

## 우리나라 초등학교 1-2학년 수학에서의 수 감각 지도 내용 분석

최 지 선\* · 박 교 식\*\*

이 연구에서는 초등학교 1-2학년 교육과정, 해설서, 및 그에 따른 교과서에 나타난 수 감각 지도 내용을 분석한다. 이를 위해 수 감각에 관한 선행연구를 메타분석하여 수 감각의 의미와 요소를 규명한 다음, 그것을 이용해서 교육과정, 해설서, 1-2학년 교과서에서의 수 감각 지도 내용을 비판적으로 분석한다. 수 감각은 기존의 전통적인 수에 관한 학습에서 강조되었던 수와 계산과 더불어 어림을 포함하여, 수와 계산이 필요한 맥락에 적용하는 능력을 강조하는 용어로, 내용 요소와 과정 요소로 구성된다. 이 두 요소를 바탕으로 교육과정, 해설서, 1-2학년 교과서를 분석한 결과, 수 감각의 범위가 불분명하고, 용어를 일관되게 사용하지 않고, 다루고 있는 요소가 제한적이며, 일관되지 않거나 빈약한 상태로 교과서에 구체화되어 있음을 알 수 있었다.

### I. 서론

수 감각(number sense)의 강조는 역사적으로 1930년대 William A. Brownell(1895-1977)이 주장했던 유의미학습까지 거슬러 올라갈 수 있지만 (Reys, 1992), 국제적으로는 1960년대의 '새수학'의 실패로 기본 지식의 학습을 강조했던 1970년대의 '기초로의 복귀'에 의해 정확한 계산뿐만 아니라 수의 의미에 대한 중요성이 커지면서 1980년대부터 수 감각을 본격적으로 강조하기 시작하였다. 우리나라에서는 '수 감각'이라는 용어를 제6차 교육과정에서 비로소 사용하였다(김희선, 김정효, 2000). 작금의 수학교육에서 수 감각을 긍정적으로 그리고 적극적으로 받아들이고 있는 것은 분명하지만, 그럼에도 불구하고 수 감각의 의미는 여전히 모호하고 분명하지 않다.

보통은 수 감각을 일종의 직관 또는 느낌 정도로 정의하고 있기 때문이다. 예를 들어 Howden(1989)은 수 감각을 수와 수 사이의 관계에 대한 좋은 직관으로, NCTM(1989)은 수의 다양한 의미로부터 도출되는 수에 관한 직관으로, Reys(1992)는 수와 그것의 다양한 사용과 해석에 관한 직관적 느낌으로 정의한다. 그러나 이러한 정의로부터 수 감각의 의미를 실제적으로 파악하고 확인하는 것이 결코 쉽지 않기 때문에 어떤 연구자들은 수와 계산을 수학적 맥락에서 유연하고 타당하게 사용하는 능력을 수 감각으로 보기도 한다(Sowder, 1988; Reys, 1988; Reys, et al., 1999; McIntosh, et al., 1995; 이용률, 2001). 한편, 수 감각을 정의하는 대신에 수 감각의 구체적 특징을 기술하는 연구자들도 있다 (Resnick, 1989; Sowder, 1988; NCTM, 1989; Howden, 1989; Greeno, 1991; Sowder, 1992; Markovits & Sowder, 1994; McIntosh, et al., 1995).

\* 중흥중학교, everri@hanmail.net, 교신저자

\*\* 경인교육대학교, pkspark@dreamwiz.com

우리나라의 경우 1990년대 말부터 수 감각에 관한 연구가 시작되었지만(남형채, 권점례, 1999; 김희선, 김정효, 2000; 소연이, 2000; Markovits & Pang, 2004; 방정숙, 2005; 선춘화, 전평국, 2005; 이점미, 2005; 성승현 외, 2008), 수 감각의 정의와 구성 요소, 그리고 수 감각의 개발을 위한 수 감각 지도 내용에 대한 연구는 그다지 이루어지지 않았다. 이 연구는 이러한 선행 연구의 연장선 위에서 우리나라 초등학교 1-2학년 교과서에서의 수 감각 지도 내용을 분석하는 것에 초점을 맞추고 있다. 2006년에 개정된 우리나라 초등학교 수학과 교육과정(이하, 간단히 개정 교육과정)의 ‘수와 연산’ 영역에서도 수 감각을 강조하고 있다.<sup>1)</sup> 개정 교육과정 해설서(교육과학기술부, 2008a, p.57, 이하, 간단히 개정 해설서)에 따르면, 그 동안 “계산능력 못지않게 수학에서 강조되어야 할 내용인 연산의 의미, 수 감각 등은 소홀히 다루어져 왔다”고 반성하면서, 개정 교육과정은 “수와 연산 영역에서는 자연수, 분수, 소수에 대하여 수를 바르게 읽고 쓰고 수들 사이의 관계를 이해하며 수의 성질을 탐구함으로써 수 감각을 개발하는데 중점을 두고 있다”고 기술하고 있다. 그러나 이러한 진술에서 수 감각의 의미를 찾을 수 있는 것은 아니다.

본래 감각(感覺, sense)이라는 용어는 흔히 ‘언어 감각이 뛰어나다’, ‘패션 감각이 있다’ 등과 같은 맥락에서 사용한다. 이러한 용례에 비추어 보면, 수 감각이라는 용어에 대해서도 ‘수 감각이 뛰어나다’ 또는 ‘수 감각이 있다’는 표현을 사용할 수 있다(片桐重男, 1995). 수 감각을 개발한다는 것은 수 감각이 뛰어나게 또는 수 감각이 있게 만드는 것이라 할 수 있다. 이

제 ‘수 감각이 있다’는 표현을 사용하기로 할 때, 그것의 표징은 무엇일까? 그러한 표징은 결국은 행동으로 드러날 수밖에 없다. 그러한 점에서 직관, 생각 또는 느낌(이하, 이들을 통틀어 ‘느낌’)으로 정의되는 수 감각을 일종의 행동 또는 행동을 할 수 있는 능력으로 재정의하는 것이 가능하다. 이런 이유에서 이 연구에서는 수 감각을 일종의 느낌으로서 정의하는 대신, 그러한 느낌의 행동적 발로를 수행하는 일종의 능력으로서 (따라서 결국은 행동으로 진술되는 그런 능력으로서) 정의하고자 한다.

사람들이 수학적 맥락에서 어떤 능력을 보여 주어야 수 감각이 있다고 말할 수 있는가? 이에 답하기 위해서는 먼저 수 감각의 의미를 분명히 해야 한다. 그러나 개정 교육과정과 개정 해설서에서는 그 실마리를 찾기 어렵다. 그럼에도 현재 개정 교육과정과 개정 해설서를 바탕으로 1-2학년 교과서가 간행되어 사용되고 있다. 이런 상황에서 이 연구에서는 현재까지 간행된 1-2학년 교과서에서 수 감각 지도 내용이 실제로 어떻게 제시되고 있는지를 살펴보고자 한다. 이를 위해 수 감각에 관한 기존의 연구 결과를 메타분석하여 수 감각의 의미를 추출한 다음, 그것을 바탕으로 개정 교육과정, 개정 해설서, 1-2학년 교과서에서의 수 감각 지도 내용을 비판적으로 분석한다.<sup>2)</sup>

## II. 수 감각의 의미

수 감각을 특징짓는 만족스러운 정의는 찾기 어렵다(Greeno, 1991). 사실상 수 감각에 해당하

1) 이 연구에서는 계산과 연산을 구별하지 않는다. 초등학교 수준에서는 계산을 하는 것이 전부이므로, 계산이라는 용어를 주로 사용한다. 그러나 개정 교육과정과 개정 해설서에서 ‘연산’이라고 한 것은 ‘계산’으로 고치지 않고 그대로 두었다.

2) 개정 교육과정에 따라 현재까지 1-2학년 교과서만 개발되어 사용되고 있다. 그래서 이 연구에서도 1-2학년 교과서만을 분석 대상으로 삼았다.

는 것의 범위에 대한 합의도 존재하지 않는다고 할 수 있다. 우선 수 감각을 수에 대한 모종의 '감(感; sense)'에 의존하는 능력, 예를 들어 수가 필요한 장면, 상황, 맥락 등(이하, 이것들을 통틀어 '맥락')에서 수를 합리적이고 적절하게 사용하게 하는 능력으로 간주할 수 있다. 그래서 수 감각에 오직 수에 관련된 것만 포함시키고, 계산에 관련된 것은 전혀 포함시키지 않는 연구자들(Howden, 1989; NCTM, 1989; 이용률, 2001; 片桐重男, 1995)이 있다. 그들은 수 감각과 계산 감각을 별개의 것으로 간주한다. 한편, 수 감각에 계산 감각을 포함시키는 연구자들(Reys, 1988; McIntosh, et al., 1995)도 있다. 그들에 의하면 수 감각은 정확한 계산보다는 계산 전략의 선택과 그에 따른 결과의 합리성을 포함하여 수와 계산에 관련된 일련의 수치적 상황을 통제할 수 있는 능력이다. 그것은 계산기와 컴퓨터 등의 다양한 도구를 쉽게 사용할 수 있는 현대 사회에서 모두에게 요구되는 기본 능력을 지시한다. 사실 수 감각에서 계산 감각의 포함 여부가 중요한 문제는 아니다. 그것은 단지 범위의 문제일 뿐이다. 그러나 수와 계산이 서로 밀접하게 관련되어 있다는 점에서 이 연구에서는 수 감각에 계산 감각을 포함시키기로 한다.

