과 붙이기만으로 바로 입력되고, 클릭하면 결과를 얻을 수 있다. 이러한 기능이 기존의 다른 소프트웨어를 사용하던 교수자 입장에서 Sage-Math를 이용할 가장 큰 매력이 될 수 있다.

Sage-Math는 2005년 2월 24일 발표된 서버용 프로그램²⁾으로, 대수학, 조합론, 수치해석학이나 미적분학과 같은 다양한 분야의 수학적 문제해결을 위한 소프트웨어이다. 이것은 수학분야의 연구뿐만 아니라, 공학 및 다른 과학 분야에 널리 사용되는 소프트웨어로서, 클라이언트-서버모델(Client-Server Model; C/S Model)로 구성되어 인터넷 환경에서 활용 가능한 소프트웨어이다.



<그림 2> 클라이언트 - 서버 모델

따라서 Sage-Math는 인터넷 환경에서 적절하게 활용될 수 있는 형태를 가지고 있다. 이 소프트웨어는 파이썬(Python)이라 알려진 수학계산에 효과적인 언어를 활용함으로써, 빠른 계산처리능력과 더불어, 편리한 라이브러리 구축기능을 가지고 있다. 또한 이 소프트웨어는 오픈소스(Open Source)로 개발되어 GNU의 GPL(General Public License)를 따르고 있다. 따라서 파이썬을 사용 할 수 있는 프로그래머라면 이 프로그램을 수정하여 자신의 목적에 맞게 수정하여 사용할 수 있다. Sage-Math의 특징 중 하나는 Magma, Maple, Mathematica, MATLAB등의 명령어를 바로 활용 가능한 프로그램으로서, 문법을 별도로 익힐 필요가 없을 정도로 편리하며, 앞서 소개한 상업용 프로그램들과 비교할 때, 연산속도나 성능 또한 뛰어나다. Sage-Math는 지난 2004년에서 2005년까지 미국의 과학연구

2) 주 개발자는 University of Washington 수학과와 William Stein 교수이다.

기술개발지원기관인 NSF(National Science Foundation)의 지원을 받아서 개발되었으며, 지원프로그램이 끝난 현재에도 오픈소스 개발 프로젝트에 참여한 많은 개발자들을 통하여 꾸준히 개발되어, 2009년 7월 9일 현재 4.1 버전까지 개발되어 발표된 상태이다.

이렇게 개발되어 온 Sage-Math는 한국과 같은 차별화된 IT환경을 갖추고 있는 나라에서 활용하기 편리한 도구가 될 수 있다. <그림 1>에 소개한 바와 같이, 한국은 전 세계에서 가장 인터넷이 보편화된 국가 중 하나이고, 이러한 환경에서는 비싼 외국산 소프트웨어를 설치하여 수학적 개념을 연구하거나 학습하는 것보다, Sage-Math와 같은 무료 소프트웨어를 이용하여 다양한 수학 연구 및 수학 내용의 교과학습을 수행하는 것이 훨씬 경제적이다. 또한, 학습자나 교수자의 컴퓨터에 용량이 매우 큰 수학기산용 프로그램을 설치하는 것보다, Sage-Math와 같이 클라이언트 서버모형을 가진 프로그램을 활용함으로써 효과적으로 학생들이 활용할 수 있다. 클라이언트 서버모형의 장점은 바로 복잡한 연산은 서버 쪽에서 따로 담당하고, 인터넷 익스플로러만 있으면, PC방이든, 학습자의 집에 있는 PC든, 학교에 있는 PC든, 그 사양에 관계없이 인터넷만 연결되어 있으면, 자신의 복잡한 계산 결과를 언제든지 확인할 수 있다는 것이다. 이는 한국과 같은 교육환경에서 학습자 및 교수자 모두를 만족시킬 수 있는 효과적인 대안이 될 수 있다.

한국학생 컴퓨터 활용도

항목	한국	OECD 평균
학생1인당 학교컴퓨터	0.27	0.16
집에서 컴퓨터 사용 가능학생	98%	85%
학교에서 1주 2~3회 컴퓨터 사용 학생	28%	44%
인터넷·오락 사용지수	0.34	0
프로그램·소프트웨어 사용지수	-0.33	0
인터넷 과제수행지수	0.77	0
고차원적 활용지수	-0.29	0

<그림 3> 한국학생들의 컴퓨터 활용도(OECD 가입국가들과의 비교)

한국학생들은 인터넷을 통해서 다양한 활동을 하는 것을 좋아한다. <그림 3>에 나오는 것처럼, OECD 국가 중 한국학생들은 컴퓨터 활용도가 높으며, 인터넷을 통해서 과제를 수행하는 부분에서는 적극적이므로³⁾ 한국학생에게 맞는 모델이 될 수 있다.

학생들은 학습활동에 인터넷을 활용하는 것을 선호하며, 인터넷을 통한 토론을 좋아한다. 이를 댓글문화(reply culture)라고 하며, 한국학생들은 이러한 댓글문화에 잘 적응해 있으며, 오프라인에서 직접 대면하여 토론을 진행하는 것은 주저하지만, 인터넷을 통하여 토론을 진행하는 부분에는 매우 친숙하다. 본 연구진은 ① 한국학생들이 자신의 질문에 대하여 상대적으로 빠른 답변을 요구하며, ② 빠른 답변이 주어지는 경우 더욱 적극적인 반응을 하여, 이는 더 큰 학습동기를 부여한다는 것과 ③ 오프라인상의 토론보다, 온라인 토론에서 자신의 생각을 더욱 적극적으로 표현하는데 매우 잘 훈련

3) 한국학생, 인터넷 잘하지만 프로그램 못한다. 허미경 기자, 한겨레, 2006년 1월 25일자

되어 있다는 점을 확인 할 수 있었다. 이런 여건은 한국학생들이 인터넷을 자신의 수학 학습에 활용할 준비가 되어 있음을 의미한다. 또 우리에게 몇 가지 교육적인 측면에서 학생들의 학습과정에서 질문과 답변을 통한 배움에 대한 전략에 대한 아이디어를 준다. 학생들에게 교육을 제공하고, 학생이 학습과정에서 생기는 질문을 자발적으로 인터넷 환경을 활용하여 공동으로 해결하도록 인도하고, 학생들이 필요시에 보조 자료와 공학적 도구도 활용이 가능하도록 할 수 있다. 인터넷 게시판과 Sage-Math는 이 역할을 하는데 매우 적합한 도구이며, 학생들의 학습역량을 높이며, 어려운 수학적 개념을 이해하는데 큰 도움을 줄 뿐만이 아니라, 나아가서 수학적 문제해결능력을 지닌 인재를 배출하는데 도움이 될 것이다.

