

공정능력과 시그마 수준의 표시에 대한 연구 : 다수 위치측정에 대한 공정능력지수 기준

이도경[†]

금오공과대학교 산업공학과

A Study on Expression of Process Capability and Sigma Level

Do-Kyung Lee[†]

Dept. of Industrial and Systems Eng., Kumoh National Institute of Tech.

Process capability indices have been widely used in manufacturing industries to provide a quantitative measure of process performance. PCIs have been developed to represent process capability more exactly. In the previous studies, only one designated location on each part has been measured. But multiple measurement locations on each part are required to calculate the reliable process capability. In this paper, we propose a new process capability index dealing the multiple measurement locations on each part. Also we showed the relationship between the new index and sigma level according to the number of measurement locations.

Keywords : Process Capability, Multiple Measurement Locations

1. 서론

공정능력지수는 전통적인 의미에서 실제 공정산포와 허용가능한 공정산포를 비교한 수치이다. 이 지수들은 설정된 규격과 공정의 제품이 얼마나 잘 일치하는가를 보여주며, 또한 공정능력지수를 사용함으로써 품질 목표의 설정과 정보소통을 훨씬 단순화시킬 수 있기 때문에 산업계에 그 사용이 폭 넓게 사용되고 있다.

Juran[6]이 C_p 를 제시한 이래 지금까지 공정능력지수의 발전 방향은 C_{pk} , C_{pm} , C_{pmk} , C_{psk} 등과 같이 대부분의 연구가 대상 공정을 얼마나 더 정확히 지수화 하는가에 대해 수행되어지고 있다.

공정이란 말에서 나타나듯이 공정능력지수의 사용처는 주로 산업현장이며, 단일 특성항목에 대한 규격과 산포의 비교척도로 사용되고 있다. 그러나 단일 공정의

경우에도 공정능력 산출을 위해 해당 공정에 의한 제품 특성치를 한 곳에서만 측정함은 대단한 리스크를 가지게 된다. 따라서 대부분의 경우 공정 결과물의 여러 곳에서 특성치를 측정한다. 이 경우, 여러 곳의 공정능력 지수가 측정 위치마다 동일하지 않음은 일반적인 현상이다. 측정 위치는 여러 곳이지만, 단일공정이므로 서로 다른 여러 개의 위치별 공정능력지수를 통합하여 하나의 공정능력지수로 표현할 필요가 있다.

본 연구에서는 단일 공정의 공정능력을 보다 전반적이고 대표성 있게 표현하기 위해 대상물의 여러 위치를 측정하는 경우, 단일 공정이지만 시스템적인 방법으로 접근하여 새로운 공정능력지수를 제안하고자 한다.

본 연구의 필요성을 이해시키기 위해 대상 공정을 디스플레이 패널 공정을 예로 들어 공정능력지수를 계산하는 방법을 제안한다.

논문접수일 : 2008년 11월 11일 논문수정일 : 2009년 01월 21일 게재확정일 : 2009년 01월 21일

[†] 교신저자 dkleee@kumoh.ac.kr

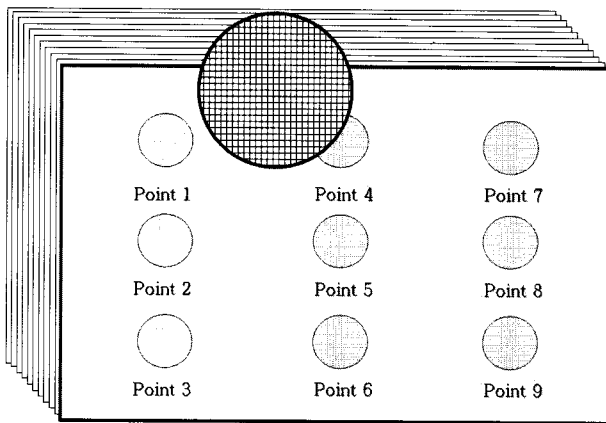
※ 본 연구는 금오공과대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

본 연구에서는 제시하는 지수의 실제 적용성을 위해 측정위치 수를 1곳에서부터 16곳까지 설정하였다. 또한 기존 C_p 에서 제시하는 공정능력의 충분성 정도의 기준인 $C_p = 0.67, 1, 1.33$ 과의 관계를 파악하기 위해 난수발생을 통한 본 지수의 특성을 분석하여 두 지수간의 관련 정도 및 시그마 수준을 제시한다.

