대용특성을 활용한 규준형 스크리닝 절차의 설계

홍성훈† · 정민영

전북대학교 산업정보시스템공학과

Design of Screening Procedures Using a Surrogate Variable with Specified Producer's and Consumer's Risks

Sung Hoon Hong† · Min Young Jung

Department of Industrial & Information Systems Engineering, Chonbuk National University

Key Words : Performance Variable, Quality Inspection, Screening Procedures, Surrogate Variable

Abstract

When the measurement method for a performance variable is destructive or expensive, it is profitable to replace the performance variable with a highly correlated surrogate variable. In this paper we propose screening procedures using a surrogate variable with specified producer's and consumer's risks. Blending the basic concepts of acceptance sampling plans and screening procedures, the proposed model can be used effectively by quality professionals. Two models are considered: the normal model with dichotomous performance and continuous surrogate variables, and the bivariate normal model with continuous performance and surrogate variables. It is assumed the surrogate variable given the performance variable is normally distributed in the normal model, and performance and surrogate variables are jointly normally distributed in the bivariate normal model. For the two models, producer's and consumer's risks are derived, and methods of finding the optimal screening procedures are presented. Numerical examples are also given.

1. 서 론

치열한 무한 경쟁 시대에서 기업의 성패를 좌우하는 중요한 요소 중 하나로 품질을 꼽을 수 있다. 기업들은 고객의 기대치에 가까운 균질의 제품을 생산하기 위한 방안을 다각도로 연구하고 있다. 특히 100ppm (parts per million) 인증, 무결점 운동 등의 품질 관련 활동과, 품질시스템 자체를 대상으로 하는 ISO 9000 인증획득에 많은 기업들이 노력하는 것에서 품질에 대한 이러한 현실을 잘 알 수 있다. 만일 불량 제품이 고객에게 판매된다면, 불량 제품의 회수 및 처리 등의 비용 손실 이외에, 그 기업의 대외 평판에도 큰 영향을 받게 된다. 따라서 기업들은 균질의 제품 생산 뿐 아니라, 품질 검사에도 많은 노력을 기울이고 있다. 이러한 목적으로 쓰이는 대표적인 품질검사가 샘플링검사이다. 샘플링 검사는 일반 산업 현장에서 워낙 널리 사용되는 관계로 검사방식도 계수형 데이터에 적용 가능한 규준형 (KS A 3102, KS A 3107), 선별형 (KS A 3105), 연속생산형 (KS A 3106), 그리고 조정형 (KS A 3109) 검사방식이 개발되어 있으며, 계량형 데이터에 적용 가능한 규준형 (KS A 3103, KS A 3104, KS A 3108)과 조정형 방식이 있다. 이들 중 국제적으로 가장 널리 사용되는 방식이 조정형 검사방식으로, 계수조정형의 경우 국제규격인 ISO 2859에서는 연속거래 시 적용되는 연속형, 간헐적인 거래에 적용되는 고립형, 그리고 일부 로트에 대해서는 검사를 생략하는 스킵형 등 검사 방식을 다양화 하였다. 계량조정형은 국제규격 ISO 3951, ANSI Z 1.9, (미국규격), BS 3951 (영국규격) 등이 제정되어 있으나, 우리나라는 아직까지 규격을 제정하지 못하고 있는 것이 다소 아쉬운 점이다.

† 교신저자 shhong@chonbuk.ac.kr

샘플링 검사는 검사 량을 줄여 품질검사 비용을 절감하는 경제적인 이점을 갖고 있다. 하지만 출하되는 로트 중에는 불량제품이 포함될 수 있다는 단점이 있다. 특히 최근 들어서는 품질에 대한 고객의 높은 관심과 무 결점을 지향하는 기업들의 전략이 복합적으로 작용해, 가능하면 전수검사를 통해 불량제품을 전수선별하려는 시도가 늘어나고 있다. 즉 출하되는 제품에 대해 완벽한 품질보증을 위해 전수검사가 활용되는 것이다. 이러한 시도는 1970년 이후부터 빠르게 진행되어 왔으며, 품질검사에 관한 연구도 샘플링 검사의 비중은 급격히 줄고 전수검사의 활용에 초점을 맞춘 연구들이 진행되고 있다. 산업현장 역시 공정 자동화와 함께 자동화된 검사시스템을 활용한 전수검사가 일반적 추세로 굳어지고 있다. 예를 들어 전자산업에서는 레이저, 초음파 검사, 컴퓨터 비젼, 패턴인식기법 등을 활용한 자동화된 검사기계들이 많이 개발되었다. 이러한 기계의 활용은 짧은 시간에 많은 양의 제품을 검사할 수 있고, 또한 항상 일관되고 정밀한 측정결과를 얻는 것을 가능하게 해주었다. 이러한 영향으로 학계에서도 전수검사에 관한 많은 연구 결과들이 발표되고 있다; Tang (1988), Ng 와 Hui (1996), Plante (2002), Govindaduri 등 (2004), 그리고 Hong과 Cho (2007). 한편 제품의 품질특성에 따라서는 전수검사가 어려운 경우가 있다. 파괴검사를 요하는 제품이 그 대표적인 예이다. 또한 품질특성 측정에 많은 비용이 드는 경우 제품의 주 품질특성을 직접 측정하는 것은 비경제적일 수 있다. 이러한 경우 주 품질특성과 높은 상관관계를 갖고 검사비용이 상대적으로 낮은 대용특성을 찾을 수 있다면, 이를 활용해 제품을 전수 선별할 수 있다. 이러한 검사방식을 대용특성을 활용한 스크리닝 절차라 한다. 스크리닝 절차에 대해서는 Owen 등 (1975) 이후 많은 연구가 진행되어 왔다: Owen 등 (1975), Li 와 Owen (1979), Wong 등 (1985), 그리고 Boys 와 Dunsmore (1987). 이들은 모두 통계적인 관점에서 스크리닝 절차를 설계하였는데, 검사 후 양품의 비율을 일정수준 이상으로 높이는 것이 주 연구 대상이었다. 한편 Tang (1987), Bai와 Hong (1992), Bai 등 (1995), Hong 등 (1998), 그리고 Lee 등 (2001) 은 대용특성의 검사비용, 불량제품의 합격으로 인한 손실비용, 그리고 불합격되는 제품으로 인한 비용 등을 고려하여 경제적인 관점에서 대용특성의 기각치를 구하였으며, Tang 과 Tang (1994) 은 대용특성을 활용한 스크리닝 절차에 관한 기존의 연구 결과들을 종합해 소개하는 논문을 발표한 바 있다. 한편 Kwon 등(2001)과 Lee 등(2009)은 대용특성을 활용한 공정 모니터링 절차를 제안하였다.

