

운임할인이 있는 생산자-구매자 공급망에서의 생산 및 출하량 결정*

김 창 현**

Production and Shipment Lot Sizing in a Vendor-Buyer Supply Chain with Freight Cost Discounts

Chang Hyun Kim**

■ Abstract ■

Based on single-vendor single-buyer integrated production-inventory problem, a model considering freight costs discounts is suggested when the cargo capacity is constrained. With the cost function formulated, several properties of the model are derived and analyzed. An efficient algorithm to find solutions such as shipment lot size, number of shipments and number of full truckloads using properties derived is suggested. Numerical results are provided to illustrate the proposed solution procedures and to provide additional insights.

Keyword : Transportation, LTL shipments, Freight Discounts, Inventory

1. 서 론

재고관리와 관련된 수 많은 모형들이 현실 상황을 고려하고자 지난 수 십년 간 폭 넓게 연구되어

왔다. 과거의 연구들은 주로 공급자 또는, 구매자 어느 한쪽 시각에서만 재고관리 이슈들을 독립적으로 다루었기 때문에 공급자와 구매자간 협력을 통한 재고관리 문제에 대한 본격적인 연구는 그리

논문접수일 : 2009년 08월 10일 논문게재확정일 : 2009년 12월 01일

논문수정일(1차 : 2009년 11월 09일)

* 이 논문은 2008년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2008-327-B00279).

** 전남대학교 문화사회과학대학 경상학부

오래되지 않았다(Goyal and Gupta[11]). 일반적으로 공급자와 구매자간의 계약은 양측간 힘의 균형에 따라 가격과 양에 대한 협상 과정을 통하여 이루어지지만, 요즈음과 같은 무한 경쟁 환경에서는 동일 공급망상에 속하는 관련 기업들이 서로 간 공존할 목적으로 공급과 구매 과정에서 상호 협력하여 Win-Win할 수 있는 방향을 모색하기도 한다.

공급망 관리의 핵심은 공급망상에 존재하는 각 개별기업들이 전후 공급망상에 연결되는 고객이나 다른 기업과의 긴밀한 협력, 또는 제휴를 통하여 의사결정 과정을 통합함으로써 저비용 고효율의 공급망 운영으로 경쟁력을 확보하는 데 있다. 공급망 관리와 관련된 연구 가운데 단일 공급자 단일 구매자 모형(Integrated Single-Vendor Single-Buyer Problem)은 공급망 관리와 관련하여 발생될 수 있는 많은 문제들에 대한 기본 모형으로 인식되기 때문에 그 동안 여러 연구자들에 의하여 꾸준한 연구가 이루어져 왔다. 이 문제는 연대적인 로트 크기 결정 문제(Joint Economic Lot Sizing Problem)라고도 불리는 데, 생산자가 로트 단위로 제품을 생산하는 동안 생산 중인 제품이나 생산 과정에 축적된 재고를 이용하여, 구매자에게 공급하여야 할 물량을 여러 차례 나누어 출하하는 상황을 모형화한 것이다. 여기에서 구매자는 최종 소비자에게 상품을 판매하는 중간 도소매업자이다.

이러한 생산자와 구매자의 협력적인 연대는 최종 소비자의 수요에 부응하되, 양측의 입장에서만 바라본 개별적인 비용함수에 의지하지 않고 양측의 통합적인 시각에서 바라본 통합 비용함수에 의거하여 출하량과 출하계획을 결정하는 것이 비용에 보다 더 효과적인 것이기 때문이다.

JELP에 관한 초기 연구는 Goyal[9]에 의해서 이루어졌다. 그는 생산물에 제한이 없다는 전제하에 로트 대 로트(lot-for-lot) 정책으로 출하가 이루어지는 모형을 제안하였다. 그 후 Goyal[9]의 모형을 기본 모형으로 하여 Banerjee[4]는 생산물이 유한한 경우를 대상으로 확장하였고, Goyal[10]는 로트 대 로트 정책 대신 전체 로트가 생산된 후에 동일 출하

량으로 여러 번 나누어 출하하는 일반적인 형태로 모형화 하였다. Lu[19]는 Goyal[10] 모형에서 출하 전에 전체 로트의 생산이 이루어져야 한다는 기본 가정을 완화하여 생산기간 내에서도 이미 축적된 재고로 출하가 가능하다는 현실적인 전제하에 모형을 제시하였다.

Goyal[12]은 여러 번의 출하가 동일한 양으로 발생되지 않고, 첫 출하 이후에 연속적으로 발생하는 출하량은 첫 출하량에 대하여 생산을 대비 수요율의 비율 만큼씩 기하적으로 증가하는 모형을 제안하였다. Hill[14]은 한 발 더 나아가 Goyal[12]의 모형을 일반화하여 출하량의 기하 증가율을 결정변수로 하는 모형을 제안하여, 그의 모형이 동일 출하량 모형이나 Goyal[12]의 모형보다 비용 절감측면에서 우수하다는 것을 보였다. 또한, Hill[15]은 출하정책에 대한 어떠한 전제조건이 없는 문제에서의 최적해를 제시하였는데, 최적해의 구조가 처음에는 출하량이 기하학적으로 증가하다가 나중에는 동일한 양으로 출하하는 것이라는 것을 밝혔다.

위에 언급된 연구 결과 외에도 Nasri et al.[20]의 생산/구매 준비비용을 줄이기 위한 노력, 생산 프로세스의 불완전성을 고려하는 Huang[17]의 모형, 생산 로트에 대한 품질 효과를 고려한 Goyal and Nebbe[13]와 Darwish[7]의 모형 등 JELP에 실제적인 상황을 반영하여 여러 방향에서 문제를 현실화하는 노력들이 꾸준히 있어왔다. 이러한 연구 성과와 동향을 한 눈에 파악할 수 있도록 Ben-Daya et al. [5]는 JELP의 최초 연구인 Goyal[9]부터 최근에 발표된 모형에 이르기까지 제안된 모형들의 특징과 모형들간의 차이점 및 최적해를 일목요연하게 비교 분석한 조사 논문을 발표하였다.

그러나 앞서 언급한 JELP에 관한 선행 연구들은 구매자가 생산자로부터 인도받을 때 소요되는 운송비용을 고려하지는 않았다. 운송비를 고려한 JELP에 관한 연구로서 Hoque and Goyal[16]은 단일 공급자 단일 구매자 모형에서 구매자에게 매번 출하되는 양이 일정 비율로 증가하는 양과 동일한 양으로 혼합되어 출하되고 운송 장비의 적재 능력에 제

한이 있을 때, 생산로트의 크기와 출하 일정을 구하는 모형을 제시하였다. Toptal et al.[22]은 JELP와 EOQ에 기반을 둔 문제들을 대상으로 운송 장비의 적재 능력과 반입, 반출을 위한 수송비를 동시에 고려하는 모형을 제시하였다. 최근에 Ertogral et al.[8]은 출하되는 양이 매번 동일하고, 출하량을 운반하는 운송차량의 적재 능력을 고려하지 않았을 때, 출하량이 증가함에 따라 출하단위당 운송비용이 할인되는 상황에서 공급자의 출하회수(또는, 구매자의 구매회수)와 출하량을 구하는 모형을 제시하였다. 김창현, 김태복[1]은 Ertogral et al.[8]이 제시한 최적해를 구하는 알고리즘이 나열 탐색 방식으로 효율적이지 않다는 문제를 지적하며, 계산량 측면에서 보다 나은 알고리즘을 제시하였다.