세계적인 추세도 이러한 인재양성에 교육환경을 구축하는데 큰 관심을 보이고 있다. 1987년 이후, 미국의 연방준비제도이사회(FRB) 의장을 네 번이나 역임한 앨런 그린스펀(Alan Greenspan) 전 의장도, 연방준비제도이사회 홈페이지에 다음과 같은 이야기를 통하여, 이러한 인재양성이 미국에 매우 중요함을 강조한 바 있다 (Greenspan, 2000).

... Expanding the number of individuals prepared to use a greater proportion of their intellectual capacity means, among other things, that our elementary and secondary students must broaden their skills in mathematics and related sciences. In my experience, competency in mathematics—both in numerical manipulation and in understanding its conceptual foundations—enhances a person's ability to handle the more ambiguous and qualitative relationships that dominate our day-to-day decision making. The study of science, of course, also advances problem-solving skills.

또한 중국 및 일본 등 한국 주변의 나라들도 이에 대한 중요성을 인식하고 다양한 노력을 경주하고 있다 (Hsiu-Zu Ho외, 2000). 따라서 한국도 이러한 세계적인 흐름에 뒤처지지 않기 위해선 반드시 실제적인 수학적 모델링과 수학적 문제해결능력을 지닌 우수한 인재를 양성할 수 있는 환경을 구성하기 위해서, 수학적 문제를 공학적으로도 해결할 수 있는 능력을 배양할 수 있는 수학교육환경의 구성이 절실하게 요구된다. 본 논문에서는 Sage-Math와 모바일 Sage-Math에 관련하여 본 연구진이 시도한 내용과 그를 통한 가능성에 대하여 논의한다.

2. 본 론

2.1 Sage-Math의 소개 및 활용법

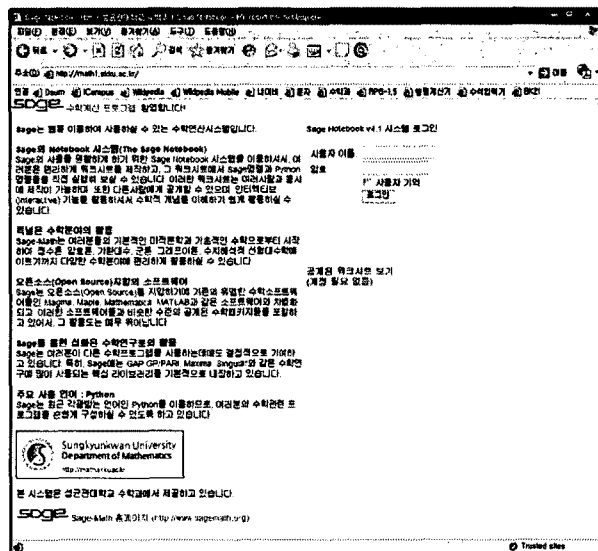
대수학, 조합론, 수치해석학이나 미적분학과 같은 다양한 분야의 수학적 문제해결을 위한 소프트웨어인 Sage-Math는 인터넷을 통하여 <http://www.sagemath.org/>에서 무료로 제공된다. Sage-Math는 모든 연산이 서버에서 이루어지므로 사용자가 가지고 있는 컴퓨터의 사양은 연산에 큰 영향을 미치

지 않는다. 인터넷의 연결이 가능한 컴퓨터만 있고, 웹브라우저⁴⁾가 있으면 교수자와 학습자 모두 바로 사용이 가능하다.

현재 Sage Notebook을 제공하는 사이트는 여러 곳이 있다.⁵⁾ 본 연구팀도 Sage-Math의 활용과 이에 대한 개선을 위하여 자체적으로 프로그램을 아래 주소에 설치하여 활용하며 개선작업을 수행하고 있다.

- 서버(Server) : <http://math1.skku.ac.kr>
- 사용자이름(Username) : test
- 암호>Password) : test95

첫 화면에서 “사용자 이름”에서 아이디를 적고, “암호”에 비밀번호를 적은 후 “로그인” 버튼을 클릭하면 로그인이 된다. 만약 아이디가 없을 경우 ‘Sign up for a new Sage Notebook account’ 글을 클릭하여 아이디를 만들면 언제든지 들어갈 수 있다.⁶⁾ 시스템에 들어가면 Mathematica와 Maple처럼 자신이 연산하고 싶은 명령을 입력하고, **[Shift]+[Enter]**나 아래 있는 ‘Evaluate’를 클릭하여 연산을 수행할 수 있다.



<그림 4> 한글판 Sage-Math 접속화면 (<http://math1.skku.ac.kr>)

4) 인터넷 익스플로러나 파이어폭스와 같은 다양한 인터넷 접속용 프로그램이다.

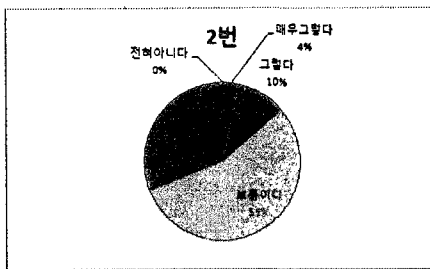
5) 공식 홈페이지에서 소개된 <http://www.sagenb.org/> 사이트도 사용가능함 (KAIST 제공)

6) 참고로 본 연구팀이 운영 중인 <http://math1.skku.ac.kr> 서버에서는 보안상의 이유로 신규계정사용이 불가능하다. 앞서 소개한 Username(test)과 Password(test95)를 통하여 접속하는 것을 권장한다.

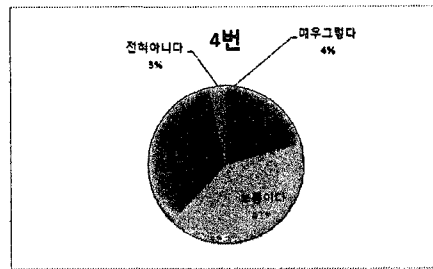
2.2 Sage-Math 한글버전의 개발

본 연구팀이 수강학생들을 대상으로 설문조사를 한 결과, <그림 5>에서 확인할 수 있듯이, 현재 한국 학생들은 영어로 수학내용을 배우는 것에 대하여 부정적으로 생각한다 고 조사된 바 있다.⁷⁾

2) 고급반이 영어로 진행되지 않았다면 수강했을 것이다.



