

논문 2009-46SC-6-2

# 저궤도 위성체의 모델링 및 자세제어 기법에 관한 연구

( A Study on Modelling and Attitude Control Techniques of LEO Satellite )

노 영 환\*

( Young Hwan Lho )

## 요 약

반작용과 자이로를 사용하는 저궤도 위성체의 3축 제어에서 반작용휠은 훨 속도나 운동량으로 제어토크를 만들고 자이로는 자세각과 자세각속도를 측정한다. 본 논문에서 저궤도 위성체의 다이나믹 모델링은 기본적인 본체만을 고려한 강체에 태양전지판 등을 고려한 연성체의 회전운동방정식과 반작용휠로 구성된다. 강인제어기( $H_{\infty}$ )는 외란에 의한 모델이 가변될 수 있는 강체 및 연성체를 포함한 플랜트를 안정화시키기 위해 적용하였으며, 기존 저궤도 위성체를 안정화시키기 위해 사용된 PI 제어기와 성능을 비교하여 자세제어에 필요한 위상제어의 우수성을 보여주는데 있다.

## Abstract

In the three axis control of Low Earth Orbit (LEO) satellite by using reaction wheel and gyro, a reaction wheel produces the control torque by the wheel speed or momentum, and a gyro carries out measuring of the attitude angle and the attitude angular velocity. In this paper, the dynamic modelling of LEO is consisted of the one from the rotational motion of the satellite with basic rigid body model and a flexible model, in addition to the reaction wheel model. A robust controller ( $H_{\infty}$ ) is designed to stabilize the rigid body and the flexible body of satellite, which can be perturbed due to disturbance, etc. The result obtained by  $H_{\infty}$  controller is compared with that of the PI (Proportional and Integration) controller, which has been traditionally using for the stabilizing LEO satellite.

**Keywords :**  $H_{\infty}$  controller, PI controller, reaction wheel, LEO satellite

## I. 서 론

위성체는 방송·통신 등의 정지궤도 위성과 지상관측, 기상관측 등을 임무를 수행하는 저궤도위성으로 구분되는데 임무를 수행하는데 요구된 지향정밀도를 유지하여야 한다. 위성개발 초기의 수동형 안정화 기법에서부터 위성의 임무가 다양화되고 고성능을 필요로 하게 됨에 요구되는 지향정밀도를 만족하기 위하여 능동안정화, 그중에서도 특히 3축 안정화가 위성의 제어 시스템으로 널리 사용되는 것이 세계적인 추세이다<sup>[1]</sup>. 위성체의 자세제어를 수행하기 위해서 기본적으로 구동장치와 센서

들이 구성되어 임무 수행을 위해 필요한 지향기능을 보증하기 위한 것으로 그 척도는 위성체가 갖는 공간상의 각 위치 (angular position)이다. 자세를 표현하는 대표적인 방법으로는 오일러 각(Euler angles)이 있으며 오일러 각은 롤(roll), 피치(pitch), 요(yaw)각으로 구성된다. 측정된 자세정보는 주어진 제어로직에 의해 처리되고, 그에 따라 요구되는 제어 명령은 자세제어용 구동장치에 전달되어 원하는 자세를 유지하게 된다<sup>[2]</sup>. 자세의 수정을 위해 사용되는 구동장치는 반작용휠(reaction wheel)과 추력기 혹은 자장토커(magnetic torquer)가 있으며, 센서로는 지구센서, 자장센서 및 자이로(gyro)가 있다<sup>[3]</sup>. 위성체의 모델링은 위성본체만을 고려한 강체(rigid body)와 태양전지판, 안테나, 또는 안테나 지지 구조물 등의 진동 운동에 의한 연성특성을 갖는 연성체

\* 정희원, 우송대학교 철도전기 · 정보통신학부  
(Member, Department of Railroad Electricity and Information Communication, Woosong University)  
접수일자: 2009년8월3일, 수정완료일: 2009년10월22일

(flexible body)로 구분된다. 본 논문에서는 위성체의 모델링과 위성체의 운동이 perturbation 내에 존재하는 불확실성을 가진 플랜트의 안정화 상태를 만들기 위하여 small gain 이론을 적용한 강인제어기( $H_\infty$ )를 설계하고 기존에 위성체에 일반적으로 적용한 비례적분(PI)제어기와 성능(performance)을 비교하는데 있다.

