

## 최소모델영역 연산자를 모델제한조건으로 적용한 2차원 MT 역산

이 성 곤\*

한국지질자원연구원 국토지질연구본부 지열연구실, 305-350, 대전 유성구 과학로 92

### An Application of Minimum Support Stabilizer as a Model Constraint in Magnetotelluric 2D Inversion

Seong Kon Lee\*

Geothermal Research Division, Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources, Daejeon 305-350, Korea

**Abstract:** Two-dimensional magnetotelluric (MT) inversion algorithm using minimum support (MS) stabilizer functional was implemented in this study to enhance the contrast of inverted images. For this implementation, this study derived a formula in discrete form for creeping model updates in the least-squares linearized inversion. A spatially varying regularization parameter determination algorithm, which is known as ACB (Active Constraint Balancing), was also adopted to stabilize the inversion process when using MS stabilizer as a model constraint. Inversion experiments for a simple isolated body model show well the feature of MS stabilizer in concentrating the anomalous body compared with the second-order derivative model constraint. This study also compared MS stabilizer and the second-order derivative model constraints for a model having multiple anomalous bodies to show the applicability of the algorithm into field data.

**Keywords:** magnetotelluric, 2D inversion, minimum support, ACB, smoothness model constraint

**요 약:** 본 연구에서는 최소모델영역 연산자를 MT(magnetotelluric) 2차원 역산 알고리즘에 적용하여 역산 해의 대비를 향상시키고자 하였다. 이를 위하여 creeping법에 기초한 최소자승 역산에 최소모델영역 연산자를 수치적으로 유도하여 알고리즘을 구현하였으며, 공간함수로서의 평활화 상수를 도입한 ACB (Active Constraint Balancing) 법을 동시에 적용하여 최소모델영역 연산자를 이용할 때 단점으로 지적되었던 역산 해의 안정성을 향상시켰다. 고립된 단일 이상체 모델에 대한 수치실험을 통하여 MT 역산에 있어서 최소영역 연산자의 효과를 기존의 2차 미분연산자와 비교 분석하여 MT 역산에서의 특징을 고찰하였다. 또한 다중 이상체 모델에 대한 실험을 통하여 Occam 역산과 비교하여 최소모델영역 연산자를 이용한 역산 해의 특징을 비교 분석하였으며 현장 자료에의 적용을 통하여 그 적용성을 살펴보았다.

**주요어:** 지자기지전류탐사, 2차원 역산, 최소모델영역, ACB, 부드러운 모델제한

## 서 론

대부분의 지구물리 역산 문제는 근본적으로 ill-posed 문제로서 역산 해의 비유일성(non-uniqueness) 및 역산 수렴의 불안정성(instability) 문제를 지니고 있다(Zhdanov, 2002). 이는 측정 자료와 동일한 반응을 나타내는 지하 모델, 즉 역해가 무수히 많거나 혹은 그 해를 구할 수 있다 하여도 역산 과정이 수치

적으로 매우 불안정함을 의미한다. 이를 해결하기 위하여 역해 모델에 대해 지질학적 조건 등 사전 정보를 이용하는 등의 방법으로 역해 모델에 제한을 두어 역해를 구하려는 방법들이 제안되었다.

지구물리 역산에서 모델에 제한을 두는 방법으로 대표적인 것은 부드러운 평활화 모델제한조건(smoothness regularization model constraint)을 이용한 Occam 역산(Constable et al., 1987; de Groot-Hedlin and Constable, 1990)이다. 이 접근 방법은 지하의 물성이 부드럽게 변한다는 가설에 기초하며 지구물리 자료에 대한 지나친 확대 해석 보다는 획득된 정보를 이용하여 최소한의 구조에 대한 해석이 가장 적절하다는

\*Corresponding author: seongkon@kigam.re.kr

Tel: 82-42-868-3173

Fax: 82-42-868-3358

철학에 기반하고 있다. 이는 지하 물성이 급격히 변하는 구조가 실제로 존재한다 하여도 측정된 전기·전자탐사 반응은 불연속적인 지하 구조와 그 주변에 의한 반응이 중첩되어 평균된 것으로 전기·전자탐사 방법이 갖는 해상도의 한계로 인하여 역산에서 실제적으로 이들을 완전히 분리하기는 매우 어렵다는 것을 의미한다.

그러나, 획득된 지구물리 자료에 부합하는 모델 중에서 가장 부드러운 모델을 구하는 것과는 달리 지하 물성의 경계를 뚜렷하게 재현하려는 경계 좌표 (boundary location) 역산법 (de Groot-Hedlin and Constable; 2004)도 제안되었다. 그러나, 이 방법들도 전기·전자탐사 역산에서 전기전도도 외에 모델의 기하학적인 형상 및 이 형상을 이루는 좌표 등을 역산 매개변수에 도입하였을 뿐 평활화 제한조건으로 모델 변수의 1차 혹은 2차 미분연산자를 이용하기 때문에 근본적으로 같은 개념으로 이해될 수 있다.

이런 시도와는 달리 역산 목적함수 내의 평활화 제한조건을 표현하는 연산자를 달리 사용하여 역산 영상의 대비를 높이려는 방법도 시도되었다. 즉, 동일 반응을 나타내는 이상체(anomaly)의 체적을 가장 최소화하는 제한을 가하여 역해를 구하는 compact 역산법이 중력 자료 역산에서 시도되었다 (Last and Kubik, 1983). 또한 이를 체계화한 최소모델영역 (minimum support; MS) 연산자 혹은 최소모델 일차 미분 영역(minimum gradient support; MGS) 연산자를 이용하여 대비를 높이려는 역산법이 중력 및 자력탐사 자료에 적용된 바 있으며 (Portniaguine and Zhdanov, 1999), 또한 MT(magnetotelluric) 역산에 있어서도 MS 연산자를 이용하여 블록화된 구조(blocky structure)에 기반을 둔 역산이 시도된 바 있다 (Mehanee and Zhdanov, 2002). 그러나, 소위 focusing 역산이라 불리는 이 방법은 현실적으로 알기 어려운 역산 매개 변수의 상한 및 하한을 정하여 그 값을 기준으로 역산과정에서 역산 매개변수의 변화를 제한하여 대비를 높이는 방법을 이용하고 있기 때문에 이들 모델 제한 연산자의 특성을 제대로 이용했다고 보기는 어렵다고 할 수 있다. 또한 국내에서도 역산 영상의 대비를 높이는 동시에 안정성을 추구하기 위하여 2차 미분연산자와 MS 연산자를 동시에 도입하여 목적함수를 최소화시키려는 소위 주 대상체 강조법 (Main-Target Emphasizing; MTE)에 의한 소형루프 전자탐사 자료 역산도 시도된 바 있다 (조인기 외, 2006).