4) 수업을 들어보니 영어로 진행되는 수업을 했어도 어렵지 않았을 꺼라 생각한다.



<그림 5> 2007년도 BSM(미적분학, 선형대수학)수강과목 학생대상 설문조사자료

현재 소개된 대부분의 상업용 수학연산도구들은 영어로 개발되고, 또한 그 사용방법도 영어로 소개되어, 한국 학생들이 다양한 기능을 익히고 효과적으로 활용하는데 걸림돌이 되어 왔다. 영어로 개발된 Sage-Math도 같은 문제점을 가지고 있었다. 차이는 다른 상업적 프로그램과 달리 Sage-Math는 오픈소스 기반의 소프트웨어이므로 소스의 수정이 가능하였다. 본 연구팀은 Sage-Math 프로그램을 적극적으로 한국 환경에 맞게 활용하기 위하여 Sage-Math의 한글버전을 개발하는데 노력을 기울였고, 현재 4.1 버전의 최신 한글버전 Sage-Math를 성공적으로 개발하여 앞서 소개한 웹 사이트인 <http://math1.skku.ac.kr>에서 서비스를 제공하고 있다. 한글버전 개발의 성공은 현재 같은 시도를 해 온 유럽과 러시아 등 다른 나라 개발자⁸⁾에게 큰 관심을 끌고 있다.

현재 Sage-Math는 오픈소스체제로 개발이 꾸준히 이루어지는 소프트웨어이기 때문에, 개발자의 수도 많고, 개발자의 취향에 따라 각 모듈이 매우 복잡하게 구성되어 있다. 따라서 현재 영어를 표준으로 하고 있는 Sage-Math에 한글을 표현하기 위해서는 소스 내부에서 문자열을 변환시켜주는 인코딩을 조정해야 할 필요가 있다.⁹⁾ 따라서 본 연구팀은 해당 소스를 조정하여, 인코딩 문제를 우선

7) 2007학년도 2학기 성균관대학교 BSM과목 설문조사자료, 선형대수학 및 미적분학 설문조사 데이터임

8) <http://sagenb.kaist.ac.kr/>

9) 현재 Sage-Math는 UTF-8을 표준 인코딩으로 쓰고 있다. 따라서 이러한 표준 인코딩을 쓰지 않는 ISO표준이나, EUC-KR과 같은 자체표준한글은 여기에 활용되지 않는다. 따라서 한국의 환경에 맞도록 EUC-KR표준 등을 Sage-Math에서 활용할 수 있도록 소스코드의 기술적 조정이 필요하다. 더군다나, UTF-8을 표준으로 쓰지 않는 타국어(유럽지역 및 러시아)의 경우에는 본 연구팀이 구현한 기술적인 구현이 필요하다. 실제로 러

적으로 해결하고, 내부 소스를 수정하여, 한글 사용이 가능하도록 하는데 성공하였다. 쉽지 않은 이 작업에서 성공한 나라는 한국이 처음으로 여겨진다. 이에 따라 한국 학생들은 익숙하지 않은 외국어로 된 메뉴를 활용하여 이 프로그램을 사용하는 것이 아니라, 이제 한글로 되어 있는 메뉴를 이용하여 Sage-Math의 기능을 편리하게 사용할 수 있게 되었다. 미국과 프랑스에 이어서 본 연구팀은 Sage-Math 한글화 작업과 병행하여 '도움말(Help)' 부분에도 한글화를 수행하여, <그림 6>에서 볼 수 있듯이, Sage-Math를 활용하는 학생들을 위하여 한글용 사용법인 퀵 레퍼런스(Quick Reference)를 다운 받을 수 있도록 제공하였다.

<p>Sage 퀵 레퍼런스: 선형대수학 Robert A. Beezer, 박진영, 이상구 Sage Version 4.1 http://wiki1.sagemath.org/quickref GNU Free Document License, extend for your own use Based on work by Peter Jipsen, William Stein 한글화: 성균관대학교 수학과</p> <hr/> <p>벡터 생성 주의: 인덱스는 0부터 시작 <code>u = vector(QQ, [1, 3/2, -1])</code> 원소가 세 개인 유리수 벡터 <code>v = vector(QQ, (2:4, 95:4, 210:0))</code> 크기가 210인 유리수 벡터. 3번째와 96번째 원소가 4이다.</p> <hr/> <p>벡터 연산 <code>u = vector(QQ, [1, 3/2, -1])</code> <code>v = vector(ZZ, [1, 8, -2])</code> <code>2*u - 3*v</code> 일차 결합 <code>u.dot_product(v)</code> u, v 내적 <code>u.cross_product(v)</code> u, v 외적 <code>u.inner_product(v)</code> u, v 내적 <code>u.pairwise_product(v)</code> 인덱스에 맞춰서 곱 <code>u.norm()</code> == <code>u.norm(2)</code> 유클리드 norm $u = \sqrt{\sum_i u_i^2}$ <code>u.norm(1)</code> 원소들의 합 $\ u\ _1 = \sum_i u_i$ <code>u.norm(Infinity)</code> 최대 원소값 $\ u\ _\infty = \max(u_i)$</p> <hr/> <p>행렬 생성</p>	<p><code>C = matrix(CDF, 2, 2, [[5*I, 4*I], [I, 6]])</code> 53-bit precision 을 가지는 2×2 복소수 행렬 <code>Z = matrix(QQ, 2, 2, 0)</code> 영행렬 <code>D = matrix(QQ, 2, 2, 8)</code> 대각원소가 모두 8인 2×2 대각행렬 <code>I = identity_matrix(5)</code> 5×5 단위행렬 <code>J = jordan_block(-2, 3)</code> 3×3 행렬, -2 on diagonal, 1's on super-diagonal <code>var('x y z');</code> <code>K = matrix(SR, [[x,y+z],[0,x^2+z]])</code> <code>x, y, z</code>를 미지수로 가지는 2×2 symbolic 행렬 <code>L=matrix(ZZ, 20, 80, {(5,9):30, (15,77):-6})</code> 20×80, 5행 9열은 30, 15행 77열은 -6이고 나머지는 모두 0인 정수행렬</p> <hr/> <p>행렬 곱 <code>u = vector(QQ, [1,2,3]), v = vector(QQ, [1,2])</code> <code>A = matrix(QQ, [[1,2,3],[4,5,6]])</code> <code>B = matrix(QQ, [[1,2],[3,4]])</code> <code>u*A, A*v, B*A, B^6, B^(-3)</code> 모두 가능 <code>B.iterates(v, 6)</code> == vB^0, vB^1, \dots, vB^5 <code>rows = False</code> moves v to right of matrix powers <code>f(x)=x^2+5*x+3</code> 이고 <code>f(B)</code> 도 가능 <code>B.exp()</code> 행렬 exponential, i.e. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{B^k}{k!}$</p> <hr/> <p>행렬 공간 <code>M = MatrixSpace(QQ, 3, 4)</code> 차원이 12인 3×4 행렬 공간 <code>A = M([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12])</code> M의 원소인 3×4 행렬 <code>M.basis()</code> 기저</p>
---	--

<그림 6> Sage-Math 퀵 레퍼런스 <http://math1.skku.ac.kr/>

시아와 미국을 포함한 국가들의 주요 개발자가 본 연구팀에게 기술적인 조언을 요청하고 있다.

