韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 23집 제4호. 2009. 11. 1131-1148

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 23 No 4, Nov. 2009. 1131-1148

테크노로지를 사용한 대수학 강좌 연구

최 은 미 (한남대학교)

이 논문에서는 대학에서 컴퓨터를 사용한 고급단계수학강좌의 방안 연구로서, ISETL 프로그램을 소개하고 그것을 활용한 대수학 강좌 방향을 모색하고자 한다.

1. 들어가는 말

국제수학올림피아드나, PISA 또는 TIMSS[1] 등의 국제학력평가에서 드러나는 한국 중고등학생들의 수학과 과학문제의 해결능력은 세계 상위권이다. 이로 인해 미국 등 나라에서는 한국의 교육제도에 관심을 보이기도 한다. 그러나 동일한 학력평가에서 수학과 과학에 대한 자신감은 상당히 낮은 수준이며 더욱이 수학의 흥미정도는 고학년이 되어 가면서 급속히 감소하는 것으로 나타난다. 결국 대학생들의 기초능력 수준의 하락과 수학에 대한 자세로 인해 대학교의 수학교육현장은 이미 위험한 상태에 도달했음이 지난 십 수 년 동안 목격되어 왔으며(문화일보 2007-4-14), 이는 TIMSS등의 높은 성적에도 불구하고 국가 교육경쟁력이 하위권에 머무는 중요한 요인이 된다. 실제로 스위스 국제경영개발원 IMD[2]이 최근에 발표한 '세계 경쟁력 연차보고'에서 2009년도 한국의 교육부문경쟁력은 57개국 중 36위로 저조했다. 그 중에서도 가장 최하의 영역은 대학교육의 기업·사회요구에 대한 부합도와 양질의 기술인력 배출도로서 각각 51위와 50위였다(중앙일보 2009-5-21; 박정수, 2009).

지식기반 사회라고 불리는 21세기의 국가 경쟁력을 주도할 창의적 인재 양성을 위해 대학교 교육의 중요성을 많은 사람들이 공감하지만, 그럼에도 불구하고 학부 기초교육과 그 개선 방안 연구에 대해서는 그동안 큰 관심을 기울이지 못했던 것이다. 우리 대학들의 학부교육이 여러 면에서 미흡하지만 이공계 대학의 기초수리과학 교육은 특히 부족하다. 대학교의 수학교육 현실이 얼마나 어려운지는 군이 설명할 필요가 없다. 중고등학교에서부터 대학수학(미적분학)과 같은 기초수학에서 어려움을 겪은 학생들은 고급단계의 수학으로 와서는 거의 자포자기의 모습으로 수습하기 어려운 상황으로 되고 말며, 그 결과는 대학교육경쟁력에서 최하의 성적이 말해주고 있다.

---

* 접수일(2009년 8월 27일), 수정일(1차 2009년 11월 9일), 게재확정일(2009년 11월 6일)
* ZDM분류 : D35
* MSC2000분류 : 97D30
* 주제어 : 대학수학교육, 교과과정개발, 테크노로지

1) PISA (Programme for students Assessment), TIMSS (Trends in International Math and Science Study)
2) IMD (International Institute for Management Development)

1980년대 말 경에 미국에서 미적분학 강좌의 개선안 연구로부터 촉발된 수학전쟁(math war)은 전통적 형태의 교수중심 지필강좌로부터 개혁적 형태의 활동중심 컴퓨터강좌로 바꿀 것을 주장했다. 그로부터 20년 정도가 지나면서, 컴퓨터 사용이 수학교육에서 야기하는 수많은 문제점과 단점에도 불구하고 오히려 많은 장점으로 인해, 이제는 미국에서 뿐만이 아니라 우리나라의 대학들에서도 매스메티카나 메이플과 같은 컴퓨터 프로그램을 사용한 미적분학 강좌가 일반화된 것으로 보인다.

그러나 이러한 형태의 교수-학습연구는 우리나라 대학의 고급단계수학에서는 거의 보이지 않는다. 중고등학교와 대학 1학년 기초수학과정에서 컴퓨터가 제공하는 장점을 어느 정도 체험한 후 학습 환경에 대한 기대감은 미적분학 이후의 고급단계수학강좌에서는 경험하기 어려운 형편이다. 미적분학 영역에서 컴퓨터의 장점이 고급단계수학에서는 제대로 역할을 하지 못할 것이라는 일반적인 통념이 있음에도 불구하고, 미국을 비롯한 여러 나라에서는 컴퓨터 활동을 도입한 고급수학강좌의 연구가 활발하여 그 결과를 토대로 여러 대학에서 실행되고 있다.

이 논문에서는 대학에서 컴퓨터를 사용한 고급단계수학강좌의 방안 연구로서, ISETL 프로그램을 소개하고 그것을 활용한 대수학 강좌 방향을 모색하고자 한다. 지방사립대학 학생들을 대상으로 간단한 설문을 하여 강좌에 컴퓨터 활동을 도입할 수 있는 가능성과 문제점을 짚어보고 그 운영 방안을 제안하고자 한다.

2. 선행연구

대학수학(미분적분학)은, 학생들의 성과가 좋건 나쁘건 간에, 고교에서 어느 정도 접해본 내용의 연장이다. 함수가 그렇고 미분과 적분이 그렇다. 이러한 상황은 고급단계수학과정으로 들어가면서 완전히 바뀐다. 대부분의 학생들은 수학의 엄격한 형식적 개념을 처음 접하게 되면서, 해석학 과목을 무척 힘들어하고 대수학과 위상수학의 추상적인 개념을 이해하는데 극심한 어려움을 겪는다. 이는 많은 대학들이 신입생모집에 조차 어려움을 겪고 있으며 지원자 대부분이 합격을 하는 상황에서, 학생들의 상당수는 고교 과정에서 기본적으로 익혀야하는 기초내용 조차 터득하지 못했기 때문에 발생하는 자연스런 현상인지도 모른다. 이로 인해 대학교 수학교육의 문제는 교수들의 강의에 대한 열정과 준비만으로 해결되기는 어려워 보이는데, 그럼에도 불구하고 이 분야의 선행연구는 찾아보기 쉽지 않다.

대학교 수학교육의 연구는 주로 대학수학(미분적분학)의 교수-학습법에 집중되어있다. 다양한 문제점이 지적되었고 해결책 모색되었는데, 특히 강좌 개선안으로 컴퓨터 도입 연구가 많이 있다. 김도현·김석만(2001), 박용범 외(2001)등은 메이플을, 김병무(2001), 김향숙(2003)등은 매스메티카를 이용한 수학강좌를 연구했다. 한편 김송화(1999)는 ISETL을 활용한 고등학교 함수학습을 연구했다. 그러나 정작 고급단계수학에 관해서는 학생들의 학습에 관한 연구뿐만 아니라 어떻게 가르치는지에 대한 교수법 연구를 거의 볼 수 없다. 선형대수 강좌에 대한 연구가 다소 있으며, 대수교육에 관해 박혜숙 외(2005a, 2005b)에서는 수학개념의 발생적 분해를 순환군에 적용한 연구와 추상대수학 강좌의 두 가

지 접근 방법 연구를 했다. 또한 김성준(2005)은 대수적 구조의 지도 방안을 연구했다.