구매자의 주문량을 결정하고자 하는 모형에서 운송차량의 적재 능력과 적재량에 따른 운송비용의 할인을 다룬 연구로서, Abad[2]는 운송 장비의 적재 능력이 제한되어 있고 수요가 불확정적이며 LTL (less-than-truckload) 화물에 대하여 화물 운임 할인이 주어질 때, 단일 기간에서의 주문량을 구하는 Newsvendor 문제를 다루었다. 또한 Abad[3]는 운송비를 구매자가 부담하고, 적재 능력이 제한된 트럭의 LTL 화물량에 따라 운임 할인이 주어질 때, 일시적인 판매 가격 할인에 대응한 구매자의 주문량을 결정하는 문제를 모형화하였다.

본 연구에서는 운송차량의 적재 능력에 제한이 있고, 출하량에 따라 운송비용의 할인폭이 달라지는 경우에서의 JELP 문제를 다루고자 한다. 이는 운송차량의 적재 능력에 제약이 있으면 적재 능력에 따라 운송차량의 소요대수가 달라지며, 화물량에 따라 운임 할인이 달라지면 출하량에 대한 결정도 달라져야 하기 때문이다. 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 독자들의 이해를 돕고자 JELP 기본 모형에 대한 설명과 함께 제안 모형의 모형화에 대하여 다룬다. 또한, 모형에 대한 특성을 파악하고, 해를 찾기 위한 알고리즘 대하여 설명한다. 제 3장에서는 모형의 적용 예를 알아본다.

2. 수리 모형

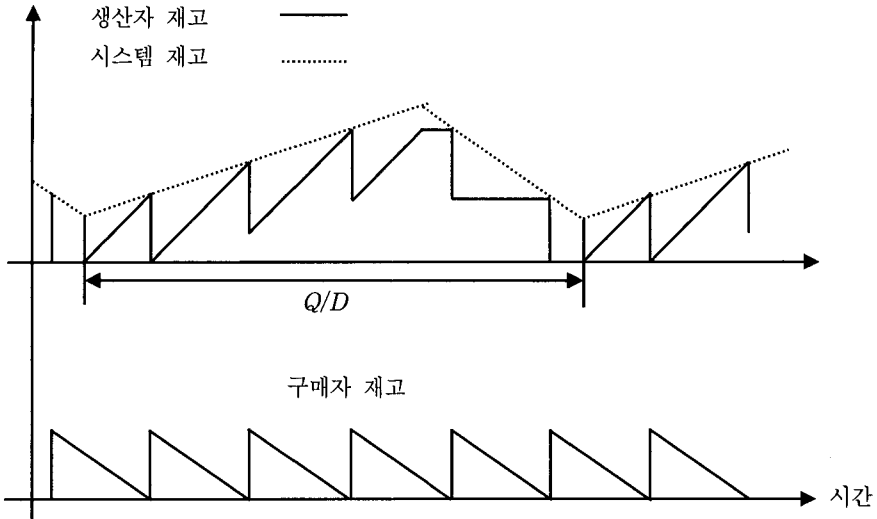
2.1 기본 모형

Hill[14], Kim and Ha[18], Ertogral et al.[8] 등 여러 문헌에서 살펴볼 수 있는 이 모형은 생산자 로트 단위로 제품을 생산하는 동안 생산 중인 제품이나 생산 과정에 축적된 재고를 이용하여, 구매자에게 동일한 출하량으로 여러 차례 나누어 출하하는 정책을 모형화한 것이다. 주요 전제 조건으로서 생산자에게는 매번 로트 생산에 대한 생산 준비비용이, 구매자에게는 출하 주문을 위한 주문 비용이 부가되며, 구매자의 재고 유지비용이 생산자의 재고 유지비용보다 크다. 기본 모형과 제안 모형의 수식화 사용된 기호는 Ertogral et al.[8]에서 사용된 기호를 바탕으로 하여 다음과 같다.

- A_v : 생산자의 생산준비 비용(\$/회)
- A_b : 구매자의 주문비용(\$/회)
- h_v : 생산자의 재고유지 비용(\$/개/년)
- h_b : 구매자의 재고유지 비용(\$/개/년)
- P : 생산자의 생산율(개/년)
- D : 구매자의 수요율(개/년)
- Q : 생산로트의 크기(개)
- q : 출하로트의 크기(개)
- n : 생산로트당 출하회수
- $\lfloor X \rfloor$: X 를 초과하지 않는 가장 큰 정수
- $\lceil X \rceil$: X 를 초과하는 가장 작은 정수

기본 모형에서 생산자, 구매자, 시스템에 대한 재고 궤적이 [그림 1]에 나타나 있으며, 생산 로트당 5번의 출하가 발생될 때의 예를 보여주고 있다. 여기서 시스템 재고는 생산자와 구매자 재고의 합을 나타낸다.

기본 모형에서 결정하여야 하는 내용은 생산자와 구매자 모두를 동시에 고려할 때 이들에게 가장 바람직한 생산자의 생산 로트 크기(Q)와 구매자의 출하회수(n) 및 출하량(q)을 구하는 것이다. 기본 모



[그림 1] 생산자, 구매자 및 시스템 재고의 궤적

형을 포함하는 보다 일반적인 형태로 Hill[14]은 출하회수가 증가함에 따라 출하량이 증가하는 모형을 발표하였는데, 그들은 Q, n, q 와 함께 출하량 증가 비율을 결정변수로 두었다. Ertogral et al.[8]은 모형의 한 주기 내에서 발생하는 생산자의 생산 준비 비용과 재고 유지비용, 그리고 구매자의 주문 준비 비용과 재고 유지비용을 고려할 때, 단위시간 당 발생하는 비용은 q, n 의 함수로서 식 (1)을 유도하였다. 그들은 출하회수가 주어질 때 최적 출하량은 식 (2)로, 출하량이 주어질 때 실수인 최적 출하회수를 식 (3)과 같이 주어짐을 보였다.

$$\begin{aligned} \Pi(q, n) = & (A_v + nA_b) \frac{D}{nq} + h_v \left[\frac{Dq}{P} + \frac{(P-D)mq}{2P} \right] \\ & + \frac{(h_b - h_v)q}{2}. \end{aligned} \quad (1)$$

$$q^*(n) = \sqrt{\frac{(A_v + nA_b)D}{n \left[h_v \left\{ \frac{D}{P} + \frac{(P-D)n}{2P} \right\} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right]}}. \quad (2)$$

$$n^*(q) = \frac{\sqrt{2A_v h_v (P-D)DP}}{h_v (P-D)q}. \quad (3)$$

그리고 Hill[14]의 연구 결과를 준용하여 함수 $\Pi(q, n)$ 이 두 결정변수 q 와 n 에 대하여 볼록(convex)하

다는 결과를 이용, 식 (2)와 식 (3)을 동시에 풀어 실수인 최적 출하회수를 식 (4), 최적 출하량을 식 (5)와 같이 구하였다.

$$n^* = \sqrt{\frac{A_v [P(h_b - h_v) + 2h_v D]}{h_v A_b (P-D)}}. \quad (4)$$

$$q^* = \frac{\sqrt{\frac{2\theta PD(h_v A_v (P-D) - \theta)}{\times (PA_b \Delta h + 2h_v A_b D + \theta)}}}{-h_v A_v \Delta h P^2 + (h_v D A_v (h_b - 3h_v) - \theta \Delta h) \times P - 2h_v D (\theta + h_v D A_v)}. \quad (5)$$

여기서, $\theta = \sqrt{(P-D)(P\Delta h + 2h_v D)h_v A_v A_b}$,
 $\Delta h = h_b - h_v$.