2. 본 론

2.1 대상 공정 모형

본 연구의 대상 모델로 아래 <그림 1>과 같은 패널 공정을 제시한다.



<그림 1> 패널에서 품질특성치의 측정 위치

디스플레이 패널은 고정밀, 고화질, 대화면화 되고 있다. 화소를 표현하는 셀 폭은 패널에서 가장 중요한 품질특성치이며 측정 대상이다. 셀 폭의 공정능력을 알아보기 위해 패널 10장을 선택하여, 각 패널의 9곳의 위치를 선정하고 한 위치에서 7개 셀을 측정한다. 따라서 이 경우 9곳 포인트의 개별 위치공정능력 산정에 필요한 셀 폭 자료 수는 $10 \times 7 = 70$ 개 이다.

2.2 기호 설명

- T : 셀폭의 목표치
- y_{ijk} : i 번째 패널의 j 번째 위치에서 측정한 k 번째 셀폭 ($i=1, \dots, l, j=1, \dots, m, k=1, \dots, r$)
- $\bar{y}_{.j}$: j 번째 위치에서 측정한 셀 폭의 평균
- $C_{pmk(j)}$: j 번째 포인트의 위치 공정능력지수
- $C_{pmk}^T(m)$: m 개 위치공정능력지수에 의한 전체 공정능력지수

2.3 새로운 공정능력지수 $C_{pmk}^T(m)$

한 결과물에서 여러 곳을 측정할 경우, 다양한 형태의 공정능력지수 산출이 가능하다. 예를 들어 측정 위치 및 측정 위치 수를 무시하고 전체 측정값들에 의한 지수를 산정할 수 있을 것이며, 여러 위치 공정능력지수 $C_{pmk(j)}$ 를 산출하여 이를 하나의 지수로 통합할 수도 있다.

여러 개의 부분 공정능력 지수를 통합하는 형태는 주로 다공정의 결과물에 대한 시스템공정능력 분야에서 연구되고 있다. 이 경우 시스템공정능력 지수는 크게 아래 두 가지 기준으로 정리된다.

- 1) 여러 부분 공정능력지수에 대한 산술평균
- 2) 여러 부분 공정능력지수에 대한 기하평균

첫 번째 방법은 이도경[1]이 제시하였으며, 이 연구와 관련하여 조남호와 이용훈[3]은 이의 확대 적용 연구를 수행하였다. 두 번째 방법은 많은 연구들[6], [10]등에서 제시하는 방법이다. 1), 2)의 산술평균과 기하평균을 사용하는 방법들은 여러 단일 공정을 거친 결과물에 대해 하나의 통합 공정능력으로 표현하고자 하는 경우에 대해서 연구논문들이 발표되고 있다.

본 연구의 대상 시스템은 여러 개의 부분 공정능력지수-본 연구에서는 여러 개의 위치 공정능력지수에 해당-로써 통합된 하나의 지수로 표현함은 동일하다. 그러나 이들 위치 공정능력지수들이 독립적인 여러 공정으로부터의 결과가 아닌, 단일 공정의 다수 측정위치라는 면에서 기존의 연구들과는 다른 접근 방법이 필요하다.

이 분야에 있어 이도경과 이현석[2]이 발표한 이후, 정영배와 김연수[4]는 이 논문과 기존 연구의 차이점에 대해 정리하였다. 이도경과 이현석[2]은 여러 위치공정능력지수들 중에서 최소값을 전체 공정능력지수로 산정하는 worst case 방법을 제시하였다. 여러 $C_{pmk(j)}$ 에 대한 최소값 기준은 대상물의 여러 위치 중 어느 한 곳이라도 규격 대비 기준을 충족시키지 못하는 경우, 패널 전체가 부적합품으로 처리되기 때문이다.