본 연구에서는 위의 방법과는 달리 MS 연산자만을 MT 2차원 역산 알고리즘에 적용하여 역산 해의 대비 및 해상도를 향상시키고자 하였다. 이를 위하여 creeping 법에 기초한 최소자승 역산에 MS 연산자를 수치적으로 유도하여 알고리즘을 구현하였으며, 공간함수로서의 평활화 상수를 도입한 ACB(Active Constraint Balancing; Yi et al., 2003) 법을 동시에 적용하여 MS 연산자를 이용할 때 단점으로 지적되었던 역산 해의 안정성을 향상시키고자 하였다. 이를 위하여 먼저 고립된 단일 이상체 모델에 대한 수치실험을 통하여 MT 역산에 있어서 최소영역 연산자의 효과를 기존의 2차 미분연산자와 비교 분석하여 역산에서의 특징을 고찰하였다. 또한 다중 이상체 모델에 대한 실험을 통하여 2차 미분연산자를 도입한 역산과 MS 연산자를 이용한 역산 해의 특징을 비교 분석하였으며, 현장 자료에의 적용을 통하여 그 적용성 및 장단점을 살펴보았다.

## 기본 이론

주어진 모델 함수  $m$ 에 대한 모델 반응을 나타내는 연산자를  $A$ 라 할 때 계산되는 반응  $d$ 와 지하 전기전도도 모델  $m$ 은 다음과 같은 관계식으로 표현할 수 있다.

$$d=A(m) \tag{1}$$

이때, 역산은 측정된 자료  $\hat{d}$ 가 주어질 때 식 (1)을 만족하는 모델  $m$ 을 구하는 것으로 Tikhonov 평활화 이론(regularization theory)에 의하면 다음과 같은 Tikhonov functional  $P^\alpha$ 을 최소로 하는  $m$ 을 구함으로써 얻을 수 있다 (Portniaguine and Zhdanov, 1999; Zhdanov, 2002).

$$P^\alpha(m)=\phi(m)+\alpha s(m) \tag{2}$$

식 (2)의  $P^\alpha$ 는 식 (3)과 같이 정의되는 자료 적합 오차(data misfit) functional,

$$\phi(m)=\|\hat{d}-A(m)\|^2 \tag{3}$$

와 역해의 안정성을 부여하고 모델에 대한 제한조건을 부여하는 안정화 연산자(stabilizer functional) 혹은 평활화 또는 모델제한 연산자(model constraint functional)  $s(m)$ , 이와 더불어 최소화 과정에서 자료 적합과 모델제한의 두 가지 요소에 대한 상대적인 기여

를 조절하는 평활화 매개변수(regularization parameter)  $\alpha$ 로 구성되어 있다.

일반적으로 지구물리 역산에 있어 가장 널리 이용되는 역산인 Occam 역산의 경우 다음과 같은 식 (4), (5)와 같이 모델 변수  $m$ 의 1차 미분의 크기

$$s(m) = \int_v (\nabla m(\mathbf{r}))^2 dv = \|\nabla m\|^2 \quad (4)$$

혹은 2차 미분의 크기(norm)

$$s(m) = \int_v (\nabla^2 m(\mathbf{r}))^2 dv = \|\nabla^2 m\|^2 \quad (5)$$

를 모델제한연산자  $s(m)$ 으로 이용한다(Portniaguine and Zhdanov, 1999; de Groot-Hedlin and Constable, 1990). 식 (5)와 같은 모델제한조건은 주어진 역산 문제의 가능한 여러 해 중에서 물성의 변화가 가장 부드러운 해를 구하게 되며 지하구조가 급격하게 변하는 경우보다는 점진적으로 부드럽게 변하는 경우 가장 의미 있는 해를 줄 수 있음이 알려져 있다.

Occam 역산과는 달리 역산 해의 물성 대비를 크게 하도록 역산 해의 모델영역을 최소화하는 연산자를 모델제한조건으로 이용하는 것이 제안되었는데, 이 역산 방법에서는 식 (6)과 같은 MS 연산자

$$s(m) = \int_v \frac{m^2(\mathbf{r})}{m^2(\mathbf{r}) + \beta^2} dv \quad (6)$$

을 모델에 대한 제한조건으로 하나로 이용하고 있다(Portniaguine and Zhdanov, 1999).  $sptm$ 을 모델의 0이 아닌 영역(support)라 할 때, 식 (6)의  $s(m)$ 의 피적분 함수는 식 (7)과 같이 전개되며,

$$s(m) = sptm - \beta^2 \int_v \frac{1}{m^2(\mathbf{r}) + \beta^2} dv \quad (7)$$

이 MS 연산자  $s(m)$ 은  $\beta \rightarrow 0$ 일 때 모델 영역인  $sptm$ 으로 수렴한다. 즉 식 (7)에서와 같은 MS 연산자를 사용하여 식 (2)의 해를 구할 경우  $\beta \rightarrow 0$ 일때  $sptm$ 을 최소로 하는  $m$ 을 얻게 됨을 의미한다(Portniaguine and Zhdanov, 1999). 실질적으로 이  $\beta$  값은 작은 것이 좋으나, 작을수록 역산의 해는 불안정해지므로 본 연구에서는 경험적으로 얻은 0.05를  $\beta$  값으로 사용하였다.