Ertogral et al.[8]은 기본 모형에서 최적 출하량과 출하회수를 q_{TR}^*, n_{TR}^* 라 할 때 이들을 구하는 알고리즘을 다음과 같이 제시하였다(주: 저자 편집으로 다시 기술함).

- $\Pi(q, n)$ 의 해인 (q^*, n^*) 을 구하는 기본 모형의 알고리즘
- 1. 식 (4)를 이용하여 실수인 최적 출하회수 n^* 를 구한다.

2. $\Pi(q, n)$ 의 최소비용을 Π^* 라 하면

$$\Pi^* = \min\{\Pi(q^*_{m=\lfloor n^* \rfloor}, \lfloor n^* \rfloor), \Pi(q^*_{m=\lfloor n^* \rfloor}, \lceil n^* \rceil)\}$$

이며, 이때 q^*_{TI} 및 n^*_{TI} 는 Π^* 를 만족하는 q 와 n 이다.

2.2 제안 모형

기본 모형에서의 기호와 함께 제안 모형에서는 다음과 같은 기호를 덧붙인다.

- k : 만차 적재 차량대수
- s : LTL 출하개수
- U : 만차의 적재능력(무게)
- C : 만차 한 대당 수송비용
- C_0 : 출하당 최저 운송비용
- i : 요율 범주를 나타내기 위한 인덱스
- R_i : 요율 범주 i 에서의 단위 무게당 운송 요율
- β_i : 요율 변동 분기점(무게), $i=1, 2, \dots, m$
- w : 제품 한 개당 무게

제안 모형은 기본 모형에서 운송비용을 고려한 것으로서 1회 출하량 q 가 k 대의 만차 트럭(full truck-load)분과 s 개의 LTL 출하개수로 이루어지는 경우이다. 그러면, 한 대의 트럭이 적재할 수 있는 출하량은 U/w 이므로, LTL에 해당되는 출하개수 $s=q-kU/w$ 이 된다. w 를 편의상 제품 한 개당 무게라고 두었지만 부피단위로 두어도 이는 성립한다.

LTL 출하량 s 에 대하여 그 무게에 따라 다음과 같은 운임이 적용된다고 하자 : $1 \leq sw < \beta_1$ 이면 최저 운송비용 $C_0 = R_1 \beta_1$ 가 부과되고, $\beta_i \leq sw < \beta_{i+1}$; $i=1, 2, \dots, m-1$ 이면 무게 단위당 R_i 의 통상적인 요율이 적용되며, $\beta_m \leq sw < U$ 이면 R_m 의 요율이 적용되며, 만차인 $sw=U$ 이면 만차 적재 요금인 C 가 부과된다. 일반적으로 출하량이 많을수록 운임 할인폭이 크기 때문에 요율 R_i 는 $R_1 > R_2 > \dots > R_m$ 라고 가정하여도 무방하다.

출하량 s 의 운송비용을 $F(s)$ 라 하면, 1회 출하량 q 의 운송비용은 다음과 같이 계산된다.

$$F(q) = kC + F(s), \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

과잉출하 신고 개념은 Russell and Krajewski[21]에 의하여 모형화된 개념으로서, 운임할인을 받을 목적으로 신고 출하량을 실제 출하량보다 높게 신고하는 것을 말한다. 과잉출하 신고가 허용될 경우, 출하량에 따른 운송비용상의 무차별점은 다음과 같이 주어진다 : $\alpha_1 = 1$; $\alpha_{i+1} = R_{i+1}\beta_{i+1}/R_i$, $i=1, 2, \dots, m-1$; $\alpha_{m+1} = C/R_m$. $i=1, 2, \dots, m-1$ 에 대하여 $\beta_i < \alpha_{i+1} < \beta_{i+1}$, $\beta_m < \alpha_{m+1} < U$ 가 성립한다고 하자. 그러면, 구매자는 LTL 무게가 $\alpha_i \leq sw < \beta_i$ 인 경우 출하량의 무게를 β_i 라고 신고하여 운송비로 $R_{i-1}sw$ 를 지불하는 대신에 $R_i\beta_i$ 를 지불함으로써 비용 차이 $R_{i-1}(sw - \alpha_i)$ 만큼 절감하려고 할 것이다. LTL의 운송비용은 실제 출하량의 무게에 따라 다음과 같이 계산된다.

$$F(s) = \begin{cases} R_i \beta_i, & \alpha_i \leq sw < \beta_i \\ R_i sw, & \beta_i \leq sw < \alpha_{i+1} \\ C, & \alpha_{m+1} \leq sw \leq U \end{cases}$$

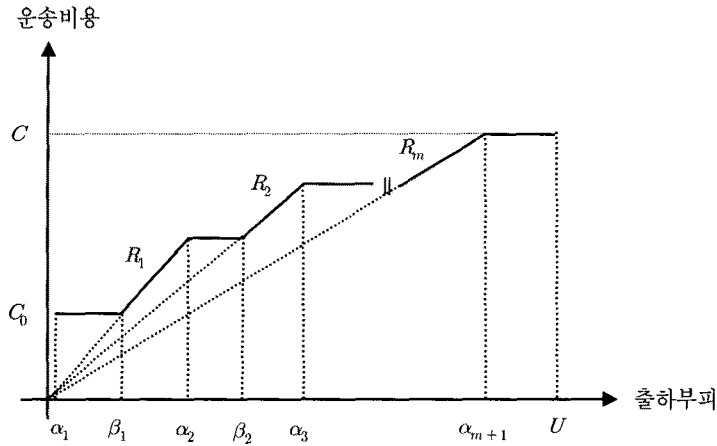
for $i=1, 2, \dots, m.$ (7)

과잉출하 신고하에서 LTL 출하량의 출하무게에 따른 운송비용은 [그림 2]와 같이 나타낼 수 있다.

무차별점 α_i 를 계산하는 과정에서 어떤 i 에 대하여 $\alpha_{i+1} < \beta_i$ 인 경우가 발생할 수 있다. Carter et al. [6]은 Russell and Krajewski[21]의 모형에서 발생할 수 있는 이러한 문제점을 거론하고, 그에 대한 해결책을 다음과 같이 제시하였다 : $\alpha_{i+1} < \beta_i$ 인 β_i 를 변칙적인 운임할인 분기점 수량으로 규정한 후, β_i 와 그에 해당하는 운임 요율을 운임할인 계획에서 제거한 뒤, 그 다음 운임할인 분기점이 변칙적인 운임할인 분기점보다 크도록 조정한다.