패널공정은 특성상 셀 폭의 품질변동은 9개의 위치별로 동일한 패턴을 보인다. 따라서 품질변동이 발생할 때, 패널 전체에 대해 조정하기보다 변동이 큰 위치에 대해서 개별적으로 관리하면 관리 효율은 커지게 된다. 이러한 성향은 본 연구에서 제시하는 디스플레이 패널만이 아니라 반도체 웨이퍼 공정, 원기등에 대한 직경 등 대부분 공정에서의 특성이다.

위치공정능력지수 산정을 위한 l 장의 패널로부터 j 번째 위치에서 측정한 lr 개의 셀 폭에 대한 표본표준편차는 식 (1)과 같다.

$$s_j = \sum_{i=1}^l \sum_{k=1}^r (y_{ijk} - \bar{y}_{.j})^2 / (lr-1) \quad (1)$$

$$C_{pmk}^T(m) = \min C_{pmk(j)}, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

이도경과 이현석[2]은 위치공정능력지수를 산정함에 있어 다양한 상황을 반영할 수 있도록 하기 위해 Benson [6]의 $C_{psk}(u, v, w)$ 를 도입하였으며, 위치공정능력지수 산정을 위해 식 (3)의 $C_{psk(j)}$ 를 사용하였다.

$$\begin{aligned} C_{psk}(u, v, w) &= \frac{\min(USL - \mu - |\mu - T|, \mu - LSL - |\mu - T|)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \\ &= \frac{d - u|\mu - M| - w|M - \mu|}{3\sqrt{\sigma^2 + v(\mu - T)^2}} \end{aligned} \quad (2)$$

단, $d = \frac{(USL - LSL)}{2}, \quad M = \frac{(USL + LSL)}{2}$

$$C_{psk(j)} = \min \left(\frac{USL - \bar{y}_{.j} - |\bar{y}_{.j} - T|}{3\sqrt{s_j^2 + (\bar{y}_{.j} - T)^2}}, \frac{\bar{y}_{.j} - LSL - |\bar{y}_{.j} - T|}{3\sqrt{s_j^2 + (\bar{y}_{.j} - T)^2}} \right) \quad (3)$$

단, $j = 1, \dots, m$

본 연구에서는 m 개 위치공정능력지수의 산정에 있어 식 (4)의 C_{pmk} 개념을 사용한다. $C_{psk}(u, v, w)$ 는 잘 알려지지 않은 지수이며, C_{pmk} 가 보편적으로 사용되고 있는 공정능력지수이기 때문이다. 본 연구의 위치공정능력지수 통계량은 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} C_{pmk} &= \frac{\min(USL - \mu, \mu - LSL)}{3\tau} \\ &= C_{pk} / \sqrt{1 + (\mu - T)^2 / \sigma^2} \end{aligned} \quad (4)$$

$$C_{pmk(j)} = \min \left(\frac{USL - \bar{y}_{.j}}{3\sqrt{s_j^2 + (\bar{y}_{.j} - T)^2}}, \frac{\bar{y}_{.j} - LSL}{3\sqrt{s_j^2 + (\bar{y}_{.j} - T)^2}} \right) \quad (5)$$

단, $j = 1, \dots, m$

여러 위치공정능력지수들에 의한 전체공정능력지수는 서론에서 언급한 이유에 의해 이들 $C_{pmk(j)}$ 중에서 최소값을 선정하며, 아래 식 (6)과 같다.

3. $C_{pmk}^T(m)$ 지수의 특성분석

위의 지수 $C_{pmk}^T(m)$ 가 실제로 활용되기 위해서는 현재 보편적으로 사용하고 있는 지수와의 비교가 필수적이다. 따라서 단일 측정 위치에 근거한 보편적 공정능력지수인 C_p 를 본 연구에서 제시하는 $C_{pmk}^T(m)$ 과 비교한다. 그리고 C_p 기준으로 공정능력의 충분정도를 나타내는 값인 $C_p = 0.67, 1, 1.33$ 의 세 조건에 대해 이에 해당하는 $C_{pmk}^T(m)$ 을 제시한다. 또한 위의 세 가지 조건에 대해 다양한 측정위치 수 m 을 제시하고, 이에 따른 $C_{pmk}^T(m)$ 와 C_p 의 비교기준을 제시한다.