우리나라와는 달리 미국에서는 1990년대 후반부터 고급단계수학의 교수-학습법 연구가 상당히 활성화되었다. 1999년에 AMS/MAA회의(텍사스)에서 학부수학교육 연구모임인 RUME가 구성되었으며, 이 단체는 2000년 회의(워싱턴)에서 SIGMAA on RUME라는 이름으로 변경되었다. 또한 논문집 RCME[3]를 만들어 연구 결과를 집중적으로 발표하면서, 미국 학부수학교육의 개혁을 주도했다. 특히 1996년에 대수학에 테크노로지의 활용을 논의한 워크숍 Exploring Undergraduate Algebra and Geometry with Technology (NSF-UFE[4], DePauw대학)가 개최되었고, 1999년에는 Innovations in Teaching Abstract Algebra 학회(MAA, 샌디에고)가 있었다. 이러한 연구회에서는 다양한 테크노로지를 사용한 대수학의 교수-학습방안을 토론하면서 새로운 강좌 모형을 공유하고자 했다. 2006년에 MAA는 Planning group for the Algebra: Gateway to a Technological future conference를 통해 테크노로지를 기반으로 한 미래의 대수교육의 중요성을 재확인했다(Katz, 2007).

3. 대학교 수학교육에서 컴퓨터의 사용

Feldman 외(1988)는 컴퓨터 활동을 도입한 고급단계수학교육에서 가장 큰 어려움은 수학적 개념을 이해하고 발전시키는데 컴퓨터가 하는 중요한 역할에 대해 교수들이 가지고 있는 회의론이라고 말했다. 이 이야기는 항상 사실이며, 바로 이것이 미적분학 강좌에서 테크노로지를 도입할 때 겪었던 수학전쟁의 원인이었다(최은미, 2008). 1980년대 말 미국 대학생들의 수학능력 저하와 수학 기피현상은 컴퓨터의 발달과 더불어 급속한 발전 일로에 있던 이공·과학·기술 분야 전체에 심각한 악영향을 미치게 되었다(Ferrini & Grahan, 1991). 새로운 수학교육의 필요가 절실해졌을 때, 'Calculus Instruction, Crucial by Ailing'(1985년 AMS/MAA회의, Anaheim)과 다음 해에 'Develop Curriculum & Teaching Methods for Calculus at the College Level'(1986년 Tulane대학)이 잇따라 개최되어 대학미적분학의 강의 방법과 내용의 검토를 통한 교수-학습법이 제안되었다. 이것이 '수학전쟁'과 '개혁적 미적분학'의 발단이었으며, 미적분학강좌를 필요로 하는 이공계열의 요구가 큰 요인으로 작용했다. 학회에서 개혁운동의 주창자들은 전통적 미적분 강좌의 문제점을 두 가지로 요약했다. ①미적분학이 필수과목이어서 배우고는 있지만 이 영역에 대해 거의 준비되지 않은 학생들은 강좌에서 낙제하기 마련이며, ②간신히 과정을 따라가서 교과목을 통과한 경우에도 미적분을 기반으로 하는 실제적인 문제를 이해하는 학생은 거의 없으며, 이는 이공계열 교수들의 불평을 초래하고 있다. 20여년이 지난 오늘날 대학수학강좌에서 컴퓨터의 도입은 보편적으로 정착되면서 새수학(new math)의 시대가 되었다.

---

3) RUME: Research in Undergraduate Mathematics Education; SIGMAA on RUME: Special Interest Group of the MAA on RUME; RCME: Research in Collegiate Mathematics Education

4) NSF-UFP: National Science Foundation-Undergraduate Faculty Program

이러한 현상과 요구는 오늘날 우리나라에서 미적분학 이후의 고급단계수학에서 재 점화되고 있다. 대학생들의 수학능력수준과 수학에 대한 자세는 어제 오늘의 일이 아니지만, 대학교 수학강좌의 대부분을 차지하는 공학계열에서 공학교육인증제의 시행은 미적분학뿐만 아니라 선형대수학, 대수학, 이산수학 등 여러 분야의 교수법 개발을 요구하고 있다. 미적분학에서의 컴퓨터 활동의 장점이 고급단계에서는 거의 적용되기 어려울거라고 생각하는 여러 수학자들이 있다. 컴퓨터를 사용하여 반복적이며 복잡한 계산을 대신 수행시킴으로서 학생들이 개념이해에 집중할 수 있게 하며 지루한 계산으로부터 벗어남으로서 수학하는 것을 즐길 수 있게 하고자 하는 미적분학에서 컴퓨터 사용의 장점은, 계산보다는 개념이 위주인 고급단계에서는 아무 소용이 없다고 생각하기 때문이다.

이것은 분명히 사실로서, 고급단계의 수학에서는 계산의 중요성보다는 형식화된 수학 개념을 강조된다. 그러나 수학적 개념의 '발견'은 예제를 접하지 않고는 도달하기 어려운데, 예제의 구성은 컴퓨터를 사용하여 효과적으로 할 수 있으며 컴퓨터는 수학을 더 깊이 이해하도록 만드는 매개체의 역할을 한다. 컴퓨터 활동을 하는 프로젝트를 구성주의적 학습 환경으로 운영하여, 활동을 통해 수학을 경험하고 발견하는데 큰 도움이 된다. 결국 컴퓨터의 계산능력을 활용한 미적분학 강좌와는 달리, 고급단계의 수학에서는 예제의 구성을 통한 수학적 패턴의 경험을 활용할 수 있다(<표 1>).

<표 1> 미적분학과 고급단계수학에서 전통적/ 개혁적 강좌

<table>
<tr><th></th><th>전통적 강좌</th><th>개혁적 강좌</th></tr>
<tr><td rowspan="2">미적분학</td><td>· 보편적 내용을 광범위하게
· 중요한 지적개발을 위한 도전적인 수학
· 수학적 엄격함으로 정리 증명 계산에 탁월한 유능한 학생의 배출</td><td>· 선별된 내용을 집중적으로
· 여러 응용을 위한 도구로서의 수학
· 기초가 부족한 학생들이 쉽게 접근할 수 있는 교수법</td></tr>
<tr><td>· 개혁적미적분은 미적분의 가장 중요한 부분인 엄격한 형식적 증명을 약화시킴. 준비와 훈련의 부족은 결국 포기나 실패로 끝나게 됨</td><td>전통적미적분은 이론과 증명에만 집중하여 학생들은 그 지식들이 어떻게 이용되는지를 이해하지 못함. 수학에 대한 무용론과 무관심을 야기하게 됨</td></tr>
<tr><td>고급단계수학</td><td>· 미적분학에서 지루하고 반복적이고 복잡한 계산에 유용한 컴퓨터의 장점이 고급단계에서는 적용되지 않음
· 고급단계수학은 수학적 형식화와 엄밀성을 바탕으로 한 수학적 증명이 우선됨</td><td>· 고급단계수학에서 컴퓨터의 사용은 많은 예제를 구성하여 패턴을 경험함으로서 수학적 개념형성에 도움이 됨
· 고급단계수학이 공학인증제 아래 공학기술계열에 적용되는 교수-학습법임</td></tr>
</table>

특히 선형대수와 추상대수 영역에서 컴퓨터를 사용한 교수-학습법 연구가 두드러졌다. 이는 추상대수학은 추상적인 개념으로 인해 학생들이 이해하기 어려워하는 분야인데, 이러한 어려움은 근본적으로 예제를 구성하기 어려운 점에 기인하기 때문이다. 컴퓨터 도입의 장점을 다음의 몇 가지로 구체적으로 요약할 수 있다.

① 사고과정을 더욱 자극하여, 활동으로부터 수학적 대상물을 구성하는데 유용하며 시각적 이미지를 효과적으로 창조한다. 비주얼 세대라고 불리는 학생들에게 시각적 효과는 더욱 성공적일 수 있다.

② 직관적인 이해와 수학적 형식화 사이의 공백을 연결해주는 다리의 역할을 하여, 고등수학 내용을 창조적이고 독립적으로 파헤칠 수 있게 한다.

③ 컴퓨터를 사용하여 집합이나 군과 같은 개념을 많이 경험함으로서, 알고리즘으로부터 개념 이해의 수학적 발전이 용이하며, 예제와 반례들로 훈련을 받음으로서 수학적 증명을 하는 일반 논제에 쉽게 도달한다.