생산주기가 nq/D 이므로 단위시간당 운송비는 $nF(q)/(nq/D) = DF(q)/q$ 이다. 과잉출하 신고가 허용될 때 단위시간당 생산 및 출하비용을 $TC(q, n)$ 이라 하면, $TC(q, n)$ 는 다음과 같다.

$$TC(q, n) = \Pi(q, n) + DF(q)/q. \quad (8)$$



[그림 2] 과잉출하 신고에 의한 출하부피에 따른 운송비용

$F(q)$ 의 q 에 대한 일차 도함수는 식 (9)와 같이 전개되며, 이를 LTL 출하량 s 로 표현하면 식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dF(q)}{dq} \Big|_q &= \frac{dF(s)}{ds} \Big|_{s=q-kU/w} \times \frac{ds}{dq} \Big|_{s=q-kU/w} \\ &= \frac{dF(s)}{ds} \Big|_{s=q-kU/w} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{dF(s)}{ds} = \begin{cases} R_i w, & \beta_i \leq qw - kU < \alpha_{i+1} \\ 0, & \alpha_i \leq qw - kU < \beta_i \\ 0, & \alpha_{m+1} \leq qw - kU \leq U \end{cases}$$

for $i = 1, 2, \dots, m$. (10)

[정리 1] 함수 $TC(q, n)$ 는 q 와 n 에 대하여 볼록(convex)하며, $TC(q, n)$ 를 최소화하는 q^* 와 n^* 은 유일하게 존재한다.

<증명>

식 (8)에서 출하량 q 가 주어졌을 때의 실수인 최적 출하회수 $n^*(q)$ 는 운송비를 고려하지 않은 모형의 출하회수인 식 (3)과 같다. $K = \frac{\sqrt{2A_v h_v (P-D) D P}}{h_v (P-D)}$

로 두어 식 (3)을 식 (8)에 대입하여 정리하면 식 (11)과 같고, 식 (12)를 이용하여 $TC(q, n^*(q))$ 의 q 에 대한 일차 도함수를 구하면 식 (13)과 같다.

$$TC(q, n^*(q)) = \frac{A_v D}{K} + \frac{A_b D}{q} + h_v \left[\frac{Dq}{P} + \frac{(P-D)K}{2P} \right]$$

$$+ \frac{(h_b - h_v)q}{2} + DF(q)/q. \quad (11)$$

$$\frac{d}{dq} \left(\frac{F(q)}{q} \right) = \frac{1}{q} \frac{dF(s)}{ds} - \frac{F(q)}{q^2}. \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{dTC(q, n^*(q))}{dq} &= -\frac{A_b D}{q^2} + h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \\ &+ \frac{D}{q} \frac{dF(s)}{ds} - \frac{DF(q)}{q^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

$W(q) = \frac{dTC(q, n^*(q))}{dq} q^2$ 라 두면 이는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} W(q) &= -D[A_b + F(q)] + \frac{dF(s)}{ds} Dq \\ &+ \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] q^2. \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)는 $\lim_{q \rightarrow 0^+} W(q) = -A_b D < 0$, $\lim_{q \rightarrow \infty} W(q) = \infty > 0$ 이며,

$\frac{dW(q)}{dq} = 2 \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] q > 0$ 이므로 $W(q)$ 는 증가함수이다. 따라서 $W(q^*) = 0$ 즉, $\frac{dTC(q, n^*(q))}{dq} = 0$ 를 만족하는 q^* 는 유일하게 존재한다. □

함수 $TC(q, n)$ 는 운임할인 분기점 $\beta_i, i = 1, 2, \dots, m$ 와 $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, m+1$ 에서 변곡이 발생하는 $2m+1$ 개의 조각(piecewise) 모음 형태이지만 전체적인 모

양은 q 나 n 이 커짐에 따라 비용이 감소하다가 증가하는 볼록함수이다. 식 (14)에서 $W(q^*)=0$ 을 만족하는 q^* 는 출하회수가 실수일 때 제안 모형에서의 전역 최적 출하량이다.

식 (14)에서 $F(q)$ 와 관계되는 항을 0으로 두었을 때, $W(q^*)=0$ 을 만족하는 q^* 는 운송비를 고려하지 않은 모형에서의 전역 최적 출하량이며 다음 식과 같이 유도된다.

$$q^* = \sqrt{\frac{2A_b DP}{2h_v D + P(h_b - h_v)}} \quad (15)$$

식 (15)를 Ertogral et al.[8]가 구한 전역 최적 출하량인 식 (5)와 비교하면 비교할 수 없을 정도로 매우 간단하게 표현되며, 식 (15)를 식 (3)에 대입하면 식 (4)가 유도됨을 확인할 수 있다. 또한, Kim and Ha[18]의 연구에서도 식 (15)를 도출한 바 있다. 식 (15)의 q^* 는 A_b 와는 무관해 보이지만, 식 (4)로부터 A_b 가 커지면 n^* 가 커지고, n^* 이 커지면 식 (2)로부터 q^* 가 작아지므로 q^* 는 A_b 와 무관하지 않다.

[정리 2] 불연속 운입할인 분기점 $q = \alpha_i, i = 2, 3, \dots, m+1$ 에서는 $TC(q, n)$ 를 최소화하는 최소점이 될 수 없다.

<증명> $q_{ks} = (kU + \alpha_{i+1})/w$ 에 대하여 식 (10)으로부터

$$\frac{dF(s)}{ds} \Big|_{s \rightarrow \alpha_{i+1}^-/w} = R_i w > 0 \text{ 이고 } \frac{dF(s)}{ds} \Big|_{s \rightarrow \alpha_{i+1}^+/w} = 0 \text{ 이므로}$$

$$\frac{dW(q)}{dq} \Big|_{q \rightarrow q_{ks}^-} > \frac{dW(q)}{dq} \Big|_{q \rightarrow q_{ks}^+} \text{ 이다. 따라서 } q = \alpha_i, i = 2, 3, \dots, m+1 \text{ 는 최소점이 될 수 없다. } \square$$

운송 요율이 운입할인 분기점 $\beta_i, i = 1, 2, \dots, m$ 과 $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, m+1$ 에서 변하기 때문에 분기점 수량에서의 비용 변화도 살펴볼 필요가 있다. 그러나 [정리 2]를 통하여 $\alpha_i, i = 2, 3, \dots, m+1$ 에서는 비용 비교를 할 필요가 없다.

[정리 3] $\beta_1 \leq qw - kU < \alpha_2$ 에서 $W(q) = 0$ 을 만족하는

q^* 를 \hat{q}_1 라 하고, $\alpha_i \leq qw - kU < \beta_i; i = 1, 2, \dots, m$ 와 $\alpha_{m+1} \leq qw - kU \leq U$ 에서 $W(q) = 0$ 을 만족하는 q^* 를 \hat{q}_{m+1} 라 하자. 그러면, $q < \hat{q}_1$ 에서는 $W(q) < 0$ 이며, $q > \hat{q}_{m+1}$ 에서는 $W(q) > 0$ 이다.