3.1 특성분석을 위한 측정자료 구조

$C_{pmk}^T(m)$ 의 특성분석을 위한 측정자료 구조 및 절차는 다음과 같다.

- 1) 패널 한 장에서 한 곳의 측정위치마다 r 개의 특성치 측정
- 2) l 장의 패널에서 동일 측정위치에 대한 특성치 측정
- 3) lr 개의 데이터로부터 $C_{pmk(j)}$ 산정
- 4) 모든 측정위치에 대해 m 개 $C_{pmk(j)}$ 산정
- 5) m 개 $C_{pmk(j)}$ 에서 최소값 $C_{pmk}^T(m)$ 산정

3.2 본 연구의 난수 발생 모형 및 절차

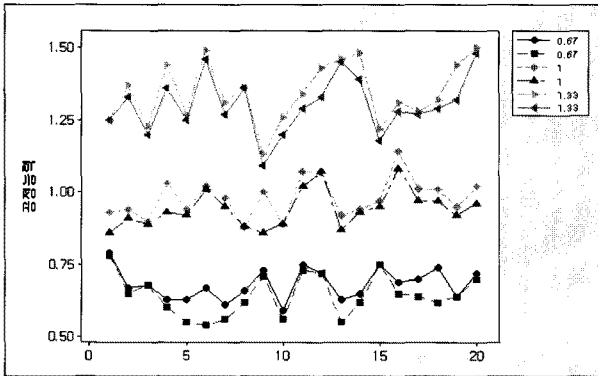
위의 $C_{pmk}^T(m)$ 산정을 위한 개별 측정치의 난수발생 모형은 다음과 같다.

- 단계 1 : LSL = 120, USL = 126, T = 123 공정에서 $C_p = 1.0$ 이 되도록 $N(123, 1)$ 의 난수를 발생시킨다. 난수 발생 수는 한 장의 패널에서 한 곳의 측정위치에 대해 7개, 10장의 패널이므로 한 개의 $C_{pmk(j)}$ 산정을 위한 난수 발생 수는 70개이다.
- 단계 2 : 측정위치 수 m 만큼 단계 1)을 수행하여 m 개의 $C_{pmk(j)}$ 를 산정한다(<그림 1>의 경우 $C_{pmk(1)}, C_{pmk(2)} \sim C_{pmk(9)}$ 의 9개).
- 단계 3 : m 개의 $C_{pmk(j)}$ 로부터 최소값 $C_{pmk}^T(m)$ 를 산정한다.
- 단계 4 : 단계 1)~단계 3)을 20회 반복 시행하여 20개의 $C_{pmk}^T(m)$ 로부터 특성분석을 실시한다.

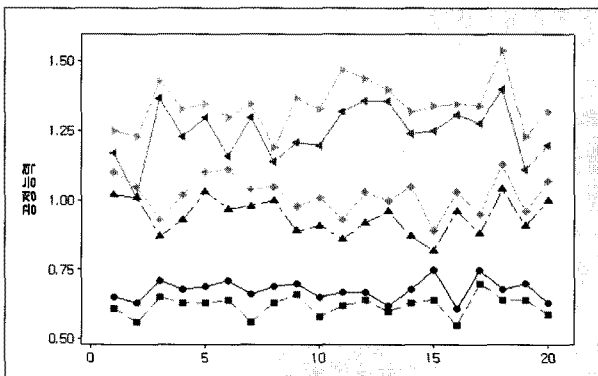
단계 5 : 측정위치 수 $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 15, 16$ 의 12가지 경우에 대해 위의 단계 1~단계 4를 수행한다.

단계 6 : $C_p = 0.67$ 과 $C_p = 1.33$ 에 대한 분석을 위해 각각 $N(123, 1.49^2)$ 과 $N(123, 0.75^2)$ 의 난수를 발생시켜, 단계 1)~단계 5)를 수행한다.