## 2차원 MT 역산에서 최소모델영역 제한조건의 구현

최소모델영역(MS) 연산자를 MT 2차원 역산에 적용한 소위 focusing 역산(Mehanee and Zhdanov, 2002)은 역산 해의 상한, 하한 제한조건을 사용하여 이 범위를 넘어가는 역산 값에 대하여는 상한 및 하한 값으로 대체하기 때문에 실제 현장 자료에 적용하기 위해서는 이 상한 및 하한 값들을 추정하는데 실질적인 어려움이 있다. 따라서, 본 연구에서는 위와 같은 Mehanee and Zhdanov(2002)에서 제시한 방법이나 역산의 안정성을 위하여 2차 미분연산자와 동시에 MS 연산자를 도입한 방법(조인기 외, 2006)과는 달리 creeping법에 의한 최소자승 역산법에 MS 연산자를 도입하여 MT 2차원 역산에 적용하였으며, 또한, 자료의 해상도에 따른 공간 함수로서의 평활화 상수를 결정하는 ACB법(Yi et al., 2003; Lee et al., 2009)을 적용하여 역산의 불안정성을 제거하였다. 알고리즘 구현에 적용한 수식은 다음과 같다.

반복 횟수  $n$ 에서의 모델 변수  $\mathbf{m}_n$  값을 이라 하고, 모델 벡터 증분을  $\Delta \mathbf{m}_n$ 으로 표시하면 식 (8)와 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n + \Delta \mathbf{m}_n \quad (8)$$

따라서, 반복 횟수  $n$ 에서 최소화할 목적함수인 식의 Tikhonov functional은 식 (9)와 같이 쓸 수 있다.

$$P^a(\mathbf{m}_n) = \phi(\mathbf{m}_n) + \alpha s(\mathbf{m}_n) \quad (9)$$

이때,  $\|\Delta \mathbf{m}_n\|$ 이 매우 작다고 가정하면 모델 반응을 나타내는 비선형 연산자  $A$ 를 다음과 같이  $\mathbf{m}_n$ 에서 근사적으로 선형화시킬 수 있으며, 또한 획득된 자료를  $\mathbf{d}$  이라고 표시하면 자료 적합 오차  $\phi$ 는 식 (10)과 같다.

$$\phi(\mathbf{m}_n) = \|\mathbf{e}_n - \mathbf{J}_n \cdot \Delta \mathbf{m}_n\|^2 = (\mathbf{e}_n - \mathbf{J}_n \cdot \Delta \mathbf{m}_n, \mathbf{e}_n - \mathbf{J}_n \cdot \Delta \mathbf{m}_n)_{L_2} \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{e}_n = \mathbf{d} - A(\mathbf{m}_n)$ ,  $\mathbf{J}_n$ 은  $\mathbf{m}_n$ 에서의 감도 행렬 혹은 Jacobian 행렬이다. 목적함수를 최소화하기 위하여 Gauss-Newton 방법을 적용하여 모델 증분  $\Delta \mathbf{m}_n$ 에 대한 증분량(variation)을 구하면 식(11)과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta_{\Delta m_n} P^\alpha(\mathbf{m}_n) = \delta_{\Delta m_n} \phi(\mathbf{m}_n) + \alpha \delta_{\Delta m_n} s(\mathbf{m}_n) \quad (11)$$

여기서,

$$\delta_{\Delta m_n} \phi(\mathbf{m}_n) = \delta_{\Delta m_n} \|\mathbf{e}_n - \mathbf{J}_{m_n} \cdot \Delta \mathbf{m}_n\|^2, \quad (12)$$

이고

$$\delta_{\Delta m_n} s(\mathbf{m}_n) = \delta_{\Delta m_n} \|\mathbf{C}_{m_n} \Delta \mathbf{m}_n\|^2. \quad (13)$$

이며, 식 (11)이 0이 되는 해  $\Delta \mathbf{m}_n$ 은 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다(Sasaki, 1989).

$$\Delta \mathbf{m}_n = (\mathbf{J}_{m_n}^T \mathbf{J}_{m_n} + \alpha \mathbf{C}_{m_n}^T \mathbf{C}_{m_n})^{-1} \mathbf{J}_{m_n}^T \mathbf{e}_n \quad (14)$$

한편, 식 (6)으로 표현되는 MS 연산자를 2차원 MT 역산에 구현하기 위하여 본 연구에서는 MS 연산자를 다음과 같이 변형 적용하였다. 즉,

$$s(\mathbf{m}_n) = (\mathbf{C}_{m_n} \mathbf{m}_n, \mathbf{C}_{m_n} \mathbf{m}_n)_{L_2} \quad (15)$$

이라 할 때,  $\mathbf{C}_{m_n}$ 을 다음과 같이 설정하였다.

$$\mathbf{C}_{m_n} = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ & 1 & \\ 0 & \sqrt{m_{n,i}^2 + \beta^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$= [\text{diag}(m_{n,i}^2 + \beta^2)^{-1/2}], \quad i=1, \dots, M$$