물론 스크리닝 절차에 대한 연구 결과들이 1970년대 이후 많이 발표되어 왔지만, 대부분의 연구는 선별 후 양품의 비율을 일정 수준 이상으로 높이거나 경제적인 관점에서 설계되었다. 샘플링 검사 방식의 규준형, 선별형, 연속생산형, 조정형 (연속형, 고립형, 스킵형 포함), 그리고 경제적 설계와 비교할 때 그 다양성 면에서 크게 부족하다는 것을 알 수 있다. 이러한 점에 착안해 계수형 및 계량형 데이터에 대한 연속생산형 스크리닝 절차가 Hong 등 (2001)과 Hong (2005)에 의해 각각 연구된 바 있다. 연속생산형 샘플링 검사에서는 공급되는 제품의 품질수준에 따라 샘플링 검사와 전수검사가 선택적으로 적용된다. Hong 등 (2001)은 이 개념을 확대 적용해 대용특성과 주품질특성을 선택적으로 활용하는 연속생산형 스크리닝 절차를 제안한 것이다. 또한 계수형 및 계량형 선별형 스크리닝 절차는 Hong (2006)과 Hong 등 (2007)에 의해 각각 연구된 바 있다. 본 논문에서는 규준형 스크리닝 절차를 제안하고자 한다. 규준형 샘플링 검사란 좋은 품질 수준의 로트가 검사에서 불합격할 확률 (생산자 위험)을 α 이하로, 좋지 못한 품질 수준의 로트가 검사에서 합격할 확률 (소비자 위험)을 β이하로 유지하는 샘플링 검사방식을 구하는 것이다. 스크리닝 절차는 로트 단위의 검사가 아니고 개별 제품에 대한 검사를 실시한다. 따라서 본 논문에서는 양품의 불합격 확률 (생산자 위험)을 α이하로, 불량제품의 합격 확률 (소비자 위험)을 β이하로 유지하는 스크리닝 절차를 설계할 것이다. 스크리닝 절차는 주품질특성이 양품/불량품으로 구분 가능한 이치형인지 (샘플링 검사에서는 이러한 특성을 계수형 (attributes)이라 부르고 있다. 하지만 스크리닝 절차에서는 그 동안 연구된 100여편의 연구 논문에서 이치형 (dichotomous)이라 하고 있다.), 아니면 계량치로 측정 가능한 연속형인지에 따라 모형이 크게 달라지는데, 본 논문에서는 두 가지 경우를 모두 고려하고자 한다. 전자의 경우는 정규모형, 그리고 후자의 경우는 이변량 정규모형에 기초해 통계적 모형을 설정하고 최적 해를 구할 것이다.

2. 정규모형 : 주품질특성이 이치형 변수인 경우

검사대상이 되는 제품의 주품질특성을 T 라 정의하자. 주품질특성 T 는 양품일 때 $T=0$, 불량품일 때 $T=1$ 을 취하는 이치형 확률변수이다. 또한 주품질특성과 높은 상관관계를 갖고 상대적으로 낮은 검사비용

을 갖는 대용특성을 X 라 하자. 대용특성을 활용한 검사에서는 주 품질특성과 대용특성의 관계를 올바로 설정하는 것이 중요한데, 본 논문에서는 $T=i,\ i=0,1$ 일 때, X의 조건부 확률분포는 평균 μ_i ($\mu_o > \mu_1$), 분산 σ_i^2 인 정규분포를 따른다고 가정한다. $\mu_o > \mu_1$의 조건이 성립하는 상황에서는 대용특성 X의 값이 클수록 T가 양품일 확률이 높아진다. 따라서 대용특성의 기각치를 ω라 정의할 때, 우리는 대용특성 X의 측정값 $x \geq \omega$이면 합격, 그렇지 않으면 불합격 시킨다. 이 때 ω는 대용특성의 기각치가 된다. 물론 $\mu_0 < \mu_1$ 인 경우도 동일한 방법에 의해 최적 검사방식을 구할 수 있다. Boys와 Dunsmore (1987), Bai 등 (1995), Hong 등 (2001), 그리고 Hong (2006) 등 주 품질특성이 이치형 변수일 때를 고려한 이 분야의 다른 연구 논문들도 동일한 가정을 한 바 있다.

