

## 용접구조물의 피로수명예측을 위한 수치해석모델

이 치 승\* · 이 제 명\*†

\*부산대학교 공과대학 조선해양공학과

### Numerical Analysis Model for Fatigue Life Prediction of Welded Structures

Chi-Seung Lee\* and Jae-Myung Lee\*,†

\*Dept. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Pusan National University, Busan 609-735, Korea

†Corresponding author : jaemlee@pusan.ac.kr

(Received September 18, 2009 ; Revised October 15, 2009 ; Accepted December 7, 2009)

\*본 논문은 2007년도 추계 학술발표대회(2007. 11, 전주)에서 발표한 논문임

#### Abstract

In this study, the numerical analysis model for fatigue life prediction of welded structures are presented. In order to evaluate the structural degradation of welded structures due to fatigue loading, continuum damage mechanics approach is applied. Damage evolution equation of welded structures under arbitrary fatigue loading is constructed as a unified plasticity-damage theory. Moreover, by integration of damage evolution equation regarding to stress amplitude and number of cycles, the simplified fatigue life prediction model is derived. The proposed model is compared with fatigue test results of T-joint welded structures to obtain its validation and usefulness. It is confirmed that the predicted fatigue life of T-joint welded structures are coincided well with the fatigue test results.

Key Words : Continuum damage mechanics, High cycle fatigue, Simplified fatigue life prediction model, Welded structures

#### 1. 서 론

선박 및 해양구조물과 같은 산업용 구조물에는 수많은 용접이 행해지며 이로 인해 큰 재료적·기하학적 변화가 나타난다. 이 가운데 열 변형률(thermal strain)의 불일치로 인해 나타나는 인장 및 압축 잔류응력(residual stress)은 용접구조물의 피로수명단축 및 좌굴발생을 일으키는 주요 원인으로 분석되고 있다. 특히 인장 잔류응력의 수준이 구조물 모재의 항복응력에 도달하거나 이를 초과하게 되면 구조물의 피로수명은 급격하게 저하된다<sup>1)</sup>. 따라서 용접구조물의 피로수명을 정확하게 예측하기 위해서는 용접으로 야기되는 잔류응력을 정확하게 분석함과 동시에 이를 고려한 피로수명예측을 위한 연구가 반드시 수행되어야 한다.

잔류응력을 고려한 용접구조물의 피로수명을 예측하

는 연구는 주로 파괴역학 기법에 의해 수행되었다<sup>2-8)</sup>. 이들 연구에서는 실험적 방법이나 열탄소성해석법(thermal elastic plastic analysis method)에 의해 계산된 잔류응력 정보를 바탕으로 구조응력법(structural stress method) 또는 핫스팟응력법(hot spot stress method)을 이용하여 피로수명을 평가하는 방법을 채택하고 있다. 해석결과는 실험과 매우 근사한 결과를 보여주고 있으며 이들 결과는 현재 많은 산업체에서 그대로 채택하고 있을 정도로 적용성이 매우 넓다.

그러나 이들 연구는 복잡한 유한요소모델의 구성 및 재료비선형 해석시간 등과 같은 많은 시간 소요적인 요소를 포함하고 있으며, 이로 인해 다소 시간소모적인 방법으로 간주되고 있는 것도 사실이다. 시간 효율적 관점에서의 한 가지 대안으로서, 재료내부의 미세결함을 수치적으로 기술할 수 있는 연속체 손상역학(continuum damage mechanics)을 바탕으로 수치

피로시험을 수행하되 잔류응력 계산에 있어서는 열탄소 성해석법에 비해 매우 단순한 계산법으로 각광받고 있는 고유변형도법(inherent strain method)을 이용한 방법이 저자에 의해 제안되었다<sup>9,10</sup>. 그러나 이러한 기법 또한 용접구조물의 유한요소모델의 구성 및 3차원 잔류응력 분포의 계산 등과 같은 많은 전산적인 기법이 요구되므로 용접구조물의 피로수명 예측을 비교적 단순한 수식화 모델이 제안된다면 이는 곧 시간 및 비용적 측면에서 매우 효율적인 방법이라 판단된다.