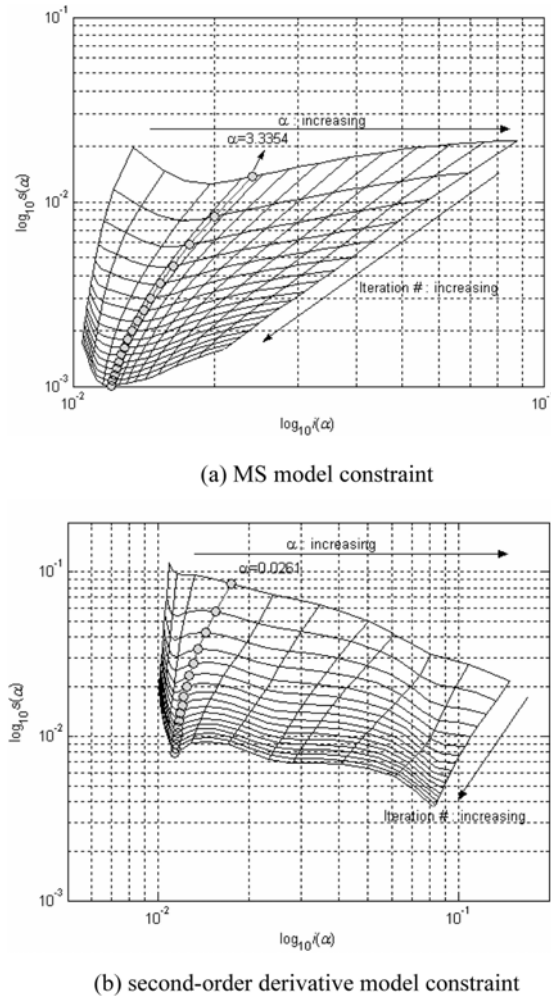
원칙적으로 식 (6)의 MS 연산자의 피적분함수는 모델 변수의 함수로서 모델변수에 대해 비선형관계를 가진다. 그러나 본 연구에서 적용한 식 (16)은 이를 단순화시켜서 n번째의 모델 증분량  $\Delta \mathbf{m}_n$ 을 구할 때 n번째의 모델 변수  $\mathbf{m}_n$ 만을 이용함을 나타낸다. 이는 선형화된 반복 역산 및 creeping방법의 특성상  $\|\mathbf{m}_n\| \gg \|\Delta \mathbf{m}_n\|$ 을 가정할 수 있고 n번째의 증분량  $\Delta \mathbf{m}_n$ 은 이미 역산으로 얻어낸 n번째 모델 변수  $\mathbf{m}_n$ 과는 무관하다고 가정할 수 있으므로, 식 (15)와 (16)은 MS 연산자의 주요한 개념을 유지하고 수치적으로 적용 가능한 형태임을 알 수 있다. 이는 2차미분 연산자를 적용할 시 수직, 수평적으로(1, -2, 1) 벡터의 조합(de Groot-Hedlin and Constable, 1990)을 이용하는 것과 비슷한 접근방법이라 할 수 있다. 한편, 평활화상수는 매개변수 분해능 분석(parameter resolution analysis)에 의해 공간적 함수로서 결정되는 ACB(Yi et al., 2003, Lee et al., 2009)을 적용하여 역산의 안정성을 높이고자 하였다.

### 알고리즘의 타당성 검증 및 최소영역 모델제한조건의 특성

본 연구에서 구현된 MS 연산자를 모델제한조건으로 이용한 역산 알고리즘의 타당성을 검증하고 역산 해의 특성을 알아보기 위하여 간단한 모델을 설정하여 MS 연산자와 2차미분 연산자를 모델제한조건으로 이용한 역산 결과를 상호 비교하였다. 이를 위하여 설정된 모델은 고립 이상체 모델로서, 10 ohm-m의 전기비저항을 갖는 이상체가 100 ohm-m 균질 반무한 공간에 위치하고 있는 간단한 모형이다. 이 이상체의 크기는 7,500×2,000 m이며, 수평 방향으로는 6,250-13,750 m, 심도로는 800-2,800 m에 위치한다. 역산 자료는 역산 내부에 이용된 동일한 모델링 알고리즘으로 생성하였으며 오차를 첨가하지는 않았으나 역산 블럭의 경계와 모델 내 이상체의 경계가 일치하지 않도록 하였다. 역산에 입력된 MT 자료로는 0 m에서부터 1,000 m 간격으로 총 21개의 측정에서, 주파수는 0.1 Hz에서 1,000 Hz까지 로그 등간격으로 얻은 총 17개 주파수에 대한 걸보기비저항 및 위상 자료를 이용하였다.

평활화 상수는 역산의 최소화 과정에서 측정 자료에 대한 예측된 이론 자료의 오차와 역해 모델에 대한 제한조건의 상대적인 크기를 조절하는 역할을 하는 가중치이다. 이를 적절한 값으로 조정하는 것은 매우 중요하며 최적의 평활화 상수를 찾기 위한 다양한 알고리즘이 발표된 바 있다(Uchida, 1993; Yi et al., 2003; Farquharson and Oldenburg, 2004). 그러나, 어떠한 방법을 사용하더라도 최적의 평활화 상수는 자료 적합 오차 및 모델제한조건의 수치적 크기의 차이에 따라 그 값은 달라지므로 일률적으로 동일한 값을 적용할 수 없다. 따라서, 본 연구에서는 선형 역산에서의 L-curve 방법을 통하여 결정된 최적의 평활화 상수를 적용할 때를 기준으로 그 역산 결과를 비교하고자 하였다. L-curve 방법이란 선형 역산에서 역산 과정의 자료 적합 오차와 모델제한 크기를 평활화 상수에 따라 도시하면 L자 형태의 그래프가 되며, 그래프가 꺾이는 지점에서의 평활화 상수 값이 가장 최적화된 평활화 상수 값이라는 것이다(Zhdanov, 2002).

Fig. 1a는  $\alpha=20$ ,  $q=0.8$ 일 때 평활화 상수 값을 다음과 같은 식



**Fig. 1.** The L-curves calculated with various regularization parameters for (a) MS (b) second-order derivative model constraints.

$$\alpha_k = \alpha_0 q^{k-1}, \quad k=1, \dots, 20 \quad (17)$$

에 의하여 결정되는 값을 적용하여 MS 연산자를 이용한 역산에서 얻은 L-curve이며, Fig. 1b는 2차 미분연산자를 모델제한조건으로 사용하였을 때의 결과를 나타내고 있다. 그림에서와 같이 2차 미분연산자를 사용하였을 때는 자료 적합 오차는 대략 역산의 마지막 단계에서 0.01에서 0.1까지 넓은 영역에 걸쳐 있는 반면, MS functional을 모델제한조건으로 이용하였을 때는 0.01에서 0.05까지의 좁은 영역에 걸쳐 있음을 알 수 있다. 이는 최소 2차 미분 모델제한조건 보다 MS 연산자의 경우가 자료 적합 오차에 있어 평활화 상수 값에 덜 영향을 받고 있음을 보여

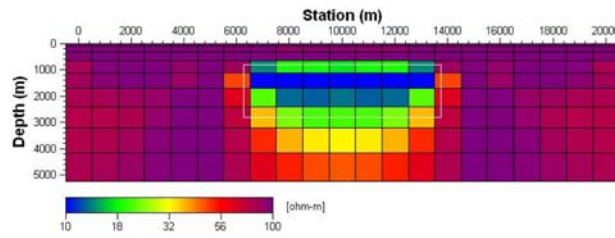
준다고 할 수 있다. 다만, 최적의 평활화 상수에서는 두 방법 모두 거의 같은 수준의 자료 적합 오차를 보여주고 있으며, 다음의 Fig. 2의 역산 결과에서도 확인할 수 있다. 이때 자료 적합 오차가 최소가 되고 그래프가 꺾이는 지점에서 정해진 평활화 상수 값은 MS 연산자 경우는 3.3354이며, 2차 미분 연산자의 경우 0.0261이었다. Fig. 2는 위와 같이 결정된 최적화된 평활화 상수 값을 이용하여 얻은 역산 영상을 나타내고 있는데, 중앙의 저비저항 이상대가 두 역산 모두에서 잘 영상화되어 있음을 알 수 있다.