일반적으로 수 감각은 수와 계산에 대한 기본적인 지식과 기능 이외에 수와 계산을 사용하는 과정에서 필요한 능력, 예를 들어 수학적 맥락에서 유연하고 창의적으로 사용하는 능력(Sowder, 1988; Reys, 1988; Reys, et al., 1999), 실생활 맥락에서 수와 계산을 적절하고 타당하게 사용하는 능력(McIntosh, et al., 1995; 이용률, 2001), 수를 통해 현상을 체계적으로 파악하려는 능력(이용률, 2001) 등을 강조한다. 그들에 의하면, 수 감각은 수와 계산에서 유용한 전략을 발전시키기 위해 융통성 있는 방법을

이해하고 사용하는 능력은 물론 그렇게 하려는 심적 경향성까지 포함한다. 결국 수 감각은 전통적인 교육과정에서 다루어졌던 수와 계산에 대한 기본적인 지식과 기능을 잘 습득하는 것을 포함하여 이들 지식과 기능을 실제 맥락에 적용하고 이를 통제하는 수학적 과정을 습득하는 능력을 망라한다.

이러한 논의로부터 수 감각은 전통적인 수와 계산 교육에서 다루어지던 내용은 물론, 수와 계산을 사용하는 과정에 필요한 능력까지 포함하는 한다는 것을 알 수 있다. 즉, 수와 계산 지식을 가지고 있을 뿐만 아니라 특정 맥락에서 이러한 지식을 적절하고 타당하게, 그리고 유연하게 사용할 수 있는 능력이 수 감각이다. 한편, 이러한 능력을 간단히 수와 계산에 대한 이해력이라고 할 수도 있다. 이때의 이해력은 특정 개념이나 내용에 대한 지식의 소유뿐 아니라 그 개념이나 내용이 적절하게 사용되는 맥락을 파악하고, 그 개념이나 내용을 특정 맥락에서 적절하고 합리적으로 사용하는 능력을 포함한다(Heymann, 2003). 실제로 이러한 입장에서 적지 않은 연구자들이 수 감각을 일종의 이해력으로 정의하기도 하였다(Reys, 1988; Resnick, 1989; Markovits & Sowder, 1994; McIntosh, et al., 1995; 이용률, 2001).

수 감각이 개발되었다는 것을 알기 위해서는 그것이 적절한 수학적 맥락에서 특정한 행동으로서 특징적으로 드러나지 않으면 안 된다. 이때 수 감각의 행동적 특징을 다음의 세 가지로 요약할 수 있다. 첫째, 수 감각은 유연하다. 수 감각은 일차적으로 느낌의 지배를 받는다는 점에서 유연하다. 수 감각을 지닌 학습자는 수와 수, 수와 계산, 계산과 계산 사이의 여러 가지 관계를 느낌에 의해 유연하게 바라볼 수 있다. 둘째, 수 감각은 맥락 의존적이다. 수 감각은 맥락에 따라 다르게 발휘된다는 점에서 맥락 의존적이다. 수 감각을 지닌 학습자는 적절한 맥락에서 수와 계산을 사용할 수 있다. 셋째,

수 감각은 메타인지적이다. 수 감각은 행동으로 드러나지만, 그 행동을 통제하는 느낌이 선제하고 있다는 점에서 메타인지적이다. 수 감각을 지닌 학습자는 수 감각을 사용하는 전체 과정의 타당성을 스스로 의식할 수 있다. 하지만 이러한 특징을 갖는 수 감각이 발휘되었는지를 알기 위해서는 역으로 수와 계산에 관련된 일단의 지식으로 다시 돌아가지 않을 수 없다. 그러한 지식이 감각적으로 발휘되는 개별적이고 구체적 모습을 찾아야 하기 때문이다.

그래서 수 감각의 의미를 파악하기 위해 여러 학자들이 <표 II-1>과 같이 수 감각의 요소를 나름대로 제시하고 있다(NCTM, 1989; NCTM, 2000; Sowder, 1992; McIntosh, et. al., 1995; 片桐重男, 1995; Reys, et. al., 1999; Yang, et al., 2004).

그들 대부분은 수 감각에 포함된 요소를 명시적이든 또는 암묵적이든 수와 계산 관련 지식을 나타내는 내용 요소와 그 내용 요소에 작용하는 과정을 나타내는 과정 요소로 구분하고 있다. 먼저 내용 요소와 관련해서, NCTM(1989), McIntosh, et. al. (1995), Reys, et. al. (1999)에서의 내용 요소는 수와 계산이고, 片桐重男(1995)에서의 내용 요소는 수, 어렵셈이다. Sowder(1992), NCTM(2000), Yang, et. al. (2004)에서의 내용 요소는 수, 계산, 어렵셈이다. 어렵셈을 계산에 포함시킬 수도 있지만, 이 연구에서는 어렵셈에 앞서 먼저 '어림'이라는 독특한 정신 작용이 선행되어야 한다는 점에서 그것을 계산에 포함시키지 않았다. 이제 이들의 연구로부터 수 감각의 내용 요소로 수, 계산, 어림의 세 가지를 추출할 수 있다.

<표 II-1> 수 감각 요소의 분석에 관한 선행연구

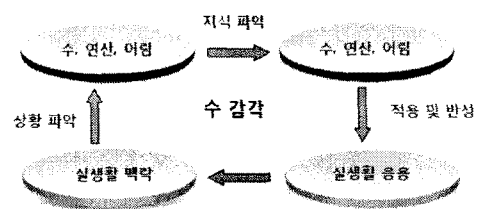
연구자	구성 요소
NCTM(1989)	(1) 수의 의미 이해하기 (2) 수들 사이의 다양한 관계 인식하기 (3) 수의 상대적 크기 인식하기 (4) 수의 계산의 상대적인 효과 이해하기 (5) 주변의 보통 대상들과 상황에서 측정을 위한 참조물 갖기
Sowder(1992)	(1) 수, 수의 분해-합성 (2) 수의 상대적 크기 (3) 수의 절대적 크기 (4) 기준척도 사용 (5) 수-계산기호의 연관성 (6) 수 계산의 결과 이해 (7) 만든 전략 수행 (8) 유연하게 어렵셈하기와 어렵셈의 적절한 시점 인식 (9) 수 감각을 만들려는 경향
McIntosh, et al. (1995)	(1.1) 수의 순서 감각 (1.2) 수에 대한 다양한 표현 (1.3) 수 크기의 절대적, 상대적 감각 (1.4) 기준 치수 체계 (2.1) 계산 결과 이해하기 (2.2) 수학적 성질 이해하기 (2.3) 계산 사이의 관계 이해하기 (3.1) 문제 맥락과 필요한 계산과의 관계 알기 (3.2) 다양한 전략의 존재에 대한 인식 (3.3) 효과적인 방법 또는 표현을 사용하려는 경향 (3.4) 감각을 위해 정보와 결과를 검토하려는 경향
片桐重男(1995)	(1) 적절한 수나 숫자 사용의 직관적 판단 (2) 적절한 어렵수로 사용의 직관적 판단 (3) 수와 수 사이의 관계를 적절하게 생각 (4) 일상에 비추어 수치의 타당성이나 이상성 감지 (5) 계산 결과의 타당성을 직관적으로 판단
Reys, et al. (1999)	(1) 수의 의미와 크기를 이해하기 (2) 수의 동치 표현을 이해하고 활용하기 (3) 계산의 의미와 결과를 이해하기 (4) 동치식을 이해하고 활용하기 (5) 암산, 지필계산, 계산기 사용을 위해 융통성 있게 계산하고 세기 전략을 활용하기 (6) 기준척도를 활용하기
NCTM(2000)	(1) 수를 자연스럽게 분해 (2) 100 또는 1/2과 같은 수를 참조로 사용하기 (3) 문제 해결하기 위하여 산술 계산 사이의 관계를 사용하기 (4) 10진법 체계 이해하기 (5) 어렵하기 (6) 수를 이해하기 (7) 상대적인 수와 절대적인 수를 인지하기
Yang, et al. (2004)	(1) 수의 의미 이해하기 (2) 수의 크기 인식하기 (3) 적절한 기준체계 사용하기 (4) 수의 계산의 상대적인 효과 이해하기 (5) 어렵셈과 결과의 합리성 판단하기

