

---

# 비대칭 노이즈 영상에서 SA 필터의 성능 분석

송종관\*

The performance analysis of SA filters for images corrupted by biased noise

Jongkwan Song\*

---

이 논문은 2006학년도 경성대학교 학술지원연구비에 의하여 연구되었음

---

## 요 약

SA 필터는 선형 필터와 순서통계에 기초한 비선형 필터의 특성을 모두 포함하는 광범위한 필터군으로 소개되었으며, 필터의 구조는 다단 필터의 형태로 첫째 단를 이루는 부 필터(sub-filter)의 종류에 따라 SAMAX, SAMIN, SAMED, SAXOR 필터로 불린다.

본 논문에서는 비대칭 노이즈 환경에서 최적 SAMAX 필터와 SAMED 필터를 설계하고 영상신호에 대하여 적용함으로써 그 성능을 비교 분석 하였다. 실험 결과 대칭 노이즈에서는 두 필터의 성능이 동일하지만 비대칭 노이즈에서는 SAMAX 필터가 SAMED 필터 보다 우수한 성능을 가진다는 사실을 보여주었다. 이러한 새로운 사실은 SA 필터의 응용에서 기초적인 지침으로 활용될 수 있을 것이다.

## ABSTRACT

The SA filters encompass a large class of filters based on order statistics as well as linear FIR filters. The class of SA filters is defined as a multi-stage filters whose output is linear combination of nonlinear(minimum, maximum, exclusive-OR) sub-filter outputs. According to the first stage nonlinear sub-filters, SA filters are called SAMAX, SAMIN, and SAXOR filters.

In this paper, optimal SAMAX and SAMED filters are designed for images corrupted by biased noise. The performance analysis of this experiment shows that SAMAX filters outperforms SAMED filters for biased noise. In the case of un-biased noise, the SAMAX and SAMED filters give the same performance. This result leads us to a new guideline in the application of SA filters.

## 키워드

SA filters, LWOS filters, median filters, nonlinear filters, biased noise, optimal filter design

## I. 서 론

선형 필터는 가우스 노이즈 환경에서 최적의 성능을 보이며, 임펄스 노이즈가 존재하는 경우 순서통계에 기초한 비선형 필터들이 선형 필터들에 비하여 우수한 성능을 보인다. 이러한 사실로 인해 두 종류의 필터의 장점을 결합한 새로운 필터구조에 대한 연구의 필요성이 대두되었으며, 그 결과 LWOS 필터[1], FMH[2] 필터 등이 소개되었다. SA 필터 또한 이러한 필요성에 따라 소개된 필터로 필터의 구조상의 이점으로 인하여 매우 체계적으로 필터의 성능과 계산량의 조절이 가능하여 기존의 LWOS 및 FMH 필터보다 넓은 응용영역을 갖는 필터이다[3].

SA 필터는 다단 필터(multi-stage filters)의 형태를 가지며 두개의 단(stage)으로 구성된다. 이 필터의 첫 번째 단에는 max(maximum), min(minimum), xor(exclusive-OR)와 같은 비선형 연산자가 사용되며, 이들 첫째 단 출력들의 가중 평균으로 최종 출력이 주어진다. 첫째 단에 사용된 연산자의 종류에 따라서 SA 필터는 SAMAX, SAMIN, SAXOR 필터로 명명되며, 첫째 단 필터의 최대 부윈도우 크기(maximum subwindow size)를 제한함으로써 필터의 성능을 다소 희생하면서 구현의 복잡도를 줄일 수 있다[4]. 따라서 설계시 필터 성능과 구현 복잡도 사이의 적절한 trade-off가 가능하므로 응용 영역에 따라서 가장 적합한 성능과 구현 복잡도의 선택이 가능한 장점을 갖는다. 기존의 대부분의 필터들이 필터의 윈도우 크기가 결정되면 성능과 구현 복잡도를 조절할 수 있는 다른 파라미터가 없다는 점과 비교하면 SA 필터의 이러한 성질은 보다 다양한 응용 영역에 적용될 수 있는 기초가 된다.