4. ISETL 소프트웨어

앞서 언급했듯이 고급단계수학에서 컴퓨터의 도입은 미적분학에서의 그것과는 많은 점에서 다른 장점이 있다. 그러나 장점을 수용하기위한 신중한 방안이 필요한데, 첫 번째 과제로서 고급단계의 수학에서 사용하기에 적합한 컴퓨터 언어의 선택 규준을 마련해야 한다.

① 컴퓨터 언어를 습득하기위해 많은 시간과 노력이 요구되지 않아야한다. 이는 학생들이 어려운 수학을 배우는 동시에 컴퓨터 언어를 익혀야하는 이중 부담을 겪을 수 있기 때문이다.

② 컴퓨터 사용에 익숙하지 않더라도 입력 내용을 누구나 쉽게 읽고 이해할 수 있어야 한다. 이는 컴퓨터를 사용하여 학생들 사이의 수학적 의사소통에 장애가 되지 않아야 하며 불안감을 초래해서는 안 되기 때문이다.

③ 더욱이 컴퓨터 언어의 구조가 기본적인 수학의 언어와 유사하며 수학적 아이디어를 많이 함의해야 한다. 단순한 계산용도가 아닌 수학적 경험을 반추함으로서 수학개념 이해에 도움이 되어야하기 때문이다.

1993년 미국 교육부는 대수교육의 개혁을 위한 Algebra Initiative를 발족하여(Moses, 1995), 대수학에서 컴퓨터 사용을 장려하면서 ISETL이 대수학 환경에 가장 적합한 프로그램 중 하나라고 했다(Cuoco 외, 1994). ISETL (Interactive Set Language)는 1960~70년대에 Courant Institute의 Schwartz 외(1970)가 기존의 SETL (Set Language)을 보완하여 개발한 소프트웨어인데, 그 후 1980~90년대에 Levin(1988)은 이산수학, 미적분학 그리고 대수학을 위한 도구로서 ISETL을 재 디자인했다.

ISETL은 위에서 제시된 세 가지 조건을 훌륭히 충족시키는 것으로 여러 연구 보고를 통해 볼 수 있다. Baxter 외(1990)에 의하면 ISETL은 쓰고 읽기가 무척 쉽고 효과적일 뿐 만 아니라 대부분의 기호가 보통의 수학 기호와 거의 일치하는 편리함 때문인데, 단 2시간 정도의 실습을 통해 대부분의 학생들은 연습문제를 다 해내고 함수를 디자인할 수 있다고 했다. ISETL 언어가 수학의 일상적인 언어와 거의 동일하다는 점은 ISETL의 최대 장점으로 언급되는 것처럼, ISETL은 수학적 의사소통을 원활히 해준다. 또한 Leron 외(1995)는 ISETL 실습활동은 학생들이 수학적 개념을 이해하고 정립하는데 큰 도움이 된다고 했다. ISETL을 도입한 강좌를 연구한 Dubinsky(1995)는 구성주의자인

Dewey, Montessori 그리고 Piaget 등의 이론처럼 사람은 수학을 하고(doing) 또한 사고(thinking)함으로서 가장 잘 배울 수 있으며 이러한 경험을 기반으로 수학적 추상화와 형식화를 확고히 할 수 있다고 했다. 심지어는 현대대수학과 같은 추상단계에서도 경험을 통한 발견이 가장 주요한 방법이라 하면서, 발견을 위한 도구로서 ISETL의 사용은 학생들의 정신적 구성에 도움이 된다고 했다.

학부 대수학 강의에서 사용되는 프로그램은 ISETL 이외에 GAP, ESG, FGB[5]등 여러 개가 있다. 미국 교육부가 ISETL의 사용을 장려했다고 하더라도 그것이 우리 대학교육현장에 적절한지는 우리의 특성에 비추어 판단해야 한다. 그럼에도 불구하고 본 연구에서 특히 ISETL에 관심을 갖는 데는 몇 가지 이유가 있다.

① ISETL은 연구용이 아닌 교육용 소프트웨어로서 대수 교실환경에 적합하다.

② 누구나 인터넷에서 무료로 다운받을 수[6] 있으며,

③ 프로그램의 크기가 작아서 사용하기가 용이하다.

④ 일상적인 수학의 언어와 거의 동일하여 프로그램 언어를 배워야 하는 이중고를 겪지 않는다.

⑤ ISETL은 대수학에서 뿐만 아니라, 집합론과 미적분학 강좌에서 도입되어 사용된 보고들이 있으므로 그 활용의 면이 상당히 넓다.

⑥ 더욱이 이산수학강좌에 유용하므로, 우리나라 대학에서 추구하는 공학교육인증제의 수학기초과목인 부울대수와 선형대수, 이산수학 강좌에서도 활용될 수 있는바, 공학교육인증 제도 아래의 대수교육에 적합하다.

대수학의 주요 과제는 집합과 이항연산으로 구성된 대상물의 구조연구인데, 이러한 구조물을 구체적으로 볼 수 없을 때 학생들은 이해의 어려움을 겪게 된다. 컴퓨터 프로그램을 사용하여 다양한 집합과 연산으로 대수적 대상물을 손쉽게 구성할 수 있으며 그러한 과정 중에 패턴을 경험함으로서 수학적 아이디어를 구축할 수 있다. 다음 표는 ISETL의 기본 명령어로서 군과 벡터공간과 같은 대수학의 기본 구조물을 경험할 수 있게 해준다.

<표 2>에서 보듯이 보통 대수학에서 군 이론을 배우는 수학의 일상용어와 거의 동일하며 또한 미적분학에서 사용했던 메이플 프로그램과도 상당히 유사한 형태임을 볼 수 있다. 가령

```
> S:= {0..15};   o := |x,y -> (x+y) mod 16|;
```

으로 정의하여 'is_group := func(S,o);' 를 실행하면 true 의 답을 얻게 되며, 한편

```
> S:= {0..15};   o := |x,y -> (x*y) mod 16|;
```

으로 정의하면 false를 얻는다. 학생들은 그 결과를 비교하고 또한 다른 예제를 실험해 봄으로서 대수적 아이디어를 조금씩 구축해 나갈 수 있다.

---

5) GAP(Groups, Algorithms, Programs); ESG(Exploring Small Groups); FGB(Finite Group Behavior)

6) ISETL W3.0 http://isetlw.muc.edu/isetlw/

<표 2> ISETL의 기본 명령어

is_closed := func(S,o); return forall a, b in S | a .o b in S; end;	집합 S는 연산 o으로 닫혀있는가? 모든 a,b ∈S에 대한 연산 결과 a .o b 가 다시 S에 속하는지 확인하여, True/False를 준다.
is_associative := func(S,o); return forall a,b,c in S | (a .o b) .o c=a .o (b .o c); end;	결합법칙을 만족하는가? 임의의 a,b,c∈S에 대해 (a .o b) .o c와 a .o (b .o c)를 비교하여, True/False를 준다.
has_identity := func(S,o); return exists e in S | (forall a in S | e .o a=a); end;	모든 원소 a에 대해 e .o a = a를 만족하는 e의 존재에 대해, True/False를 내어준다.
identity := func(S,o); return choose e in S | (forall a in S | e .o a=a); end;	모든 원소 a에 대해 e .o a = a가 성립하는 원소 e를 구체적으로 찾는다.
has_inverses:= func(S,o); local e; e:= identity(S,o); return is_defined(e) and forall a in S | (exists a′ in S|a′ .o a=e); end;	임의의 원소 a 에 대해 a′ .o a = e를 만족하는 a′의 존재성을 확인한다.
is_group := func(S,o); return is_closed(S,o) and is_associative(S,o) and has_identity(S,o) and has_inverse(S,o); end;	S와 연산 o 은 군의 구조를 구성하는가?