따라서 본 연구에서는 단순화 피로수명예측모델(simplified fatigue life prediction model)을 통해 용접구조물의 피로수명을 간단히 예측할 수 있는 수치해석법을 제안한다. 잔류응력은 변수로서 손상발전방정식(damage evolution equation)에 탑재되며, 고려 가능한 응력비에 대하여 손상발전방정식을 피로주기로 적분함으로써 피로수명방정식을 제안한다. 또한 제안식의 적합성 및 유용성을 검증하기 위해 용접구조물의 피로시험결과와 비교한다.

## 2. 수치해석모델

### 2.1 이중범위 손상모델

Lemaitre는 준취성(quasi-brittle)파단이나 고주기 피로(high cycle fatigue)와 같이 구조물에 작용하는 하중이 항복응력에 비해 매우 작을 때 거시범위(meso-scale) 및 미시범위(micro-scale)에서 나타나는 손상의 불일치 현상을 설명하기 위해 이중범위 손상모델(two-scale damage model)을 도입하였다<sup>11,12</sup>. 즉, 작용 하중이 비교적 작은 환경 하에 놓인 재료는 비록 거시범위에서 손상이 발생되지 않는다고 하더라도 미시범위에서는 소성이 발생되며 누적된다. 그러나 구조물의 피로균열과 같은 손상은 거시범위의 역학적 기구로 설명 가능하기에 미시범위와 거시범위를 연결하는 역학적 도구가 필요하며 이것이 Fig. 1에 보인 바와 같은 이중범위 손상모델이다.

미시범위의 손상발전방정식은 다음과 같다.

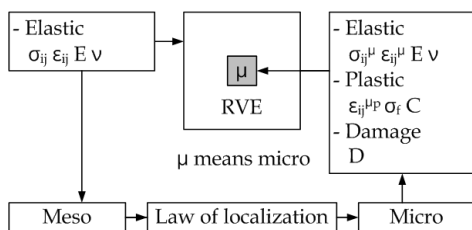


Fig. 1 Two-scale damage model<sup>11,12</sup>

$$\dot{D} = \left( \frac{Y^\mu}{S_1} \right)^{S_2} \dot{p}^\mu \tag{1}$$

여기서

$Y^\mu$ : Strain energy release rate in micro-scale

$S_1$ : Damage strength material parameter

$S_2$ : Damage exponent material parameter

$\dot{p}^\mu$ : Plastic strain rate in micro-scale

한편 재료에 작용하는 인장 응력은 재료 내부의 미세 균열(micro-crack)이나 미세공동(micro-void)의 발생을 증가시키며 압축 응력은 이들의 발생을 감소시킨다. 그러나 실제 결함에 있어서 인장 및 압축 응력을 받는 재료는 완전히 위의 조건을 따르지 않는다. 즉, 압축 응력이 작용할 때 미세균열이나 미세공동은 완전히 닫히지 않으므로 이에 대한 효과를 고려해야 한다.

크랙폐쇄파라미터(crack closure parameter)  $h$ 를 변형률 에너지 밀도 해방률  $Y^\mu$ 에 적용함으로써 인장 및 압축 응력에 따른 재료 내부의 변형률 에너지 해방률을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y^\mu = \frac{1+\nu}{2E} \left[ \frac{\langle \sigma_{ij} \rangle \langle \sigma_{ij} \rangle}{(1-D)^2} + \frac{h \langle -\sigma_{ij} \rangle \langle -\sigma_{ij} \rangle}{(1-hD)^2} \right] - \frac{\nu}{2E} \left[ \frac{\langle \sigma_{kk} \rangle^2}{(1-D)^2} + \frac{h \langle -\sigma_{kk} \rangle^2}{(1-hD)^2} \right] \tag{2}$$