Fig. 3은 각 연산자의 효과를 뚜렷이 나타내기 위하여 최적화된 값을 기준으로 비교적 큰 값을 가한 경우의 역산 영상을 나타내었다. Fig. 3b의 2차 미분 연산자를 사용한 경우  $\alpha=20$ 으로 평활화상수를 크게 하면 2차 미분연산자에 의한 영향으로 전체적으로 영상이 더욱 부드럽게고 실제 크기보다 크게 영상화되고 있음을 볼 수 있다. Fig. 3a는 평활화 매개변수를 최적값보다 비교적 큰 값인  $\alpha=50$ 으로 설정하여 역산한 결과이다. 하얀 사각형으로 표시된 실제 이상체의 변화를 살펴보면 최적의 평활화상수 보다 큰 경우 Fig. 3b의 2차 미분연산자를 사용한 경우와는 반대로 오히려 저비저항의 크기가 더욱 작게 역산되어 이상체의 중앙 부분에 집중되어 역산된 것을 확인할 수 있다.

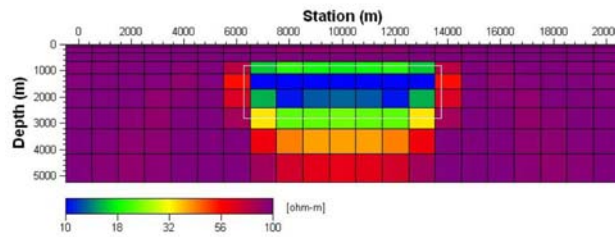
이상에서 많은 이전의 연구결과로부터 알려진 바와 같이 2차 미분연산자는 매우 부드러운 영상을 강조하게 됨을 확인할 수 있으며 이에 대한 가중치를 많이 줄 경우 부드러운 영상을 강조하게 되어 실제 이상체의 크기보다 매우 크고 초점이 흐려진 영상이 재현됨을 확인할 수 있다. 그러나, MS 연산자를 이용하는 경우는 이에 가중치를 많이 줄 경우 2차 미분 제한조건과는 반대로 이상체의 크기가 오히려 더 작아지며 주변과 대비된 역산 영상을 얻을 수 있음을 볼 수 있으며, 본 연구에서 구현된 MT 2차원 역산이 타당성을 갖는다고 볼 수 있다.

### 여러 이상체를 포함한 모델에 대한 역산

본 연구에서는 MS 제한조건을 이용한 역산 알고리즘의 타당성 검증을 위하여 여러 이상체가 존재하는 모델에 대하여 역산 실험을 수행하였다. 이를 위하여 모델은 Sasaki(1989) 및 Lee et al.(2009)에 의

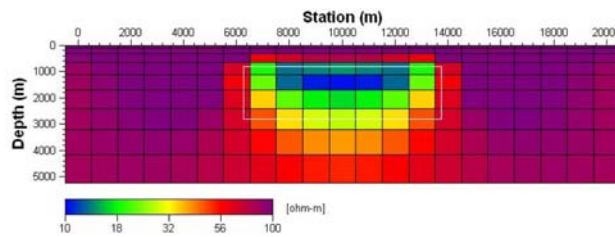


(a) MS model constraint

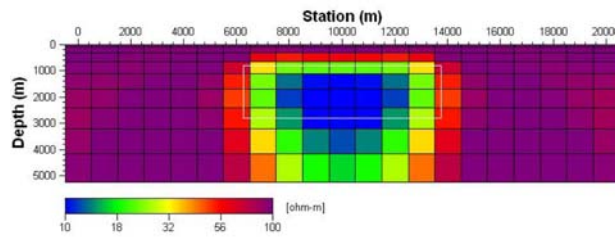


(b) second-order derivative model constraint

**Fig. 2.** Inversion results using (a) MS stabilizer with optimum regularization parameter determined from L-curve analysis, 3.3354, and using (b) second-order derivative smoothness stabilizer with optimum regularization parameter 0.0261.