5. ISETL 실습에 기초한 대수학 강의

컴퓨터 활동은 교사나 혹은 이미 만들어진 컴퓨터 프로그램에 의해서가 아니라 학생들 스스로가 구성해 나갈 때 이해를 높일 수 있다. 이것은 ISETL의 학생활동을 시행했던 Dubinsky(1997)의 연구에서 확인되었다. ISETL은 사용하기 쉬운 교육용 소프트웨어인 장점이 분명히 있지만, 교수방법에서 여전히 조심해야 하는 것은 교수가 일방적으로 가르쳐주는 방법은 학생들에게 거의 의미가 없다는 것이다. 컴퓨터 활동을 도입한 대수학 강좌에서, 학생들이 컴퓨터를 사용하여 대수 구조를 만들고, 컴퓨터 작업 경험과 관련된 수학적 개념을 수업시간에 토론하도록 다음과 같이 구성할 수 있다.

① 강의는 강의실과 컴퓨터실에서 고루 진행하며, 매주 적어도 한 번의 컴퓨터 실습과제가 있으며, 컴퓨터실에는 조교를 배치하여 필요한 도움을 준다.

② 컴퓨터 입력 후 Enter키를 누르기 전에, 활동지를 사용하여 결과를 예측하게 한다.

③ 활동 후에 교실토론을 위한 자료를 제공한다. 학생들을 위한 매뉴얼을 작성하고, 효과적인 활동지를 구성하며, 협동학습을 위한 세밀한 지침을 마련한다.

④ 숙제는 전통적 형태의 지필 문제로 하여, 실습과 토론을 통해 습득한 지식을 사용하게 한다.

학생들 스스로 실습을 하는 과정에서 그 개념과 구조를 이해하도록 유도하기위한 활동지의 제작

은 교수가 담당해야하는 가장 큰 과제 중의 하나이다. 대학교 수학에서 컴퓨터 학생활동은 중등과정에서의 그러한 활동과는 여러 면에서 차이가 많은데, 불행히도 그와 관련된 연구 결과가 많이 알려지지 못했다. Leron 외(1995)는 새로운 강의 모델과 활동지를 만드는 좋은 방법은 강의가 진행되는 현장을 직접 방문하여 관찰하는 것이라고 했다. 또한 최선의 방법이 있다면 그러한 강좌를 진행한 경험이 있는 교수를 초청하여 자신이 강좌를 어떻게 운영하는지를 보여주고 조언 받는 일이라고 Good(2006)은 말했다. 그러나 적어도 Dancis 외(1970)가 말한 것처럼, 다른 교수들의 상황을 참고하고 경험자와 대화하고, 학급을 관찰하고, 잘 만들어진 포괄적인 개요를 조사하고, 강의 자료를 빌리는 것이 큰 도움이 될 수 있을 것이다.

<표 3> 기초대수 활동 - 집합, 정수, 대수

<table>
<tr><th>컴퓨터 활동</th><th>결과</th><th>개인· 소그룹에서의 반응</th></tr>
<tr><td>Z10 := {0.9}; Z10; a10:=|x,y->(x+y)mod10|;</td><td></td><td>a10의 뜻은 무엇일까?</td></tr>
<tr><td>is_group(Z10,a10);</td><td>true</td><td>is_group은 무슨 뜻인가?</td></tr>
<tr><td>identity(Z10,a10);</td><td>0</td><td>true/false를 예상했다면, 0은 무엇인가?</td></tr>
<tr><td>is_group(Z10-{0},a10);</td><td>false</td><td>무엇이 잘못되었을까?</td></tr>
<tr><td>is_closed(Z10-{0},a10);</td><td>false</td><td>닫혀있지 않는다. 이유?</td></tr>
<tr><td>7 .a10 3 in Z10-{0};
7 .a10 8 in Z10-{0};</td><td>false
true</td><td>7+3(mod10)∉Z10-{0}이지만 7+8(mod10)∈Z10-{0}.</td></tr>
<tr><td>a := |x,y -> x+y|;</td><td></td><td>다른 연산으로 해보자.</td></tr>
<tr><td>is_group(Z10,a); 7 .a 8 in Z10;</td><td>false</td><td>true를 예측했었다면 이유를 알아보자.</td></tr>
<tr><td>m10:=|x,y->(x*y)mod 10|; is_group(Z10,m10);</td><td>false</td><td>곱셈연산의 정의. 군이 안 되는 이유는?</td></tr>
<tr><td>is_closed(Z10,m10); is_identity(Z10,m10,1);</td><td>true</td><td>연산에 의해 닫혀있다. 항등원을 갖는다.</td></tr>
<tr><td>has_inverses(Z10,m10); is_invertible(Z10,m10,0);</td><td>false</td><td>역원이 없다는 것이 무슨 뜻인가?</td></tr>
<tr><td>is_group(Z10-{0},m10); is_closed(Z10-{0},m10);</td><td>false</td><td>is_closed(Z10,m10); 와 비교를 하자.</td></tr>
<tr><td>Z12 := {0..11}; m12:=|x,y->(x*y)mod 12|;</td><td></td><td>확실한 이해를 위해 mod 11로 다시 하자.</td></tr>
<tr><td>is_group(Z12,m12);</td><td>false</td><td>군이 되지 못한다.</td></tr>
<tr><td>is_group(Z12-{0},m12);</td><td>true</td><td>군이 된다. ‘아하’를 경험하는 단계이다.</td></tr>
</table>

본 연구에서는 Leron 외(1995)의 자료를 참조하여 학생활동지와 강의를 구성해보았다. <표 3>은 대수학을 배우는 가장 초기단계에서 사용할 수 있는 ISETL활동지로서, 기초적인 집합과 모듈 연산의 개념, 그리고 군의 개념을 경험하도록 유도한다. 각 활동단계를 수행한 후에 자신이나 그룹의 반응 (느낀 점)을 기록하게 한다. 여기서 중요한 것은 학생들의 ‘아하’ 순간의 경험이다. 필요에 따라

학생들에게 더 많은 예제를 경험하게 할 수 있다. 이러한 경험은 군 이론에서 중심인 라그랑지 정리를 스스로 발견하는데 유용하게 사용될 수 있다.

<표 4> 라그랑지 정리의 학생활동

G는 Z12 집합; o는 a12 연산; e는 항등원 0; i(a)는 a의 역원; oo는 G에서 확장된 연산; H는 부분군; K(a)는 잉여류 H .oo a; GmodH는 G에서 H의 잉여류들의 집합 이라고 정의하자.	
컴퓨터 활동과제	지도 방안
H:={0,3,6,9}; name_group(Z12,o,H); G; #G; 7 .o 6; is_group(G,o); e; i(5); is_subgroup(G,o,H);	결과를 예측하고, 실제 결과의 차이를 해결하게 한다. 활동으로부터 군 개념과 의미를 구축한다.
H .oo 0; H .oo 1; H.oo 2; K(0); K(1); K(3);	잉여류의 여러 기호를 친숙하게 경험한다.
GmodH; #(GmodH); H subset G; H subset GmodH; H in GmodH; K(2) in GmodH; {1,4,7,10} in GmodH; %union (GmodH)=G;	G에서 H 잉여류들의 집합인 GmodH를 깊이 조사하는 활동으로서, 예측-결과확인-조정의 단계를 밟아 일반화하는 작업이다.
H, K(0) ,...,K(4) 중에서 동일한 집합을 모두 찾아라. 또한 원소의 개수가 같은 집합을 찾아라.	라그랑지 정리의 증명에서 중요한 단계이다.
H .oo a = H .oo b 는 언제 성립하나?	증명과정에서 꼭 필요한 문제이다.
다음의 예를 들어라. (ㄱ) K(i) = K(j), (ㄴ) K(i) inter K(j) ={}	증명의 마지막 단계이다.
#G, #H 그리고 #GmodH 사이의 관계를 설명하라.	활동으로 라그랑지정리에 도달했다.
L={0,4,8}을 사용하여 name_group(Z12,o,L)을 만든 후 앞 단계에서 활동을 반복한다. ISETL을 구현한 결과와 예측을 비교하자. #G, #H 그리고 #GmodH의 결과가 여전히 성립하나?	잉여류의 성질을 발견했기 때문에 깊은 이해를 갖추었다. 라그랑지 정리와 증명이 학생의 정신에 구성되기 시작하면, 다른 예제를 수행시켜 확실한 경험을 유도한다.