여기서

$E$ : Young's modulus

$\nu$ : Poisson's ratio

$\langle \rangle$ : Macauley parenthesis

또한 이러한 미시범위에서의 역학적 거동이 거시범위에서의 그것과 등가를 이루기 위해서는 미시범위의 응력텐서가 거시범위의 응력텐서로 평가되어야 한다. 즉 이를 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma_{ij}^\mu = \sigma_{ij} - a E \varepsilon_{ij}^{\mu p} \tag{3}$$

여기서

$a$ : Parameter of Eshelby analysis of a spherical inclusion

식 (3)으로부터 다음과 같이 유도 가능하다.

$$a = \frac{1-\beta}{a+\nu} \tag{4}$$

$$\beta = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)} \quad (5)$$

한편, 소성에서 총 변형률을 탄성 변형률과 소성 변형률로 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_{ij}^{\mu} = \epsilon_{ij}^{\mu e} + \epsilon_{ij}^{\mu p} \quad (6)$$

이 때 각각의 변형률은 다음과 같다.

$$\epsilon_{ij}^{\mu e} = \frac{1+\nu}{E} \tilde{\sigma}_{ij}^{\mu} - \frac{\nu}{E} \tilde{\sigma}_{kk}^{\mu} \delta_{ij} \quad (7)$$

$$\epsilon_{ij}^{\mu p} = \frac{\partial f^{\mu}}{\partial \sigma_{ij}^{\mu}} d\lambda = \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}^{\mu}} \left[ \left( \frac{\sigma^{\mu}}{1-D} - X^{\mu D} \right) - \sigma_f \right] d\lambda \quad (8)$$

$$dX_{ij}^{\mu D} = \frac{2}{3} C d\epsilon_{ij}^{\mu p} (1-D) \quad (9)$$

한편, 재료정수의 용이성과 손상발전방정식의 단순화를 위해 다음과 같이 가정한다.

- 1) 손상과 탄성 사이에는 연계성(coupling)이 없다.
- 2) 인장-압축에 따른 마이크로크랙 폐쇄효과(micro-crack closure effect)를 고려해야 하므로 인장-압축 거동에서의 크랙 폐쇄 파라미터  $h$ 는 일반적인 강재의 파라미터인 0.2를 사용한다.
- 3) 손상은 소성과 함께 동시에 발생한다. 즉  $p_D = 0$ 이다.
- 4) 미시범위의 항복면 내에서 유효응력의 함수로 표현되는 손상의 영향을 무시한다.
- 5) 손상임계값(critical damage value)  $D_c$ 는 1.0이다.

따라서 미시범위에서의 손상발전방정식인 식 (1)을 인장 및 압축에 따른 거시범위의 손상발전방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$dD = \left[ \frac{(\sigma_{eq} + k\sigma_f)^2 R_v^{\mu}}{2ES_1(1+k)^2(1-D)^2} \right]^{S_2} \frac{d\sigma_{eq}}{C(1+k)} \quad (10)$$

if  $\sigma_{eq} \geq \sigma_f, \sigma > 0$

$$dD = \left[ \frac{h(\sigma_{eq} + k\sigma_f)^2 R_v^{\mu}}{2ES_1(1+k)^2(1-hD)^2} \right]^{S_2} \frac{d\sigma_{eq}}{C(1+k)} \quad (11)$$

if  $\sigma_{eq} \geq \sigma_f, \sigma < 0$

이때 3축 함수(triaxiality function)  $R_v^{\mu}$ 는 다음과 같다.

$$R_v^{\mu} = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left[ \frac{\sigma_H(1+k)}{\sigma_{eq} + k\sigma_f} \right]^2 \quad (12)$$