## II. 위성체의 모델링

위성체의 회전 운동방정식은 등식(1)과 같은 오일러의 모멘트 방정식으로 나타내어진다.

$$T = H + w \otimes H \quad (1)$$

여기서  $T$ 는 위성체에 작용하는 외부 토크,  $H$ 는 선형 각운동량, 그리고  $w$ 는 각속도 벡터로  $x$  축,  $y$  축,  $z$  축을 나타내는 벡터이다.

그림 1은 반작용 휠을 사용한 일반적인 위성체의 자세제어블록선도를 나타낸다. 본 논문에서는 위성체의 자세제어용 제어기의 설계를 하는데 있어 외란토크와 센서블록은 무시하였다.

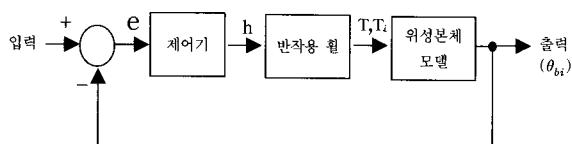


그림 1. 위성체 자세제어 블록선도

Fig. 1. Block diagram of attitude control in satellite.

### 2.1 반작용휠 모델

저궤도위성의 자세제어에 많이 사용되는 반작용휠은 휠의 회전속도 또는 모멘텀을 제어하여 원하는 제어토크를 발생시킨다. 본 논문에서 사용한 반작용휠의 모델은 그림 2와 같다. 휠제어기는 PI 제어기를 사용하였으며  $K_p$ 와  $K_i$ 는 각각의 제어이득이고  $K_m$ 은 모터이득을

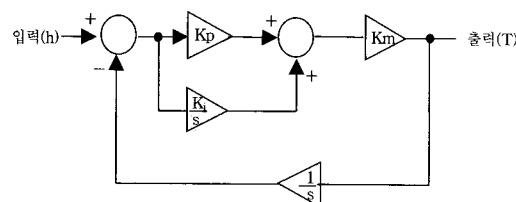


그림 2. 반작용휠 블록선도

Fig. 2. Block diagram of reaction wheel.

나타낸다. 그림 2에서 반작용휠의 전달함수는 등식(2)와 같이 구할 수 있다.

$$\frac{T}{h} = \frac{K_p K_m s^2 + K_i K_m s}{s^2 + K_p K_m s + K_i K_m} \quad (2)$$

### 2.2 위성체의 연성체 모델

저궤도위성은 임무에 따라 고도의 지향정밀도를 요구하며 고도의 지향정밀도 요구를 만족하기 위해서는 위성체의 유연성, 예를 들면 태양전지판의 진동모드를 고려하는 것이 바람직하다. 그림 3은 태양 전지판이 부착된 일반적인 위성체의 형상을 보여준다. 여기에서  $\theta_{bi}$  ( $i=1,2,3$ )는 위성본체의 3축 방향(롤, 피치, 요)으로의 회전각도를 나타내고  $\theta_{si}$  ( $i=1,2,3$ )는 태양전지판의 회전각도를 나타낸다. 피치축의 제어는 롤과 요와 독립적으로 간주하여 진행한다<sup>[3]</sup>. 자세제어회로의 설계를 위하여 각각의 축에 대한 회전운동을 그림 4와 같이 위성본체와 태양전지판을 나타내는 2개의 질량( $J_{bi}, J_{si}$ )과 이를 연결하는 회전스프링( $k_i$ ) 및 댐퍼( $c_i$ )의 2자유도 시스템으로 이상화 하였다. 그림 3에서 회전운동방정식 [1~3]은 다음과 같다.

$$J_{bi} \ddot{\theta}_{bi} + c_i (\dot{\theta}_{bi} - \dot{\theta}_{si}) + k_i (\theta_{bi} - \theta_{si}) = T_i \quad (3)$$

$$J_{si} \ddot{\theta}_{si} + c_i (\dot{\theta}_{si} - \dot{\theta}_{bi}) + k_i (\theta_{si} - \theta_{bi}) = 0 \quad (4)$$

상기 식에서  $T_i$ 는  $i$ 축 방향의 제어토크를 나타낸다. 등식(3), (4)의 Laplace Transform을 취해서 제어토크에 대한 위성본체 회전각도의 전달함수를 구하면 등식(5)로 주어진다.