최근의 SA 필터의 설계에 관한 연구 결과로 MSE(mean squared error) 성능 조건에서 SA 필터의 최적 설계가 가능하며, 이를 부가 노이즈가 있는 영상의 품질 개선 분야에 적용하여 기존의 필터들에 비하여 우수한 성능을 보인다는 사실이 밝혀졌다. 또한 SA 필터에 사용되는 비선형 부필터(sub-filter)의 종류에 따른 성능 변화에 대한 연구도 이루어졌다. 그 결과 SAMAX, SAMIN, SAXOR 필터는 동일한 조건(동일한 윈도우 크기와 동일한 차수)에서 같은 성능을 보인다는 사실

이 알려졌다. 이들 필터와 SAMED 필터는 구조상에서 다소 다른 점이 존재한다. SAMAX, SAMIN, SAXOR 필터는 부필터가 홀수와 짝수에 대하여 모두 정의되는 반면 SAMED 필터는 홀수의 부필터만이 존재한다. 따라서 SAMED 필터가 다른 필터 보다 동일한 차수(order)에서 계산량이 작은 장점을 가진다. 앞선 연구의 결과는 이러한 차이점에도 불구하고 SAMAX(SAMIN, SAXOR) 필터와 SAMED 필터는 거의 동일한 성능을 보여 주었다. 따라서 지금까지의 연구결과는 SAMAX(SAMIN, SAXOR) 필터 대신 SAMED 필터를 선택함으로써 거의 동일한 성능을 가지면서도 상당한 수준의 계산량 감소를 이룰 수 있었다.

본 논문에서는 SAMED 필터의 우수한 성능이 모든 조건에서 성립하는 것은 아니며, 대칭 노이즈 환경에서만 동일한 성능을 보인다는 사실을 밝혔다. 본 논문에서는 이를 위하여 비대칭 노이즈 환경에서 최적 SAMAX 필터와 최적 SAMED 필터를 설계하였다. 그리고 노이즈의 비대칭성에 따른 두 필터의 성능을 비교하여 고찰하였다.

II절에서는 SA 필터에 대한 정의와 본 연구에서 사용된 최적설계방법에 대하여 간단히 설명하였으며, III절에서는 비대칭 노이즈에서 SAMAX 필터와 SAMED 필터의 최적설계를 수행하고, 그 결과를 영상신호에 대하여 적용하여 성능을 비교하였다.

## II. SA 필터

$X(n)$ 을 입력 신호라 하고  $X(n)$ 을 시간  $n$ 에서 윈도우(window) 안에 있는  $N$  개의 입력 샘플로 구성되는 입력 벡터라 하자. 즉,

$$\begin{aligned} X(n) &= [X(n-L_1), \dots, X(n), \dots, X(n+L_2)]^t \\ &= [X_1(n), \dots, X_k(n), \dots, X_N(n)]^t \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $N = L_1 + L_2 + 1$ 이며  $X_k(n) = X(n - L_1 - 1 + k)$ 이다. 이 때 입력 샘플  $X_k$ 는

{0, 1, ..., M} 중의 한 값을 갖는다고 가정한다. 앞으로는 표기(notation)를 간단히 하기 위하여 시간 계수  $n$  을 생략한다. 윈도우의 크기가  $N$ 인 SA 필터는 다음과 같이 주어진다.

$$F(\mathbf{X}) = \mathbf{h}^t \mathbf{Z}_f = h_0 + \sum_{i=1}^N F_f^i(\mathbf{X}) \quad (2)$$

여기서  $F_f^i(\cdot)$  는  $i$  차 부필터로 다음과 같다.

$$F_f^i(\mathbf{X}) = \sum_{\substack{m_i=1 \\ m_i \neq m_{i-1} \neq \dots \neq m_1}}^N \dots \\ \dots \sum_{m_1=1}^N h_i(m_1, \dots, m_i) f(X_{m_1}, \dots, X_{m_i}).$$

여기서  $f(\cdot)$  는 maximum, minimum, exclusive-OR 에 해당하는 다진 영역 연산자(multi-level operator)이다 [3]. 또한 벡터  $\mathbf{h}$  와  $\mathbf{Z}_f$  는  $2^N$  의 길이를 갖는 계수 벡터(coefficient vector)와 관측 벡터(observation vector)로 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{h} = (h_0, h_1(1), \dots, h_1(N), h_2(1,2), h_2(1,3), \dots \\ \dots, h_2(N-1, N), \dots, h_N(1, \dots, N))^t \\ \mathbf{Z}_f = (1, X_1, \dots, X_N, f(X_1, X_2), f(X_1, X_3), \dots \\ \dots, f(X_{N-1}, X_N), f(X_1, \dots, X_N))^t$$

여기서 연산자  $f(\cdot)$  에 따라 SA 필터는 각각 SAMAX 필터, SAMIN 필터, SAXOR 필터로 불린다.