내용 요소인 수와 관련해서 그것을 다시 수의 의미와 수의 크기에 대한 이해의 둘로 나눌 수 있다. 수의 의미 이해는 수의 의미(NCTM, 1989; 2000), 수 사이의 다양한 관계 이해(NCTM, 1989), 수의 분해·합성(Sowder, 1992; NCTM, 2000), 수의 순서에 대한 감각(McIntosh, et. al., 1995), 수의 다양한 표현(McIntosh, et. al., 1995; Yang, et. al., 2004) 이해, 10진법 체계 이해(NCTM, 2000) 등을 포함한다. 수의 크기 이해는 수의 절대적 크기와 상대적 크기 이해(NCTM, 1989, 2000; Sowder, 1992; McIntosh, et. al., 1995), 기준척도(benchmark) 사용(Sowder, 1992; McIntosh, et. al., 1995; Reys, et. al., 1999; NCTM, 2000; Yang, et. al., 2004) 등을 포함한다. 수의 절대적 크기 이해는 예를 들어 3백명, 3천명, 3만명, 3백만명 중에서 콘서트홀에 수용 가능한 인원이 될 수 있는 수로 3만명을 택하는 것과 관련이 있다. 수의 상대적 크기는 예를 들어, 3과 5의 차이와 123과 125의 차이는 동일하다는 것을 파악하는 것과 관련이 있다. 기준척도 사용은 7/8과 9/10의 합이 2보다 작다는 것을 파악하는 것과 같이 기준척도 1을 효율적으로 사용하는 것과 관련이 있다(Sowder, 1992, p.5). 계산과 관련된 요소는 수·계산·기호의 연관성 이해(Sowder, 1992), 계산 결과의 이해(Sowder, 1992; McIntosh, et al., 1995; Reys, et al., 1999), 수학적 성질 이해, 계산 사이의 관계 이해, 문제 맥락과 필요한 계산 사이의 관계 이해(McIntosh, et. al., 1995), 다양한 전략의 존재에 대한 인식(McIntosh, et. al., 1995; Reys, et. al., 1999) 등을 포함한다. 어렵과 관련된 요소는 어렵수(estimating numerosity), 어렵셈(computational estimating), 유연한 어렵셈과 어렵셈의 적절한 시점 의식(Sowder, 1992; NCTM, 2000), 어렵의 역할 이해, 다양한 과정과 결과 인식, 어렵셈의 맥락에 대한 적절성 파악

(Sowder & Wheeler, 1989), 어렵셈 결과의 합리성 판단(Yang, et. al., 2004) 등을 포함한다.

선행연구에서 추출할 수 있는 수 감각의 과정 요소는 (참조물과 함께) 주변에서 적절한 대상 찾기, 해결 전략 찾기, 실생활에서 수 감각을 사용하려는 경향 등이다. 이것은 이해의 특정 측면과 관련된 것으로, 수와 계산이 사용되는 맥락 파악 과정, 수와 계산 지식을 파악하는 과정, 수와 계산이 특정 맥락에서 적절하고 합리적으로 사용되었는지를 판단하는 과정으로 요약할 수 있다.

수 감각의 내용 요소와 과정 요소를 포함하여 수 감각의 모델을 [그림 II-1]과 같이 구체화할 수 있다. 즉, 수 감각이 발휘되는 과정은 실생활 맥락에서 수와 계산을 사용하는 과정, 수와 계산에 대한 지식을 이해하는 과정, 수와 계산에 대한 지식을 실생활에 응용하는 과정, 실생활에 응용된 수 감각이 실생활 맥락에서 드러나는 과정으로 구분해 볼 수 있다. 이 네 과정은 순환적으로 반복되며, 점진적으로 심화되면서 발달한다.



[그림 II-1] 수 감각의 모델

지금까지의 논의를 바탕으로 수 감각의 요소를 분류할 수 있다. 즉, 수 감각의 내용 요소에 따라 수, 계산, 어렵으로 구분하고 각각의 내용 요소에 과정 요소를 포함시켜 하위요소를 추출한다. 각각의 하위요소는 특정 연령이나 학년에 연동되는 것이 아니므로, 특정 연령 혹은

특정 학년에서 그 하위요소를 모두 가르칠 수 있는 것은 아니다. 어떤 요소는 다른 요소의 개발을 위해서 먼저 개발되어야 하기도 하므로 시간적인 선후관계 혹은 인과관계가 존재한다. 수 감각을 파악하기 위한 논의를 위해 수 감각과 관련된 요소를 종합적으로 나타내면 <표 II-2>와 같다. 그래서 <표 II-2>에서 보여주고 있는 수 감각 요소를 행동적으로 보여주면 수 감각이 있다고 말할 수 있다.

### III. 수 감각 지도 내용의 분석

2006년에 새 교육과정이 고시되었고, 이에 따라

2009년에 초등학교 1-2학년, 2010년에 초등학교 3-4학년, 2011년에 초등학교 5-6학년에서 새 교육과정이 순차적으로 시행된다. 현재까지 개정 교육과정과 개정 해설서, 초등학교 1-2학년 교과서가 간행되었고, 초등학교 3-6학년 교과서는 아직 간행되지 않았다. 이하에서는 초등학교 개정 교육과정과 개정 해설서, 초등학교 1-2학년 교과서를 중심으로 수 감각 지도 내용을 분석한다. 개정 교육과정에서는 수 감각이라는 용어를 찾을 수 없지만, 개정 해설서에서는 <표 III-1>과 같이 13번이나 나타나고 있다. 수 감각을 ‘양감(量感)’으로 잘못 표기된 3곳을 포함하면(교육과학기술부, 2008a, p.64, p.84, p.95), 수 감각이라는 용어는 실제로는 모두 16번 나타난다. <표 III-1>과 같이,

<표 II-2> 수 감각의 요소

내용 요소	수 감각 요소	
수	일상생활에서 수를 파악	<ul style="list-style-type: none"> <li>일상생활에서 수의 사용을 확인</li> <li>일상생활에서 수를 사용하려는 경향</li> </ul>
	수의 의미 이해	<ul style="list-style-type: none"> <li>수의 의미 이해</li> <li>수의 다양한 표현 사용</li> <li>수 사이의 순서 관계 이해</li> <li>자릿수 및 수 체계 이해</li> <li>수의 합성과 분해</li> </ul>
	수의 크기 이해	<ul style="list-style-type: none"> <li>수의 절대적 크기 이해</li> <li>수의 상대적 크기 이해</li> <li>기준척도 사용하기</li> </ul>
계산	계산의 필요성과 의미 파악	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제 맥락에 적절한 계산 결정</li> <li>수, 계산, 기호의 연관성 이해</li> <li>계산의 의미 파악</li> </ul>
	계산 성질 이해	<ul style="list-style-type: none"> <li>교환성, 결합성, 분배성, 항등성, 역관계</li> <li>여러 가지 계산의 실행 순서 파악</li> </ul>
	계산 사이 관계 파악	<ul style="list-style-type: none"> <li>덧셈/곱셈, 뺄셈/나눗셈, 덧셈/뺄셈, 곱셈/나눗셈</li> </ul>
	다양한 계산 전략 사용	<ul style="list-style-type: none"> <li>다양한 계산 방법 사용(암산, 계산기, 지필 계산 등)</li> <li>새로운 사고 전략을 창조 혹은 결합</li> <li>효율적 계산 위해 수의 동치 표현 사용</li> </ul>
	계산 결과 이해	<ul style="list-style-type: none"> <li>정확하게 계산하기</li> <li>범자연수 계산, 분수/소수 계산</li> <li>계산 결과의 합리성 판단</li> </ul>
어림	어림수·어림셈	<ul style="list-style-type: none"> <li>(어림수) 특정수를 어림</li> <li>(어림셈) 어림집착하여 계산 결과 예상</li> <li>어림의 적절성 인식</li> </ul>
	다양한 어림 전략 사용	<ul style="list-style-type: none"> <li>다양한 어림 방법 사용</li> <li>어림하기 위해 수의 동치 표현 사용</li> </ul>
	어림의 합리성 판단	<ul style="list-style-type: none"> <li>어림값이 과잉인지 부족인지 판단</li> <li>어림셈으로 계산의 합리성을 인식</li> <li>어림셈의 제한점 인식과 error 측정</li> </ul>