2.3 Sage-Math와 선형대수학

앞서 소개한 Sage-Math의 한글버전의 개발은 교육현장에서 적극적으로 활용되어야만 그 효과를 볼 수 있다. 이제까지 많은 수학 관련 프로그램들이 개발되어 왔지만, 효과적으로 수업환경에 활용되지 못한 이유 중 다른 하나는 수학 관련 소프트웨어의 개발에만 치중하여, 개발품이 긍정적인 교육 효과를 이끌어낼 수 있도록 교육현장에 적절하게 적용하는 부분에 대한 연구와 성공모델의 개발 및 확산을 간과하였기 때문이다. 본 연구팀은 인터넷을 이용하는 Sage-Math의 장점을 최대한 살려서 교수 학습자료를 만들어 공개해오고 있다. Sage-Math를 활용한 다양한 문제 풀이과정을 선정한 선형대수학 교재¹⁰⁾에 맞추어서 제작했으며, 그 내용을 <http://math1.skku.ac.kr/pub/>에 공개했다. 즉, <http://matrix.skku.ac.kr/CLAMC/> 또는 <http://matrix.skku.ac.kr/CLAMC-v1/> 에서 문제를 확인하고 해당 문제들을 아래와 같이 해결하였다.

- 현대선형대수학 4장 1절 예제 17번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/253/>
- 현대선형대수학 4장 2절 예제 3번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/254/>
- 현대선형대수학 4장 4절 예제 4번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/255/>
- 현대선형대수학 4장 5절 연습문제 3번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/18/>
- 현대선형대수학 5장 1절 예제 1번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/40/>
- 현대선형대수학 5장 4절 예제 1번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/29/>
- 현대선형대수학 6장 2절 연습문제 4번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/38/>
- 현대선형대수학 6장 3절 예제 2번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/286/>
- 현대선형대수학 6장 심화학습 예제 3번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/4/>
- 현대선형대수학 7장 3절 예제 1번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/147/>
- 현대선형대수학 7장 5절 예제 4번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/148/>
- 현대선형대수학 7장 7절 예제 6번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/43/>
- 현대선형대수학 7장 8절 예제 2번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/149/>
- 현대선형대수학 8장 1절 예제 2번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/287/>
- 현대선형대수학 8장 4절 예제 7번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/256/>
- 현대선형대수학 9장 1절 연습문제 P5번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/54/>
- 현대선형대수학 9장 2절 예제 11번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/75/>
- 현대선형대수학 10장 2절 예제 2번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/39/>
- 현대선형대수학 10장 3절 CS Project 1번 : <http://math1.skku.ac.kr/home/pub/53/>

이 중 한 문제를 본 원고에서 소개한다. $f(x)$ 가 $[-\pi, \pi]$ 상에서 임의의 연속함수라고 가정하자. $f(x)$ 에서 부분공간 J_N 으로의 직교사영 $p(x)$ 는 $f(x)$ 에서 직교기저위로의 $2N+1$ 개 직교사영의

10) 경문사 2009년판 현대선형대수학 교재

함이다. 이러한 직교사영은

$$a_0 = \frac{\langle f(x), 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad \frac{\langle f(x), \cos nx \rangle}{\langle \cos nx, \cos nx \rangle} \cos nx = a_n \cos nx$$

$$a_n = \frac{\langle f(x), \cos nx \rangle}{\langle \cos nx, \cos nx \rangle} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad \frac{\langle f(x), \sin nx \rangle}{\langle \sin nx, \sin nx \rangle} \sin nx = b_n \sin nx$$

$$b_n = \frac{\langle f(x), \sin nx \rangle}{\langle \sin nx, \sin nx \rangle} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

으로 나타난다. 결과적으로 $f(x)$ 에서 J_N 으로 가는 함수의 직교사영 $p(x)$ 는

$$p(x) = a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

이다. 위 형식에서 상수들 $a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots$ 을 $[-\pi, \pi]$ 상의 함수 $f(x)$ 의 Fourier계수(Fourier coefficient)라 부른다. 사실 직교사영 p 가 f 에 가장 가까운 J_N 의 원소라는 것은 f 의 Fourier계수가 평균제곱오차

$$\|f - p\|^2 = \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ f(x) - a_0 - \sum_{n=1}^N (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \right\}^2 dx$$

를 최소화 한다는 것을 의미한다. 이것은 삼각함수다항식(trigonometric polynomial) $p(x)$ 가 주어진 연속함수 $f(x)$ 로 수렴하고 $p(x)$ 는 무한급수 $a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ 의 부분합이 됨을 의미한다. 이러한 무한급수는 $[-\pi, \pi]$ 상에서의 f 의 Fourier 급수로 잘 알려져 있다. $[-\pi, \pi]$ 상에서 $f(x) = x$ 가 주어질 때 f 에서 J_4 으로의 정사영 $p(x)$ 를 Sage-Math를 이용한 그래프는 아래의 URL에 접속하면 바로 확인할 수 있다.

<http://math1.skku.ac.kr/home/pub/75/>

함수의 정사영, 즉 삼각함수다항식을 구하기 위해서 함수를 정의하자. 이 함수는 J_N 을 직접 구하여, 주어진 함수에 제일 가까운 삼각함수다항식(trigonometric polynomial)을 찾는 함수이다.