(a) MS model constraint

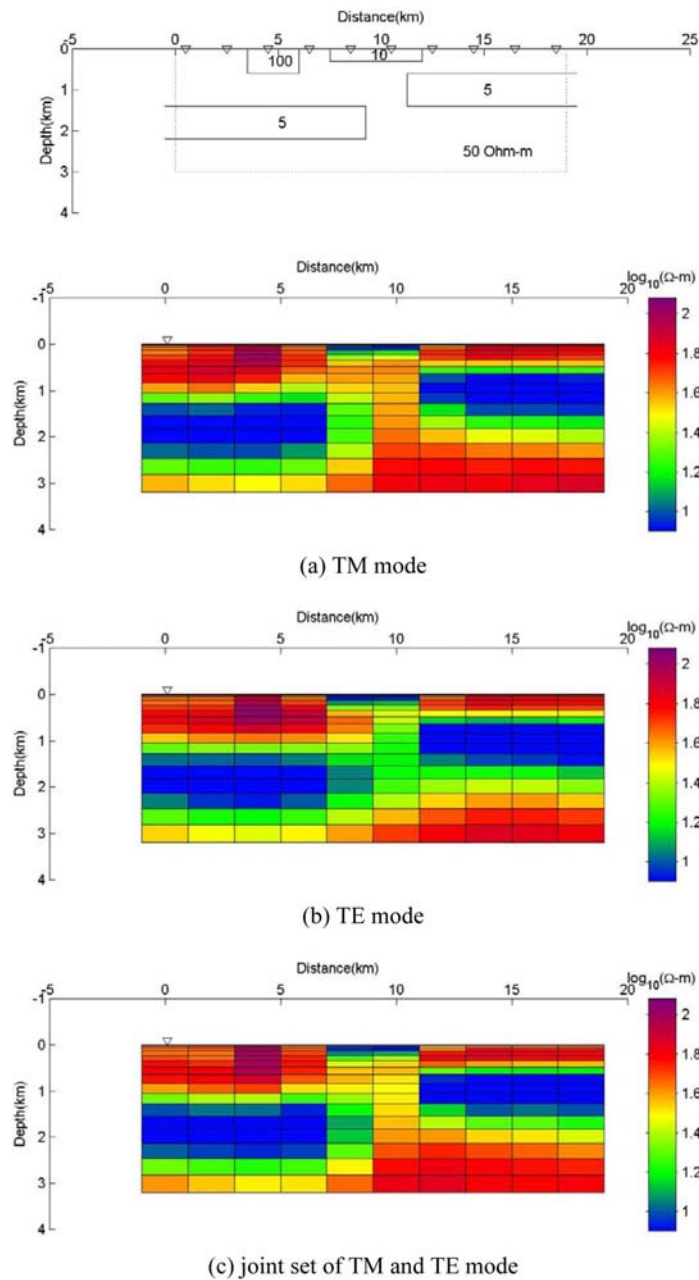


(b) second-order derivative model constraint

**Fig. 3.** Inversion results using (a) MS stabilizer with larger regularization parameter 50 than optimum value, and using (b) second-order derivative smoothness stabilizer with larger regularization parameter 20 than optimum value.

하여 적용되었던 모델과 동일한 모델을 택하였다. 이 모델은 50 ohm-m의 균일한 배경 매질에 5 ohm-m의 전기비저항을 갖는 층이 내부에 존재하는 모델로서 이 층은 중앙부분에서 단절되어 수직적으로 서로 이격되어 있는 모델이다. 또한 지표에는 100 ohm-m 및 10 ohm-m의 전기비저항을 갖는 지표 불균질대가 존

재하고 있어 정적효과가 예상되는 모델이다. 역산 자료는 Lee et al.(2009)과 동일한 것으로 측점은 총 10 개로서 500 m에서부터 18,500 m까지 2,000 m간격으로 배치하였고, 주파수는 0.1, 0.22, 0.5, 1, 2.2, 5, 10, 22 Hz로서 총 9개이다. 이 역산에 사용된 합성 자료는 자료는 GEOTOOLS MT를 사용하여 생성된

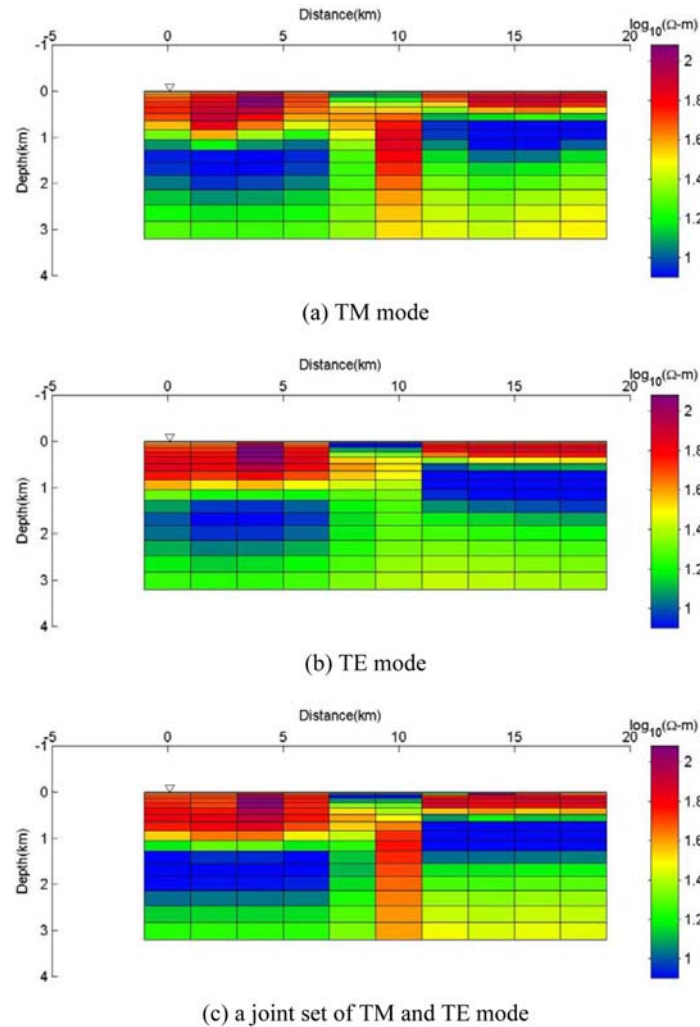


**Fig. 4.** Synthetic model test performed by MT2DInvMatlab with second-order derivative model constraints (after Lee et al., 2009). Inversion results are reproduced for (a) TM mode inversion, (b) TE mode inversion, and (c) joint inversion of TM and TE mode.

것이다(Lee et al., 2009).

2차 미분연산자를 이용한 역산은 ACB법을 이용한 MT2DInvMatlab(Lee et al., 2009)을 이용하였으며, MS 연산자를 이용한 역산은 이 알고리즘에 식(16)을 수치적으로 구현하여 적용하였으며, 두 알고리즘 모

두 평활화 상수는 ACB법을 이용하여 결정하였다. 역산 블록 혹은 평활화 블록은 수평적으로는 각 측정별로 하나의 열을 할당하였고, 역산 블록의 심도 방향 두께는 첫 층을 20 m로, 이후에는 점진적으로 1.2배씩 증가하도록 설정하였다.



**Fig. 5.** Synthetic model test performed with MS model constraints implemented in this study. Inversion results are shown for (a) TM mode inversion, (b) TE mode inversion, and (c) joint inversion of TM and TE mode.