<증명> \hat{q}_1 와 \hat{q}_{m+1} 은 각각 식 (16)과 식 (17)을 만족한다.

$$W(\hat{q}_1) = -D[A_b + F(\hat{q}_1)] + R_1 w D \hat{q}_1 + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] \hat{q}_1^2 = 0. \quad (16)$$

$$W(\hat{q}_{m+1}) = -D[A_b + F(\hat{q}_{m+1})] + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] \hat{q}_{m+1}^2 = 0. \quad (17)$$

$q = \hat{q}_1 - \delta, \delta > 0$ 에 대하여

$$\begin{aligned} W(\hat{q}_1 - \delta) &= -D[A_b + F(\hat{q}_1 - \delta)] + \frac{dF(s)}{ds} D(\hat{q}_1 - \delta) \\ &\quad + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] (\hat{q}_1 - \delta)^2 \\ &= -D[A_b + F(\hat{q}_1)] + R_1 w D \hat{q}_1 \\ &\quad + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] \hat{q}_1^2 \\ &\quad + D \delta \left[\frac{F(\hat{q}_1) - F(\hat{q}_1 - \delta)}{\delta} - \frac{dF(s)}{ds} \right] \\ &\quad - (R_1 w - \frac{dF(s)}{ds}) D \hat{q}_1 \\ &\quad + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] (-2\delta \hat{q}_1 + \delta^2) \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)에서 평균값의 정리(mean value theorem)에 의하면 네 번째 항을 0으로 하는 $\hat{q}_1 - \delta < s < \hat{q}_1$ 가 존재한다. 그리고 $\beta_i \leq qw - kU < \alpha_{i+1}, i = 1, 2, \dots, m$ 에서 $\max \frac{dF(s)}{ds} = R_1 w$ 이므로 다섯 번째항은 양수이다. 이들 관계식을 바탕으로 식 (16)을 식 (18)에 대입하면 $W(\hat{q}_1 - \delta) < 0$ 임을 알 수 있다. 따라서 $q < \hat{q}_1$ 에서는 $W(q) < 0$ 이다.

$q = \hat{q}_{m+1} + \delta, \delta > 0$ 에 대하여

$$\begin{aligned}
W(\hat{q}_{m+1} + \delta) &= -D[A_b + F(\hat{q}_{m+1} + \delta)] \\
&\quad + \frac{dF(s)}{ds} D(\hat{q}_{m+1} + \delta) \\
&\quad + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] (\hat{q}_{m+1} + \delta)^2 \\
&= -D[A_b + F(\hat{q}_{m+1})] \\
&\quad + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] \hat{q}_{m+1}^2 \\
&\quad + D\delta \left[\frac{dF(s)}{ds} - \frac{F(\hat{q}_{m+1} + \delta) - F(\hat{q}_{m+1})}{\delta} \right] \\
&\quad + \frac{dF(s)}{ds} D\hat{q}_{m+1} \\
&\quad + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] (2\delta\hat{q}_{m+1} + \delta^2). \quad (19)
\end{aligned}$$

평균값의 정리에 의하면 세 번째 항을 0으로 하는 $\hat{q}_{m+1} < s < \hat{q}_{m+1} + \delta$ 가 존재한다. 그리고 $\alpha_i \leq qw - kU < \beta_i$, $i=1, 2, \dots, m$ 와 $\alpha_{m+1} \leq qw - kU \leq U$ 에서 $dF(s)/ds = 0$ 이므로 식 (17)을 식 (19)에 대입하면 $W(\hat{q}_{m+1} + \delta) > 0$ 이다. 따라서 $q > \hat{q}_{m+1}$ 에서는 $W(q) > 0$ 이다. □

[정리 3]은 $TC(q, n)$ 를 최소화하는 최적 출하량 q^* 는 $\hat{q}_1 < q^* < \hat{q}_{m+1}$ 인 범위에 존재한다는 것을 의미한다.

[정리 4] 출하회수가 실수일 때 운송비를 고려하지 않은 모형에서의 최적 출하량을 \hat{q}_{TI} , $\alpha_i \leq qw - kU < \beta_i$; $i=1, 2, \dots, m$ 와 $\alpha_{m+1} \leq qw - kU \leq U$ 에서의 최적 출하량을 \hat{q}_{m+1} , $\beta_i \leq qw - kU < \alpha_{i+1}$; $i=1, 2, \dots, m$ 에서의 최적 출하량을 \hat{q}_i 라 하면, $\hat{q}_{m+1} > \hat{q}_{TI}$ 및 $\hat{q}_1 < \hat{q}_2 \leq \hat{q}_{TI} \leq \hat{q}_m$ 이며, \hat{q}_i ; $i=1, 2, \dots, m$ 간에는 $\hat{q}_1 < \hat{q}_2 < \dots < \hat{q}_m$ 가 성립한다.

<증명>

① $\alpha_i \leq qw - kU < \beta_i$; $i=1, 2, \dots, m$ 및 $\alpha_{m+1} \leq qw - kU \leq U$ 인 경우

이 경우 $dF(s)/ds = 0$ 이며 \hat{q}_{m+1} 는 식 (17)을 만

족한다. \hat{q}_{TI} 에서 식 (14)의 값을 살펴보자.

$$W(\hat{q}_{TI}) = -D[A_b + F(\hat{q}_{TI})] + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] \hat{q}_{TI}^2.$$

\hat{q}_{TI} 는 식 (15)로부터 구할 수 있으며, 이를 정리하면 $-DA_b + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] \hat{q}_{TI}^2 = 0$ 와 같이 표현된다. 이에 따라 $W(\hat{q}_{TI}) = -DF(\hat{q}_{TI}) < 0$ 이므로 $\hat{q}_{TI} < \hat{q}_{m+1}$ 이 성립한다.

② $\beta_i \leq qw - kU < \alpha_{i+1}$; $i=1, 2, \dots, m$ 인 경우

이 경우 $dF(s)/ds = R_i w$; $i=1, 2, \dots, m$ 이며 \hat{q}_i 는 다음의 식 (20)을 만족하는 q^* 이다.

$$\begin{aligned}
W(\hat{q}_i) &= -D[A_b + F(\hat{q}_i)] + R_i w D\hat{q}_i \\
&\quad + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] \hat{q}_i^2 = 0. \quad (20)
\end{aligned}$$

\hat{q}_{TI} 에서의 LTL 양이 요율 범주 j 에 속하여 $\beta_j \leq \hat{q}_{TI} w - kU < \alpha_{j+1}$ 을 만족한다고 하자. \hat{q}_{TI} 에서 식 (20)의 값을 살펴보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
W(\hat{q}_{TI}) &= -D[A_b + F(\hat{q}_{TI})] + R_i w D\hat{q}_{TI} \quad (21) \\
&\quad + \left[h_v \frac{D}{P} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] \hat{q}_{TI}^2 \\
&= -DF(\hat{q}_{TI}) + R_i w D\hat{q}_{TI} \\
&= -DkC - DF(s) + R_i w D\hat{q}_{TI} \\
&= -DkC - DR_j s w + R_i w D\hat{q}_{TI} \\
&= -DkC - DR_j (\hat{q}_{TI} - kU/w) w + R_i w D\hat{q}_{TI} \\
&= -DkC + DR_j kU - R_j w D\hat{q}_{TI} + R_i w D\hat{q}_{TI} \\
&= Dk(R_j U - C) - R_j w D\hat{q}_{TI} + R_i w D\hat{q}_{TI}.
\end{aligned}$$