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{bi}}{T_i} &= \frac{J_{si} s^2 + c_i s + k_i}{J_{bi} J_{si} s^4 + c_i (J_{bi} + J_{si}) s^3 + k_i (J_{bi} + J_{si}) s^2} \\ &= \frac{s^2 + \frac{c_i}{J_{si}} s + \frac{k_i}{J_{si}}}{J_{bi} s^4 + c_i (\frac{J_{bi}}{J_{si}} + 1) s^3 + k_i (\frac{J_{bi}}{J_{si}} + 1) s^2} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 태양전지판 각 축방향의 최소진동수( $\omega_i$ ) 및 댐핑 계수( $\zeta_i$ )는  $\omega_i = \sqrt{k_i / J_{si}}$  과  $2\zeta_i \omega_i = c_i / J_{si}$ 로 주어진다.

### 2.3 설계데이터

제어기의 설계를 위하여 사용된 각종 데이터는 표 1과 같이 다목적실용위성의 자세제어설계에 사용된 데이터<sup>[1]</sup>를 기반으로 사용하였다.

표 1. 설계 데이터  
Table 1. Design data.

부호	이름	값	단위	비고
$K_p$	비례이득	175	V/N/m/sec <sup>2</sup>	휠 루프
$K_i$	적분이득	50	V/N/m	휠 루프
$K_m$	모멘텀휠의 이득	0.004	N · m/V	휠 루프
$J_{b1}$	관성모멘텀	100	kg · m <sup>2</sup>	위성체
$J_{s1}$	관성모멘텀	200	kg · m <sup>2</sup>	Solar array
$\omega_1$	Solar array의 제1 주파수	0.5	Hz	Bending mode
$\zeta_1$	댐핑 비율	0.25	%	Bending mode

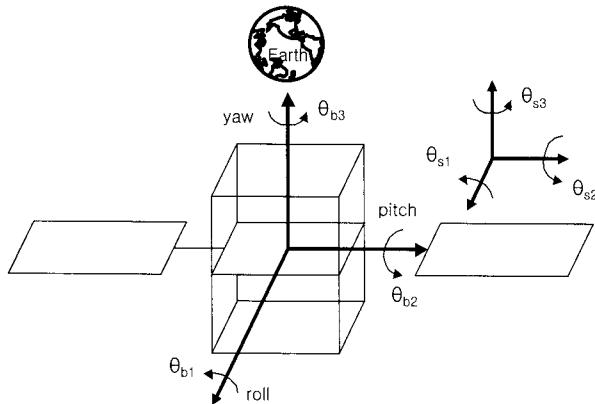


그림 3. 위성체 형상 및 자세각

Fig. 3. Satellite body and attitude angle.

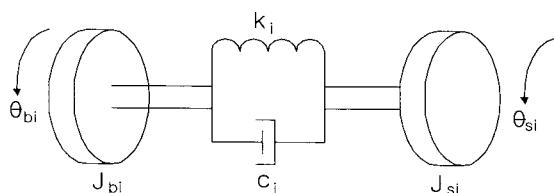


그림 4. 위성체의 이상화된 연성체 모델

Fig. 4. Optimized flexible body of satellite.

## III. 제어기 설계

### 3.1 PI 제어기

일반적으로 안정화상태(steady state)의 제어만을 고려할 때 적분제어기 (Integral controller)가 비례제어기 (Proportional controller)보다 우수한 특성을 가지나 좋

은 응답특성을 얻기 위해서는 비례제어기가 적분제어기보다 편리하다. PI 제어기는 비례제어기와 적분제어기의 장점을 합친 형태의 제어기로서 전이응답과 안정화 상태에서 좋은 특성을 가진다. 저궤도 위성인 다목적실용위성의 피치제어회로에 사용되는 PI 제어기의 전달함수는 등식(6)로 주어진다.