여기서

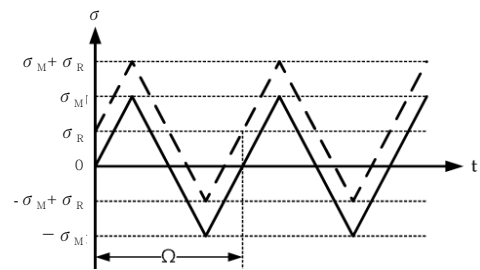
$k = 3\alpha E/2C$ : Material parameter

$C$ : Kinematic hardening parameter

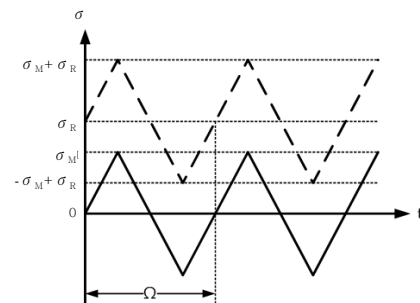
$\sigma_f$ : Fatigue limit stress

## 2.2 단순화 피로수명예측모델

용접구조물의 피로거동은 용접으로 야기된 잔류응력으로 인해 용접구조물의 모재의 피로거동과 매우 다른 양상을 보인다. 즉, Fig. 2에 보인 바와 같이 잔류응력으로 인해 용접구조물은 마치 피로하중에 있어서 평균응력(mean stress)이 작용한 것과 같은 효과를 보이게 되는데, 엄밀히 말하면 이는 서로 다르나, 전술한 효과를 이용하여 용접구조물의 피로거동을 수치적으로 나타낸다. 이를테면 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 양진인장압축의 피로하중(그림의 실선)을 받는 용접구조물은 구조물 내부의 잔류응력분포로 인해 더 이상 양진인장압축의 피로하중을 받는다고 볼 수 없으며, 따라서 평균응력과 잔류응력을 모두 고려한 등가피로하중(그림의 점선)을 가정하여야 한다. 이에 있어서는 잔류응력이 평균응력의 이하의 경우(Fig. 2(a))와 이상인 경우(Fig. 2(b))로 나눔으로써 잔류응력과 평균응력의 상관관계에 따른 효과를 고려한다.



(a)  $-1 \leq R < 0$



(b)  $0 \leq R < 1$

**Fig. 2** Stress amplitude under cyclic tension-compression load condition and virtual stress amplitude under residual stress effects

Fig. 2의 한 주기  $\Omega$ 에 해당하는 손상의 발전 정도인  $dD/dN$ 은 전술한 바와 같이 하중의 인장-압축 거동에 따라 다르다. 식 (10) 및 식 (11)을 이를 고려한 적분 형태로 나타내면 각각 식 (13) 및 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dD}{dN} &= \int_{\Omega} \dot{D} dt & (13) \\ &= 2 \int_{\sigma_R}^{\sigma_M + \sigma_R} \left( \frac{Y_+^\mu}{S_1} \right)^{S_2} p^\mu dt \\ &+ 2 \int_{-\sigma_M + \sigma_R}^{\sigma_R} \left( \frac{Y_+^\mu}{S_1} \right)^{S_2} p^\mu dt \\ &- 2 \int_{-\sigma_M + \sigma_R}^0 \left( \frac{Y_+^\mu}{S_1} \right)^{S_2} p^\mu dt \\ &+ 2 \int_{-\sigma_M + \sigma_R}^0 \left( \frac{Y_-^\mu}{S_1} \right)^{S_2} p^\mu dt \\ &\text{if } -1 \leq R < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dD}{dN} &= \int_{\Omega} \dot{D} dt & (14) \\ &= 2 \int_{\sigma_R}^{\sigma_M + \sigma_R} \left( \frac{Y_+^\mu}{S_1} \right)^{S_2} p^\mu dt \\ &+ 2 \int_{-\sigma_M + \sigma_R}^{\sigma_R} \left( \frac{Y_+^\mu}{S_1} \right)^{S_2} p^\mu dt \\ &\text{if } 0 \leq R < 1 \end{aligned}$$