주 품질특성 대신 비용이 저렴한 대용특성을 측정하면 비용은 절감할 수 있으나, 검사에 따른 오류가 발생할 수 있다. 즉 대용특성을 검사함으로 인해 실제로 양품인데도 불합격 되거나, 불량품이 합격되는 오류가 발생할 수 있다. 우리는 전자를 제 1종 오류 또는 생산자 위험이라 하며, 후자를 제 2종 오류 또는 소비자 위험이라 한다. 품질검사의 설계 기준은 검사의 오류 확률을 최대한 줄이는 것이다. 규준형 샘플링 검사에서 로트 단위의 제품에 대해 생산자 위험 및 소비자 위험을 지정하는 것도 같은 맥락이다. 규준형 스크리닝 절차는 로트 단위의 제품이 아닌 개별 제품에 대한 검사 오류를 줄이기 위한 것으로, 생산자 위험 및 소비자 위험 조건에 의해 우리는 다음의 두 가지 식을 얻을 수 있다.

$$P(X < \omega | T=0) \leq \alpha, \tag{1a}$$
$$P(X \geq \omega | T=1) \leq \beta. \tag{1b}$$

단, 식 (1a)와 (1b)에서 α와 β는 각각 생산자 위험과 소비자 위험에 대한 상한 값으로 정의한다. 식 (1a)와 (1b)를 다시 정리하면 이 된다.

$$\Phi(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}) \leq \alpha, \tag{2a}$$

$$1 - \Phi(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}) \leq \beta, \tag{2b}$$

단 식 (2a) 및 (2b)에서 $\Phi(\cdot)$는 표준정규분포의 누적분포함수이다. 식 (2a)와 (2b)로부터 대용특성의 기각치 ω는 다음 조건을 만족해야 함을 알 수 있다.

$$\omega_L \leq \omega \leq \omega_U. \tag{3}$$

단, 식 (3)에서 $\omega_L = \mu_1 + \sigma_1 \Phi^{-1}(1-\beta), \omega_U = \mu_0 + \sigma_0,$ $\Phi^{-1}(\alpha)$그리고 $\Phi^{-1}(\cdot)$는 표준정규분포 누적분포함수의 역함수이다. 식 (3)에서 보는 바와 같이 식 (1a)와 (1b)를 동시에 만족하는 ω값이 존재하기 위한 필요충분조건은 $\omega_L \leq \omega_U$임을 알 수 있다. 일반적으로 식 (3)을 만족하는 ω는 무수히 많이 존재하는 데, 이들 중 선택기준은 생산자 위험과 소비자 위험에 따른 손실을 감안해 선택하면 될 것이다.

개별제품의 품질검사를 적용하기 전에 생산자위험 α와 소비자위험 β를 합리적으로 선택하는 것은 무엇보다 중요한 일이다. 이 값의 선택은 양품을 불량품으로 또는 불량품을 양품으로 잘 못 선별하였을 때 이로 인한 손실비용을 감안해 품질부서 차원에서 결정하여야 할 것이다. 양품을 불량품으로 잘 못 선별하였을 경우의 손실은 재작업 비용/폐기처분 비용/제품의 판매에 대한 기회 손실비용 등을 생각할 수 있을 것이다. 반면 불량품을 양품으로 잘 못 선별해 이 제품이 고객에게 전달된다면, 수리비용/반품 및 클레임 처리비용은 물론이고 나아가 해당 기업 제품에 대한 평판도 저하 및 고객의 구매의욕 상실로 이어질 수 있다는 점을 감안하면 그 영향력은 엄청나다고 할 수 있을 것이다. 품질검사 시 α와 β의 선택은 이러한 점을 감안하여야 할 것이며, β가 α에 비해 훨씬 작은 값을 가져야 한다는 것을 알 수 있을 것이다. <부록 1>은 생산자 위험, 소비자 위험, 그리고 품질검사비용을 고려한 비용함수모형을 설정하고, 특히 이 예제와 같이 $\sigma_0 = \sigma_1$인 경우 최적 해를 구한 것이다. 이외에 다양한 비용항목을 고려한 모형들에 대해서는 이 분야의 리뷰 논문인 Tang and Tang (1994)를 참조하면 될 것이다.

전술한 바와 같이 불량품이 검사에서 합격될 확률인 소비자 위험이 생산자 위험에 비해 기업 경영에 훨씬 큰 영향을 미치므로 우리는 다음과 같은 기준에 의해 품질검사방식을 설계하기도 한다.

$$\min \left\{ 1 - \Phi(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}) \right\},$$
$$s.t.\ \ \Phi(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}) \leq \alpha. \tag{4}$$

즉, 생산자 위험에 대한 제약조건 하에서 소비자 위험을

최소화하는 ω^*를 찾는 것이다. $\mu_1+\sigma_1\Phi^{-1}(1-\beta) \le \mu_0 + \sigma_0\Phi^{-1}(\alpha)$의 조건을 만족한다면 식 (4)에 대한 해는 존재하게 되고, $\omega^* = \mu_0+\sigma_0\Phi^{-1}(\alpha)$을 선택하면 된다. 반대의 경우 해는 존재하지 않는다.