<표 III-1> 해설서에 나타난 ‘수 감각’ 용어

학년	영역	내용
지도 의의	수와 연산 영역	연산은 수학의 가장 기본적인 기능으로, 계산 기능이 숙달되면 수학 학습에도 도움이 된다. 그러나 지금까지의 학교 수학에서는 계산 기능을 향상시키는 데 지나치게 중점을 두고, 계산 단계를 세분화하여 많은 시간을 할애해 왔다 그 결과 계산 능력 못지않게 수학에서 강조되어야 할 내용인 연산의 의미, 수 감각 등은 소홀히 다루어져 왔다. 수와 연산 영역은 이전 교육과정에서 수 영역과 연산 영역으로 구분되어 있었던 것을 제7차 교육과정에서 통합하였다. 수와 연산 영역에서는 자연수, 분수, 소수에 대하여 수를 바르게 읽고 쓰고 수들 사이의 관계를 이해하며 수의 성질을 탐구함으로써 수 감각을 개발하는 데 중점을 두고 있다.
1	1) 수와 연산 ㄷ 100까지의 수	구체물을 이용하여 두 자리 수의 위치적 기수법과 자릿값을 이해하게 한다. 두 자리 수의 지도는 먼저 10씩 묶어 세는 활동을 통하여 열 스물 서른 ... 또는 십 이십 삼십 ...으로 능숙하게 셀 수 있게 한다. 다음으로 구체물을 이용하여 두 자리 수를 10개씩 묶음과 날개로 나타내어 보도록 하여 두 자리 수에 대한 수 감각 <sup>3)</sup> 을 익히고 위치적 기수법의 기초개념을 이해하게 한다.
	1) 수와 연산 ㄹ 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈	수의 합성과 분해는 수 감각을 기르고 덧셈과 뺄셈을 지도하는 데 필수적이다. 구체물을 이용하여 여러 가지 방법으로 하나의 수를 두수로 가르거나 두 수를 모아서 하나의 수를 만들어봄으로써 주어진 수에 대한 보수 관계를 이해할 수 있고 이를 통해 유연한 수 감각을 개발할 수 있다.
2	1) 수와 연산 ㄷ 1000까지의 수	1이 100인 수 99보다 1 큰 수 90보다 10 큰 수 등 여러 가지 방법으로 표현하게 하여 수 감각을 개발하도록 한다.
	1) 수와 연산 ㄹ 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈	학생들 스스로 여러 가지 방법으로 계산해 보게 하거나 계산을 하기 전에 계산 결과를 어렵해보게 함으로써 수 감각이나 사고력을 신장시키고 실생활에서 수학을 활용할 수 있도록 한다.
3	1) 수와 연산 ㄷ 10000까지의 수	10000까지 수의 자릿값과 위치적 기수법을 이해하고, 수를 읽고 쓸 수 있게 한다. 2학년에서 학습한 1000까지 수의 자릿값과 위치적 기수법에 대한 이해를 바탕으로 3학년에서는 10000까지 수의 자릿값과 위치적 기수법을 이해하게 한다. 자연수의 자릿값의 원리에 따르면 날개가 10이면 이를 묶어서 10이라 하고 10씩 묶음이 10이면 이를 다시 묶어서 100이라하고 100씩 묶음이 10이면 이를 다시 묶어 1000이라고 한다. 이러한 이해를 바탕으로 네 자리 수를 읽고 쓸 수 있도록 한다. 또 구체물이나 수직선을 이용하여 네 자리 수에 대한 수 감각 <sup>4)</sup> 을 익히도록 하고 10000은 9999 다음의 수로 도입한다.
	1) 수와 연산 3 곱셈	여러 가지 방법으로 곱을 구하는 활동이나 곱셈을 하기 전에 답을 먼저 어렵해보는 활동을 통하여 수 감각이나 사고력을 신장시키고 간단한 경우에는 암산으로 계산할 수 있게 한다.
4	1) 수와 연산 ㄷ 다섯 자리 이상의 수	10000이상의 수를 기계적으로 읽고 쓰는 데 중점을 두기 보다는 수 감각 개발에 중점을 두어 실생활에서 이러한 수들이 사용되는 경우를 찾아봄으로써 큰 수에 대한 수 감각 <sup>5)</sup> 을 기를 수 있게 한다.
	1) 수와 연산 ㄹ 자연수의 사칙계산 -곱하는 수가 두 자리인 곱셈	계산방법을 기계적으로 연습하는 데 중점을 두기보다는 계산을 하기 전에 여러 가지 방법으로 계산 결과를 어렵해보고 계산기를 사용해서 확인해봄으로써 수 감각을 개발하고 계산결과와 타당성을 확인할 수 있게 한다.
	1) 수와 연산 ㄹ 자연수의 사칙계산 -나누는 수가 두 자리인 나눗셈	계산방법을 기계적으로 연습하는 데 중점을 두기보다는 계산을 하기 전에 여러 가지 방법으로 계산 결과를 어렵해보고 계산기를 사용해서 확인해봄으로써 수 감각을 개발하고 계산결과와 타당성을 확인하는 기회를 제공한다.
	1) 수와 연산 3 여러 가지 분수	또 분수에 대한 수 감각을 이용하여 0, 1에 가까운 분수를 찾아 크기를 비교하게 할 수도 있다.
5	1) 수와 연산 3 소수	소수에 대한 수 감각을 이용하여 직접적으로 소수의 크기를 비교하게 할 수도 있다.
	1) 수와 연산 ㄹ 약분과 통분	분수에 대한 수 감각을 이용하여 직관적으로 분수의 크기를 비교하게 할 수도 있다.

- 3) 해설서에 ‘두 자리 수에 대한 양감’이라고 표기되어 있으나, 여기서 ‘양감’은 ‘수 감각’의 오기인 것으로 보인다(교육과학기술부, 2008a, p.64).
- 4) 해설서에 ‘네 자리 수에 대한 양감’이라고 표기되어 있으나, 여기서 ‘양감’은 ‘수 감각’의 오기인 것으로 보인다(교육과학기술부, 2008a, p.84).
- 5) 해설서에 ‘큰 수에 대한 양감’이라고 표기되어 있으나, 여기서 ‘양감’은 ‘수 감각’의 오기인 것으로 보인다(교육과학기술부, 2008a, p.95).

개정 해설서에서 명시적으로 제시한 수 감각 개발과 관련된 지도 내용은, 일상생활에서 수의 사용 확인, 수의 다양한 표현, 수 사이의 순서 관계 이해, 자릿수 및 수 체계 이해, 수의 합성과 분해, 다양한 계산 방법 사용, 어려워하여 계산 결과 예상,어림셈으로 계산의 합리성 인식 등이다. 초등학교

1학년에서는 위치기수법과 자릿값 이해, 수의 합성·분해 활동을 강조하고, 초등학교 2학년에서는 여러 가지 방법으로 수를 표현하기, 어림셈 활동을 강조한다. 즉, 초등학교 1-2학년에서의 수 감각은 수의 분해와 합성, 수의 계산 전에 주로 어림해보기 활동을 강조한다.

<표 III-2> 개정 교육과정에서 찾을 수 있는 수 감각 요소

내용 요소	수 감각 요소	1학년	2학년
수	일상생활에서 수를 파악		
	수의 의미 이해	<ul style="list-style-type: none"> <li>0과 100까지의 수 개념을 이해하여 수를 세고 읽고 쓸 수 있다.</li> <li>100까지의 수 범위에서 수 계열을 이해하고, 수의 크기를 비교할 수 있다.</li> <li>100까지의 수에 대한 위치적 기수법의 기초 개념을 이해한다.</li> <li>10 이하의 수 범위에서 두 수로 분해하고, 두 수를 하나의 수로 합성할 수 있다.</li> <li>수 세기가 필요한 상황에서 묶어 세기, 뛰어 세기를 할 수 있다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>일, 십, 백의 자릿값의 의미와 위치적 기수법을 이해하고, 1000까지의 수를 읽고 쓸 수 있다.</li> <li>- 여러 가지 방법으로 표현하게 하여</li> <li>세 자리 수의 계열을 이해하고, 크기를 비교할 수 있다.</li> <li>연속량의 등분할을 통하여 분수를 이해하고, 읽고 쓸 수 있다.</li> </ul>
	수의 크기 이해		
계산	계산의 필요성과 의미 파악	<ul style="list-style-type: none"> <li>덧셈과 뺄셈이 이루어지는 상황을 알고, 덧셈과 뺄셈의 의미를 이해한다.</li> <li>덧셈과 뺄셈을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>곱셈이 이루어지는 상황을 알고, 곱셈의 의미를 이해한다.</li> <li>덧셈과 뺄셈을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.</li> </ul>
	계산 성질 이해	<ul style="list-style-type: none"> <li>합이 10이 되는 덧셈식과 '10-(한 자리 수)'인 뺄셈식을 통하여 10에 대한 보수를 찾을 수 있다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>두(세) 자리 수의 범위에서 세 수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.</li> <li>- 덧셈의 교환성이나 결합성을 경험할 수 있게 한다.</li> </ul>
	계산 사이 관계 파악	<ul style="list-style-type: none"> <li>덧셈과 뺄셈의 관계를 이해한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>덧셈과 뺄셈의 관계를 이해한다.</li> </ul>
	다양한 계산 전략 사용		
	계산 결과 이해	<ul style="list-style-type: none"> <li>한 자리 수끼리의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.</li> <li>'(두 자리 수)-(한 자리 수)'의 계산을 할 수 있다.</li> <li>한 자리 수인 세 수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.</li> <li>두 자리 수의 범위에서 받아올림이 없는 덧셈을 할 수 있다.</li> <li>두 자리 수의 범위에서 받아내림이 없는 뺄셈을 할 수 있다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>두 자리 수의 범위에서 받아올림이 있는 덧셈과 받아내림이 있는 뺄셈을 할 수 있다.</li> <li>세 자리 수의 범위에서 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.</li> <li>곱셈구구를 이해하고, 한 자리 수의 곱셈을 할 수 있다.</li> </ul>
어림	어림수·어림셈		<ul style="list-style-type: none"> <li>두 자리 수의 범위에서 받아올림이 있는 덧셈과 받아내림이 있는 뺄셈을 할 수 있다.</li> <li>- 계산을 하기 전에 계산결과를 어림해보게 한다.</li> </ul>
	다양한 어림 전략 사용		
	어림의 합리성 판단		



개정 교육과정에서 수 감각이라는 용어를 사용하지 않은 채 개정 해설서에서 수 감각과 관련된 몇 가지 활동만을 구체적으로 기술하고 있지만, 실제로는 개정 교육과정의 ‘수와 연산 영역’의 많은 내용이 수 감각의 요소에 해당한다. 개정 교육과정에서 제시하고 있는 수 감각 지도 내용을 <표 II-2>에서 제시한 수 감각의 요소를 바탕으로 분석하면 <표 III-2>와 같다. <표 III-2>에서 ‘●’은 내용 수준에서 기술한 것이고, ‘○’은 내용에 대한 해설 수준에서 기술한 것이다.