<표 4>는 부분군이나 잉여류를 확인하는 실험을 통해 학생들이 논리적으로 사고하는데 할 수 있는데 도움이 된다. 교수가 라그랑지 정리를 강의 중에 소개하기 전에 학생들은 활동을 통해 군의 부분군의 크기로서 불가능한 것을 터득하면서, 주요 정리를 미리 예측하고 그 증명을 스스로 스케치할 수 있게 된다. 결국 강의실에서의 형식적인 증명은 단지 경험의 반추이며 복습에 불과하여, 수학 개념 이해에 괄목할만한 발전을 이룰 수 있다. 이와 유사하게 수업시간에 다루기 전에 비순환군의 순환부분군을 발견하고, 원소의 위수와 그 역원의 위수에 관한 안목을 가질 수 있다.

집합론과 정수론을 포함하는 대수학 전반의 활동지를 <표 5>를 구성할 수 있는데, 컴퓨터 코드를 읽은 후 코드 설명과 결과를 먼저 예측하게 하며, 그 후에 직접 컴퓨터를 수행하여 컴퓨터 결과와 예측의 결과를 비교하고 분석하는 활동이다. ISETL을 이 정도까지 경험하고 나면 학생들은 간단한 프로그램을 작성할 수 있게 되어서, 대수학에서 뿐 만 아니라 집합론과 정수론 관련된 많은 문제를

해결할 수 있게 된다.

<표 5> 컴퓨터 코드의 의미를 설명하고 결과를 예측해보라

컴퓨터 코드	설명과 예측	결과와 비교
>G:= {[a,b,c] : a,b,c in [0,2,4]}; >H:= {[a,b,c] : a,b,c in [1,3]}; >K:= {[a,b,c] : a,b,c in [1..3]}; >H union K; K inter H; H subset K;		
>Z5 := {a mod 5 :a in [-30..50]}; A := {a mod 5 :a in [-80..80]}; >Z5; A; #Z5; #A; A = Z5;		
>A := {a : a in Z5 | (exists x in Z5 |(a+x) mod 5 = 0)}; >A; >B := {b : b in Z5 | (exists y in Z5 |(b+y) mod 5 = 1)}; >B;		
>C=Z5; G=Z5; G=Z5-{0}; #G;		
>forall a in Z5 | (exists d in Z5 | (a+d) mod5=0); >forall a in Z5 | (exists d in Z5 | (a*d) mod5=1);		
>Z8 := {a mod 8 : a in [-50..50]}; >Z8; #Z8;		
>M:= {m: m in Z8 |(exists d in Z8 | (m+d) mod 8 =0)}; >M; >N:= {n: n in Z8 | (exists d in Z8 | (n*d) mod 8 =1)}; >N; >M= Z8; N= Z8; N= Z6 -{0};		

6. 우리나라에서 ISETL을 도입한 강좌구성의 현실적 문제점

ISETL을 도입한 강좌의 여러 연구에서 공통적으로 언급한 것은 ISETL 언어가 수학의 일상적인 언어와 거의 동일하다는 것을 최대 장점으로 꼽았다. 이러한 장점이 우리나라 대학의 강의실에서 여전히 장점으로 역할을 할 것인지에 대한 몇 가지 의문이 있다. 이를 위해 2009년도 지방사립대학 수학과 2학년 56명의 학생을 대상으로 몇 가지 설문을 했다. 이 학생들은 수학전공과정에서 선형대수학을 배우고 있으며 3학년이 되면 현대대수학을 배우게 된다. 이 설문의 목적은 컴퓨터와 영어에 관련된 수학강좌에 대한 수학전공 학생들의 의견을 알아보는 것인데, 이는 영어로 제작된 컴퓨터 소프트웨어를 사용하는 상황에서 외국어의 문제가 수학 강좌에 미칠 영향을 파악하자 했다. 것이었다.

수학전공교과에서 영어 사용을 질문했다. 설문 실시 대학은 3, 4학년 전공수학에서 영어교재를 많이 사용해왔었는데 최근 몇 년 전부터 점차 한글교재로 바뀌기 시작했으며, 이번학기에 선형대수학은 영어교재를 사용한 단 하나의 강좌였다. 이제는 영어교재를 사용하는 전공교과가 거의 없는데, 이러한 상황은 어느 정도 전국적인 추세로 보인다. 영어 또는 한글교재의 선호도를 질문을 했을 때, 영어교재 좋음에 17명이, 한글교재 좋음에 30명이 답했다. 한편 영어교재 싫음에 9명이 대답을 했고 한글교재 싫음은 선택한 학생은 아무도 없었다(<표 6>).

영어교재 싫음을 선택한 학생은 적극적으로 한글교재를 찬성한 학생들로서, 결국 39명(70%)이 한글교재를 선호하는 것으로 나타났는데, 이러한 상황으로 인해 영어교재를 사용하는 수학 전공과목 강의는 점차 더욱 줄어들 것으로 보인다.

<표 6> 수학 전공에서 한글/ 영어교재의 선호 (56명, 100%)

한글교재 선호	영어교재 선호	한글교재 싫음	영어교재 싫음
30명(54%)	17명(30%)	0명(0%)	9명(16%)

이 질문에 대한 의견을 물어보았을 때, 영어교재를 싫어하는 이유의 대부분은 '책보기가 불편하고 교재를 이용하여 공부하기가 힘듦', '보기도 어렵고 해석하기도 힘듦', '한글교재가 이해가 잘 됨', '해석하기위해 소요하는 시간이 아까움'이 대부분의 응답이었고, 심지어 '한국인은 한글로', '영어 자체를 싫어함'이라는 응답도 있었다. 반대로 영어교재에 호의적인 의견으로는, '대학생으로 원서 교재를 사용하는 재미', '사전을 찾아가면서 해석하는 재미도 쏠쏠', '영어 공부에 조금 도움이 됨', '영어교재를 처음 사용할 때는 무척 당황스러웠지만, 막상 해보니까 영어 교재가 좋은 것 같음', '한글교재는 너무 딱딱한데, 영어교재는 재미가 있는 듯' 등이었으며, 그 밖에 많은 학생들은 '영어교재가 나쁘지는 않는데, 어찌되었건 공부하는데 시간이 많이 걸린다.'라고 말했다.

한 걸음 더 나아가서, 영어로 진행 하는 수학강의의 필요성에 대해 질문했다. 오늘날 많은 대학에서는 영어로 진행하는 전공수업을 권장하고 있으며 이것을 교수 평가의 항목으로 계산하기도 한다. 영어교재조차 싫어하는 학생들에게 영어로 진행하는 강의의 선호를 묻는 것은 무의미한 항목일 것이라고 생각하여, 이 질문의 취지를 학생들에게 다음과 같이 설명해 주었다. "수학 전공자 중에서 미래에 교사가 되기를 원하는 많은 학생들이 있다. 공교육이든지 사교육이든지, 수학을 영어로 가르칠 수 있는 능력을 갖춘 교사가 경쟁력이 있을 것이다. 어려운 수학을 영어로 배우는 것이 아니라 중고등학교 수준의 비교적 쉬운 수학을 영어로 배움으로서, 영어로 수학적 의사소통을 하며 필요에 따라 초중등학생을 가르칠 수 있는 국제적인 능력을 갖출 수 있다. 영어로 강의하는 수학 강좌의 필요성에 대해 의견을 말하라." 이에 대해, 필요성이 있으며 그런 강의를 배우고 싶다고 응답한 학생은 5명에 불과했으며, 필요성은 인정하지만 본인은 하고 싶지는 않다는 학생이 13명이었다. 그 반면에 전혀 필요하지 않다고 대답한 학생이 38명이었다(<표 7>).