$$C(s) = k_p + k_i \frac{1}{s} \quad (6)$$

### 3.2 강인 안정화 조건

플랜트를 위성본체 모델과 반작용휠 다이나믹스를 합해 하나의 플랜트로 가정하여 여러종류의 모델링 에러가 발생할 수 있어 이러한 현상을 감안하여 상대적으로 좋은 실행결과를 얻기위해 강인제어가 필요하다. 예를들어 두 개의 플랜트  $P_0$ 와  $P_1$ 의 입력과 출력이  $L_2(0, \infty)$ 를 만족하며 유도된 Norm의 차이 즉,  $\|P_1 - P_0\|$ 에서  $P_1$ 을  $P_0$ 의 입출력 결과에 근사화(approximation)시킬 수 있느냐이다. 이때  $P_0$ 는 이상적인 플랜트 모델이고  $P_1$ 은 불확실성을 가진 플랜트 모델이다. 그때  $P_1$ 의 입출력 특성에서  $P_0$ 에 근접하기 위해서 필요충분적으로 모든 주파수 범위에서 임의의 오차범위  $\epsilon$  범위내에 존재해야 한다. 이때  $\epsilon$ 가 적은 값을 가지고 있을지라도  $P_1$ 과  $P_0$ 의 pole-zero 배열이 다를 수 있어 시스템의 입출력 반응이 수렴하지 않을 수 있으므로 주파수 응답 표현  $P_n(jw), n = 0, 1, 2, \dots$ 에 대하여 궁극적으로  $\omega$ 에 관하여 수렴해야 한다. 폐회로 시스템의 강인성 문제를 고려하기 위해  $P_1(s)$ 가 불확실성(uncertainty)을 가진 다이나믹스를 등식(7)과 같이 표현한다.

$$P_1(s) = P_0(s) + \delta P(s) \quad (7)$$

여기서  $P_0(s)$ 는 이상적인 플랜트 다이나믹의 모델이고  $\delta P(s)$ 는 불확실한 부분을 의미한다. 이때  $r(s)$ 는 주파수 영역에서 불확실한 부분을 나타내며 플랜트  $P_1(s) \in (P_0(s), r(s))$ 의 시스템에서 안정화시키는 제어기  $C(s)$ 를 구하게 되는데 등식(8)를 만족해야 한다.

$$P_0(jw) C(jw) + 1 \neq 0 \quad \forall \omega \quad (8)$$

이때 Nyquist 이론은 이상적인 폐루프 시스템을 안정화시키기 위하여 주파수 영역에서 (-1, 0)점을 시계방향으로 감싸지 않아야 한다. 이와 같은 현상은 비모델

다이나믹스 시스템에서는 장인 안정화의 충분 조건은 등식(9)과 같다.

$$\|(1 + P_0(s) C(s))^{-1} C(s) r(s)\|_\infty < 1 \quad (9)$$

또한 small gain 이론<sup>[4]</sup>으로부터 (-1, 0)점을 감싸는 횟수는 불확실성을 가진 플랜트  $P_1(s)$ 와 등식(10)을 만족해야 한다.

$$\sup_{\{(1 + P_0(jw) C(jw))^{-1} C(jw) \delta P(jw) RICHT\}} < 1 \forall w \quad (10)$$

$P_1(s)$ 를 안정화시키기 위한 장인제어기를 설계하기 위하여는  $\delta P(s)$ 의 불안정한 pole의 갯수가  $P_0(s)$ 와 같아야 하며 불확실한 영역이 proper 함수의 상한선 (upper bound) 범위에 존재해야 한다.  $q(s)$  변수를  $\frac{C(s)}{1 + P_0(s) C(s)}$ 로 정의하면  $q(s)$ 에 대한 장인 안정화 조건은 등식(11)과 같다.

$$\|q(s) r(s)\|_\infty < 1 \quad (11)$$

Internal 안정화를 보장하기 위해 제어기  $C(s)$ 에 대한  $q(s)$ 에 조건  $B(s)$ 은 등식(12)을 만족해야 한다.

$$q(s) = B(s) \tilde{q}(s) \quad (12)$$

여기서는 s-plane에서  $P_0(s)$ 의 pole의 Blaschke  $\tilde{q}(s)$ 는 interpolation 조건<sup>[4]</sup>을 만족해야 한다.