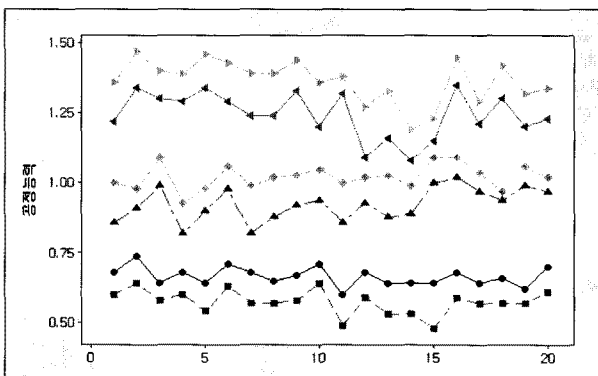
3.3 $C_{pmk}^T(m)$ 특성분석 결과



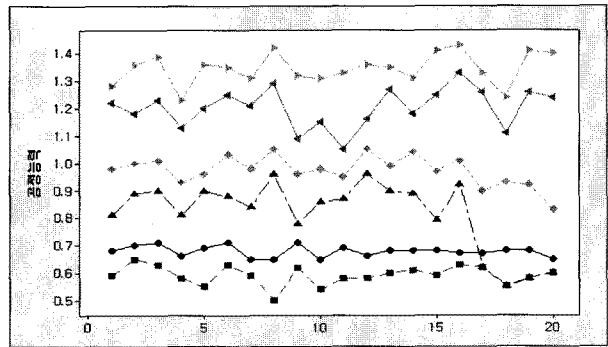
<그림 2> $m = 1$ 인 경우 $C_{pmk}^T(1)$



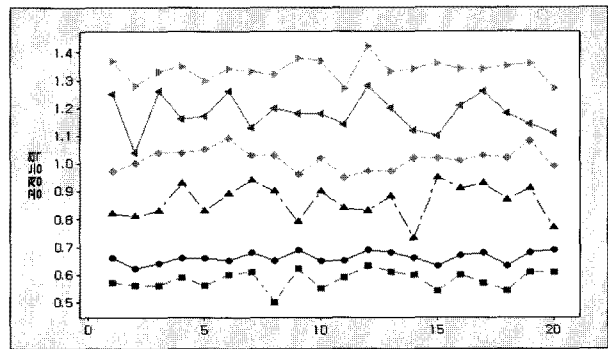
<그림 3> $m = 2$ 인 경우 $C_{pmk}^T(2)$



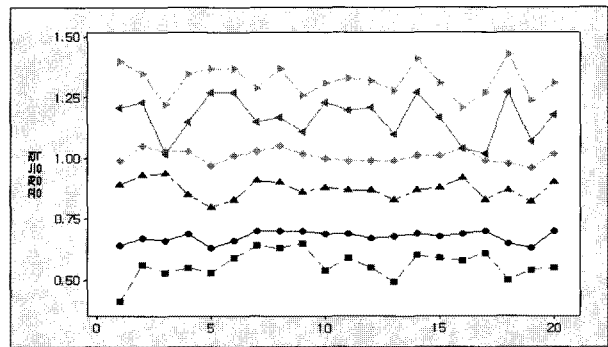
<그림 4> $m = 3$ 인 경우 $C_{pmk}^T(3)$



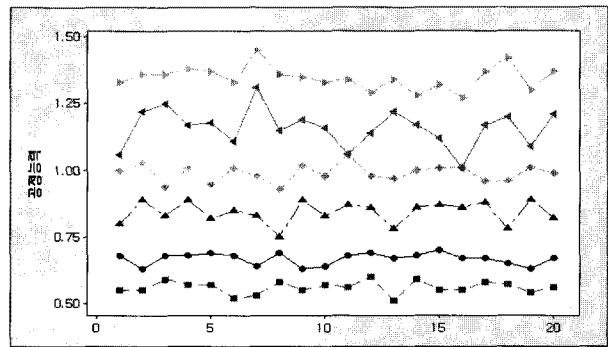
<그림 5> $m = 4$ 인 경우 $C_{pmk}^T(4)$



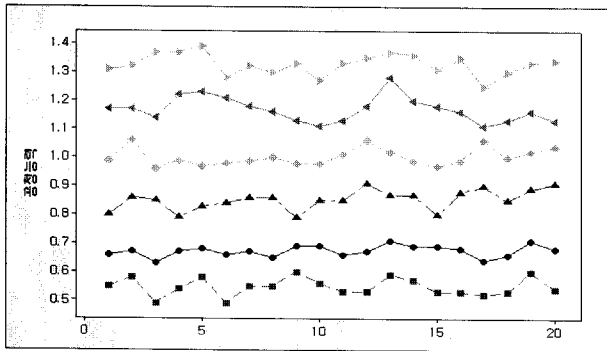
<그림 6> $m = 5$ 인 경우 $C_{pmk}^T(5)$



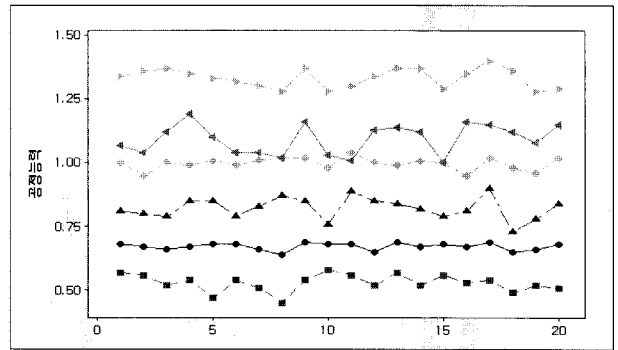
<그림 7> $m = 6$ 인 경우 $C_{pmk}^T(6)$