<예제 1> 자동차의 연료주입장치에 쓰이는 부품인 노즐 (nozzle)의 주 품질특성 중 하나는 연료를 올바로 분사시켜 줄 수 있는가이다. 이 기능의 검사를 위해서는 노즐을 통해 실험용 기름을 분사한 후, 분사되는 기름의 형태를 관찰함에 의해 노즐의 작동 상태를 알 수 있다. 그러나 이 검사는 상당한 시간과 비용을 필요로 한다. 따라서 대용특성으로 연료주입장치 작동 시 노즐의 바늘 부분이 몸체 부분위로 나오는 순간, 새어나오는 공기의 양을 측정하여 노즐의 품질을 검사할 수 있다. 과거의 검사기록들을 토대로 분석한 결과 노즐이 정상적으로 작동할 때 공기의 유동양은 분당 평균 15.0 리터이고, 표준편차는 1.0 리터인 정규분포를 따르는 것으로 알려져 있다. 또한 노즐이 불량일 때의 유동량은 평균 10.0 리터, 표준편차 1.0 리터인 정규분포를 따른다. 양품의 불합격 확률 $\alpha = 5\%$, 불량품의 합격 확률 $\beta = 0.1\%$로 지정할 경우, 이 조건을 만족하는 ω값은 $10.0+(1.0)(3.090) \le \omega \le 15.0+(1.0)(-1.645)$으로부터 $13.090 \le \omega \le 13.355$을 얻게 된다. 최적해 ω^*는 생산자 위험과 소비자 위험에 따른 손실비용을 고려해 생산자가 선택하면 될 것이다.

한편 $\alpha \le 5\%$을 만족하면서 소비자 위험 β를 최소화하는 스크리닝 검사는 $\omega^* = 13.355$를 선택하면 된다. <표 1>은 (α,β)의 다양한 값에 따른 ω_L과 ω_U값을 보여주고 있다. 표에서 보는 바와 같이 β값이 커질수록 ω_L값은 감소하며, α값이 커질수록 ω_U값은 증가함을 알 수 있다. 특히 β가 작은 값을(예를 들어 0.15% 이하인 경우) 갖고 α 역시 작은 값을 (예를 들어 4% 이내) 갖는 일부의 경우는 $\omega_L > \omega_U$가 되어 조건을 만족하는 스크리닝 절차가 존재하지 않음을 알 수 있다. <표 1>에서 제시한 α = 2% ~ 3%, β = 0.05% ~ 0.30% 는 하나의 예일 뿐이며, 품질 검사자 가 지정한 (α,β) 조합이 이와 다를 경우의 최적 해는 본 논문의 식 (2a) 및 (2b)를 활용해 구할 수 있을 것입니다. 최적 해는 정규분포 표를 활용해 간단히 구할 수 있을 것이다.

3. 이변량 정규모형 : 주 품질특성이 연속형 변수인 경우

검사대상이 되는 제품의 연속형 주 품질특성 Y에 대한 규격하한 L이 존재한다. 즉 $Y \ge L$이면 양품, 그렇지 않으면 불량품이다. 또한 주품질특성과 높은 상관관

<표 1> (α,β)의 여러 값에 따른 (ω_L,ω_U)

α \ β	0.05%	0.10%	0.15%	0.20%	0.25%	0.30%
2%	-	-	-	(12.878, 12.946)	(12.807, 12.946)	(12.748, 12.946)
3%	-	(13.090, 13.119)	(12.968,13.119)	(12.878, 13.119)	(12.807, 13.119)	(12.748, 13.119)
4%	-	(13.090, 13.249)	(12.968, 13.249)	(12.878, 13.249)	(12.807, 13.249)	(12.748, 13.249)
5%	(13.291, 13.355)	(13.090, 13.355)	(12.968, 13.355)	(12.878, 13.355)	(12.807, 13.355)	(12.748, 13.355)
6%	(13.291, 13.445)	(13.090, 13.445)	(12.968, 13.445)	(12.878, 13.445)	(12.807, 13.445)	(12.748, 13.445)
7%	(13.291, 13.524)	(13.090, 13.524)	(12.968, 13.524)	(12.878, 13.524)	(12.807, 13.524)	(12.748, 13.524)
8%	(13.291, 13.595)	(13.090, 13.595)	(12.968, 13.595)	(12.878, 13.595)	(12.807, 13.595)	(12.748, 13.595)
9%	(13.291, 13.659)	(13.090, 13.659)	(12.968, 13.659)	(12.878, 13.659)	(12.807, 13.659)	(12.748, 13.659)
10%	(13.291, 13.718)	(13.090, 13.718)	(12.968, 13.718)	(12.878, 13.718)	(12.807, 13.718)	(12.748, 13.718)