수 영역에서는 주로 수의 의미 이해(수 개념 이해, 수를 세고 읽고 쓰기, 수의 순서, 위치적 기수법, 수의 분해·합성, 묶어 세기와 뛰어 세기, 수의 다양한 표현)를 강조하지만, 일상생활에서 수 파악하기와 수의 크기 이해에 관한 내용은 거의 찾을 수 없다. 계산 영역의 하위 요소 중에서 계산의 필요성과 의미 파악, 계산의 성질 이해, 계산 사이의 관계 파악, 계산 결과 이해를 다루고 있다. 계산 결과 이해에서는 대체로 정확하게 계산하는 것에 초점이 맞추어져 있다. 계산의 결과에 따르는 영향이나 계산 결과의 합리성을 결정하는 활동은 제시하지 않고 있다. 다양한 계산 전략을 사용하여 실생활에서 문제를 해결하도록 지시하고 있으나, 다양한 계산 전략에 대한 구체적인 설명을 찾을 수 없다. 어림 영역에 해당하는 요소는 개정 해설서에서만 나타난다. 개정 해설서에서 1-2학년에게 해당하는 수 감각 지도 내용으로 제시한 것이 수의 의미(위치기수법과 자릿값, 수의 합성과 분해 활동, 수의 다양한 표현)와 어림셈 활동뿐이었으나, 내용상으로는 수의 의미(수의 의미, 수의 순서, 위치기수법과 자릿값, 수의 합성과 분해 활동, 수의 다양한 표현), 계산의 필요성과 의미 파악, 계산 성질 이해, 계산 사이의 관계 파악, 계산 결과 이해, 어림수·어림셈 활동

을 포함하고 있다. 이와 같이 <표 II-2>의 수 감각의 구성 요소에 따라 개정 교육과정 중 ‘수와 연산’ 영역을 분석한 결과, 수에 관한 부분과 계산에 관한 부분뿐만 아니라 어림에 관한 부분을 강조하고 있음을 알 수 있었다. 한편, 기존 연구에서 수 감각의 개발을 위한 지도 내용으로 강조되어 왔던 수의 절대적 크기, 상대적 크기, 기준척도 사용에 관한 ‘수의 크기 이해’ 요소는 다루지 않고 있음을 알 수 있다. 또한 표준 알고리즘 이외의 다양한 계산 전략을 사용하도록 하는 것도 다루지 않고 있음을 알 수 있다.

1-2학년용 교과서에는 수 감각의 요소 중에서 수의 의미 이해, 계산의 필요성과 의미 파악, 계산 성질 이해, 계산 사이 관계 파악, 계산 결과 이해, 어림수·어림셈 활동을 포함하고 있다. 반면에, 일상생활에서 수를 파악, 수의 크기 이해, 다양한 계산 전략 사용, 다양한 어림 전략 사용, 어림의 합리성 판단과 관련된 요소는 포함하지 않고 있다.

첫째로, 수와 관련된 것을 찾아보기로 하자. <1-1> 교과서에서는 0과 50까지의 수 개념 이해(교육과학기술부, 2008b, pp.6-9, 22-25, 90-99), 수 계열과 수의 순서 이해(교육과학기술부, 2008b, pp.10-13, 16-17, 26-33, 100-103), 위치적 기수법 이해(교육과학기술부, 2008b, pp.90-99), 9이하의 수 범위에서 수의 분해·합성(교육과학기술부, 2008b, pp.50-57)을 포함하고 있다. 수의 분해·합성을 위해 예를 들어, 토끼 4마리를 갈라서 그려보고, 해당되는 수를 적게 하고, 갈라져 있는 2마리 토끼와 2마리 토끼를 합쳐서 그려보고, 2와 2를 합쳐서 4로 표현하게 한다. <1-2> 교과서에서는 1000까지의 수 개념 이해(교육과학기술부, 2008c, pp.4-9), 수 계열과 순서 이해(교육과학기술부, 2008c, pp.10-13), 위치적 기수법 이해(교육과학기술부, 2008c, pp.4-9), 10의 분해·합

성(교육과학기술부, 2008c, pp.40-45), 묶어 세기(교육과학기술부, 2008c, pp.16-17)를 포함하고 있다. 묶어 세기는 날개 10개를 묶어 세어서 10진법을 이해하도록 하는 것을 제외하고는, 거의 제시하지 않고 있다. <2-1> 교과서에서는 1000까지의 수 개념과 위치적 기수법 이해(교육과학기술부, 2008d, pp.4-11), 수 계열과 순서 이해(교육과학기술부, 2008d, pp.14-15), 수의 다양한 표현(교육과학기술부, 2008d, pp.4-5), 묶어 세기와 뛰어 세기(교육과학기술부, 2008d, pp.12-13, 16-17, 108-109)를 포함하고 있다. 수의 다양한 표현으로는, 개정 해설서에서 제시하듯이, ‘100을 1이 100인 수, 99보다 1 큰 수, 90보다 10 큰 수’로 나타내는 것을 제시하고 있다. 구체적으로는 공깃돌이 한 통에 10개씩 들어있는데 10통이 있는 경우에 공깃돌을 세는 맥락에서 공깃돌을 하나씩 세면, 96, 97, 98, 99 그리고 그 다음에 100이라는 것, 공깃돌을 10개씩 세면, 60, 70, 80, 90 그리고 그 다음에 100이라는 것을 확인한다(교육과학기술부, 2008d, pp.4-5). 뛰어 세기를 위해 예를 들어, 10씩 뛰어 세기에서 270 다음의 수를 찾거나 100씩 뛰어 세기에서 452 다음의 수를 찾게 한다(교육과학기술부, 2008d, p.13). 묶어 세기를 위해 예를 들어, 아이스크림 15개가 그려진 그림에서 아이스크림을 5개씩 묶어서 3묶음이 됨을 살펴보고 전체 개수를 찾게 한다(교육과학기술부, 2008d, p.109). 이러한 동수누가(同數累加)의 아이디어는 곱셈 학습으로 이어진다. <2-2> 교과서에서는 분수의 의미 이해(교육과학기술부, 2008e, pp.74-85)를 포함하고 있다.

둘째로, 계산과 관련된 것을 찾아보기로 하자. 1학년에서 덧셈과 뺄셈, 2학년에서 곱셈을 취급한다. ‘계산의 필요성과 의미 파악’은 덧셈, 뺄셈, 곱셈을 도입하는 과정에서 필수적으로 제시되어야 한다. 덧셈과 뺄셈은 수의 분해·합성으로 도입하고, 곱셈은 묶어 세기로 도입한다. 그것은 수의 의

미 이해와 연결되어 있다. 1-2학년 교육과정에서 ‘계산 성질 이해’와 관련해서 덧셈의 교환성과 결합성을 제시하고 있다. <1-1> 교과서에서는 한 자리 수의 덧셈의 교환성(교육과학기술부, 2008b, pp.68-71), <1-2> 교과서에서는 세 수의 덧셈과 뺄셈에서 사용하는 결합성(교육과학기술부, 2008c, pp.88-89), <2-1> 교과서에서는 덧셈의 교환성과 결합성(교육과학기술부, 2008d, p.30), 세 수의 덧셈과 뺄셈에서 사용하는 결합성(교육과학기술부, 2008d, p.30, 58-59), <2-2> 교과서에서는 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈에서 사용하는 교환성과 결합성(교육과학기술부, 2008e, pp.34-35, 60, 67)을 포함하고 있다. ‘계산 사이의 관계 파악’과 관련해서는 덧셈과 뺄셈의 관계를 탐구하는 활동을 포함하고 있다(교육과학기술부, 2008b, pp.66-67; 2008c, p.56, 72-73; 2008d, p.57). ‘다양한 계산 전략 사용’과 관련된 것은 찾을 수 없다. ‘계산 결과 이해’는 주로 덧셈, 뺄셈, 곱셈을 정확하게 계산하는데 초점이 맞추어져 있다. 계산의 결과가 어떤 영향을 주는지, 선택한 계산은 적절했는지에 대한 반성 활동은 찾기 어렵다. 수 영역과 계산 영역에서 상호유기적으로 관련되는 요소가 있다. 수의 분해·합성은 덧셈과 뺄셈의 의미 이해, 계산 성질 이해, 계산 사이의 관계와 연결된다. 수의 분해·합성은 더하고 빼는 활동과 그 역과정을 자연스럽게 사용하기 때문에 덧셈과 뺄셈의 의미, 그리고 덧셈과 뺄셈의 관계를 의미 있게 이해하도록 해 준다. 수의 분해·합성 다음에 바로 덧셈과 뺄셈을 제시하는 것은 두 개의 활동이 연결되어 있기 때문이다. 두 수를 더하고 빼는 과정에서 10을 두 개의 수로 분해하게 되므로, 두 수의 덧셈과 뺄셈은 계산의 성질 중 교환성과 결합성의 이해와 관련된다. 예를 들어 <2-1> 교과서에서 여러 가지 방법으로 ‘57-10+2’를 계산하는 문제를 두 가지 방법으로 해결한다. 하나는 8을 빼는 대신 10을 빼고 2를 더하는 방법, 다른 하나는 8을 빼는 대신 7을 먼저 빼고