식 (21)의 첫째 항은 0보다 크므로 $W(\hat{q}_{TI})$ 값의 부호는 요율 R_i 와 R_j 의 크기에 따라 달라진다. $R_i \geq R_j$ 이면 $W(\hat{q}_{TI}) > 0$ 이므로 $i \leq j$ 에 대하여 $\hat{q}_i < \hat{q}_{TI}$ 이다. $R_i < R_j$ 이면 $W(\hat{q}_{TI})$ 는 양, 0, 음의 값을 가질 수 있으

므로 $i > j$ 에 대하여 $\hat{q}_i < \hat{q}_{TI}$, $\hat{q}_i = \hat{q}_{TI}$ 또는 $\hat{q}_i > \hat{q}_{TI}$ 이다. 또한, $W(\hat{q}_{TI}|s \in [\beta_i, \alpha_{i+1}]) > W(\hat{q}_{TI}|s \in [\beta_j, \alpha_{j+1}])$; $i > j$ 이므로 $\hat{q}_1 < \hat{q}_2 < \dots < \hat{q}_m$ 이다. 따라서 [정리 4]가 성립한다. □

함수 $TC(q, n)$ 에서 n 이 주어질 때 최적 출하량 q^*_n 를 구하기 위하여 $TC(q, n)$ 의 q 에 대한 일차 도함수를 구하면,

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC(q, n)}{\partial q} &= (A_v + nA_b) \frac{D}{n} \left(-\frac{1}{q^2} \right) \\ &+ h_v \left[\frac{D}{P} + \frac{(P-D)n}{2P} \right] \\ &+ \frac{(h_b - h_v)}{2} + \frac{D}{q} \frac{dF(s)}{ds} - \frac{DF(q)}{q^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

$V(q) = \frac{\partial TC(q, n)}{\partial q} q^2$ 라 두면 이는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} V(q) &= -\{A_v/n + A_b + F(q)\}D \\ &+ \left[h_v \left\{ \frac{D}{P} + \frac{(P-D)n}{2P} \right\} + \frac{(h_b - h_v)}{2} \right] q^2 \\ &+ \frac{dF(s)}{ds} Dq. \end{aligned} \quad (23)$$

따라서 q^*_n 은 $V(q^*)=0$ 을 만족하는 q^* 이며, [정리 1]에 의하여 q^*_n 은 유일하게 존재한다. 식 (23)의 첫째 항은 n 이 커짐에 따라 음의 부호로 작아지므로 q^*_n 역시 작아진다. 반면, n 이 작아짐에 따라 q^*_n 은 증가한다. [정리 2], [정리 3] 및 [정리 4]는 출하회수가 정수일 때에도 성립함을 식 (23)을 이용하여 쉽게 증명할 수 있다.

- $TC(q, n)$ 의 해인 (q^*, n^*) 을 구하는 제안 모형의 알고리즘
- 0. $i=2, \dots, m$ 에서의 과잉출하 신고량 α_i 를 구한다.
단, $\alpha_1=1$, $\alpha_{m+1}=C/R_m$ 으로 둔다.
- 1. ($\beta_i \leq sw < \alpha_{i+1}$; $i=1, 2, \dots, m$ 에서의 최소비용 TC_i^1 을 구한다)

- 1.1 $i=1$ 로 둔다.
- 1.2 주어진 i 에 대하여 $F(q) = kC + F(s)$, $dF(s)/ds = R_i w$ 로 두고 식 (14)를 이용하여 \hat{q}_i 를 구한다.
- 1.3 출하량 q 가 주어졌을 때 실수인 최적 출하회수 $n^*(q)$ 는 식 (3)과 같으므로 식 (3)을 이용하여 $n_i^*(\hat{q}_i)$ 를 구하고, $n_i^- = \lfloor n_i^*(\hat{q}_i) \rfloor$ 와 $n_i^+ = \lceil n_i^*(\hat{q}_i) \rceil$ 로 둔다.
- 1.4 식 (23)에서 $V(q^*)=0$ 를 만족하는 $q_i^- = q^*|_{n=n_i^-}$ 와 $q_i^+ = q^*|_{n=n_i^+}$ 를 구한다.
- 1.5 (q_i^j, n_i^j) ; $j=+, -$ 에 대하여 $k^j = \lfloor q_i^j w / U \rfloor$, $s^j = q_i^j - kU/w$ 을 구한 후 $\beta_i \leq s^j < \alpha_{i+1}$ 이면 실행가능하므로 $TC(q_i^j, n_i^j)$ 을 구하고, 그렇지 않으면 $TC(q_i^j, n_i^j) = \infty$ 로 둔다.
- 1.6 $TC_i^1 = \min\{TC(q_i^-, n_i^-), TC(q_i^+, n_i^+)\}$ 로 둔다. $i=i+1$ 로 하고 단계 1.2로 간다.
2. ($\alpha_i \leq sw < \beta_i$; $i=1, 2, \dots, m$ 및 $\alpha_{m+1} \leq sw \leq U$ 에서의 최소비용 TC^2 을 구한다).
- 2.1 $F(q) = kC + F(s)$, $dF(s)/ds = 0$ 로 두고 식 (14)를 이용하여 \hat{q}_{m+1} 를 구한다.
- 2.2 식 (3)을 이용하여 $n_{m+1}^*(\hat{q}_{m+1})$ 를 구하고, $n_{m+1}^- = \lfloor n_{m+1}^*(\hat{q}_{m+1}) \rfloor$ 와 $n_{m+1}^+ = \lceil n_{m+1}^*(\hat{q}_{m+1}) \rceil$ 로 둔다.
- 2.3 식 (23)에서 $V(q^*)=0$ 를 만족하는 $q_{m+1}^- = q^*|_{n=n_{m+1}^-}$ 와 $q_{m+1}^+ = q^*|_{n=n_{m+1}^+}$ 를 구한다.
- 2.4 (q_{m+1}^j, n_{m+1}^j) ; $j=+, -$ 에 대하여 $k^j = \lfloor q_{m+1}^j w / U \rfloor$, $s^j = q_{m+1}^j - kU/w$ 을 구한 후 $\alpha_i \leq s^j < \beta_i$; $i=1, 2, \dots, m$ 가운데 어느 한 범주에 속하거나 $\alpha_{m+1} \leq s^j \leq U$ 에 속하면 실행 가능하므로 $TC(q_{m+1}^j, n_{m+1}^j)$ 을 구하고, 그렇지 않으면 $TC(q_{m+1}^j, n_{m+1}^j) = \infty$ 로 둔다.
- 2.5 $TC^2 = \min\{TC(q_{m+1}^-, n_{m+1}^-), TC(q_{m+1}^+, n_{m+1}^+)\}$ 로 둔다.
3. (운입할인 분기점 및 만차 적재점에서의 최소비용 TC_i^3 을 구한다).
- 3.1 최소 만차 대수 $k_{\min} = \lfloor q_i^+ w / U \rfloor$, 최대 만차 대

수 $k_{\max} = \lfloor q_{n+1}^- w / U \rfloor$ 를 구한다.