11) 삼각함수다항식(trigonometric polynomial)으로 이루어진 부분공간이다.

```
def Get_JN(f, N):
    a0 = (1/(2*pi)) * integral(f, x, -pi, pi)
    p = a0 + sum([(1/pi) * integral((f * cos(n*x)), x, -pi, pi) * cos(n*x)
    + (1/pi) * integral((f * sin(n*x)), x, -pi, pi) * sin(n*x) for n in [1 .. N]])
    return(p)
```

$[-\pi, \pi]$ 상에서 $f(x) = x$ 가 주어질 때 f 에서 J_4 으로의 정사영 $p(x)$ 를 찾는 명령은 앞의 Get_JN 함수를 이용하여, 다음과 같이 입력하고 다항식을 확인한다.

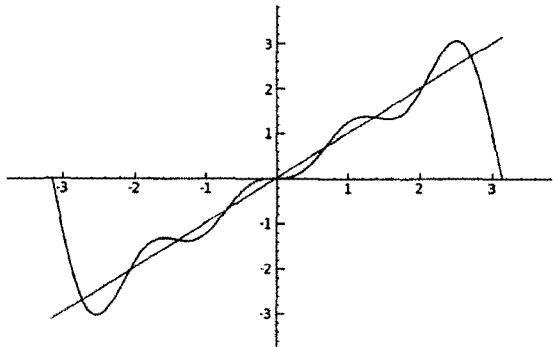
```
f = x;
p4 = Get_JN(f, 4);
```

```
print(p4)
```

$$-\frac{\sin(4x)}{2} + \frac{2\sin(3x)}{3} - \sin(2x) + 2\sin(x)$$

원래함수인 $f(x) = x$ 와 그림으로 직접 비교해보면 <그림 7>과 같이 확인할 수 있다. $f(x) = x$ 는 원점을 지나는 직선이고, 이 함수로의 정사영은 곡선으로 나타난다.

```
p14 = plot(f, -pi, pi, rgbcolor='red')
p14 += plot(p4, -pi, pi, rgbcolor='blue')
p14.show()
```



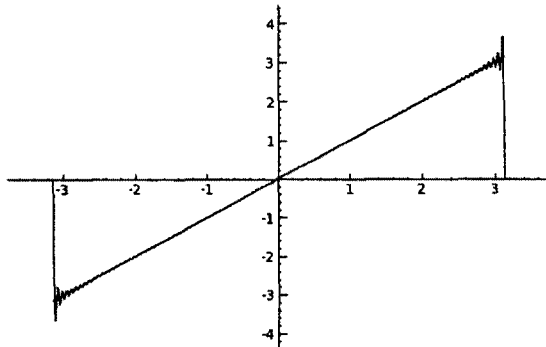
<그림 7> 함수 $f(x) = x$ 와 이에 대한 정사영 $p(x)$ (곡선)의 그래프

즉, 함수의 정사영은 원래 함수에 수렴하는 형태를 보여준다. 이것이 바로 Fourier 계수의 성질이며, 임의로 주어진 함수에 가장 접근하는 계수들을 확인하는 방법으로 활용될 수 있다. 앞에서는 J_4

에 대한 수렴이었기 때문에, 4개의 Fourier 계수만을 가지고 해당 식을 나타내었다. 만일 이 계수가 증가한다면 원래의 함수에 더욱 가까운 결과를 얻을 수 있다. 손으로 계산하기에는 어려운 계산식이지만 Sage-Math를 이용하면 수렴함수를 쉽게 구할 수 있다. 다음의 <그림 8>은 그 계수를 100차로 늘렸을 때의 함수의 그래프를 원래의 $f(x) = x$ 와 비교한 그래프이다.

```
p100 = Get_JN(f, 100);
```

```
p1100 = plot(f, -pi, pi, rgbcolor='red')
p1100 += plot(p100, -pi, pi, rgbcolor='blue')
p1100.show()
```



<그림 8> 함수 $f(x) = x$ 와 J_{100} 에서의 정사영 $p(x)$ 의 그래프

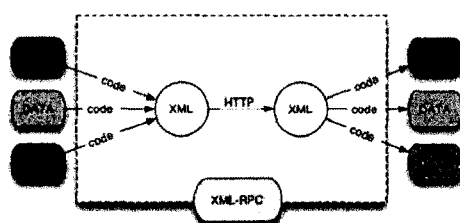
이렇게 Sage-Math는 대학 정규과정의 1학기 선형대수학 강좌에서는 시간이 모자라서 확인하지 않고 지나간 다양한 수학적 개념들을 학생들이 직접 어렵지 않게 다루어보며 쉽게 이해하도록 도와 주며, 동시에 실제 사회의 다양한 문제를 직접 해결할 수 있는 능력을 크게 향상시켜 줄 수 있다. 또한 별도의 다른 소프트웨어의 설치 없이, 학생들은 단순한 웹 브라우저만을 활용하여 기존의 상업용 프로그램과 비슷한 문법을 이용하여 직접 복잡한 계산부터 직접적인 그래프를 통한 수학적 개념의 확인까지 할 수 있다. 이렇게 만들어진 교육적 내용은 인터넷 어디에서나 접속하기만 하면 확인할 수 있으며, Sage-Math 한글버전에서는 한글을 이용하여 개념을 직접 설명할 수 있기 때문에 무료인 Sage-Math 한글버전은 공학적 도구를 일부만 활용하는 수학강좌 특히 대학에서의 수학교육에 강력한 도구로 활용할 수 있다.

2.4 Mobile Sage-Math

Sage-Math는 인터넷에서 활용되는 네트워크를 기반으로 하는 소프트웨어이다. 특히 그 구조가 클라이언트 서버구조에 그 기반을 두고 있는 만큼, 클라이언트(Client)에서 명령을 내리고, 그것을 서버

(Server)에서 처리하는 구조를 기본적으로 탑재하고 있다. 이를 활용하면, Sage-Math는 웹 브라우저를 넘어서서 더 다양한 환경, 특히 인터넷을 사용할 수 있는 유비쿼터스 환경의 다양한 장비에서 사용가능하도록 구현할 수 있다.

이러한 활용은 파이썬(Python)의 내장 라이브러리중 하나인 XML-RPC기능에서 찾을 수 있다. XML-RPC기능은 XML형태로 구성된 데이터를 원격지의 함수(RPC: Remote Procedure Call)를 작동 시키는데 활용하는 기술로서, Sage-Math에도 이러한 XML-RPC기능이 내장되어 몇 가지 소스를 활용하기만 하면 바로 사용이 가능하다.