SAMED 필터는 다른 SA 필터들(SAMAX, SAMIN, SAXOR)과 동일한 방식으로 정의되지만 미디언 연산자의 특성 상 홀수 차수의 부 필터들로만 이루어진다. 즉

$$F(\mathbf{X}) = \mathbf{h}^t \mathbf{Z}_f \\ = h_0 + F_f^1(\mathbf{X}) + F_f^3(\mathbf{X}) + \dots + F_f^N(\mathbf{X}) \quad (3)$$

이들 SA 필터의 차수를 제한함으로써 필터의 여러 가지 부분군(subclass) 필터가 가능해지며, 이를  $K$  차 SA 필터( $K$ -th order SA filters)로 부른다. 앞의 예제처럼 윈도우의 크기가 3인 경우, 필터 차수(부필터의 최대 입력 샘플 수, 이후  $K$ 로 표기함)를 2로 제한하면 관측 벡터의 길이  $M_K = 7$ 이 되며, 차수( $K$ )를 1로 제한하면  $M_K = 4$ 가 된다. 차수가 1인인 경우  $h_0 = 0$ 로 가정하면 이 필터는 선형 FIR 필터가 된다.

SA 필터의 정의식 (2)로부터  $K$  차 SA 필터를 다음과 같이 정의한다.

$$F(\mathbf{X}) = \mathbf{h}^t \mathbf{Z}_f = h_0 + \sum_{i=1}^K F_f^i(\mathbf{X}) \quad (4)$$

여기서  $1 \leq K \leq N$ 의 범위를 갖는 자연수이다.

### III. 혼합 노이즈에서의 SA 필터 성능 분석

본 절에서는 2차원 영상에서 최적 SA 필터를 설계하고 그 성능을 분석하였다. 실험에 사용된 영상은 그림 1에 보인 "bridge"로 512x512 크기를 갖고 8bit/pixel의 특성을 갖는다.

노이즈에 대한 각 필터의 성능을 고찰하기 위하여 salt-and-pepper 형태의 임펄스 노이즈를 부가하였다. 일반적으로 사용되는 salt-and-pepper 노이즈는 [5]에 서와 같이, 각 픽셀이 같은 확률로 0과 255의 값으로 오염된다. 따라서 이 노이즈는 픽셀값이 0으로 오염될 확률과 255로 오염될 확률이 동일한 대칭 노이즈이다.



그림 1. 원영상(bridge, 512\*512)  
Fig. 1 Original image(bridge, 512\*512)

노이즈의 비대칭성에 따른 각 SA 필터들의 성능을 고찰하기 위해서 본 연구에서는 [6]에서와 같은 비대칭 임펄스 노이즈를 원 영상에 추가하였다. 원 영상의 각 픽셀값  $X_i$ 에 대한 노이즈 부가된 영상의 각 픽셀값을  $X'_i$ 이라 할 때  $X'_i$ 의 확률밀도함수(probability density function)은 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} p_1, & \text{for } x = 0 \\ 1 - p, & \text{for } x = X_i \\ p_2, & \text{for } x = 255 \end{cases} \quad (5)$$

여기서  $p = p_1 + p_2$ 는 전체 노이즈 밀도를 결정하는 인자(parameter)이며,  $p_1$ 과  $p_2$ 는 각각 pepper 노이즈와 salt 노이즈의 밀도를 결정하는 인자이다. 이들 인자  $p_1$ 과  $p_2$ 가 동일한 값을 가지는 경우가 대칭 노이즈이며, 다른 값을 가지는 경우가 비대칭 노이즈이다.

본 실험에서는  $p = 0.2$ 로 고정하여 전체 노이즈를 일정하게 하고,  $p_1$ 를 0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2로 바꾸어가며

노이즈 영상을 생성하였다. 각각의 경우에 대하여 [4]의 최적 SA 필터 설계방법으로 원 영상과 노이즈 영상으로부터 최소 MSE를 갖는 SA 필터를 설계하였다. 최적 필터 설계를 위한 자기상관행렬  $[R_{xx}]$ 과 상호상관행렬  $R_{dx}$ 를 원영상과 노이즈 영상의 상부 좌측 1/4 영상으로부터 추정(estimate)하였다. 그 후 설계된 필터를 노이즈 영상 전체에 대하여 적용하여 그 결과를 분석하였다.

본 실험에서는 윈도우의 크기를 3X3, 즉  $N = 9$ 를 사용하였다. 앞 선 연구의 결과 SAMAX, SAMIN, SAXOR 필터는 동일한 윈도우 크기( $N$ )와 동일한 차수( $K$ )에서 같은 성능을 보이는 것으로 알려졌다[4]. 따라서 본 실험에서는 SAMAX 필터와 SAMED 필터에 대해서만 실험을 수행하고 그 결과를 나타내었다.