- 3.2 $q_i^+ < q < q_{m+1}^-$ 에 속하는 $q = (kU + \beta_i) / w$; $i = 1, 2, \dots, m$; $k = k_{\min}, k_{\min} + 1, \dots, k_{\max}$ 와 $q = (k+1)U/w$ 를 대상으로 각각의 q 에 대하여 식 (3)을 이용하여 $n_i^- = \lfloor n_i^*(q) \rfloor$ 와 $n_i^+ = \lceil n_i^*(q) \rceil$ 를 구한다. 그리고 $TC_i^3 = \min\{TC(q, n_i^-), TC(q, n_i^+)\}$ 로 둔다.

4. (전역 범위에서의 최소비용 TC^* 을 구한다)

$TC^* = \min\{\min_i\{TC_i^1\}, TC^2, \min_i\{TC_i^3\}\}$ 이며, 이때의 최적해 q^* 및 n^* 는 TC^* 를 만족하는 q 와 n 이다.

함수 $TC(q, n)$ 가 q 와 n 에 대한 볼록함수이므로 위의 알고리즘을 통하여 구한 해는 유일하며 전역 최적해이다.

3. 수치 예제

본 예제에서 생산-구매와 관련하여 사용된 비용모수의 값은 Ergotgral et al.[8]를 비롯한 이전 연구에서 타 연구 결과와 비교할 목적으로 사용된 예제의 수치로서 다음과 같다. $A_0 = \$400$, $A_b = \$25$, $h_0 = \$4/\text{개}/\text{년}$, $h_b = \$5/\text{개}/\text{년}$, $P = 3200\text{개}/\text{년}$, $D = 1000\text{개}/\text{년}$. 수송비 관련 비용모수로 $C_0 = \$198.73$, $C = \$4236/\text{차량}$, $U = 16,000\text{lbs}/\text{차량}$, $w = 25\text{lbs}/\text{개로}$ 두어 차량당 640개의 상품을 적재할 수 있다고 가정하였다. 화물량에 따라 적용되는 요율체계는 Abad[3]에 예시된 것으로서 미국에서 화물 클래스 70을 대상으로 이용되는 요율이다. 요율은 $R_1 = 0.6863$, $R_2 = 0.5998$, $R_3 = 0.4756$, $R_4 = 0.3993$, $R_5 = 0.3095$, $R_6 = 0.2815$ 와 같이 화물량이 증가함에 따라 할인되어 적용된다. 이

에 대응되는 할인 분기점에서의 수량은 $\beta_1 = 198.73/0.6863 \approx 289$ 로 계산되며, 두 번째부터의 분기점 수량은 운송업자가 정한 수량으로 $\beta_2 = 500$, $\beta_3 = 1000$, $\beta_4 = 2000$, $\beta_5 = 5000$, $\beta_6 = 10000$ 이다. 이에 따라, 단계 0에서의 과잉출하 신고 가능량은: $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 437$, $\alpha_3 = 793$, $\alpha_4 = 1680$, $\alpha_5 = 3876$, $\alpha_6 = 9096$, $\alpha_7 = 15407$ 와 같이 계산되며, 이를 정리한 LTL 화물의 요율체계는 다음 표와 같다.

〈표 1〉 LTL 화물의 요율체계

출하량 범위	운송비용
$1 \leq sw < 289$	198.73
$289 \leq sw < 437$	$0.6863sw$
$437 \leq sw < 500$	299.9
$500 \leq sw < 793$	$0.5998sw$
$793 \leq sw < 1000$	475.6
$1000 \leq sw < 1680$	$0.4756sw$
$1680 \leq sw < 2000$	798.6
$2000 \leq sw < 3876$	$0.3993sw$
$3876 \leq sw < 5000$	1547.5
$5000 \leq sw < 9096$	$0.3095sw$
$9096 \leq sw < 10000$	2815
$10000 \leq sw < 15407$	$0.2815sw$
$15407 \leq sw \leq 16000$	4236

제시된 알고리즘을 단계별로 적용하면 다음과 같다: 단계 1의 결과는 〈표 2〉에 제시된 바와 같이 요율 범주 4, 5에 속하는 해가 $\beta_i \leq sw < \alpha_{i+1}$; $i = 1, 2, \dots, m$ 에 속하여 유효한 것으로 나타났다. [정리 4]의 결과와 같이 $\hat{q}_1 < \hat{q}_2 < \dots < \hat{q}_m$ 이며, $\hat{q}_{T1} = 110.34$ 로

〈표 2〉 단계 1의 결과 예시

i	무게 범위	R_i	q_i	n_i	TC_i^1	k_i	$s_i w$	$DF(q)/q$	비고
1	289~436	0.6863	18.93	28	∞	0	473.21	15843.88	-
2	500~792	0.5998	33.30	16	∞	0	832.39	14284.08	-
3	1000~1679	0.4756	69.46	7	∞	0	1736.47	11497.48	-
4	2000~3875	0.3993	110.34	5	11885.79	0	2758.39	9982.50	유효
5	5000~9095	0.3095	223.61	2	9749.96	0	5590.17	7737.50	유효
6	10000~15406	0.2815	392.12	1	∞	0	9802.90	7178.99	-

서 $\widehat{q}_{TI} = \widehat{q}_4$, $\widehat{q}_{TI} < \widehat{q}_5$ 이므로 $\widehat{q}_1 < \widehat{q}_2 \leq \widehat{q}_{TI} \leq \widehat{q}_6$ 가 성립함을 확인할 수 있다.

단계 2에서는 $\widehat{q}_7 = 1545.94$, $n_7 = 2$, $k = 2$, $s = 265.94$, $sw = 6648.6$ 을 구할 수 있지만, LTL인 sw 가 $\alpha_i \leq qw - kU < \beta_i$; $i = 1, 2, \dots, 6$ 와 $\alpha_7 \leq qw - kU \leq U$ 가운데 어디에도 속하지 않으므로 $TC^2 = \infty$ 이다. 단계 3에서는 $k_{\min} = 0$, $k_{\max} = 3$ 을 구하여 $k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$ 에서의 운입할인 분기점인 $q = (kU + \beta_i)/w$; $i = 1, 2, \dots, m$ 와 만차 적재점인 $q = (k+1)U/w$ 에서의 비용을 구하면 <표 3>과 같다. <표 3>은 탐색하여야 할 모든 운입할인 분기점과 만차 적재점에서의 비용 가운데 일부를 예시한 것이다.

<표 3> 단계 3의 결과 예시

q_i	n_i	TC_i^3	k_i	s, w	$DF(q)/q$	비고
...	
80.00	7	11919.29	0	2000	9982.50	
200.00	3	9704.17	0	5000	7737.50	
400.00	1	9350.00	0	10000	7037.50	
640.00	1	9282.81	1	0	6618.75	최소값
651.56	1	9494.73	1	289	6806.33	
660.00	1	9579.02	1	500	6872.58	
680.00	1	9678.82	1	1000	6928.82	
...	

단계 4에서는 $TC^* = \min\{\min_i\{TC_i^1\}, TC^2, \min_i\{TC_i^3\}\}$ 로부터 $TC^* = 9282.81$ 임을 알 수 있으며, 이때의 최적해는 $q^* = 640$, $n^* = 1$, $k = 1$ 이다. 따라서 최적의 생산-출하 정책은 생산로트인 $Q = 640$ 개를 생산하여, 1회의 출하회수로 640개 전량을 1대의 트럭으로 출하하는 것이다.