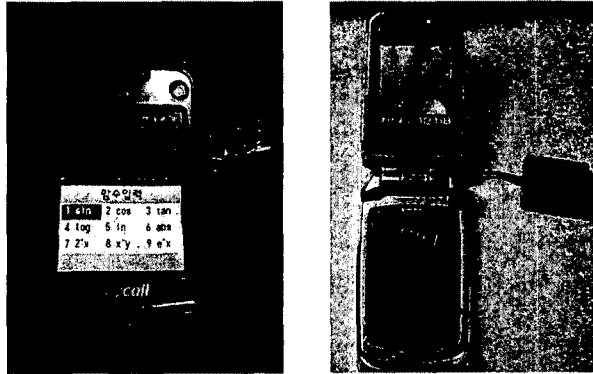
<그림 9> XML-RPC 개관

XML-RPC기능은 다른 웹페이지나 블로그 등, 다양한 Sage-Math의 Notebook 서버가 아닌 환경에서, Sage의 연산명령을 내리고, 또한 그 결과를 받아올 수 있는 기능으로 활용될 수 있는 기술이다. 따라서 이를 활용하면, 블로그, 인터넷 게시판, 임의의 홈페이지 등 웹페이지 어디에서나 허가받은 사용자에게 대하여 Sage에 연산명령을 내려서 그 결과를 확인할 수 있다. 다시 말해서 HTTP 프로토콜¹²⁾을 활용하는 인터넷 웹 상의 모든 클라이언트(Client)들은 누구나 사용가능한 기능이다. 따라서 블로그에서 Sage-Math 명령을 내리면 그 결과를 해당 웹페이지로 원격으로 불러올 수 있다. 따라서 이러한 기술은 Sage-Math의 연산기능을 임의의 다른 웹페이지에서도 사용할 수 있으며, 이는 본 연구팀이 개발해온 Random Problem Generator(이하 RPG) (이상구의, 2008) 와 같은 문제생성시스템의 수학연산용 엔진으로 Sage-Math를 활용할 수 있다는 의미를 가지고 있다. 실제로 본 연구팀은 임의로 문제와 대응하는 그림 및 답을 모두 한 문제 안에서 생성하는데 Sage-Math의 연산기능과 그래프기능을 활용하여 생성할 수 있음을 기술적으로 구현하여 테스트를 마친 상태이다.

Sage-Math와 XML-RPC 기술을 활용하면 무료로 언제 어디서나 거의 모든 수학적 연산을 수행하는 것이 가능하다. 이 기능을 이용하여 이동 중 또 토론 중에 컴퓨터가 없어도 필요한 수학적 연산을 수행하는 것이 가능하다면, 그 교육적 효과는 대단할 것으로 기대된다. 본 연구에서는 이러한 교육적 효과를 Sage-Math를 통하여 확인하기 위하여 휴대폰을 이용하여 해결하는 방법을 실제로 개발하였다. 본 연구의 두 번째 주요 결과는 휴대폰을 이용한 Sage-Math의 이용을 가능하도록 한 것이다. 즉, 공학용 계산 기능을 휴대폰에서 실행할 수 있다는 것이다.

12) 인터넷에서 웹의 기본 프로토콜이다. HyperText Transfer Protocol의 약자이다.

우리가 흔히 쓰고 있는 휴대폰은 쉽게 인터넷에 연결이 가능하다. 그렇다면 우리가 준비한 Sage-Math 서버에 연결만 한다면, PC가 없어도 휴대폰으로 Sage-Math의 기능을 모두 이용할 수 있도록 하는 문제를 해결한 것이다. 즉, 모두가 가지고 다니는 휴대폰 안에 모든 수학적 프로그램을 내장하고 다닐 필요는 없다. 프로그램은 서버에 두고 필요시 휴대폰을 이용하여 인터넷에 접속하여, 서버로 명령어를 보내서 답을 얻으면 된다. 본 연구진은 이를 위하여 Sage-Math를 Mobile Service를 위하여 앞서 소개한 XML-RPC기능의 확충과 더불어서, 휴대폰에서 사용가능한 접속모듈의 새로운 개발이 필요함을 인식하였다. 따라서 우리가 준비한 Sage-Math 서버에 Mobile Service를 모듈화하여 추가함으로써, Maple 이나 Mathematica와 같은 수학소프트웨어의 공학적 계산 기능을 <그림 10>에서 볼 수 있는 대중적인 휴대폰에서조차 가능하도록 만드는데 성공하였다.



<그림 10> 기능 확인과 Sage-Math를 Mobile Service 시연을 위한 저가의 휴대폰들¹³⁾

Sage-Math의 Mobile service에 접속은 무선인터넷 서비스에 접속한 후 URL을 아래와 같이 입력하면 된다.¹⁴⁾

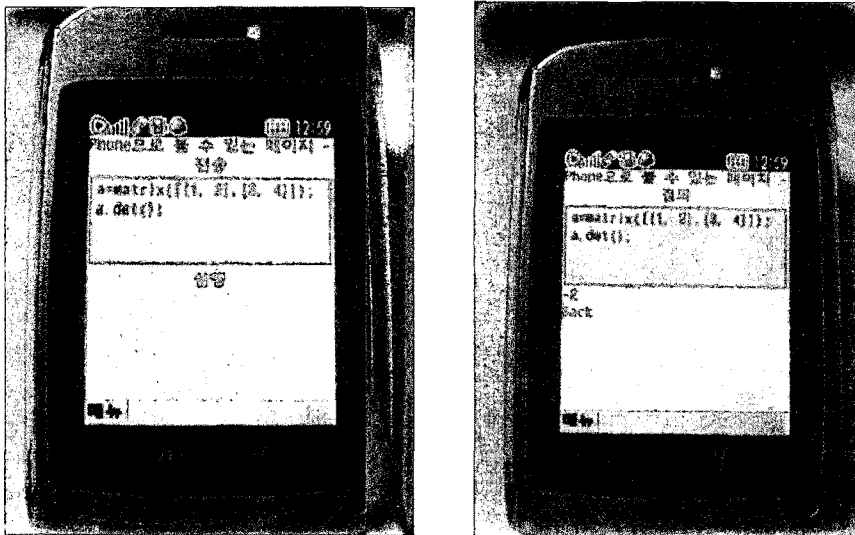
http://math1.skku.ac.kr/wap_html

접속하면 <그림 11>의 소개된 화면과 같은 입력창을 확인할 수 있다. 이미 입력되어 있는 입력창에 Sage-Math의 명령어를 입력하거나, 주어진 예제들을 선택하고 자신의 마음대로 숫자를 바꾼 후 실행을 누르면 Sage-Math의 연산결과를 바로 확인할 수 있다. 아래는 행렬식의 값을 구한 예이다. 이 서비스는 <그림 10>에 나오는 저가의 일반 핸드폰부터 시작하여, G3 폰이나 햅틱폰, PDA까지 활용이 가능하며, 최신 핸드폰 및 PDA와 같은 경우에는 자체 자판을 이용하면 입력과정이 쉬워지므로 Sage-Math의 다양한 기능을 더욱 편리하게 활용할 수 있다.