1을 빼는 방법이다. 결합성이라는 용어를 사용하지는 않았지만, 실제로는 계산 사이의 결합법칙을 사용하고 있다(교육과학기술부, 2008d, p.30). 묶어 세기는 곱셈의 이해와 관련된다. 묶어 센다는 것은 동수누가의 아이디어로, 곱셈의 직관적인 의미를 제공한다. 실제로 교과서에는 곱셈의 이해를 위해서 먼저 묶어 세는 활동을 제공한다.

셋째로, 어렵과 관련된 것을 찾아보기로 하자. 어렵과 관련해서는 어렵수·어렵셈만 포함하고 있다. <2-2> 교과서에는 어렵수와 어렵셈과 관련된 활동을 포함하고 있다(교육과학기술부, 2008e, p.25, 27, 30, 32). 예를 들어, 260원과 320원을 합하기 전에 260이 200보다는 300에 가깝고, 320이 400보다는 300에 가까우므로 대략 그 합이  $300+300=600$ 에 가까울 것이라고 어렵하게 하고 있다. 또, 690에서 230을 빼기 전에 690이 600보다는 700에 가깝고, 230은 300보다는 200에 가까우므로 그 차가  $700-200=500$ 에 가까울 것이라고 어렵하게 하고 있다. 개정 해설서에 명시되어 있듯이, 이러한 전개는 어렵셈을 위한 내용이지만, 어렵수를 의도한 것은 아니다. 그러나 어렵셈을 위한 과정으로 어렵수를 구하는 활동을 포함하고 있다.

#### IV. 수 감각 지도 내용에 관한 비판

개정 해설서에서 수 감각이라는 용어를 자주 사용하고 있기는 하지만, 개정 해설서 내에서는 여전히 수 감각이 무엇인지 분명하지 않다. 개정 해설서의 ‘수와 연산 영역’의 지도 의의에는 “계산 능력 못지않게 수학에서 강조되어야 할 내용인 연산의 의미, 수 감각 등은 소홀히 다루어져” 왔던 문제점을 지적하면서 “자연수, 분수, 소수에 대하여 수를 바르게 읽고 쓰고 수들 사이의 관계를 이해하며 수의 성질을 탐

구함으로써 수 감각을 개발하는 데 중점을” 둘 것을 주장한다(교육과학기술부, 2008a, p.57). 수를 바르게 읽고 쓰고 수 사이의 관계를 이해하며 수의 성질을 탐구하면 수 감각이 저절로 개발되는가? 지금까지도 수를 바르게 읽고 쓰고 수 사이의 관계를 이해하며 수의 성질을 탐구해 왔는데, 그 동안은 수 감각이 개발되지 않았는가? 개정 해설서에서는 이런 의문에 대해서 답을 주지 못한다. 오히려 수 감각의 정체를 모호하게 만든다. 개정 해설서에서는 “두 자리 수를 10개씩 묶음과 날개로 나타내어 보도록 하여 두 자리 수에 대한 양감을 익히고 위치적 기수법의 기초 개념을 이해한다(교육과학기술부, 2008a, p.64).”와 같이 ‘양감’이라는 용어를 사용하고 있다. 이 연구에서 보기에 그것은 ‘수 감각’의 오기이다. 이러한 예는 개정 해설서에 사용하고 있는 ‘수 감각’의 의미를 더욱 불분명하고 모호하게 만든다. 개정 해설서를 통해서 알 수 있는 것은 ‘수와 연산 영역’에서 수 감각의 개발을 목표로 한다는 것과 수 감각의 개발을 위해서 일상생활에서 수의 사용을 확인, 수의 다양한 표현, 수 사이의 순서 관계 이해, 자릿수 및 수 체계 이해, 수의 합성과 분해, 다양한 계산 방법 사용, 어렵하여 계산 결과 예상, 어렵셈으로 계산의 합리성 인식 등이 필요하다는 것뿐이다. 그러나 이 정도로는 수 감각의 요소가 무엇인지, 수 감각이 있다는 것의 현상적인 모습이 무엇인지, 수 감각의 개발을 위해 어떻게 지도하는 것이 바람직한지 등을 알 수 없다.

개정 해설서에 나타난 수 감각의 범위가 불분명하다. “계산 능력 못지않게 수학에서 강조되어야 할 내용인 연산의 의미, 수 감각 등은 소홀히 다루어져(교육과학기술부, 2008a, p.57)”에서 볼 수 있듯이 수 감각은 계산 감각과 분리되어 있다. 그러나 수 감각과 관련된 지도 내용은 계산

과 관련되어 있다. 예를 들어, “계산방법을 기계적으로 연습하는 데 중점을 두기보다는 계산을 하기 전에 여러 가지 방법으로 계산 결과를 어렵게 보고(교육과학기술부, 2008a, p.95)”에서 볼 수 있듯이 수 감각은 계산과 관련되어 있다. 계산 감각의 포함 여부는 수 감각의 범위의 문제이기 때문에, 개정 교육과정에서 수 감각의 의미가 계산 감각을 포함한 넓은 의미인지, 아니면 수와 관련한 것만을 포함하는 좁은 의미인지를 분명히 할 필요가 있다.

개정 해설서에서는 수 감각이라는 용어를 일관되지 않게 사용한다. 예를 들어 수의 분해·합성은 덧셈과 뺄셈을 위한 활동이라고 명시적으로 기술하고 있지만, 묶어 세기는 곱셈을 위한 활동이라는 것을 기술하고 있지 않다. 개정 해설서에서 “수 세기가 필요한 상황에서 묶어 세기, 뛰어 세기를 할 수 있다(교육과학기술부, 2008a, p.65).”고 기술하고 있으나, 교과서에서는 묶어 세기를 거의 제시하지 않고 있다. 개정 해설서에서 덧셈·뺄셈과 관련하여 수의 분해·합성을 강조하였듯이, 곱셈과 관련하여 묶어 세기를 강조하는 것이 바람직하지만, 그렇게 하고 있지 않다. 또 개정 해설서에서는 1학년에서 묶어 세기 활동을 제시하였으나, 곱셈이 2학년 과정에서 등장하기 때문에 1학년에서 묶어 세기 필요가 있는 맥락이 등장하지 않는다. 만약 10진법과 관련하여 10개씩 묶어 세어서 십의 자리를 구성하는 지도 내용을 묶어 세기 활동이라고 한다면, 개정 해설서에서 1학년 과정에서 묶어 세기와 위치적 기수법과의 관련성을 기술하는 것이 바람직하다.

개정 해설서에 포함된 수 감각의 요소가 제한적이다. 수 영역에서는 일상생활에서 수를 사용하려는 경향이거나 어떤 상황을 수로 파악하려는 경향 등과 같은 요소는 다루지 않고 수의 의미만을 중점적으로 다룬다. 수 감각이 뛰어나다고 한

다면, 수의 의미를 이해하는 것뿐만 아니라 특정 맥락을 수로 파악하는 능력이나 특정 맥락에서 제시된 수를 합리적이고 유연하게 사용할 수 있는 능력도 높다고 볼 수 있으므로, 수의 의미 이해만을 다루는 것은 수 감각 개발이라는 목적 달성에 미흡하다. 계산과 관련해서 계산 성질의 이해, 계산 사이의 관계 파악에 대해서는 다루지만, 주어진 상황에서 필요한 계산의 결정과 관련된 것은 다루지 않는다. 특히 계산 결과의 이해는 주로 정확한 계산을 수행하는데 초점이 맞추어져 있어서 계산에 의해서 주어진 수가 어떻게 변하는지를 관찰한다거나 계산의 결과가 합리적인지를 판단하는 활동은 거의 찾기 어렵다. 수 감각의 개발을 위해서는 정확한 계산보다는 계산 결과의 합리성을 판단하는 능력이 더욱 중대시 되지만, 그것과 관련된 지도 내용은 미흡하다. 개정 해설서에서는 어렵셈과 관련된 지도 내용을 제시하고 있지만, 어렵수와 관련된 지도 내용은 제시하지 않고 있다. 어렵수는 일상생활에서 큰 수를 확인하거나 어떤 맥락을 수로 표현하려는 경향과 관련되는 수 감각의 핵심 요소이지만, 개정 교육과정에서는 그것을 고려하지 않고 있다.