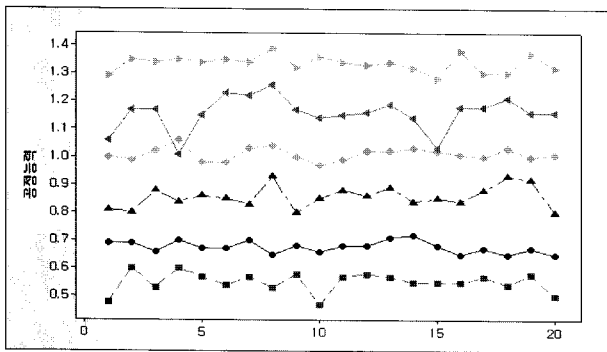
<그림 8> $m = 7$ 인 경우 $C_{pmk}^T(7)$



<그림 9> m = 8인 경우 $C_{pmk}^T(8)$



<그림 13> m = 16인 경우 $C_{pmk}^T(16)$

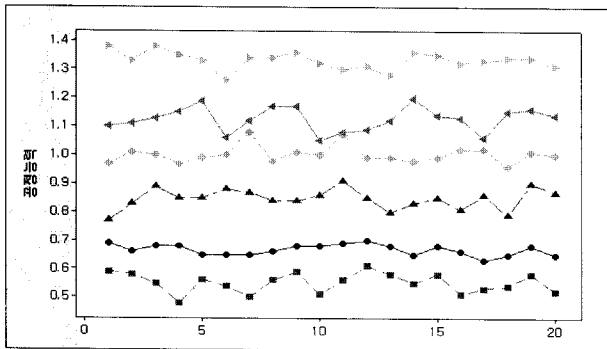


<그림 10> m = 9인 경우 $C_{pmk}^T(9)$

추정 위치 수에 의한 $C_{pmk}^T(m)$ 의 20회 분석한 결과를 다음의 그림에 나타내었다. 개별 그림에서 수평축은 반복 차수이며, 수직축은 C_p 와 $C_{pmk}^T(m)$ 이다. 6개 꺾은선 그래프는 맨 아래에서 위의 순서로, $C_p = 0.67$ 에서의 $C_{pmk}^T(m)$ (빨간색)과 이때의 C_p 추정값 \hat{C}_p (검은색), $C_p = 1.0$ 에서의 $C_{pmk}^T(m)$ (청색)과 이때의 \hat{C}_p (연두색), $C_p = 1.33$ 에서의 $C_{pmk}^T(m)$ (분홍색)과 이때의 \hat{C}_p (노란색)이다.