계가 있으며 상대적으로 낮은 검사비용을 갖는 대용특성을 X라 하자. 대용특성을 활용한 품질검사에서는 X와 Y 사이의 관계를 올바로 설정하는 것이 중요한데, 본 논문에서는 X와 Y가 평균 (μ_x, μ_y), 분산 (σ_x^2, σ_y^2), 그리고 상관계수 $\rho>0$를 갖는 이변량정규분포를 따른다고 가정한다. 주 품질특성 Y와 대용특성 X가 양의 상관관계를 갖고 Y에 대한 규격하한 L이 존재하는 상황에서는 대용특성 X의 값이 클수록 Y가 양품일 확률이 높아진다. 따라서 대용특성의 기각치를 ω라 정의할 때, 우리는 대용특성 X의 측정값 $x \geq \omega$이면 합격, 그렇지 않으면 불합격 시킨다. 물론 $\rho<0$인 경우도 동일한 방법에 의하여 검사방식을 구할 수 있다. X와 Y의 결합확률밀도함수를 $h(x,y)$, X의 주변확률밀도함수를 $f(x)$, 그리고 $X=x$일 때 Y의 조건부확률밀도함수를 $g(y\mid x)$라 할 때,

$$h(x,y) = g(y\mid x)f(x), \tag{5}$$

이 된다. 단, 식 (5)에서 $f(x)$는 평균 μ_x, 분산 σ_x^2인 정규분포이고, $g(y\mid x)$는평균 $\mu=\mu_x+\rho(\sigma_y/\sigma_x)(x-\mu_x)$,분산 $\sigma^2=\sigma_y^2(1-\rho^2)$인 정규분포를 따르게 된다.

규준형 스크리닝 절차는 생산자 위험 및 소비자 위험 관점에서 설계되는 바, 우리는 다음의 두 가지 관계식을 얻을 수 있다.

$$P(X<\omega\mid Y\geq L)\leq \alpha, \tag{6a}$$
$$P(X\geq \omega\mid Y<L)\leq \beta. \tag{6b}$$

식 (6a)와 (6b)를 다시 정리하면

$$\frac{P(X<\omega,\ Y\geq L)}{P(Y\geq L)}=\frac{\Phi(\xi)-\Psi(\xi,\eta;\rho)}{1-\Phi(\eta)}\leq \alpha, \tag{7a}$$

$$\frac{P(X\geq\omega,\ Y<L)}{P(Y<L)}=\frac{\Phi(\eta)-\Psi(\xi,\eta;\rho)}{\Phi(\eta)}\leq \beta, \tag{7b}$$

이 된다. 단, 식 (7a)와 (7b)에서 $\xi=\frac{\omega-\mu_x}{\sigma_x}$, $\eta=\frac{L-\mu_y}{\sigma_y}$, 그리고 $\Psi(\cdot,\cdot;\rho)$는 상관계수 ρ인 이변량 정규분포의 누적분포함수이다. 식 (7a) 및 (7b)를 만족하는 ξ값은 IMSL 라이브러리와 Visual Fortran을 활용해 간단히 구할 수 있다.

식 (7a) 및 (7b)에서 생산자 위험 및 소비자 위험이 ξ 변수에 대해 어떻게 변화하는가를 알아보기 위해 각각을 ξ에 대해 편미분하였다. 이를 위해 우리는 다음의 두 가지 관계식을 활용할 수 있다.

$$\frac{\partial\Phi(\xi)}{\partial\xi}=\phi(\xi), \tag{8a}$$

$$\frac{\partial\Psi(\eta,\xi;\rho)}{\partial\xi}= \phi(\xi)\Phi\left(\frac{\eta-\rho\xi}{\sqrt{1-\rho^2}}\right). \tag{8b}$$

위의 식을 이용해 편미분한 결과

생산자 위험 :

$$\phi(\xi)\bullet\left\{1-\Phi\left(\frac{\eta-\rho\xi}{\sqrt{1-\rho^2}}\right)\right\}/\{1-\Phi(\eta)\}>0$$

소비자 위험 :

$$-\phi(\xi)\bullet\Phi\left(\frac{\eta-\rho\xi}{\sqrt{1-\rho^2}}\right)/\Phi(\eta)<0$$

임을 알 수 있다. 이로부터 생산자 위험은 ξ의 단조증가함수, 소비자 위험은 ξ의 단조감소함수임을 알 수 있다. 따라서 식 (7a)를 만족하는 ξ값을 ξ_U, 식 (7b)를 만족하는 ξ값을 ξ_L라 할 때, 식 (7a)와 (7b)를 동시에 만족하는 ξ값은 $\xi_L\leq\xi\leq\xi_U$가 된다. 경우에 따라 $\xi_L>\xi_U$의 결과를 얻을 수도 있는데, 이 경우는 식 (7a)와 (7b)를 동시에 만족하는 해가 없는 경우이다.

대용특성의 기각치 ω는 $\omega_L\leq\omega\leq\omega_U$이 되는데, 여기서

$$\omega_L=\mu_x+\xi_L\bullet\sigma_x, \tag{9a}$$
$$\omega_U=\mu_x+\xi_U\bullet\sigma_x. \tag{9b}$$

으로부터 구할 수 있다.