개정 해설서에서 제시하는 수 감각 지도 내용을 1-2학년 교과서에서는 일관되지 않거나 빈약하게 구체화하고 있다. 예를 들어 수를 여러 가지 방법으로 표현하게 하는 활동과 관련하여, <2-1> 교과서에서는 오직 100에 한정하여, 100을 1이 100인 수, 99보다 1 큰 수, 90보다 10 큰 수로 표현하게 하는 활동만 제시하고 있다. 다른 수에 대해서는 유사한 활동이 존재하지 않을 뿐만 아니라, 분량도 1쪽뿐으로, ‘여러 가지 방법으로 표현하게 하여 수 감각을 개발하도록(교육과학기술부, 2008a, p.73)’ 하기에 충분치 않다. 개정 해설서에서는 ‘덧셈과 뺄셈이 이루어지는 상황을 알고, 덧셈과 뺄셈의 의미를 이해한다(교육과학기술부, 2008a, p.65)’고

기술하고 있으나, 교과서에서는 수의 분해·합성 활동으로부터 곧바로 수의 덧셈과 뺄셈을 도입한다. 맥락으로부터 덧셈과 뺄셈을 도입하는 것이 아니기 때문에 개정 해설서와 교과서가 일관되지 않다. 교과서에서 어림을 제시하고는 있지만, 그것과 관련해서 학생들이 스스로 사고할 수 있게 하는 맥락이 부족하다. 수 감각 개발을 위해서 정확한 계산뿐만 아니라 어림을 강조하고 있지만, 학생들이 할 수 있는 것은, 예를 들어 320이 300과 400 중에 어느 쪽에 더 가까운지를 판단하는 것뿐이다. 이것은 어림셈이기보다는 어림수를 구하는 활동이며, 그나마 학생들이 스스로 판단해서 하기보다는, 단지 교과서의 질문에 답하는 것이다. 이러한 내용으로 수 감각을 개발시키는 것은 쉽지 않다. 학생들도 계산 결과의 어림을 정확한 계산을 위한 중간 과정 혹은 보조적인 역할로 간주할 수 있다. 수 감각의 개발을 위해서는 학생들이 스스로 주어진 수를 어림수로 파악하고, 주어진 계산에 따라서 어림셈을 하게 하는 활동뿐만 아니라 어림한 값이 합리적인지를 판단하고, 다양한 전략으로 어림하게 하는 활동 등을 강조하고 구체화해야 한다.

## V. 결론

수 감각은 대체적으로 수와 계산 지식을 가지고 있을 뿐만 아니라 특정 맥락에서 이러한 지식을 적절하고 타당하게, 그리고 유연하게 사용할 수 있는 능력을 의미하는 것으로, 그 특징으로 유연성, 맥락 의존성, 메타인지성을 들 수 있다. 이 연구에서는 선행 연구를 메타 분석하여 수 감각의 요소를 잠정적으로 설정하였다. 각각의 요소가 완전히 분리된 것은 아니며 독립적이지도 않다. 또한 이러한 요소 분석

은 다른 기준에 의해 더 명확하게 이루어질 수 있다. 이 연구에서는 수 감각의 요소를 내용 요소와 과정 요소의 두 가지로 대별하고, 다시 하위 내용 요소를 수, 계산, 어림의 세 가지로 구분하였다. 세부적으로는 일상생활에서 수의 파악, 수의 의미 이해, 수의 크기 이해, 계산의 필요성 파악, 계산의 성질 이해, 계산 사이 관계 파악, 다양한 계산 전략 사용, 계산 결과 이해, 어림수·어림셈하기, 다양한 어림 전략 사용, 어림의 합리성 판단 등이 있다. 이 연구에서는 이것을 바탕으로 개정 교육과정, 개정 해설서, 초등학교 1-2학년 교과서의 수 감각 지도 내용을 분석하였다.

그 결과 수 감각의 개발을 위해서 수 감각 지도 내용을 풍부히 하고자 하는 의도를 여러 곳에서 찾을 수 있었지만, 몇 가지 문제점도 있음을 알 수 있었다. 개정 교육과정과 개정 해설서에 나타난 수 감각이 무엇인지 불분명하고, 수 감각의 개발을 위한 내용 요소를 개정 교육과정과 개정 해설서에서 일관되지 않게 사용하고 있었다. 또한 기존 연구에서 수 감각의 개발을 위한 내용 요소로 강조되어 왔던 내용의 일부는 다루어지지 않고 있었다. 교과서에 나타난 수 감각의 학습 내용들은 매우 빈약하거나 교육과정과 일관되지 않게 구체화되어 있었다. 차후 교육과정 개정에서 이러한 문제점이 해결되어야 할 것이다.

이 연구로부터 다음과 같은 세 가지 시사점을 도출할 수 있다. 첫째, 수 감각이 무엇인지에 대한 정확한 정의가 필요하다. 개정 교육과정과 개정 해설서에서는 수 감각이 무엇인지, 그것을 어떻게 지도할 것인지 알기 어렵다. 수 감각에 계산 감각을 포함할 것인지 말 것인지의 여부도 분명해야 한다. 개정 해설서의 서두에는 수 감각이 마치 수와 관련된 지도 내용을 통해 개발되어야 하는 것으로 기술되었지만, 수 감각의 개발을 위해

제시된 지도 내용에는 수에 관한 내용과 계산에 관한 내용이 모두 포함되어 있다. 수 감각이 전통적으로 다루어 왔던 수 학습과 어떻게 다른지도 구분되어야 한다. 이 연구에서는 내용 요소뿐만 아니라 과정 요소를 포함하는 것으로, 실제 맥락에서 수에 관한 지식을 적용하는데 필요한 제 과정을 포함하는 능력을 수 감각이라고 보았다. 이것은 수 학습에서 내용 요소를 제시했던 것과 달리 수 감각의 지도에서는 과정 요소를 고려해야 한다는 것을 의미한다. 이와 같은 관점에서 개정 해설서의 진술 방식에 대한 대안을 고려할 수 있다. 하나는 ‘수 감각의 개발’을 ‘수와 연산’ 영역의 학습 목표로 기술하고, 내용을 기술하는 부분에서는 배제하는 것이다. 현재의 진술 방식에서는 학습의 결과로 기대된다는 의미로 기술되어 있으므로 이를 학습 목표에서만 명확하게 진술하는 것이 일관성을 높일 수 있다. 또 다른 대안은 ‘수와 연산’이라는 내용 영역명을 ‘수 감각’ 혹은 ‘수 감각, 계산, 어림’이라고 제시하고 과정적인 측면을 보다 강조하는 방안이 있다. ‘수 감각’이라고 하는 경우에는 수 감각에 수, 계산, 어림셈을 포함하는 것이고, ‘수 감각, 계산, 어림’이라고 하는 경우에는 수 감각이 수에 대한 학습만을 고려한 것이다. 이러한 예를 1980년대부터 수 감각을 강조해 왔던 미국의 몇몇 주 교육과정에서 찾을 수 있다. 예를 들어 아리조나 교육과정과 뉴저지 교육과정에서는 수 감각을 수에 대한 직관적 이해에 한정시키고, 계산을 포함시키지 않는다(Arizona Department of Education, 2008; New Jersey Department of Education, 2008). 그리고 우리나라 교육과정의 ‘수와 연산’에 해당하는 영역을 수 감각, 수 계산, 어림셈으로 구분하였다. 한편, 캘리포니아 교육과정은 우리나라의 ‘수와 연산’ 영역에 해당하는 내용 영역을 ‘수 감각’이라고 하고, 그 하위에 수, 계산, 어림셈을 포함시켰다(California Department of Education, 2006).

둘째, 수 감각의 요소에 대한 구체적인 논의가 필요하다. 수 감각의 개발을 위한 활동을 기획하기 위하여 수 감각 요소에 대한 구체적인 논의가 필요하다. 개정 교육과정과 개정 해설서에 나타난 수 감각은 산발적으로 몇 가지 학습 활동에 대해서만 수 감각의 개발을 위해서라고 기술하고 있다. 예를 들어 수 감각의 개발을 위해서는 수의 분해와 합성 활동, 어림셈하는 활동, 여러 가지 방법으로 표현하는 활동이 필요하다는 것 등을 알 수 있을 뿐이다. 이 연구에서 제시한 수 감각의 요소에 따르면, 수 감각의 개발을 위해서는 여러 가지 맥락에서 나타나는 수를 파악하는 활동 즉, 수의 상대적 크기, 수의 절대적 크기를 파악하는 활동 그리고 기준척도를 사용하여 수의 크기를 파악하는 활동 등이 필요하다. 하지만 현재 교육과정에서는 수의 의미를 파악하는 활동을 주로 다루고 있어 전통적으로 수 영역에서 다루어졌던 내용과의 별로 차이가 없다. 수 감각은 기존에 수와 연산 영역에서 다루어 왔던 많은 내용을 포함할 뿐만 아니라 실제 맥락에서의 적용 능력을 강조하는 용어인 바, 실제 맥락에서의 적용을 강조하는 요소를 포함해야 한다. 예를 들어 계산의 결과를 어림하는 활동뿐만 아니라 실제 맥락에서 필요한 수를 어림하거나, 어림에 따른 계산의 결과의 변화를 이해하는 등의 요소를 포함할 수 있다.