위의 결과를 이용하여 JELP 문제에서 운송비용을

고려한 모형과 고려하지 않은 모형을 비교하여 각 모형의 최적해와 최소 비용의 차이를 살펴보자. Erto-gral et al.[8]의 연구에서 생산-출하비용만을 고려한 모형을 '모형 1'이라 하자. 총 비용을 식 (8)과 같이 생산-출하비용과 운송비용으로 나누어 각 모형별로 최적해와 최소비용을 구하면 <표 4>와 같다.

<표 4>를 보면 본 모형에서는 최적 출하량이 만차 적재점에서 결정되어 '모형 1' 보다 생산-출하비용은 크지만, 운송비용이 훨씬 적기 때문에 총 비용 측면에서 본 모형이 유리하다는 것을 확인할 수 있다.

4. 요약 및 결론

본 연구에서는 단일 공급자 단일 구매자를 대상으로 생산 중인 제품이나 생산 과정에 축적된 재고를 이용하여, 구매자에게 동일한 양으로 여러 차례 나누어 출하하는 JELP 문제에서 운송차량의 적재 능력에 제한이 있고, 출하량에 따라 운송비용의 할인율이 달라지는 경우에서의 문제를 다루어 보았다.

연구 결과로서 비용함수가 갖는 특성을 규명하였고, 이 특성들을 이용하여 해를 효율적으로 구하는 알고리즘을 제시하였으며, 알고리즘의 단계별 적용 절차를 수치 예제를 통하여 살펴보았다. 운송비를 고려하지 않은 모형과의 비용 요소간 비용 증감 비교를 통하여 모형간의 차이를 파악할 수 있었다. 본 연구의 결과는 생수산업과 같이 제품 자체의 가치에 비하여 상대적으로 운송비용의 비중이 더 클 수 있는 산업의 경우에 가장 의미있게 적용될 수 있을 것으로 사료된다. 추후 연구과제로서 운송차량의 적재능력이 서로 다른 경우와 같이 보다 일반적인 모형을 고려해볼 수 있다.

<표 4> 모형별 최적해 및 최소비용의 비교

구분	생산량 Q^*	출하량 q^*	출하 회수(n^*)	만차 대수(k^*)	총비용 $TC(q^*, n^*)$	생산-출하비용 $IT(q^*, n^*)$	운송비용 $DF(q^*)/q^*$
모형 1	551.68	110.34	5	0	11885.79	1903.29	9982.50
본 모형	640.00	640.00	1	1	9282.81	2664.06	6618.75

참고 문헌

- [1] 김창현, 김태복, “생산자-구매자 공급망에서 운송비용을 고려한 생산 및 출하량 결정”, 「한국경영과학회지」, 제33권(2008), pp.53-61.
- [2] Abad, P.L., “Optimal Single Period Order Size Under Uncertain Demand Incorporating Freight Costs,” *International Journal of Services and Operations Management*, Vol.2(2006), pp. 95-108.
- [3] Abad, P.L., “Buyer’s Response to a Temporary Price Reduction Incorporating Freight Costs,” *European Journal of Operational Research*, Vol.182(2007), pp.1073-1083.
- [4] Banerjee, “A Joint Economic Lot Size Model for Purchaser and Vendor,” *Decision Sciences*, Vol.17(1986), pp.292-311.
- [5] Ben-Daya, M., M. Darwish, and K. Ertogral., “The Joint Economic Lot Sizing Problem: Review and Extensions,” *European Journal of Operational Research*, Vol.185(2008), pp. 726-742.
- [6] Carter, J.R., B.G. Ferrin, and C.R. Carter, “On Extending Russell and Krajewski’s Algorithm for Economic Purchase Order Quantities,” *Decision Sciences*, Vol.26(1995), pp. 819-829.
- [7] Darwish, M.A., “The Single-Vendor Single-Buyer Targeting Problem with Equal-Sized Shipments Policy,” *International Journal of Operations and Quantitative Management*, Vol.11(2005), pp.35-47.
- [8] Ertogral, K., M. Darwish, and M. Ben-Daya, “Production and Shipment Lot Sizing in a Vendor-Buyer Supply Chain with Transportation Cost,” *European Journal of Operational Research*, Vol.176(2007), pp.1592-1606.
- [9] Goyal, S.K., “An Integrated Inventory Model for a Single Supplier-Single Customer Problem,” *International Journal of Production Research*, Vol.15(1977), pp.107-111.
- [10] Goyal, S.K., “A Joint Economic Lot Size Model for Purchaser and Vendor : A Comment,” *Decision Sciences*, Vol.19(1988), pp. 36-241.
- [11] Goyal, S.K. and Y.P. Gupta, “Integrated Inventory Models : The Buyer- Vendor Coordination,” *European Journal of Operational Research*, Vol.41(1989), pp.261-269.
- [12] Goyal, S.K., “A One-Vendor Multi-Buyer Integrated Inventory Model : A Comment,” *European Journal of Operational Research*, Vol. 82(1995), pp.209-210.
- [13] Goyal, S.K. and F. Nebebe, “Determination of Economic Production-Shipment Policy for a Single-Vendor Single-Buyer System,” *European Journal of Operational Research*, Vol. 121(2000), pp.175-178.
- [14] Hill, R.M., “The Single-Vendor Single-Buyer Integrated Production-Inventory Model with a Generalized Policy,” *European Journal of Operational Research*, Vol.97(1997), pp.493-499.
- [15] Hill, R.M., “The Optimal Production and Shipment Policy for the Single-Vendor Single-Buyer Integrated Production-Inventory Model,” *International Journal of Production Research*, Vol.37(1999), pp.2463-2475.
- [16] Hoque, M.A. and S.K. Goyal, “An Optimal Policy for a Single-Vendor Single-Buyer Integrated Production-Inventory System with Capacity Constraint of the Transport Equipment,” *International Journal of Production Economics*, Vol.65(2000), pp.305-315.
- [17] Huang, C.K., “An Optimal Policy for a Single-Vendor Single-Buyer Integrated Produc-

- tion Inventory Problem with Procerss Unreliability Consideration," *International Journal of Production Economics*, Vol.91(2004), pp. 91-98.
- [18] Kim, S.L. and D. Ha., "A JIT Lot-Splitting Model for Supply Chain Management : Enhancing Buyer-Supplier Linkage," *International Journal of Production Economics*, Vol. 86(2003), pp.1-10.
- [19] Lu, L., "A One-Vendor Multi-Buyer Integrated Inventory Model," *European Journal of Operational Research*, Vol.81(1995), pp.312-323.
- [20] Nasri, F., M.J. Paknejad, and J.F. Affisco, "Simultaneous Investment in Setup Cost and Order Cost Reduction in the Joint Economic Lot Size Model," *Proceedings of the Northeast Decision Sciences Institute*(1991), pp. 263-267.
- [21] Russell, R.M. and L.J. Krajewski, "Optimal Purchase and Transportation Lot Sizing for a Single Item," *Decision Sciences*, Vol.22(1991), pp.940-951.
- [22] Toptal, A., S. Cetinkaya, and C.Y. Lee, "The Buyer-Vendor Coordination Problem : Modeling Inbound and Outbound Cargo Capacity and Costs," *IIE Transactions*, Vol.35(2003), pp.987-1002.