한편 제품의 품질특성에 대한 규격상한 및 하한이 모두 존재하는 망목특성의 경우에도 한쪽 규격이 존재하는 경우와 마찬가지로 규준형 스크리닝 절차를 구할 수 있다. 양쪽규격이 존재하는 경우 주 품질특성 $L=\mu_y-\delta\sigma_y\leq Y\leq\mu_y+\delta\sigma_y=U$ 이면 양품, 그렇지 않으면 불량품이라 정의하자. 대용특성으로 품질을 검사하는데, $\omega_1=\mu_x-\xi\sigma_x\leq X\leq\mu_x+\xi\sigma_x=\omega_2$이면 합격, 그렇지 않으면 불합격시킨다. 이로부터 생산자 위험 및 소비자 위험과 관련된 다음의 두 가지 관계식을 얻을 수 있다.

$$1-P(\omega_1 \le X \le \omega_2 | L \le Y \le U) \le \alpha, \quad (10a)$$

$$P(\omega_1 \le X \le \omega_2 | Y < L) + P(\omega_1 \le X \le \omega_2 | Y > U) \le \beta. \quad (10b)$$

식 (10a)와 (10b)를 다시 정리하면

$$1-\frac{\Psi(\xi,\delta;\rho)+\Psi(-\xi,-\delta;\rho)}{\Phi(\delta)-\Phi(-\delta)} + \frac{\Psi(\xi,-\delta;\rho)+\Psi(-\xi,\delta;\rho)}{\Phi(\delta)-\Phi(-\delta)} \le \alpha, \quad (11a)$$

$$\frac{\Psi(\xi,-\delta;\rho)-\Psi(-\xi,-\delta;\rho)}{\Phi(-\delta)} + \frac{\Phi(\xi)-\Phi(-\xi)-\Psi(\xi,\delta;\rho)+\Psi(-\xi,\delta;\rho)}{\Phi(\delta)} \le \beta. \quad (11b)$$

이 된다. 품질특성에 대한 한쪽 규격만이 존재하는 경우와 마찬가지로 식 (11a) 및 (11b)를 만족하는 ξ값은 IMSL 라이브러리와 Visual Fortran을 활용해 간단히 구할 수 있다.

<예제 2> 어떤 전자제품은 내부전압이 규격하한 $L=8$ 볼트 이상이면 정상적으로 가동한다. 내부전압이 8볼트 이하이면 그 효율이 감소하게 되는데, 이 제품의 내부전압을 측정하기 위해서는 제품을 분해해야 하는 등 시간상의 어려움과 함께 비용도 다소 많이 든다. 반면 이 제품의 내부전압은 외부전압과 높은 상관관계를 갖고 있으며, 외부전압의 측정은 내부전압에 비해 상대적으로 수월하다고 한다. 또한 과거의 경험으로 보면 대용특성인 외부전압 X와 주 품질특성인 내부전압 Y는 평균 $(\mu_x,\mu_y)=(8,10)$볼트, 표준편차 $(\sigma_x,\sigma_y)=(2.0,2.0)$볼트, 그리고 상관계수 $\rho=0.98$을 갖는 이변량 정규분포를 따르는 것으로 알려져 있다.

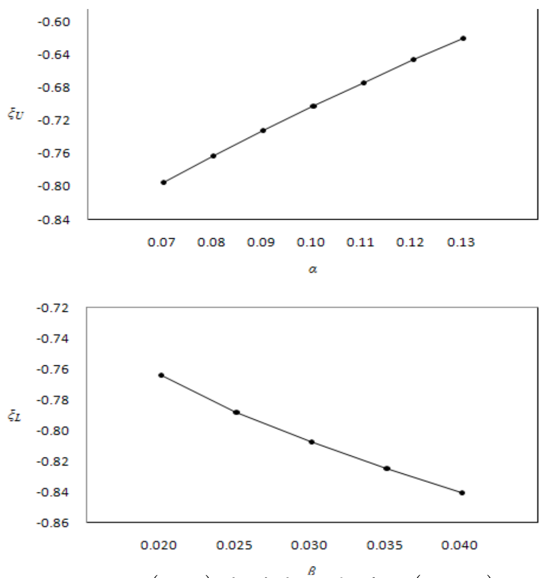
이 경우 $\eta=(L-\mu_y)/\sigma_y=(8-10)/2.0=-1.0$으로 주어진다. 양품의 불합격 확률 $\alpha=10\%$, 불량품의 합격 확률 $\beta=3\%$로 지정할 경우, 이 조건을 만족하는 ξ는 $-0.808=\xi_L \le \xi \le \xi_U=-0.703$으로부터 $6.384=\mu_x+\sigma_x \cdot \xi_L \le \omega \le \mu_x+\sigma_x \cdot \xi_U=6.594$을 얻게 된다. 최적해 ω^*는 생산자 위험과 소비자 위험에 따른 손실비용을 고려해 생산자가 선택하면 될 것이다. 이변량 정규모형에서 생산자 위험, 소비자 위험, 그리고 품질검사비용을 고려한 비용함수모형을 설정하고, 이를 최소화하는 연구는 Tang (1987)에 의해 연구된 바 있다. 또한 다양한 비용항목을 고려한 경제적 모형에 대해서는 이 분야의 리뷰 논문인 Tang and Tang (1994)를 참조하면 될 것이다. 한편 $\alpha \le 10\%$을 만족하면서 소비자 위험 β를 최소화하는 스크리닝 검사는 $\omega^*=6.594$를 선택하면 된다.