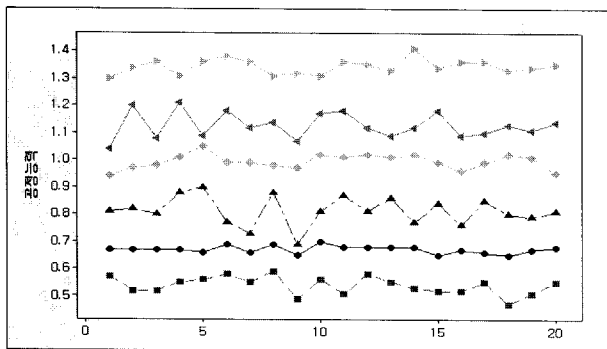
$C_p = 0.67, 1.0, 1.33$ 에 대한 난수 발생에 따른 특성분석의 결과를 정리하면 <표 1>과 같다.

<표 1> C_p 와 $C_{pmk}^T(m)$ 의 시뮬레이션 비교



<그림 11> m = 12인 경우 $C_{pmk}^T(12)$

m	$C_p = 0.67$		$C_p = 1.0$		$C_p = 1.33$	
	\hat{C}_p	$SE(\hat{C}_p)$	\hat{C}_p	$SE(\hat{C}_p)$	\hat{C}_p	$SE(\hat{C}_p)$
1	0.6825	0.0539	0.9805	0.0673	1.3445	0.1044
	0.6435	0.0718	0.9420	0.0642	1.3025	0.0983
2	0.6765	0.0385	1.0215	0.0659	1.3440	0.0849
	0.6200	0.0372	0.9415	0.0644	1.2460	0.0990
3	0.6650	0.0342	1.0220	0.0434	1.3655	0.0764
	0.5740	0.0435	0.9235	0.0595	1.2440	0.0813
4	0.6775	0.0202	0.9735	0.0546	1.3450	0.0563
	0.5910	0.0362	0.8155	0.1272	1.2030	0.0716
5	0.6610	0.0212	1.0145	0.0379	1.3375	0.0373
	0.5810	0.0332	0.8630	0.0611	1.1785	0.0634
6	0.6760	0.0237	1.0080	0.0257	1.3200	0.0622
	0.5615	0.0564	0.8725	0.0381	1.1670	0.0835
7	0.6675	0.0224	0.9900	0.8425	1.3460	0.0439
	0.5595	0.0235	0.8425	0.0414	1.1595	0.0709
8	0.6730	0.0208	1.0030	0.0310	1.3275	0.0365
	0.5480	0.0317	0.8530	0.0368	1.1690	0.0434
9	0.6765	0.0205	1.0100	0.0225	1.3355	0.0289
	0.5515	0.0358	0.8570	0.0404	1.1570	0.0621
12	0.6675	0.0186	1.0020	0.0298	1.3315	0.0301
	0.5510	0.0346	0.8475	0.0359	1.1260	0.0430
15	0.6715	0.0138	0.9940	0.0276	1.3440	0.0268
	0.5390	0.0314	0.8125	0.0531	1.1280	0.0465
16	0.6715	0.0142	0.9970	0.0240	1.3325	0.0374
	0.5300	0.0337	0.8225	0.0427	1.0935	0.0583



<그림 12> m = 15인 경우 $C_{pmk}^T(15)$

4. 결 론

분석 결과, 예상대로 C_p 에 비해 $C_{pmk}^T(m)$ 은 적은 값을 나타내고 있으며, 두 지수의 차이는 측정위치 수 m 이 증가할수록 점차 증가한다. 이는 m 개 $C_{pmk(j)}$ 중에서 최소값 즉, worst case를 전체공정능력으로 지정하는 $C_{pmk}^T(m)$ 특성 때문이다. 또한 C_p 를 0.67에서 1, 1.33으로 증가시킬수록 두 지수의 차이가 증가함을 알 수 있다.

C_p 기준의 발생 난수에 의한 \hat{C}_p 는 미세하나마 C_p 와 차이가 발생한다. 이 때, 제시한 지수 $C_{pmk}^T(m)$ 의 비교기준 C_p 는 \hat{C}_p 와의 보정이 필요하다. 그 이유는 $C_{pmk}^T(m)$ 이 난수로부터의 통계량이므로 동일한 난수 결과에 의한 \hat{C}_p 와의 비교가 더 타당하기 때문이다. 예를 들어 $m=9$, $C_p=1$ 의 경우, $\hat{C}_p=1.01$ 이므로 $C_{pmk}^T(m)$ 과 $C_p=1$ 과 비교하기 위해서는 난수에 의한 \hat{C}_p 의 증가분 0.01을 $C_{pmk}^T(m)=0.857$ 에 감하여 산정한다. 따라서 최종 $C_{pmk}^T(m)$ 는 0.864이다.