$\tilde{q}(s)$ 는 interpolation 조건 등식 (13)을 만족해야 한다.

$$\tilde{q}(\alpha_1) = \frac{1}{\tilde{P}_0(\alpha_1)} \quad (13)$$

그래서 장인 안정화 조건은 등식(14)과 같이 기술할 수 있다.

$$\|\tilde{q}(s) r_m(s)\|_\infty < 1 \quad (14)$$

여기서  $r_m(s)$ 는  $H_\infty$  함수의 모든 근이 s-plane의 좌반평면에 존재해야 하는 함수이어야 한다. 그리고 Bounded Real(BR) 함수인 unit 함수  $u(s)$ 는  $u(s) = \tilde{q}(s) r_m(s)$ 로 기술되는데 장인 안정화 조건은 모든 주파수에서  $\|u(s)\|_\infty$ 을 만족해야 하며  $u(s)$ 는  $r_m(s)$ 과  $\tilde{q}(s)$ 가  $H_\infty$  함수이기 때문에 Strongly Bounded Real(SBR)을 만족해야 한다.  $u(s)$ 에 대한 interpolation 조건들은 Fenyves 배열<sup>[4]</sup>을 따르며  $u(s)$ 에 대한 interpolation 조건은 등식

(15)와 같다.

$$\begin{aligned} u(\alpha_1) &= \tilde{q}(\alpha_1) r_m(\alpha_1) \\ &= r_m(\alpha_1) \tilde{P}_0(\alpha_1) = \beta_1 \end{aligned} \quad (15)$$

### 3.2 장인 제어기 설계

유니트 함수  $u(s)$ 를 구하기 위하여 순방향과 역방향 mapping<sup>[4]</sup>을 이용한다. 장인 안정화 문제는 공학에서는 interpolation 문제로 수학에서는 Nevanlinna-Pick interpolation 문제로 바꿀 수 있는데 RHP에 주어진 pole에 interpolation 하는 SBR함수  $u(s)$ 를 구하는 것이다. 그래서 SBR 함수를 구하는데  $u(s) = \frac{1}{2}(u_1(s) + \overline{u_1(\bar{s})})$ 를 이용하고  $q(s) = \frac{B(s) u(s)}{r(s)}$ 를 구한 후 제어기  $C(s)$ 는 Blaschke 곱, 불확실성 상한영역  $r(s)$ , 유니트 함수로 구성되어 등식(16)로 표현된다.

$$C(s) = \frac{q(s)}{1 - P_0(s) q(s)} \quad (16)$$

장인 제어기 설계 시 반작용률과 위성본체 모델은 원점에 pole이 존재한다. H. Kimura<sup>[5]</sup>를 이용하여  $P_1(s)$ 의 불확실한 부분  $\delta P(s)$ 의 상한범위를  $\frac{0.1}{s}$ 로 설정하여 장인제어기<sup>[6]</sup>를 다음과 같이 설계한다.

설계과정)

- $\tilde{P}_0(s) = s \cdot B(s) P_0(s)$ 를 구한다.
- Blaschke product  $B(s)$ 를 구한다.
- $q(s)$ 가 proper 함수가 되도록 하며 Interpolation 점이 되도록 다음과 같은 Interpolation 배열과 해를 구한다.

$$u(0) = 30, u(\infty) = 0$$

0	$\infty$	$u(s)$
30	0	

이 결과 unit 함수는  $u(s) = \frac{30}{s+1}$ 이다.

- proper 함수인  $q(s)$ 를 구한다.

$$q(s) = \frac{300s}{s+1}$$

v) 이때 제어기  $C(s)$ 는 등식(17)과 같이 설계된다.

$$C(s) = \frac{n_1 s^4 + n_2 s^3 + n_3 s^2 + n_4 s + n_5}{s^4 + d_1 s^3 + d_2 s^2 + d_3 s + d_4} \quad (17)$$

여기서,

$$\begin{aligned} n_1 &= 300, n_2 = 322.5, n_3 = 363.75 \\ n_4 &= 180, n_5 = 45, d_1 = 2.075 \\ d_2 &= 0.1875, d_3 = 0.6875, d_4 = 0.075 \end{aligned}$$