<표 2> 상관계수 ρ값의 변화에 따른 (ξ_L,ξ_U)

ρ	(ξ_L,ξ_U)
0.96	해가 없음
0.97	(-0.735, -0.710)
0.98	(-0.808, -0.703)
0.99	(-0.895, -0.698)

<표 2>는 주 품질특성과 대용특성의 상관관계에 따른 (ξ_L,ξ_U)의 값을 분석한 것이다. 표에서 보는 바와 같이 상관계수 ρ가 작아짐에 따라 (α,β) 조건을 동시에 만족하는 ξ값의 범위는 점점 줄어들고, 특히 $\rho=0.96$인 경우는 $\xi_L=-0.716>-0.760=\xi_U$가 되어 해가 없음을 알 수 있다. 즉, 본 예제의 경우 ρ가 0.96 이상은 되어야 (α,β) 조건을 동시에 만족하는 해가 존재함을 알 수 있다.

<그림 1>은 α와 β의 여러 값에 따른 ξ_L과 ξ_U값을 보여주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 β값이 커질수록 ξ_L값은 감소하며, α값이 커질수록 ξ_U값은 증가함을 알 수 있다.



<그림 1> (α,β)의 여러 값에 따른 (ξ_L,ξ_U)

4. 결 론

본 논문에서는 대용특성을 활용한 규준형 스크리닝 절차를 제안하였다. 주 품질특성이 이치형인 경우 정규모형을, 연속형인 경우 이변량 정규모형을 고려하였다. 정규모형에서는 이치형 주 품질특성 T가 양품 또는 불량품일 때 대용특성 X의 조건부 확률분포를 정규분포로 가정하였고, 이변량 정규모형에서는 주 품질특성 Y와 대용특성 X가 평균 (μ_x, μ_y), 분산 (σ_x^2, σ_y^2), 그리고 상관계수 ρ를 갖는 이변량정규분포를 따른다고 가정하였다. 본 논문에서 제안된 규준형 스크리닝 절차의 기본개념은 양품의 불합격 확률을 α 이하로, 또한 불량품의 합격 확률을 β이하로 유지하기 위한 대용특성의 최적 기각치를 구하는 것이었다. 정규모형에서는 대용특성의 기각치 ω에 대한 정확한 표현식을 얻을 수 있었다. 한편 이변량 정규모형에서는 ω에 대한 정확한 표현식을 얻을 수는 없었으나, Visual Fortran과 IMSL 라이브러리를 활용한 수치적인 방법에 의해 그 값을 구할 수 있었다. 두 모형 모두 생산자 위험 및 소비자 위험 조건을 만족하는 ω값의 범위를 구할 수 있었는데, 이들 중 최적 기각치 ω^*의 선택은 생산자 위험 및 소비자 위험에 따른 손실비용을 고려해 생산자가 선택하면 될 것이다. 수리적인 분석 결과 소비자 위험 β값이 커질수록 ω_L값은 감소하며, 생산자 위험 α값이 커질수록 ω_U값은 증가함을 알 수 있었다. 특히 일부 (α,β)의 조합에서는 $\omega_L > \omega_U$가 되어 스크리닝 절차가 존재하지 않음을 확인할 수 있었다. 또한 상관계수 ρ값이 커짐에 따라 (α,β) 조건을 동시에 만족하는 ω값의 범위가 좁아짐을 알 수 있었다.

본 논문에서는 주 품질특성과 상관관계가 높은 대용특성이 존재하는 경우를 모형 화하였다. 하지만 많은 경우 상관관계가 높은 대용특성을 찾기 힘든 경우들이 존재한다. 이러한 경우 상관관계가 높지 않은 여러 대용특성들을 조합해 새로운 대용특성을 찾고 이 특성에 기초해 품질검사를 할 수 있다. 이러한 모형은 스크리닝 절차에 대한 추후 연구과제로 고려할 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] Bai, D.S., and Hong, S.H., "Economic Seceening Procedures Using a Correlated Variable with Multi decision Alternatives", Naval Research Logis tics, Vol. 39, pp. 471-485, 1992.

[2] Bai, D.S., and Kwon, H.M., and Lee, M.K., "An Economic Two-Stage Screening Procedure with a Prescribed Outgoing Quality in Logistic and Normal Models", Naval Research Logistics, Vol. 42, pp. 1081-1097, 1995.

[3] Boys, R.J., and Dunsmore, I.R., "Diagnostic and Sampling Models in Screening", Biometrika, Vol. 74, pp. 356-374, 1987.

[4] Govindaduri, M.S., Shin, S.M., and Cho, B.R., "Tolerance Optimization Using the Lambert W Function: An Empirical Approach", International Journal of Production Research, Vol. 42, pp. 3235-3251, 2004.

[5] Hong, S.H., "Design of a Continuous Screening Procedure in the Bivariate Normal Model", Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers, Vol. 31, pp. 99-105, 2005.

[6] Hong, S.H., "Design of Rectifying Screening Procedures", Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers, Vol. 31, pp. 51-60, 2006.