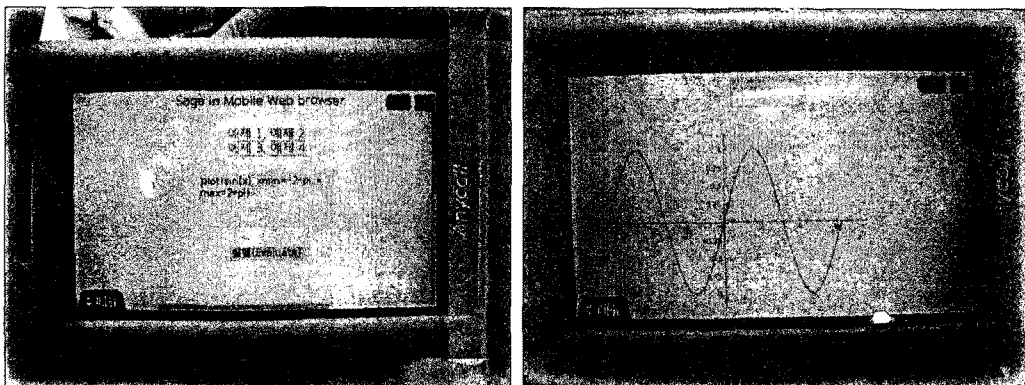
13) 삼성 SPH-W5000

14) 즐겨찾기, 북마크 등을 이용하여 저장하여서 계속 사용 하여도 된다.

현재는 학생들이 Sage-Math프로그램의 코드를 모르더라도, 바로 활용이 가능하도록 4 가지 예제를 http://math1.skku.ac.kr/wap_html 에 준비하여 학생들이 자신이 선택하는 문제들을 해결할 수 있도록 지원해 두었다. 예제 1은 행렬을 정의하고, 그 행렬의 행렬식을 구하는 문제를 저장해 두었고, 예제 2는 2차함수를 하나 주고, 이 함수의 해와 인수분해를 구하는 문제, 예제 3은 주어진 함수의 그래프를 그리는 문제, 예제 4는 주어진 함수에 대하여 극한값을 구하고, 적분하는 문제로 구성해 두었다. <그림 12>에서는 계산은 물론 예제 3번의 문제를 보여줌으로써, 학생들이 어디서나 휴대폰만 사용하면 함수 그래프를 그려보고 확인할 수 있음을 보여주고 있다.



<그림 11> 시연화면 / 인터넷 접속 및 폰으로 확인

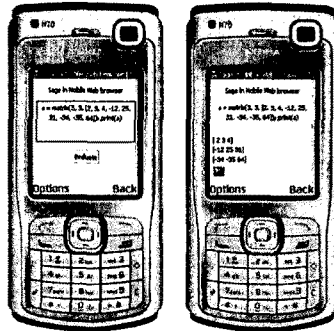


<그림 12> 시연화면 / LG-오즈를 이용한 접속(휴대폰 기종: Anycall W6050)

물론 이와 같이 다양한 핸드폰에서도 구동되도록 폭넓은 지원을 하는 모듈개발에는 어려움이 있었다. 한 예로 개발 초기에 휴대폰 기종에 따라 한글 인코딩이 깨지기도 하고, 그래프를 그리는 명령인 'plot(x)'의 경우 이미지가 PNG type으로 전송되어 일부 휴대폰에서는 지원하지 않는 문제가 있었다. 그 외에도 자바스크립트를 지원하지 않는 일부 휴대폰들이 있어 Back 기능에 에러가 발생하는 것도 발견 하였다. 이는 모두 각각의 휴대폰이 가지는 다른 사양에 따라 나타난 현상들이다. 이를 극복하기 위하여 각 통신사들이 휴대폰의 웹 브라우저 이용을 각각 어느 정도 지원하는지 확인하였다. 이들의 지원현황을 <표 1>에서 확인할 수 있다. 2009년 현재 한국 내 각 통신사별로 사용하는 웹브라우저는 KTF가 KUN 브라우저, SKT는 Nate @ Browser V3.0(Nate m Browser V3.0), LGT의 Lion Browser를 사용 중이다. 이 분석에 근거하여 각 휴대폰의 웹브라우저 지원 기능 차이를 정확하게 파악하여 모두에게 적용되는 Sage-Math의 Mobile Service 모듈을 개발하였다. 더 나아가 본 연구진이 개발된 한 Sage-Math 모듈을 국외의 다른 휴대폰이 사용하는데 문제가 없는지 확인하기 위해, <그림 13>에 소개한 바와 같이 NOKIA등 해외의 휴대폰을 위한 휴대폰 시뮬레이터를 통하여 테스트를 해 보았다. 이러한 휴대폰 시뮬레이터를 통한 검증을 통하여 현재의 모바일 환경 하에서 어떤 휴대폰에서도 우리의 Sage-Math를 사용하도록 할 수 있음을 기술적으로 확인할 수 있었다. 궁극적으로 국내의 모든 휴대폰을 통하여 활용이 가능한 Sage-Math의 모바일 환경을 구성하였으며 이 내용은 앞서 소개한 사이트(http://math1.skku.ac.kr/wap_html)에서 확인이 가능하다.

<표 1> 통신사별 웹브라우저의 지원현황 (G3 와 Oz 에서는 개선된 기능이 지원됨)

	SKT	KTF	LGT
인코딩 (EUC-KR 이외)	지원안함	지원함	지원안함
PNG 포맷	지원	지원안함	일부지원 (CanU)
JPG 포맷	지원	지원	지원
GIF 포맷	지원	일부지원 (KUN Browser 계열)	지원
자바스크립트	지원	지원안함	?
CSS	지원	지원안함	?
웹표준	거의 지원	거의 지원	?
Flash	일부지원 ¹⁵⁾	일부지원 (KUN Browser 계열)	지원안함
DIV	지원	지원	?