그러므로 $m=9$ 인 경우, 공정능력에 대한 판단은 다음과 같다.

- 1) 공정능력 불충분 : $C_p = 0.67$ (즉, 2σ 수준) 이하
 $C_{pmk}^T(m) = 0.545$ 이하에 해당
- 2) 공정능력 미약 : $C_p = 0.67 \sim 1.0$ (즉, $2\sigma \sim 3\sigma$ 수준)
 $C_{pmk}^T(m) = 0.545 \sim 0.847$ 에 해당
- 3) 공정능력 보통 : $C_p = 1.0 \sim 1.33$ (즉, $3\sigma \sim 4\sigma$ 수준)
 $C_{pmk}^T(m) = 0.847 \sim 1.152$ 에 해당
- 4) 공정능력 충분 : $C_p = 1.33$ (즉, 4σ 수준) 이상
 $C_{pmk}^T(m) = 1.152$ 이상에 해당

나머지 11가지 측정 위치에 대한 공정능력의 충분성 판단기준의 정리는 많은 지면이 필요함으로 인해 생략하며, 위의 예제를 통한 설명으로 대체한다.

본 연구에서는 단일 공정에서 개별 부품 당 여러 측정 위치에서 얻어지는 품질 변동을 어떻게 하나의 공정능력지수로 나타낼 것인가에 대해서 연구하였다. 위치 공정능력을 하위 개별 공정능력으로 간주하고, 이들 개별 공정능력을 전체 공정능력으로 표현하는 시스템 공정능력지수의 개념으로 접근하여 공정능력지수를 제시

하였다.

본 연구에서는 디스플레이 패널 공정을 대상으로 전개하였으나, 단위 길이나 면적 그리고 부피당 무수히 많은 측정 위치에 대해 시간과 비용의 제약 때문에 일부 위치의 측정에 의해 공정능력을 나타내야 하는 일반적인 모든 상황에서 적용 가능할 것으로 생각된다.

본 연구에서 제안한 지수의 특성은 20회의 반복 결과로부터 분석하였으나, 신뢰성 확보를 위해 더 많은 반복 자료가 필요하리라 생각한다. 또한 공정의 충분성 판단 기준을 표로 정리하여 제시하였으나, 이에 대해 근사적 함수를 개발하면 현장에서 유용하리라 생각한다.

참고문헌

- [1] 이도경; “공정능력지수 개발”, 금오공과대학교 논문집, 20 : 153-160, 1999.
- [2] 이도경, 이현석; “다수 측정 위치를 갖는 단일 공정의 공정능력지수”, 한국산업경영시스템학회, 30(3) : 28-36, 2007
- [3] 조남호, 이용훈; “다변량 시스템 공정능력지수(SCpsk) : A New Multivariate System Process Capability Index”, 안전경영과학회지, 5(3) : 145-156, 2003.
- [4] 정영배, 김연수; “공정능력지수에 관한 비교와 적용”, 한국산업경영시스템학회, 30(4) : 182-189, 2007.
- [5] Benson, E. D.; “Statistical Properties of a System of Fourth-Generation Process Capability Indices Cpsk(u, v, w),” Dissertation, Univ. of Maryland, 1994.
- [6] Davis R. Bothe; “Composite Capability Index For Multiple Product Characteristics,” *Quality Engineering*, 12(2) : 253-258, 1999~2000.
- [7] Juran, J. M., Ed.; “Quality Control Handbook,” 3rd Ed. Mcgraw-hill, New York, 1974.
- [8] Kane, V. E; “Process Capability Indices,” *Journal of Quality Technology*, 18(1) : 41-52.
- [9] Pearn, W. L. etc.; “Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices,” *Journal of Quality Technology*, 24(4) : 216-231, 1992.
- [10] Robert D. Plante; “Process Capability : A Criterion for Optimizing Multiple Response Product and Process Design,” *IIE Transactions*, 33 : 497-509, 2001.