표 1에서는 부윈도우의 크기가 최대( $K = 3 \times 3 = 9$ )인 경우에 원 영상과 최적 설계된 필터의 출력 영상과의 PSNR을 보였다. 실험 결과에서는 대칭 노이즈인 경우( $p_1 = p_2 = 0.1$ )에는 두 필터가 25.4dB와 25.5dB로 거의 동일한 성능을 보임을 알 수 있다.

표 1. 9차( $K=9$ ) SA 필터의 PSNR(dB).

$$p = p_1 + p_2 = 0.2.$$

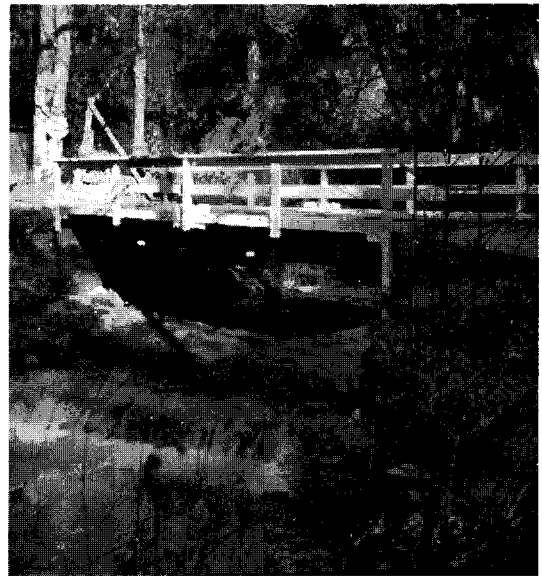
Table. 1 PSNR(dB) of 9-th order SA filters

$p_1$	$p_2$	SAMAX	SAMED
0.00	0.20	27.2	21.1
0.05	0.15	25.5	23.3
0.10	0.10	25.5	25.4
0.15	0.05	25.8	24.1
0.20	0.00	27.6	21.9

그러나 노이즈의 비대칭성이 점차 커짐에 따라서 SAMED 필터는 SAMAX 필터에 비하여 성능이 떨어짐을 보인다. 그림 2와 그림 3은 각각 대칭 노이즈와 비대칭 노이즈에서 두 필터의 출력 영상을 보여준다. 정량적 결과에서 예측된 바와 같이 대칭 노이즈에서는 두 필터가 거의 동일한 출력 영상의 품질을 보이지만, 비대칭 노이즈에서는 SAMAX 필터의 출력이 SAMED 필터의 출력에 비하여 월등히 우수한 성능을 보여주고 있다.



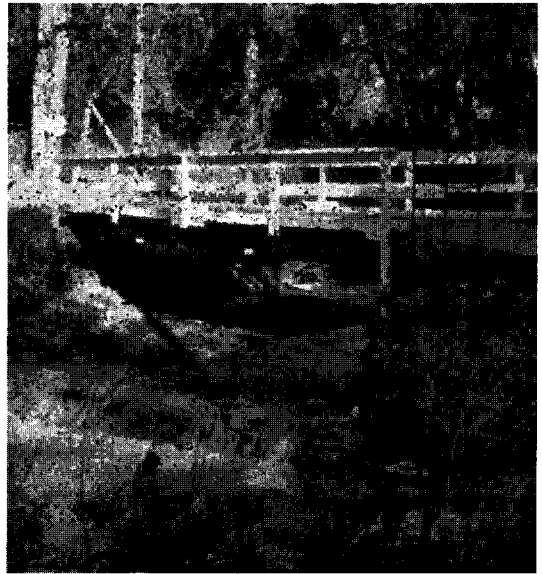
(a)



(a)



(b)



(b)

그림 2. 대칭 노이즈에서 (a)SAMAX 필터와 (b)SAMED 필터의 결과 영상( $p_1 = 0.1, p_2 = 0.1$ )

Fig. 2 Filtering output for unbiased noise( $p_1 = 0.1, p_2 = 0.1$ ): (a) SAMAX, (b) SAMED

그림 3. 비대칭 노이즈에서 a)SAMAX 필터와 (b)SAMED 필터의 결과 영상( $p_1 = 0.2, p_2 = 0$ )

Fig. 3 Filtering output for biased noise( $p_1 = 0.2, p_2 = 0$ ): (a) SAMAX, (b) SAMED