[7] Hong, S.H., and Cho, B.R., "Joint Optimization of Process Target Mean and Tolerance Limits with Measurement Errors under Multi-decision Alternatives", European Journal of Operational Research, Vol. 327-335, pp. 327-335, 2007.

[8] Hong, S.H., Choi, I.J., Lee, Y.D., Lee, M.K., and Kwon, H.M., "Rectifying Screening Inspections Using a Surrogate Variable in a Bivariate Normal Model", Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers, Vol. 35, 147-158, 2007.

[9] Hong, S.H., Kim, S.B., Kwon, H.M., and Lee, M.K., "Economic Design of Screening Procedures When the Rejected Items are Reprocessed", European Journal of Operational Research, pp. 65-73, 1998.

[10] Hong, S.H., Lee, M.K., Kwon, H.M., and Kim, S.B., A Continuous Screening Procedure Using the Performance and Surrogate Variables," International Journal of Production Research, pp. 2333-2340, 2001.

[11] Kim, S.B., Bai, D.S., Economic Screening Procedures in Logistic and Normal Models," Naval Research Logistics, pp. 919-928, 1990.

[12] Kwon, H.M., Hong, S.H., Lee, M.K., and Kim, S.B., "A Process Monitoring Procedure Based on a Surrogate Variable for Dichotomous Performance Variable," IIE Transactions, pp. 1129-1133, 2001.

[13] Lee, M.K., Hong, S.H., and Elsayed, E.A., “The Optimum Target Value under Single and Two-Stage Screenings”, Journal of Quality Technology, Vol. 33, pp. 506-514, 2001.
[14] Lee, T.H., Lee, J.H., Lee, M.K., and Lee, J.H., “Economic Design of $\overline{X}$ Control Chart Using a Surrogate Variable”, Journal of the Korean Society for Quality Management, Vol. 37, pp. 46-57, 2009.
[15] Li, L. and Owen, D.B., “Two-Sided Screening Procedures in the Bivariate Case”, Technometrics, Vol. 21, pp. 79-85, 1979.
[16] Ng, W.C., and Hui, Y.V., “Economic Design of a Complete Inspection Plan with Interactive Quality Improvement”, European Journal of Operational Research, Vol. 96, pp. 122-129, 1996.
[17] Owen, D.B., McIntire, D. and Seymour, E., “Tables Using One or Two Screening Variables to Increase Acceptable Product Under One-Sided Specifications”, Journal of Quality Technology, Vol. 7, pp. 127-138, 1975.
[18] Plante, R., "Multivariate Tolerance Design for a Quadratic Design Parameter Model”, IIE Transactions, Vol. 34, pp. 565-571, 2002.
[19] Tang, K., “Economic Design of a One-Sided Screening Procedure Using a Correlated Variable”, Technometrics, Vol. 29, pp. 477-485, 1987.
[20] Tang, K., “Economic Design of Product Specifications for a Complete Inspection Plan”, International Journal of Production Research, Vol. 26, pp. 203-217, 1988.
[21] Tang, K. and Tang, J., “Design of Screening Procedures: A Review”, Journal of Quality Technology, Vol. 26, pp. 209-226, 1994.
[22] Wong,A., Meeker,J.B., and Selwyn,M.R., “Screening on Correlated Variables: A Bayesian Approach”, Technometrics, Vol. 27, pp. 423-431, 1985.

부록 : 비용함수모형

불량제품의 합격 (소비자 위험)으로 인한 손실비용을 a, 양품의 불합격 (생산자 위험)으로 인한 손실비용을 r, 그리고 대용특성의 품질검사비용을 c_s라 정의하자. 단위제품 당 기대비용 ETC는

$$ETC = c_s + r \cdot P(X < \omega | T=0) + a \cdot P(X \geq \omega | T=1)$$

$$= c_s + r \cdot \Phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) + a \cdot 1 - \Phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right), \qquad \text{(A1)}$$

이 된다. ETC를 최소화하는 ω^*를 구하기 위해 ω에 대해 편미분하면

$$\frac{\partial ETC}{\partial \omega} = \frac{r}{\sigma_0} \cdot \phi\left(\frac{\omega - \mu_0}{\sigma_0}\right) - \frac{a}{\sigma_1} \cdot \phi\left(\frac{\omega - \mu_1}{\sigma_1}\right), \qquad \text{(A2)}$$

이 된다. $\frac{\partial ETC}{\partial \omega} = 0$의 조건으로부터

$$\sigma_0^2(\omega - \mu_1)^2 - \sigma_1^2(\omega - \mu_0)^2 = 2\sigma_0^2\sigma_1^2 \cdot \ln\left(\frac{a\sigma_0}{r\sigma_1}\right), \qquad \text{(A3)}$$

의 식을 얻게 된다. 본 논문의 예제에서와 같이 $\sigma_0^2 = \sigma_1^2 = \sigma^2$ 이라면

$$\omega^* = \frac{\mu_0 + \mu_1}{2} - \frac{\sigma^2 \cdot \ln\frac{a}{r}}{\mu_0 - \mu_1} \qquad \text{(A4)}$$

이 된다. 한편 $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 등 보다 복잡한 모형에 대한 최적 해를 구하기 위해서는 Kim and Bai (1990)을 참조하기 바란다.