여기서  
 $\sigma_M$ : Maximum stress  
 $\sigma_R$ : Residual stress

식 (13) 및 식 (14)를 한 주기에 대한 손상증분으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\delta D}{\delta N} &= & (15) \\ &= \frac{2(R_\nu^\mu)^{S_2}}{C(1+k)(2S_2+1)} \times \\ &= \frac{[(\sigma_R + \sigma_M + k\sigma_f)^{2S_2+1} - (\sigma_f(1+k))^{2S_2+1}]}{[2ES_1(1+k)^2(1-D)^2]^{S_2}} \\ &\text{if } -1 \leq R < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta D}{\delta N} &= & (16) \\ &= \frac{2(R_\nu^\mu)^{S_2}}{C(1+k)(2S_2+1)} \times \\ &= \frac{[(\sigma_R - \sigma_M + k\sigma_f)^{2S_2+1} - (\sigma_f(1+k))^{2S_2+1}]}{[2ES_1(1+k)^2(1-D)^2]^{S_2}} \\ &\text{if } 0 \leq R < 1 \end{aligned}$$

손상이 누적되어 임계손상에 도달할 때까지의 피로주기를  $N_R$ 이라 하고, 식 (15) 및 식 (16)을 피로주기에 대해 적분하면 다음 식과 같은 용접구조물의 단순화 피로수명예측모델(simplified fatigue life prediction model)을 얻는다.

$$N_R = \frac{(2ES_1)^{S_2} C}{2(R_\nu^\mu)^{S_2}} \times \tag{17}$$

$$\frac{1}{\left\{ \left[ \frac{1+k \frac{\sigma_R + \sigma_M}{\sigma_f}}{(\sigma_R + \sigma_M) \frac{\sigma_f}{1+k}} \right]^{2S_2+1} - \sigma_f^{2S_2+1} \right\}}$$

if  $-1 \leq R < 0$

$$N_R = \frac{(2ES_1)^{S_2} C}{2(R_\nu^\mu)^{S_2}} \times \tag{18}$$

$$\frac{1}{\left\{ \left[ \frac{1+k \frac{\sigma_R - \sigma_M}{\sigma_f}}{(\sigma_R - \sigma_M) \frac{\sigma_f}{1+k}} \right]^{2S_2+1} - \sigma_f^{2S_2+1} \right\}}$$

if  $0 \leq R < 1$

이때 3축 함수  $R_\nu^\mu$ 는 다음과 같다.

$$R_\nu^\mu = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left[ \frac{1+k}{3 \left( 1+k \frac{\sigma_f}{\sigma_M} \right)} \right]^2 \tag{19}$$

### 3. 수치해석모델의 검증

#### 3.1 용접구조물의 피로시험

본 연구에서 제안된 용접구조물의 단순화 피로수명예측모델의 적합성 및 유용성을 필릿용접구조물의 피로시험결과<sup>13)</sup>를 바탕으로 검증한다. 필릿용접구조물의 용접

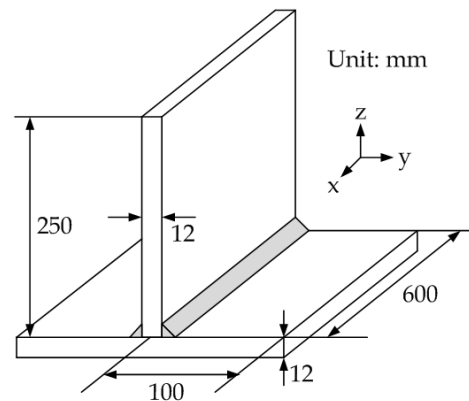


Fig. 3 Schematics of T-joint welded structures

**Table 1** Welding condition

Heat input(J/mm)	$Q$	2400
Melting temperature(°C)	$T_m$	700
Room temperature(°C)	$T_0$	15
Average temperature(°C)	$T_{av}$	90
Specific heat(J/g°C)	$C$	0.63
Density(g/mm <sup>3</sup> )	$\rho$	7.82E-3
Thermal expansion coefficient(1/°C)	$\alpha$	1.2E-5
Yield stress of HAZ(MPa)	$\sigma_{YW}$	520
Yield stress of base metal(MPa)	$\sigma_{YB}$	330

조건과 용접구조물의 주요치수를 각각 Table 1 및 Fig. 3에 보인다. 피로하중의 방향은 용접선 길이방향이고 하중형태는 양진인장압축이며 모재의 재료는 SM400B이다.