#### IV. 시뮬레이션

그림 1에서 입력을 0으로 인가 시 위성본체와 반작용 훨 모델에 대해 PI 제어기와 장인 제어기를 설계한 경우 출력 ( $\theta$ )의 결과는 그림 5와 같다. 그림 1의 반작용 훨과 위성본체 모델을 합하여 하나의 다이나믹 모델로 설정하였다. 설계된 PI 제어기는 1차 전달함수 ( $k_p = 4308.6, k_i = 53.9$ )를 가지며, 장인제어기는 4차 전달함수로서 출력 파형을 관찰하기 위하여 출력위상의 초기값을  $0.1745^\circ$ 로 인가하여 MATLAB로 시뮬레이션을 수행한 결과 PI 제어기와 장인제어기는 각각 40초와 25초가 지나 0으로 수렴함을 그림 5에서 보여주고 있다. PI 제어기와 장인제어기 경우 위상 margin이 각각  $5.5^\circ$ 와  $24^\circ$ 를 가진다.

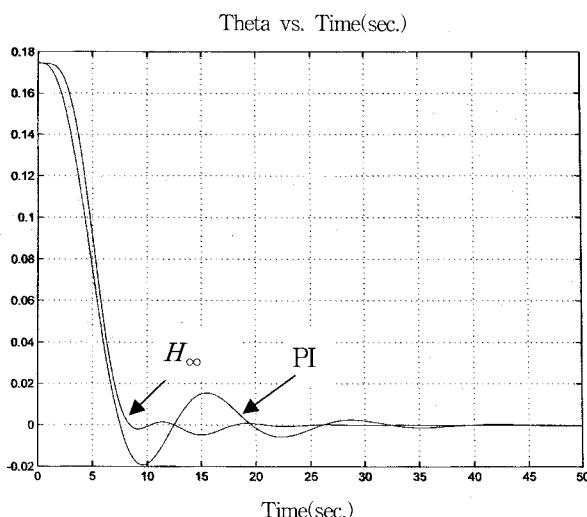


그림 5.  $H_\infty$ 와 PI 제어기의 시간에 따른 출력 값( $\theta$ )의 변화

Fig. 5. Output angle ( $\theta$ ) versus time(sec.) of  $H_\infty$  and PI controller.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 그림 1에서 보여준 위성본체를 연성체로 모델링하였다. 그림 3에서 3축방향의 자세각을 정의해 피치축만을 고려한 PI제어기와 장인제어기를 설계하고 시뮬레이션을 수행하여 자세 위치제어의 성능을 비교분석하였다. 장인제어기는 위성체의 연성체를 안정화시키고 PI 제어기보다 수렴성과 위상 margin에서 우수함을 확인하였다.

#### 참 고 문 헌

- [1] KOMPSAT Attitude & Orbit Control Subsystem Critical Design Audit, Vol 1/1, Oct. 8, 1996.
- [2] Franklin, G.F., *Feedback Control of Dynamic Systems*, Addison-Wesley Publishing Co., Aug., 2007.
- [3] Agrawal, B.N., *Design of Geosynchronous Spacecraft*, Prentice-Hall Inc., 1986.
- [4] Peter Dorato, "Analytic Feedback System Design: An Interpolation Approach", 1999.
- [5] Hidenori Kimura, "Chain-Scattering Approach to H-infinity Control", 1996.
- [6] 노영환, 진의민, 김한돌, "저궤도 위성체의 장인제어연구 (A Robust Control of LEO Satellites)", 제13차 한국자동제어학술회의 논문집 (Proceedings of the 13th Korea Automatic Control Conference) 부산, 1998. 10. 15~17

#### 저 자 소 개



노 영 환(정회원)  
1982년 경북대학교 전자공학과

학사 졸업

1982년~1985년 LG정보통신(주)  
근무

1988년 Univ. of New Mexico  
전기공학과 석사 졸업

1993년 Texas A&M Univ. 전기공학과  
박사 졸업

1994년~1995년 한국항공우주연구원

1995년~현재 우송대학교 철도전기·정보통신학부  
<주관심분야 : 적응/장인제어, 디지털/아날로그 회로설계>