<그림 13> NOKIA 휴대폰 시뮬레이터 (<http://emulator.mtld.mobi/emulator.php>)

따라서 컴퓨터를 지니지 않았더라도 휴대폰만 활용한다면 어디서나 수학적 도구를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 된다. 미국과 같은 경우 인터넷 사용 환경이 한국보다 편리하지는 않지만 모바일 인터넷 환경은 한국보다 비용도 싸고 우수하다. 따라서 본 연구진이 개발한 Sage-Math의 Mobile service 기술이 소개되더라도, 우리가 휴대폰을 이용한 인터넷 접속 비용을 우려하는 동안 오히려 미국과 같이 모바일 인터넷 사용 가격이 싼 나라에서 더 빠르게 확산 될 수 있음을 지적한다.¹⁵⁾ 물론 한국도 현재 모바일 인터넷 사용 가격의 합리화에 대한 논의가 진지하게 진행되고 있다. 최근 한국의 주요 통신사업자들이 모바일 인터넷 사용요금을 정액화¹⁷⁾하고, 가격합리화 정책을 추진하였다. 따라서 모바일 환경에서의 웹 소프트웨어의 필요성이 점점 증대되어 가고 있다. 본 연구는 모바일 환경에서의 웹 소프트웨어의 개발, 특히 수학분야 소프트웨어 분야에 크게 기여할 수 있다. 이러한 환경적 변화 속에서, Sage-Math 한글버전과 Sage-Math의 Mobile Service 모듈은 대학수학교육에서 매우 효과적인 기여를 할 수 있을 것으로 기대된다.

3. 결론

21세기 수학의 중요한 한 부분인 ICT 수학교육의 핵심인 공학적도구의 개발에서, 본 연구진은 최근에 오픈소스로 개발된 Sage-Math를 어느 나라보다 앞서 자국어 버전(한글버전)으로 만들어서 한국에서 제공하는 자체 Sage-Math 서버를 운영하였다. 그리고 Sage-Math를 한글버전을 통하여 선형대수학 대부분의 내용을 다루어 보며 웹기반 교수-학습모델을 제시하였다. 더 나아가 본 연구진이

15) 단, 개인이 직접 플래시를 제작하여 올릴 수 없으며, SKT 사에서 제작한 플래시만 가능. 또한 별도로 Flash 재생 WIP를 설치해야함

16) 현재 Sage-Math의 미국의 주요 개발진들은 I-Phone과 I-Pod을 위한 Mobile Module의 개발에 주력하고 있으며, 현재 최종테스트를 시행하고 있는 것으로 확인되었다.

17) 월 1만원 전후에서 정액화가 추진 중이다. 이미 상품으로 LG, SKT, KT등이 출시한 바 있다.

개발한 한국에 기반을 둔 Sage-Math 한글버전을 통하여 웹상에서 언제 어디서나 누구라도 복잡하고 대용량의 수학적 계산을 포함한 교육적 이용이 가능함을 확인하였다. 마지막으로 본 연구진이 개발한 Sage-Math 한글버전 서버에 Mobile Service 기능을 추가하여 Maple, Mathematica와 같은 수학교소프트웨어의 공학적 계산 기능의 사용이 보통 휴대폰에서도 사용가능하도록 만드는데 성공하였다. 따라서 본 연구는 한국학생들에게 ICT 수학교육의 한계를 극복하고 수학적 지식의 획득은 물론 실제 대용량크기의 문제를 다루는 도구와 설명을 무료로 제공하게 도구를 개발한 것이다. Sage-Math 한글버전과 Sage-Math Mobile Service 최초 개발과 활용 및 선형대수학에서의 다양한 활용과 그 기록을 무료로 제공하는 것은 대학수학교육은 물론 중등과정에서도 수학의 ICT 교육에 새로운 가능성을 보여준다.

참 고 문 헌

- 이상구·김덕선·양정모 (2004) 대학에서의 수학교육 환경 : 현재와 미래, 韓國數學教育學會誌 시리즈 E <數學教育 論文集> 18(2), pp.35-45
- 이상구·박진영·김덕선 (2008) 21세기 선진형 ICT 수학 교육 방법론 모델, 韓國數學教育學會誌 시리즈 E <數學教育 論文集> 22(4), pp.533-543
- 이상구·함윤미 (2005), New Learning Environment of Linear Algebra in Korea, *Journal of Korean Soc. Math. Ed. Ser. D: Research in Mathematical Education, Vol. 9, No. 1*, pp. 57-66
- Hsiu-Zu Ho, Deniz Senturk, Amy G. Lam, Jules M. Zimmer, Sehee Hong, Yukari Okamoto, Sou-Yung Chiu, Yasuo Nakazawa & Chang-Pei Wang (2000). The Affective and Cognitive Dimensions of Math Anxiety: A Cross-National Study, *Journal for Research in Mathematics Education, Volume 31, Issue 3*, pp.362-379
- 이상구 (2004). 선형변환개념의 시각적 이해를 위한 Flash tools, Animations, JAVA Applets 모음집, <http://matrix.skku.ac.kr/sglee/LT/index.htm>
- Akamai(www.akamai.com), 2009년 1분기 인터넷 현황 보고서(The State of the Internet). <http://www.akamai.com>
- Alan Greenspan, The economic importance of improving math-science education, *The Federal Reserve Board*, September 21, 2000
<http://www.federalreserve.gov/boarddocs/testimony/2000/20000921.htm>

Development of Mobile Sage-math and its use in Linear Algebra

Rae-Young Ko

Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Korea

E-mail : hero2001@skku.edu

Duk-Sun Kim

Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Korea

E-mail : mass@skku.edu

Jin-Yeong Bak

School of Information and Communication Engineering, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Korea

E-mail : dongdm@skku.edu

Sang-Gu Lee⁺

Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Korea

E-mail : sglee@skku.edu

The importance of the mathematical education on the ICT environment has been increased as the educational environment has been changed in 21st century. In Korea, many researches on ICT tools have appeared over the last 10 years. But most of researches are depending on the foreign tools, that was one major obstacle on adapting them in our mathematics curriculum. But we found the new open source tool which is called Sage-Math can be in effective solution to resolve those problems. Now we produce what we have done in linear algebra with this Sage-Math and mobile modules.

* ZDM Classification : D45, M15, U51

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C90, 97U50, 97U70

* Key Words : ICT, Sage, Sage-Math, Ubiquitous

* This work was supported by Korea Research Foundation Grant funded by the Korean Government (KRF-2008-1052-000) and BK21 Project.

⁺ Corresponding author