### 3.2 용접구조물의 피로수명예측

본 연구에서 제안된 용접구조물의 단순화 피로수명예측모델을 통해 필릿용접구조물의 피로수명을 예측한다. 모재와 열영향부·용접부의 재료정수를 Table 2 및 Table 3에 보인다<sup>13)</sup>.

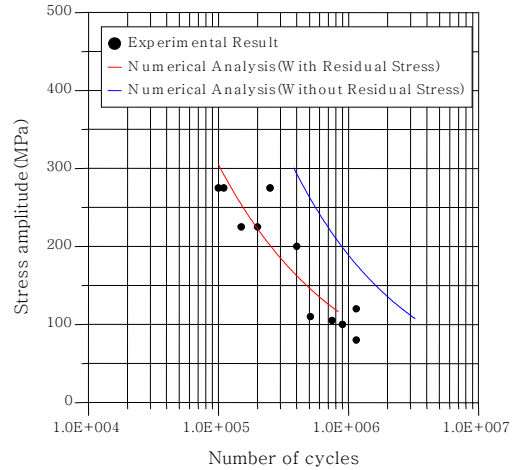
여기서 단순화 피로수명예측모델에 삽입될 용접구조

**Table 2** Material parameters (base metal)

Elastic modulus(GPa)	$E$	200
Poisson's ratio	$\nu$	0.3
Fatigue limit stress(MPa)	$\sigma_f$	160
Yield stress(MPa)	$\sigma_Y$	330
Ultimate stress(MPa)	$\sigma_u$	465
Damage threshold	$\epsilon_{pD}$	0.0
Critical damage	$D_C$	1.0
Hardening parameter	$C$	470
Crack closure	$h$	0.2
Damage strength(MPa)	$S_1$	2.0
Damage exponent	$S_2$	2.0

**Table 3** Material parameters (weldment, HAZ)

Elastic modulus(GPa)	$E$	200
Poisson's ratio	$\nu$	0.3
Fatigue limit stress(MPa)	$\sigma_f$	220
Yield stress(MPa)	$\sigma_Y$	520
Ultimate stress(MPa)	$\sigma_u$	650
Damage threshold	$\epsilon_{pD}$	0.0
Critical damage	$D_C$	1.0
Hardening parameter	$C$	500
Crack closure	$h$	0.2
Damage strength(MPa)	$S_1$	6.0
Damage exponent	$S_2$	2.0



**Fig. 4** Fatigue life prediction of T-joint welded structures

물의 잔류응력은 열탄소성해석법이나 고유변형도법 등에 기반하여 계산이 되어야 하지만, 전술한 바와 같이 매우 복잡한 전산해석과정을 거쳐야 한다. 그러나 열영향부·용접부에서의 잔류응력이 항복응력과 거의 비슷한 수준의 값을 가지는 것이 여러 연구에서 밝혀진 바 있고<sup>14,15)</sup>, 용접구조물의 피로수명이 열영향부·용접부의 피로균열진전수명과 직결되므로, 본 연구에서는 열영향부·용접부에서의 항복응력을 잔류응력으로 고려하였다.

Fig. 4에 제안기법과 피로시험결과<sup>13)</sup>와의 정량적 비교를 보인다. 즉, 용접구조물의 피로시험결과에 대해 용접구조물의 잔류응력이 고려된 결과와 고려되지 않은 결과를 각각 보인다. 그림에서 보인 바와 같이 잔류응력을 고려하여 손상발전방정식을 적분한 경우의 결과가 그렇지 않았을 때의 결과보다 실험결과에 매우 잘 부합함을 알 수 있다. 즉, 잔류응력의 피로손상 기여도가 용접구조물의 피로수명에 있어 매우 큰 비중을 가지고 있으며, 따라서 용접구조물의 피로수명예측을 위해서는 잔류응력이 반드시 고려되어야 한다. 또한 본 연구에서 제안한 잔류응력 포함 단순화 피로수명예측모델이 적합함을 확인할 수 있다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 용접구조물의 피로수명을 효율적으로 예측할 수 있는 수치해석법인 단순화 피로수명예측모델을 제안하였으며, 이를 용접구조물의 피로시험결과와 비교하였다. 본 연구에서 얻은 결론을 요약하면 다음과 같다.