셋째, 수 감각의 개발을 위하여 교과서에 맥락 의존적이고 유연한 사고를 요구하는 맥락을 제시해야 한다. 현재 교과서에서 제시된 맥락은 개정 해설서가 지시한 항목을 그대로 문제화한 형태일 뿐이지, 다양하고 유연한 사고를 요하는 맥락이 아니다. 어떤 맥락에서 수를 사용하고자 하는 경향, 또는 주어진 맥락에서 필요한 계산을 결정하는 전략, 주어진 수를 자신에게 유용한 정도로 어림하는 전략, 다양한 계산 전략을

수행하는 능력 등을 강조해야 하지만, 교과서의 맥락은 그러한 요구에 미치지 못하고 있다. 예를 들어 어렵의 경우, 312를 310으로 어렵할 수도 있고 300으로 어렵할 수도 있으나, 교과서의 맥락은 항상 312를 300으로 어렵할 수밖에 없도록 되어 있다. 따라서 수 감각 개발을 위한 어렵 활동에서 학생들이 할 수 있는 사고는 312가 300과 400 중에서 어느 쪽에 더 가까운가를 결정하는 것뿐이다. 수 감각 개발을 위한 교과서의 맥락은 단지 새로운 유형의 단답형 문제를 제시하는 형태로만 구체화되어 있어, 학생들이 할 수 있는 것은 새로운 유형의 단답형 문제를 해결하는 것에 한정되고 있다. 교과서 개발자는 맥락-의존적이어서 다양한 답변이 가능한 형식의 맥락을 개발해야 하며, 교과서에 그러한 맥락을 제공해야 한다. 예를 들어 버지니아 교육과정에 따른 교육 자료에서 2학년 학생들을 대상으로 한 분수 개념의 학습 내용을 살펴보면, 분수 개념을 쿠키를 공정하게 분배하기, 도형의 넓이가 같도록 나누기, 패턴블록으로 주어진 영역 채우기 등의 활동을 통해서 학습하게 한다(Virginia Department of Education, 2002). 학생들에게 물고기나 땅콩이 연상되는 도형을 주고 “두 개의 마음모를 가지고 자신만의 그림을 만들고 이와 관련된 분수를 학생들에게 설명하여라.”, “패턴을 만들고 주어진 도형의 분수 부분을 설명하여라.”와 같은 문제를 해결하게 한다(Virginia Department of Education, 2008). 이와 같이 정형화된 답이 존재하지 않고 학생들의 다양한 반응과 전략을 유도할 수 있는 맥락을 통하여 학생들의 수 감각 개발을 도모할 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- 교육과학기술부(2008a). 2007년 개정 초등학교 교육과정 해설(4) 수학, 과학, 실과. 서울: 교육과학기술부(2008b). 수학 1-1. 서울:두산동아. 교육과학기술부(2008c). 수학 1-2. 서울:두산동아. 교육과학기술부(2008d). 수학 2-1. 서울:두산동아. 교육과학기술부(2008e). 수학 2-2. 서울:두산동아.
- 김희선, 김정효(2000). 수 감각 발달을 위한 학습 프로그램 개발 연구- 초등학교 1학년을 중심으로. 이화여자대학교 교과교육연구소. **교과교육학연구**, 4.
- 남형채, 권점례(1999). 수 감각 및 수 감각 학습에 대한 소고. **한국수학교육학회 시리즈 E, <수학교육 논문집>**, 8(1), pp.77-89.
- 방정숙(2005). 초등학교 학생들의 계산능력과 수 감각 연구. **한국학교수학회논문집**, 8(4), pp.423-444.
- 선춘화, 전평국(2005). 초등학교 6학년 학생의 수 감각 실태 조사. **한국수학교육학회지 시리즈 A 수학교육**, 44(4), pp.587-602.
- 성승현, 전찬식, 노은환(2008). 수 감각 증진 프로그램의 개발 및 적용에 대한 효과 분석. **한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>**, 47(1), pp.61-74.
- 소연이(2000). 수 감각 발달을 위한 효과적 지도 방안에 관한 연구. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문. 서울교육대학교 교육대학원.
- 이용률(2001). 수학능력을 기르기 위한 초등학교 수학의 지도 II - 지도 원리와 사례. 서울: 경문사
- 이점미(2005). 초등학교 3학년 학생들의 수 감각 발달을 위한 프로그램 개발과 적용에 관한 연구. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문. 한국교원대학교 교육대학원.
- 片桐重男(1995). 數學的な考え方お育てる數の指導. 東京: 明治圖書.
- Arizona Department of Education(2008). *Arizona Academic content Standard Mathematics : 2008 Mathematics Standard Articulated by*

- Grade Level*. Arizona Department of Education. California Department of Education(2006). *Mathematics framework for California public school : Kindergarten through grade twelve (2005 edition)*. California Department of Education
- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, pp.170 - 218.
- Heymann, H. W. (2003). *Why teach mathematics? : A focus on general education*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- Howden, H. (1989). Teaching Number Sense. *Arithmetic Teacher*, 36(6), pp.6-11.
- National Council of Teachers of Mathematics(1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA : The Author.
- National Council of Teachers of Mathematics(2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA : The Author.
- Markovits, Z. & Sowder, J. T. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1), pp.4 - 29.
- Markovits, Z. & Pang, J. S. (2004). *Students' ability to cope with routine tasks and with number-sense tasks in Israel and in Korea*. Paper presented at the annual meeting of International Group for the Psychology of Mathematics Education. Bergen, Norway.
- McIntosh, A., Reys, B. J. & Reys, R. E. (1995). A Proposed framework for examining basic number sense. In P. Murphy, M. Selinger, J. Bourbe, & M. Briggs (Eds.), *Subject learning in the primary curriculum : A Proposed framework for examining basic number sense*. (pp.218-231). New York: The Open University.
- New Jersey Department of Education(2008). *New Jersey Core Curriculum Content Standards*. New Jersey Department of Education.
- Reys, R. (1988). Computation versus number sense. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 4(2), pp.110-112.
- Reys, B. J. (1992). *Curriculum evaluation standards for school mathematics : Developing number sense: Addenda series, grades 5-8*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Reys, R., Reys, B., McIntosh, A., Emanuelsson, G., Johansson, B. & Yang, D. C.(1999). Assessing number sense a students in Australia, Sweden, Taiwan, and The United States. *School Science and Mathematics*, 99(2), pp.61-70.
- Resnick, L. B. (1989). Defining, assessing, and teaching number sense. In J. Soeder, & B. Schappelle (Eds.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp.35-39). San Diego, CA: San Diego State University.
- Sowder, J. T. (1988). Mental computation and number comparison: Their roles in the development of number sense and computational estimation. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Research agenda for mathematics education: Number concepts and operations in the middle grades* (pp.182-197). Hillsdale.
- Sowder, J. T. & Wheeler, M. M. (1989). The development of concepts and strategies used in computational estimation. *Journal for*



- Research in Mathematics Education*, 20, pp.130-146.
- Sowder, J. T. (1992). Making sense of numbers in school mathematics. In G. Leinhardt, R. Putnam & R. Hattrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 1 - 51). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Virginia Department of Education(2002). *Mathematics standards of learning curriculum framework 2002*. Virginia Department of Education.
- Virginia Department of Education(2008). *K-5 mathematics module, number and number sense*. Office of Elementary Instructional Services Virginia Department of Education.
- Yang, D., Hsu, C. & Huang, M. (2004). A study of teaching and learning number sense for sixth Yagrade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2, pp.407 - 430.

# An Contents Aanalysis of Number Sense for Elementary School Grade 1-2

Choi, Ji Sun (Jungheung Middle School)

Park, Kyo Sik (Gyeongin National University of Education)

In this paper, We analyse the contents of the national mathematical curriculum, the handbook of the curriculum, and elementary school mathematics textbook for the elementary school grade 1-2 focusing on 'number sense'. At first, we identify the meaning and the elements of number sense through analysing studies which are related to number sense. Number sense includes understanding the meaning of number, operation, and estimation, and the ability of applying numbers, operation and estimation on the context. Number sense consists of the

elements of the contents and the elements of the processes. Secondly, with the elements of number sense which we have identified, we analyse the contents of the national mathematical curriculum, the handbook of the curriculum, and elementary school mathematics textbooks, and then criticize the contents. We find some problems as a result of the analysis : the range of number sense is unclear, the word 'number sense' is not used consistently, the elements used are limited, and the contents of the textbook are materialized inconsistently and poorly.

**\* key words** : number sense(수 감각), contents analysis(내용 분석), the national mathematical curriculum(교육과정), number(수), operation(계산), estimation(어림).

논문 접수 : 2009. 7. 24

논문 수정 : 2009. 11. 9

심사 완료 : 2009. 11. 16