지금까지 노이즈의 대칭성에 따른 두 필터의 상대적인 비교를 하였다. 실험결과에서 흥미로운 또 한가지 사실은 상대적인 비교가 아닌 각 필터의 성능을 고찰함으로써 발견할 수 있다. 먼저 SAMAX 필터인 경우 여러 가지 노이즈 상황에서의 결과 중 가장 우수한 성능은 보인 경우는 노이즈의 비대칭성이 가장 큰( $p_1 = 0.2, p_2 = 0$ )인 경우로 27.6dB의 성능을 보인다. 반면 SAMED 필터는 대칭 노이즈( $p_1 = 0.1, p_2 = 0.1$ )인 경우로 25.4dB의 성능을 보임을 알 수 있다.

이러한 사실이 필터의 차수( $K$ )와 상관이 있는지를 고찰해보기 위하여 부윈도우의 크기를 3으로 제한하고 (즉,  $K = 3$ ) 같은 실험을 수행하였으며 그 결과를 표 2에 보였다. 결과에서 보듯이 부필터의 차수와 상관없이  $K = 9$ 인 경우에 관찰된 성질이  $K = 3$ 인 경우에도 동일하게 반복됨을 알 수 있다. 따라서 위의 결과는 필터의 차수와 무관하게 SAMAX 필터와 SAMED 필터가 갖는 성질임을 알 수 있다.

표. 2 3차( $K=3$ ) SA 필터의 PSNR(dB),

$$p = p_1 + p_2 = 0.2.$$

Talbe. 2 PSNR(dB) of 3-rd order SA filters.

$p_1$	$p_2$	SAMAX	SAMED
0.00	0.20	26.1	20.1
0.05	0.15	22.3	21.8
0.10	0.10	23.1	23.1
0.15	0.05	23.4	22.3
0.20	0.00	26.5	20.7

#### IV. 결 론

본 연구에서는 비대칭 임펄스 노이즈가 부가된 영상 복원 분야에서 SAMAX 필터와 SAMED 필터의 성능을 분석하고, 노이즈의 대칭성과 SA 필터의 성능에 밀접한 연관성이 있음을 밝혔다. 실험결과 SAMED 필터는 대칭

노이즈에서 SAMAX 필터와 동일한 영상 복원 성능을 보여주지만 노이즈의 비대칭성이 커짐에 따라 성능 저하가 발생하였다. 반면 SAMAX 필터는 노이즈의 비대칭성이 커짐에 따라 오히려 대칭 노이즈 상황보다 성능이 좋아지는 성질을 보여주었다.

이러한 실험결과와 분석을 토대로 SAMED 필터는 대칭 노이즈 상황에서 응용에 적합하며, SAMAX (SAMIN, SAXOR) 필터는 비대칭 노이즈 상황에서 응용에 적합하다는 사실을 알 수 있다.

#### 참고문헌

- [1] J. Song, Y. H. Lee, "Linear combination of weighted order statistic filters: Canonical structure and optimal design," *IEEE Trans. Circuits Syst.: Part II*, vol. 43, pp. 349-362, May, 1996.
- [2] P. Heinone and Y. Neuve, "FIR-median hybrid filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 35, pp. 832-838, June 1987
- [3] 송종관, "ETBF의 새로운 다진영역 표현: SA 필터", 해양정보통신학회논문지, 제7권, 제7호, pp. 1556-1562, 2004
- [4] 송종관, 윤병우, "SA 여파기의 차수에 따른 성능 평가", 한국해양정보통신학회논문지, 제9권, 제7호, pp. 1502-1507, 2005
- [5] H.-L. Eng and K.-K. Ma., "'Noise adaptive soft-switching median filter," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 10, No. 2, pp. 242-251, Feb. 2001.
- [6] P.-E. Ng and K.-K. Ma, "A switching median filter with boundary discriminative noise detection for extremely corrupted images," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 15, No. 6, pp. 1506-11516, June 2006.

## 저자소개



송종관(Jongkwan Song)

1966년 2월 18일생

1989년 2월 부산대학교 전자공학과  
졸업(공학사)

1991년 2월 한국과학기술원 전기 및  
전자공학과 졸업(공학석사)

1995년 8월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업  
(공학 박사)

1995년~1997년 한국이동통신 중앙연구소 선임연구원  
으로 근무

1997년~현재 경성대학교 전기전자·메카트로닉스공  
학부 부교수로 재직

※ 주관심 분야는 영상처리 및 통신 등임