1) 연속체 손상역학을 이용하여 역학적 난제 가운데 하나인 용접구조물의 고주기피로수명예측문제를 비교적 간단하면서도 효율적으로 평가하는 수치해석모델을 제

안하였다.

2) 용접구조물이 받을 수 있는 모든 고려 가능한 응력비 및 잔류응력을 손상발전방정식의 적분을 통해 수리적으로 표현하였으며, 이를 통해 다양한 잔류응력과 응력비를 가지는 용접구조물의 피로수명을 효율적으로 예측할 것으로 판단된다.

3) 제안된 단순화 피로수명예측모델은 기존의 실험적 방법이나 수치해석적 방법에 비해 시간 및 비용절감형 방법임을 확인하였다.

## 후 기

본 연구는 부산대학교 자유과제 학술연구비(2년)에 의하여 연구되었습니다.

## 참 고 문 헌

1. T.R. Gurney : Fatigue of Welded Structures(2nd Edition), Cambridge University Press, 1979, 1-456
2. Eung Joon Kim : Effect of Welding Residual Stress on Fatigue Crack Propagation Behavior, Journal of KWJS, **15-3** (1997), 1-11 (in Korean)
3. Wha Soo kim : Residual Stress & Fatigue Strength in Welded Ship Structure, Journal of KWJS, **15-3** (1997), 12-19 (in Korean)
4. Yong Bok Lee and Chin Sung Chung : Residual Stress Redistribution and Fatigue Behavior in Weldment, Journal of KWJS, **15-3** (1997), 20-28 (in Korean)
5. Chang Sung Seok, Soo-Yong Kim and Ji Hong Park : Analysis of Residual Stress and Fatigue Crack Growth Behaviors of Weld Zone, Journal of KSME A, **23-9** (1999), 1516-1524 (in Korean)
6. Jong Sung Kim, June Soo Park and Tae Eun Jin : Review on the International Joint Researches for Evaluation of Welding Residual Stresses, Journal of KWJS, **23-6** (2005), 8-17 (in Korean)
7. Commission of Design, Analyses and Structural Strength of Welded Structures : General Guide for Hot Spot Stress Analysis, Journal of KWJS, **23-6** (2005), 18-28 (in Korean)
8. Myung Hyun Kim and Yoo Il Kim : A Review on the International Effects for the Fatigue Strength Assessment of Welded Structures, Journal of KWJS, **23-6** (2005), 39-36 (in Korean)
9. Chi Seung Lee, Young Hwan Kim, Tae Woo Kim and Jae Myung Lee : Numerical Fatigue Test Method Based on Continuum Damage Mechanics, Journal of KWJS, **25-1** (2007), 63-69 (in Korean)
10. Chi Seung Lee, Young Hwan Kim, Tae Woo Kim Byung Moon Yoo and Jae Myung Lee : Numerical Fatigue Test Method of Welded Structures Based on Continuum Damage Mechanics, Journal of KWJS, **26-3** (2008), 67-73 (in Korean)
11. J. Lemaitre : A Course on Damage Mechanics (2nd Edition), Springer, 1992, 1-228
12. J. Lemaitre, J.P. Sermage and R. Desmorat : A two scale damage concept applied to fatigue, Int. J. Fracture, **97** (1999), 67-81
13. K. Thepvongsa, Y. Sonoda and H. Hikosaka : Fatigue Damage of Materials(1st Edition), WIT Press, 2003, 309-319
14. Y. Ueda and M.G. Yuan : Prediction of Residual Stresses in Butt Welded Plates Using Inherent Strains, J. Engineering Materials and Technology, **115** (1993), 417-423
15. M.G. Yuan and Y. Ueda : Prediction of Residual Stresses in Welded T- and I-Joints Using Inherent Strains, J. Engineering Materials and Technology, **118** (1996), 417-423