<표 7> 영어로 진행하는 수학강좌 (56명(100%))

필요성 인정 & 수강 의사 있음	필요성 인정 & 수강 의사 없음	필요성 없음 & 수강 의사 없음
5명(9%)	13명(23%)	38명(68%)

영어강의의 필요성에 응답한 18명의 학생은 앞서 영어로 된 교재의 사용에 찬성한 17명과 거의 중복되었다. 영어강의의 수강을 거부하는 학생은 모두 51명(91%)로서, 대학 차원에서 영어로 진행하는 전공과목을 아무리 권장하더라도 학생들에게는 의미가 없는 일이다.

한편 영어강의를 반대하는 의견의 대부분은, '한글로 해도 어려운 수학을 영어로 강의한다면 정말 죽을 것', '전혀 필요가 없으며 오히려 수학에 대한 관심도가 떨어질 것', '영어로 수업을 하면 의사소통이 잘 되지 않아 많은 지장이 있을 것', '수학과 영어 두 가지 학문 사이에서 극심한 부담감', '교사가 되기 전에 임용시험을 봐야 하는데 그것을 위해서라도 한글강의가 필요함' 등이 있었다. 영어강의에 호의적인 의견으로는, '국제화 시대에 영어강의도 좋은 경험', '영어강의 하나쯤 해 보고 싶은 생각', '힘들겠지만 필요성이 있음', '좀 더 넓게 생각하면 수학을 영어로 가르칠 수 있어야 된다고 생각함', '영어를 배우는데 도움이 됨' 정도였다. 그러나 영어강좌의 필요성을 공감하는 학생들조차도 많은 두려움을 안고 있는 것으로 드러났는데, '시험에 부담이 없다면 영어강의도 괜찮을 것', '영어에 대한 어려움을 가지고 미리 겁을 먹기 때문에 어려울 것 같은데, 그래도 국제화시대니까', '필요하다. 그런데 겁이 나는 것은 사실이므로 조금씩 만', '쉬운 영어로 쉬운 수학을', '영어강의를 하더라도 먼저 한글로 배우고, 혹은 어려운 부분은 한글강의와 병행하면 효과적일 듯'이 라고 말했다. 결국 영어에 대한 두려움으로 인해 영어강의를 회피하며, 영어로 강의하더라고 한글강의의 병행을 요청했다.

영어와 관련된 수학 강좌의 호불호를 물어보았던 것처럼, 컴퓨터와 관련된 수학 강좌의 선호를 질문했다. 컴퓨터 활동을 도입한 대수학을 강의했었던 Krishnamani 외(1994)와 Perry(2004) 등의 보고에 의하면 미국의 수학전공생들의 많은 수가 컴퓨터를 활용한 고급수학 강좌에 대해 불안감과 더 나아가 적대감을 드러낸다고 하면서 심지어는 그로 인해 학기 중간에 그 강좌를 포기하는 경우도 종종 있다고 했다. 본 설문 대상학생들은 1학년 미적분학과 2학년 선형대수학에서 메이플 실습시간을 경험했었다. 메이플 실습이 미적분학이나 선형대수학을 이해하는데 도움이 되는지의 물음에 대해 매우 도움을 답한 학생은 아무도 없었다. 대신 도움 10명(18%), 보통도움 24명(43%), 별로도움 22명(39%)이었다 (<표 8>).

<표 8> 메이플 실습이 미적분 이해에 도움이 되었는가? (56명)

매우도움	도움	보통도움	별로도움
0명 (0%)	10명 (18%)	24명 (43%)	22명 (39%)

미적분학에서 메이플 실습이 학생들의 성취도를 높이는데 효과적이었다는 여러 연구들이 있었다(서종진 외(2006)). 이 설문 학생들은 대학 1학년 때에 메이플을 활용한 미적분을 배우고 난 후 거의 1년이 지난 상황에서, 스스로 생각하기에 메이플 실습이 큰 도움 (혹은 도움)이 되었다고 느끼지 않는 것으로 나타났다. 이는 성취도와는 달리 학생들의 인식에 관련된 것인데, 메이플과 같은 컴퓨터 사용의 경험이 미적분학 이후에 그다지 연결되지 않았던 것도 한 요인이었던 것으로 보인다. 어렵게 습득한 프로그램 활용 기술이 더 이상 연속되지 못하는 것이다. 그러나 도움과 보통도움에 응답한 34명(61%)으로 과반수를 훨씬 넘는 것은 충분히 다행스런 현상이라고 생각할 수 있다.

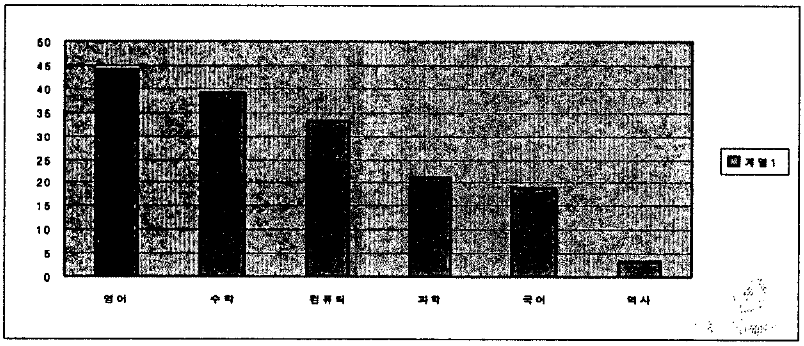
한편 고등학교와 대학 1학년의 주요 교과목 6개 '국어, 영어, 수학, 과학, 역사(사회), 컴퓨터'를 나열하고 일상생활에 유용한 순서대로 표시하도록 했다. 설문대상자 56명 중에서 3명의 무응답을 제외한 후, 유용성에 대한 순위가 높은 것부터 <표 9>와 같이 조사되었다. 이것을 1,2,3위 안에 속하는 과목의 가중치로 다시 계산하면 <표 10>을 얻는다.

<표 9> 국어, 영어, 수학, 과학, 역사, 컴퓨터' 중에서 일상생활에 유용한 순서 53명 (100%)

1위	컴퓨터 18명 (34%)	영어 13명 (25)	수학 11명 (21)	국어 9명 (17)	과학 2명 (3)	역사 0명 (0)
2위	영어 20명 (38%)	수학 13명 (25)	컴퓨터 9명 (17)	국어 5명 (9)	과학 5명 (9)	역사 1명 (2)
3위	수학 15명 (29%)	과학 14명 (26)	영어 11명 (21)	컴퓨터 6명 (11)	국어 5명 (9)	역사 2명 (4)

<표 10> 1,2,3위 과목의 가중치 159명 (100%)

1위	2위	3위	4위	5위	6위
영어44명 (28%)	수학39명 (25%)	컴퓨터33명 (21%)	과학21명 (13%)	국어9명 (11%)	역사3명 (2%)



학생들은 영어를 기피하기는 하지만, 영어가 일상생활에서 가장 유용한 과목이라고 생각했다. 아무래도 수학과 학생들을 대상으로 한 설문이었기 때문에 수학이 중요하다고 한 학생이 25%였으며 그 다음이 컴퓨터로서 21%였다. 이 세 과목은 다소 차이는 있지만 유용하다고 대답한 정도가 거의 비슷했다. 여기서 주목하는 것은 컴퓨터에 대한 유용성 인식인데, 실제 대다수의 학생들은 컴퓨터 사용에 거의 부담감을 느끼지 않는 것으로 보였다. 이 결과로부터 유추할 때 공과·기술대학 학생들은 컴퓨터 사용에 더욱 호의적일 것으로 생각된다.