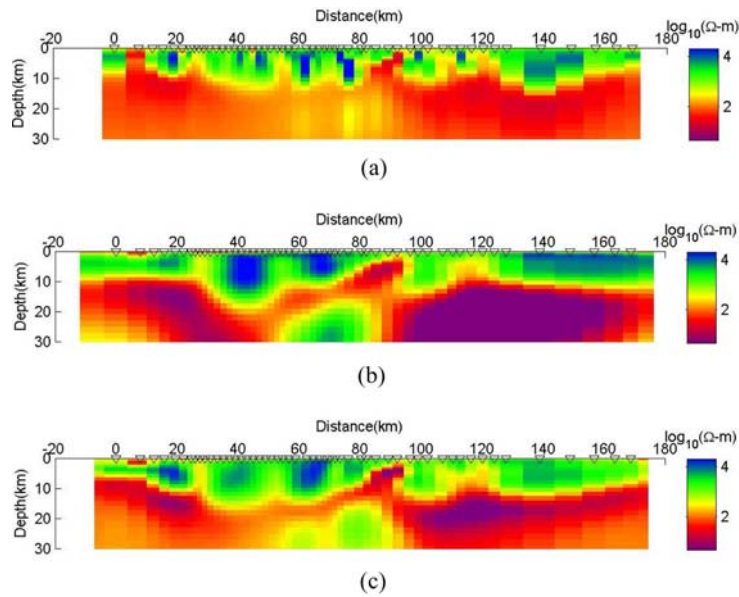
Fig. 4에는 2차 미분연산자를 이용하여 TM 모드, TE 모드, 두 자료를 동시에 이용한 복합역산한 결과 얻은 역산 영상이 나타나 있으며, 또한 Fig. 5에는 MS 연산자를 이용한 경우에 대한 역산 결과가 나타나 있다. Fig. 4를 보면 심도 1 km 및 2 km에 위치한 저비저항층이 잘 영상화되어 있고 지표의 저비저항 불균질대도 및 지표의 고비저항 불균질대로 비교적 잘 영상화되었음을 알 수 있으나 저비저항층의 위 아래 부분으로 실제보다 크고 매우 부드럽게 영상화되어 있음을 볼 수 있다. 또한 Fig. 5의 경우에도 심도 1 km 및 2 km에 위치한 지표의 저비저항층 및 지표의 고비저항 불균질대도 잘 영상화되어 있

며 저비저항층도 잘 영상화되어 있음을 알 수 있다. 그러나, Fig. 4와 Fig. 5를 서로 비교하여 보면 앞 절에서 확인한 바와 같이 MS 연산자를 이용하는 경우 2차 미분연산자를 이용한 경우보다 주변과 비교하여 영상의 대비가 뚜렷하고 그 크기가 훨씬 작게 영상화되었음을 볼 수 있으며, MS 연산자의 특징을 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

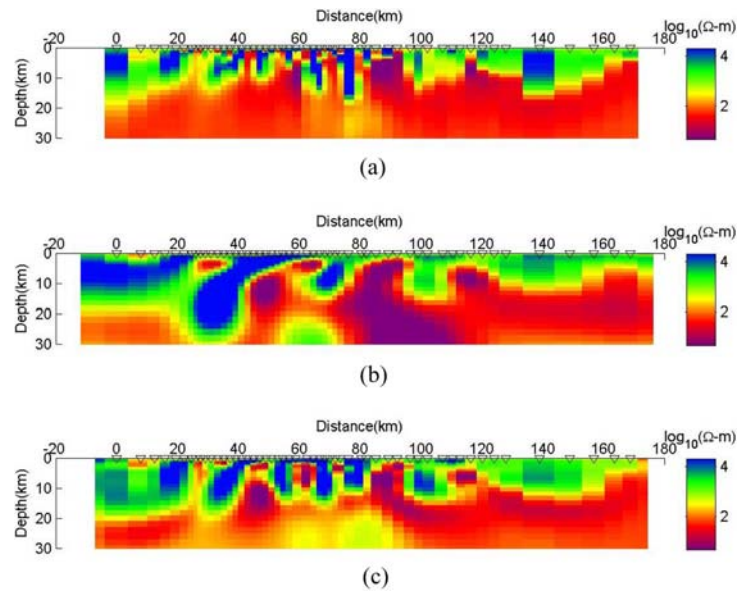
### 현장 자료에의 적용을 통한 비교

본 연구에서 구현한 MS 연산자를 이용한 2차원 MT 역산의 현장 자료에 대한 적용성을 살펴보기 위





**Fig. 6.** Comparisons of inversion of TM mode field data with (a) MS model constraint in this study, and with second-order derivative model constraints by (b) MT2DInvMatlab and (c) NLCG code of Geotools MT (after Lee et al., 2009). Figures (b) and (c) are originally published in Lee et al., (2009).



**Fig. 7.** Comparisons of joint inversion of TM and TE mode field data with (a) MS model constraint in this study and with second-order derivative model constraints by (b) MT2DInvMatlab and (c) NLCG code of Geotools MT. Figures (b) and (c) are originally published in Lee et al., (2009).

하여 호주 Victoria주에서 획득한 현장 자료(이성곤 외, 2008)에 적용하여 이전의 결과와 비교하여 보았다. 이 자료는 2007년 호주 Victoria주 북부의 심부 지질구조를 밝히기 위해 측정된 자료로서 이 지역의

금광의 성인 연구와 매우 밀접한 심부 지질구조 및 알려진 단층대를 정확히 영상화하였다고 보고된 바 있다(이성곤 외, 2008). 이번 연구에서 이용한 자료는 이 자료와 동일한 측선 Vic-Line01의 자료로서 이 측

선은 약 160 km에 이르는 긴 축선으로 총 53개의 측정점을 포함하고 있다. 본 역산에서는 여러 주파수 중 27개의 주파수 자료의 겹보기비저항 및 위상을 이용하였으며, 지질 해석 및 자료에 대한 좀 더 자세한 것은 이성근 외(2008) 혹은 Lee et al.(2009)를 참조하기 바란다.