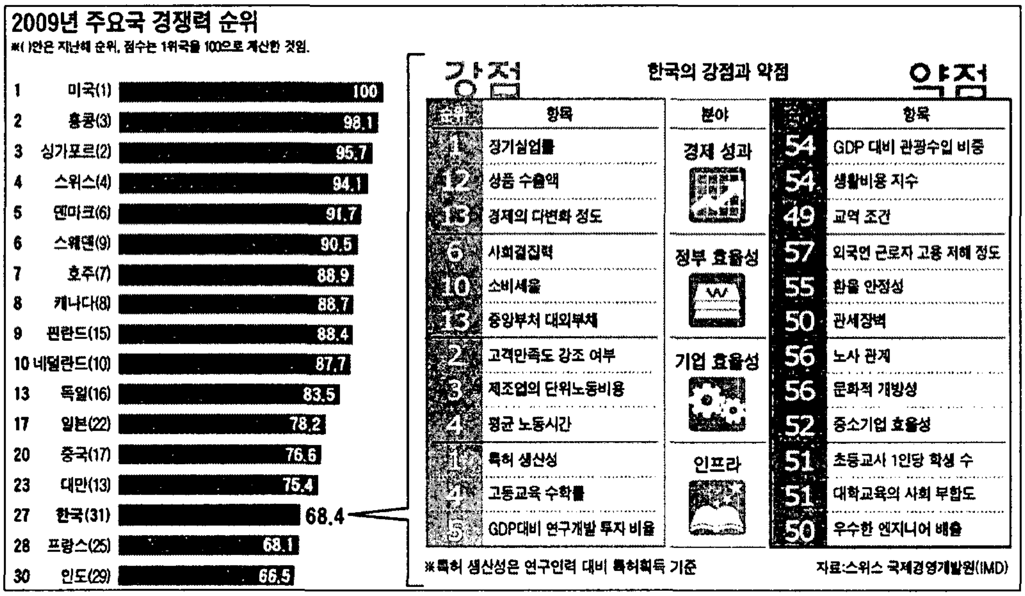
이런 현상은 컴퓨터 활용을 도입한 대수학 강좌를 고려할 때 어느 정도 도움이 되는 요인이다. 미국의 대학의 실례 보고에서 미국 학생들은 컴퓨터 사용을 하는 수학강좌를 무척 부담스러워하며 회피하는 경향이 있다고 했지만, 그러한 문제가 우리나라에서 컴퓨터를 도입한 대수학을 만들 때는 컴

퓨터 활용의 문제는 비교적 쉬울 것으로 보인다. 다만 컴퓨터 언어가 영어로 구성된 것이 큰 장벽이 될 것인데 그 문제는 매뉴얼과 사용 방법을 한글로 구성하여 학생들에게 배포하는 것으로 학생들의 어려움을 줄일 수 있다.

7. 제언 및 결론

IMD 2009년도 보고에서 우리나라 대학교육 이수율은 세계 4위임에도 불구하고 대학교육의 사회요구 부응도와 전반적인 대학 경쟁력 순위는 57개국 중에서 51위로서(한국일보 2009-6-4) 바닥권으로 드러났다. 대학의 경쟁력 순위는 교육과 연구의 취약한 기반을 여실히 보여준다(<표 11>).

<표 11> 대학교육 정부 경쟁력 최하위권 중앙일보 2009-5-21



순위	항목	분야	순위	항목
1	장기실업률	경제 성과	54	GDP 대비 관광수입 비중
12	상품 수출액		54	생활비용 지수
13	경제의 다변화 정도		49	교역 조건
6	사회결집력	정부 효율성	57	외국인 근로자 고용 저해 정도
10	소비세율		55	환율 안정성
13	중앙부처 대외부채		50	관세장벽
2	고객만족도 강조 여부	기업 효율성	56	노사 관계
3	제조업의 단위노동비용		56	문화적 개방성
4	평균 노동시간		52	중소기업 효율성
1	특허 생산성	인프라	51	초등교사 1인당 학생 수
4	고등교육 수학률		51	대학교육의 사회 부합도
5	GDP대비 연구개발 투자 비율		50	우수한 엔지니어 배출

※특허 생산성은 연구인력 대비 특허획득 기준 자료:스위스 국제경영개발원(IMD)

이재성(2009)은 우리나라 대학 발전을 논의할 때 주로 연구 역량의 강화만 주목해 왔는데 이는 과거 우리 대학들의 연구 역량이 너무 낙후되었기에 어쩔 수 없던 선택이었다고 했다. 국가의 지원이나 대학 평가에 있어서도 연구의 우수성이 가장 중요한 잣대로 사용되어 온 까닭에 우리나라 196개 대학 중 대부분이 연구를 대학 발전의 최우선 목표로 삼고 있다고 하면서, 이는 3,500여 개의 미국 대학 중에서 연구 중심대학은 3%정도 (120여개 대학)에 불과한 것과 극명한 대조를 보인다고 했다. 문제는 이러한 연구 제일주의의 대학 운영이 학부교육의 낙후로 이어진다는 것이다. 연구를 할 수 있는 여건이 제대로 갖추어진 대학에서는 교수들이 평가나 명성을 쌓기 위해 연구에 몰입하다보니 상대적으로 학부교육에는 태만하게 되고, 연구 여건이 미약한 대학들도 교수들에게 연구 실적을 강

조하면서 학부교육에 소홀해질 수밖에 없는데, 바로 이것이 IMD에서 51위/60개국의 대학 교육의 사회 요구 부합도 성적의 요인이라고 했다. 연구와 학문에서 훌륭한 학생을 배출하기위해 연구중심대학의 활성화가 필요한 만큼, 고교 졸업생의 84%가 대학에 진학하는 상황에서 보통의 사회인 직업인을 위한 대학교 교육의 개혁과 개선 노력이 절대적으로 요구되는 시점이라고 생각한다.

실제로 벌써 오래전에 미국 National Research Council은 수리과학과 수학 교육협의회에서 발간한 수학교육의 미래에서, 학부 수학의 교과과정과 강의형태에서 새로운 변화를 불어넣지 않고는 수학교육개혁은 기대할 수 없다고 단호히 말했다(NRC, 1989, p.39). 우리나라에서 연구중심의 대학에서는 형식적이고 엄밀한 대학수학교육이 필요할 수 있지만, 기초적인 지식이 부족한 채로 대학에 진학하는 대다수의 학생들이나 특별히 공학교육인증제 아래에 있는 수많은 공과대 학생들에게는 강의환경의 변화가 절실한 때이다.

전통적 형태의 고급단계수학강좌는 교수가 정의와 정리를 가르쳐주며, 학생들은 숙제·연습문제로서 몇 가지 간단한 증명에 참여하고 대부분의 증명들은 교과서에 있어서 교수가 강의시간에 소개한다. 이런 강좌는 어떤 학생들에게는 효과적이지만, 많은 경우 문제풀이를 위해 외워야하는 방법들이 수학이라고 생각하고 자신들이 스스로 새로운 방법을 발견하기를 주저하는 경향을 야기하며 문제 풀이를 위한 유일한 방법은 미리 주어진 모형을 따라하는 것이라는 잘못된 믿음을 주게 된다.

이 논문에서는 컴퓨터 활동을 도입한 대수학 강좌의 모형을 연구할 때, ISETL 프로그램을 효과적으로 사용하는 구성주의적 방법에 입각하여 학생들의 실습 모형을 마련하고자 했다. 일반적인 강의 전략은 학생들이 컴퓨터 언어를 사용하여 대수 구조를 만들고, 그러한 컴퓨터 작업과 관련된 수학적 개념을 수업시간에 토론하는 것으로 구성한다. 대수학을 쉽고 유의미하게 배울 수 있는 방안을 논의했다.

이러한 교수법과 더불어 반드시 필요한 것이 컴퓨터 활동에 대한 교수의 긍정적 시각이다.

- 컴퓨터는 학생들이 수학의 새로운 개념과 형식화를 동시에 숙달하도록 효과적으로 돕는다.
- 컴퓨터는 직관과 형식화 사이의 간격을 메우는 다리의 역할을 한다.
- 컴퓨터는 고급 내용을 창조적이고 독립적으로 탐구할 수 있도록 도와준다.

새로운 강의모형은 교수들의 패러다임의 변화를 요구한다. 학생들은 활동을 통해 필요한 내용을 다 배울 수 있을 것인가에 대한 반론은 끊임없이 제기되어 왔다. 대수강의에서 새로운 패러다임이 필요한 것은, 학생들이 수학적 과정, 대상, 관계에 필요한 정신적 구성을 만들어가도록 격려하고 가능하게 해주는 학습 환경이다. 그러한 학습 환경을 조성하는 것은 눈에 확실히 보일 수 없는 교육적 과제이며, 여기서 주장하는 것은 학생들의 정신적 구성을 유도하는 최상의 방법은 컴퓨터를 사용하여 적절한 구조를 만들도록 하며 또한 컴퓨터 활동을 반추하는 사회적 상황을 만들도록 하는 것이다. 컴퓨터에서 구조를 만드는 중요한 도구는 수학적 언어의 프로그래밍이며, 한편 그러한 활동을 반추하는 중요한 도구는 협동학습이며, 특별히 학생들의 그룹별 토론이라는 믿음이 있다.

고급단계의 수학에서도 실습형태의 학습을 더 많이 해야 할 필요가 있고 생각한다. 소그룹 발견

프로젝트를 통해 일하면서, 그리고 컴퓨터 프로그램 계산 수행능력을 사용하여 학생들은 강좌내용에 대한 지식을 쉽게 취득할 수 있기 때문이다.

참 고 문 헌

김도현 · 김석만 (2001). Maple6을 활용한 고등학교 수학교육. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **12(8)**, pp.233-248, 서울: 한국수학교육학회.

김병무 (2001). 대학수학에서 Mathematica를 이용한 π의 계산, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **11**, pp.307-319, 서울: 한국수학교육학회.

김성준 (2005). 학교수학에서의 대수적 구조 지도에 대한 소고. 한국학교수학회논문집, **8(3)**, pp.367-382.

김송화 (1999). ISETL을 도구로 한 함수 학습 프로그램의 적용 탐색- 고등학교 1학년, 교원대 석사학위논문.

김성준 (2005). 학교수학에서의 대수적 구조 지도에 대한 소고. 한국학교수학회논문집, **8(3)**, pp.367-382.

김향숙 (2003). Teaching and learning Models for Mathematics using Mathematica. 한국수학교육학회지 시리즈 D <수학교육연구>, **7(2)**, pp.101-123, 서울: 한국수학교육학회.

박용범 외 4명 (2001). 수학교육에서 Maple의 활용방안. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **12(8)**, pp. 211-232, 서울: 한국수학교육학회.

박정수 (2009) 한국일보 2009-6-4. 대학구조조정의 방향.

박혜숙 · 김서령 · 김완순 (2005a). 수학적 개념의 발생적 분해의 적용에 대하여-추상대수학에서의 Z_n의 경우, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, **44(3)**.

박혜숙 · 김서령 · 김완순 (2005b). 추상대수학 강좌의 두 가지 접근 방법, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **19(4)**, pp.599-620.

이재성 (2009). 대학의 기초과학 교육 대폭 강화해야한다. 한국과학기술단체 총연합회 KOFST, 정책포커스, 과기정론 2009.7.1 (http://online.kofst.or.kr)

서종진 · 유천성 · 최은미 (2006). 대학수학교육에서 Maple 활용 관한 연구, 한국학교수학회논문집, **9(4)**, pp.557-573

최은미 (2008). 미적분 개혁운동과 미적분 강좌의 방향, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, **48(1)**, pp.47-59.

문화일보 2007-4-14. 학력저하 막아야 나라가 산다.

중앙일보 2009-5-21. 대학교육 정부 경쟁력 최하위권.

Baxter, N., Hastings, D., Hill, J., Martin, P., & Paul, R. (1990), Introduction to Computer Science:

An interactive approach using ISETL, Proc. of twenty-first SIGCSE technical symposium on Computer science education, Washington, **22(1)**, pp.31-33.

Cuoco, A., & Lacampagne, C. (1994) Department of education launches algebra initiative. *Notices of the AMSF* **41(7)**, pp.806-809.

Dancis, J., & Davidson, N. (1970). *The texas method and the small group discovery Method.* (discovery.utexas.edu/rlm/reference/dancis_davidson.)

Dubinsky, E. (1995). ISETL: A Programming language for learning mathematics, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **48**, pp.1-25.

Dubinsky, E. (1997). Some thoughts on a first course in linear algebra at the college level, in D. Carleson, etc. (Eds), *Resources for teaching linear algebra, MAA Notes Series*, pp.85-106.

Feldman, A,. & de Wit, M. (1988). Using the group experience stack in a modern algebra course, *Proceedings of the ICTCM* 1.

Ferrini-Mundy, J., & Grahan, K. (1991). An overview of the calculus curriculum reform effort: Issues for learning, teaching, and curriculum development. *The Amer. Math. Monthly*, **98(7)**, pp.627-635.

Good, C. (2006). Teaching by the Moore Method, *MSOR Connections*, **6(2)**, pp.34-38.

Katz, V. (2007). *MAA report: Algebra-Gateway to a technological future*, U. of District of Columbia,MAA.

Krishnamani, V., & Kimmins, D. (1994). Using technology as a tool in abstract algebra and calculus, MTSU Experience, *Proceedings of the ICTCM*, **7**.

Leron, U., & Dubinsky, E. (1995). An abstract algebra story, *Amer. Mathematical Monthly*, **102(3)**, pp.227-242.

Levin, G. (1988). An introduction to ISETL, *Clarkson University*, **21** Nov.

Moses, R. (1995). Algebra, the new civil right, In C. Lacampagne (Ed), *The Algebra initiative colloquium*, **Vol. II**. pp.53-67. U.S. Department of Education.

NRC (1989). *Everybody counts, A report to the nation on the future of mathematics education by the board on mathematical sciences and mathematical sciences education board, National Research Council*, National Academy Press.

Perry, A. (2004). A discovery oriented technology enhanced abstract algebra course, *Education*, **124(4)**, pp.694-698.

Schwartz, J. (1970). Set Theory as a Language for program specification and programming. *Courant Institute of Mathematical Sciences*, New York.

On Study of Algebra using Technology

Choi, EunMi
Dept. of Mathematics, Hannam University
E-mail : emc@hnu.kr

Algebra is one of the important subjects that not only mathematics but many science major students should know at least at the elementary level. Unfortunately abstract algebra, specially, is seen as an extremely difficult course to learn. One reason of difficulties is because of its very abstract nature, and the other is due to the lecture method that simply telling students about mathematical contents. In this paper we study about the teaching and learning abstract algebra in universities in corporation of a programming language such as ISETL. ISETL is a language whose syntax closely imitates that of mathematics. In asking students to read and write code in ISETL before they learn in class, we observe that students can much understand and construct formal statements that express a precise idea. We discuss about the classroom activities that may help students to construct and internalize mathematical ideas, and also discuss about some barriers we might overcome.

* ZDM Classification : D35
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D30
* Key Words : college mathematics education, curriculum development, technology