Fig. 6은 TM 모드의 자료에 대하여 MT2DInvMatlab (Lee et al., 2009), NLCG(Rodi and Mackie, 2001) 및 본 연구에서 구현한 MS 연산자를 이용한 알고리즘 등 세가지 알고리즘으로 역산한 결과를 나타내고 있다. 세가지 역산 결과 모두 고비저항대와 심부의 저비저항의 경계를 매우 유사하게 영상화하고 있으며 특히 20, 40, 60-80, 140 km 부근의 고비저항대가 공통되게 영상화되었음을 볼 수 있다. 그러나, 그 고비저항대의 영상에 있어서 동일한 위치에서도 MS 연산자를 이용한 경우 다른 두가지 알고리즘보다 더욱 작거나 혹은 하나로 보이던 것이 두개로 분리되어 영상화되어 있음을 볼 수 있다. 이는 TE 모드 및 TM 모드의 복합역산을 나타낸 Fig. 7에서도 확인할 수 있다. 특히 MS 연산자를 이용한 경우 고비저항대도 분리되어 영상화 되어 있으며 보다 좁고 집중적으로 나타나 있다. 대체로 Fig. 6과 Fig. 7에서 보면 (b)의 영상이 가장 부드럽고 크게 변화가 완만하게 영상화되었으며, 그 다음으로는 (c), 그리고 (a)의 경우가 가장 compact한 모델을 나타내고 있음을 볼 수 있다.

## 결 론

이상의 본 연구에서는 역산 해의 대비를 향상시키고자 MS 연산자를 도입한 MT 2차원 역산 알고리즘을 구현하여 그 타당성을 검증하였다. 역산을 위하여 creeping법에 기초한 최소자승 역산에 MS 연산자를 수치적으로 유도하여 알고리즘을 구현하였으며, 공간 함수로서의 평활화 상수를 도입한 ACB법을 동시에 적용하여 MS 연산자를 이용할 때 단점으로 지적되었던 역산 해의 안정성을 향상시켰다. 단일 이상체 모델에 대한 수치실험을 통하여 기존의 2차 미분연산자와는 달리 모델제한을 크게 할수록 최소영역 연산자는 이상체의 영역을 작게 하여 대비를 높이는 효과를 다양한 평활화 상수를 적용한 L-curve 방법을 통하여 보다 정확히 분석하였으며, 여러 이상체의 모형에 적용하여 2차 미분연산자에 의한 결과와 비교

하여 보다 간결한 영상을 얻을 수 있음을 확인하였다. 또한 본 연구에서 구현한 알고리즘의 현장 자료에의 적용을 통하여 그 타당성을 입증하였으며, 현장 자료 적용에서도 보다 간결하고 강조된 영상을 안정적으로 얻을 수 있었다. 다만 역산의 비유일성을 고려하여 하나의 역해가 측정자료를 설명하는 여러 가능한 모델 중의 하나의 모델이라는 점을 돌이켜 보면 여러가지 알고리즘으로 획득한 가능한 역산 모델을 비교 분석하여 지질적 해석을 도출하는 것이 바람직할 것으로 보인다.

## 사 사

이 연구는 한국지질자원연구원 기본사업인 ‘저온 지열 열병합 발전에 활용가능한 심부 지열수 자원 확보 기술 개발’ 사업의 지원으로 이루어졌습니다. 또한, 개발된 알고리즘의 타당성 검증 및 비교를 위하여 이용한 현장 자료는 한국, 일본, 호주의 3국 국제협력 연구의 결과물로서 호주 Victoria주에서 획득된 자료이며, 자료 획득, 처리 및 해석 등과 관련하여 한국지질자원연구원의 이태중 책임연구원, 송윤호 책임연구원, 박인화 선임기술원, 일본 AIST의 T. Uchida 박사, 호주 Monash 대학의 J. Cull 교수 등, 이외의 모든 관계자분들께 감사를 드립니다. 또한 논문 심사 중 여러 미비점을 지적해주신 익명의 심사자와 경인교육대학교 이희순 교수께도 감사드립니다.

## 참고문헌

- 이성근, 이태중, Uchida, T., 박인화, 송윤호, Cull, J., 2008, 호주 Victoria주 MT 탐사 자료 해석. 물리탐사, 11, 184-196.
- 조인기, 강미경, 김기주, 2006, 주 대상체 강조법에 의한 소형루프 전자탐사 자료의 역산. 물리탐사, 9, 299-303.
- Constable, S., Parker, R., and Constable, C., 1987, Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. Geophysics, 52, 289-300.
- de Groot-Hedlin, C. and Constable, S., 1990, Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. Geophysics, 55, 1613-1624.
- de Groot-Hedlin, C. and Constable, S., 2004, Inversion of magnetotelluric data for 2D structure with sharp resistivity contrasts. Geophysics, 69, 78-86.
- Farquharson, C. and Oldenburg, D., 2004, A comparison of automatic techniques for estimating the regularization

- parameter in non-linear inverse problems. *Geophysical Journal International*, 156, 411-425.
- Last, B.J. and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion. *Geophysics*, 48, 713-721.
- Lee, S.K., Kim, H.J., Song, Y., and Lee, C.-K., 2009, MT2DInvMatlab-A program in MATLAB and FORTRAN for two-dimensional magnetotelluric inversion. *Computers and Geosciences*, 35, 1722-1734.
- Mehanee, S. and Zhdanov, M., 2002, Two-dimensional magnetotelluric inversion of blocky geoelectrical structures. *Journal of Geophysical Research, Solid Earth*, 107, EPM 2, 1-11.
- Portniaguine, O. and Zhdanov, M., 1999, Focusing geophysical inversion images. *Geophysics*, 64, 874-887.
- Rodi, W. and Mackie, R.L., 2001, Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2D magnetotelluric inversion. *Geophysics*, 66, 174-187.
- Sasaki, Y., 1989, Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data. *Geophysics*, 54, 254-262.
- Uchida, T., 1993, Smooth 2D inversion for magnetotelluric data based on statistical criterion ABIC. *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*, 45, 841-858.
- Yi, M.-J., Kim, J.-H., and Chung, S.-H., 2003, Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing. *Geophysics*, 68, 931-941.
- Zhdanov, M., 2002, *Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems*. Elsevier, Amsterdam, Netherlands, 609 p.

---

2009년 11월 18일 접수  
2009년 12월 1일 수정원고 접수  
2009년 12월 17일 채택