대한수학교육학회지 <학교수학> 제 11 권 제 4 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.11, No.4, 567-581. Dec. 2009

영(0)이 초등학생들의 계산 수행에 미치는 영향 분석

김 수 미*

이 연구는 영(0)이 계산오류를 유발한다는 점에 착안하여, 0이 초등학생들의 사칙 계산 수행에 어느 정도로 영향을 미치는지 분석하고자 하였다. 이를 위해 A시의 한 초등학교 3,4,5,6학년 아동 222명을 대상으로 지필검사를 실시하였다. 지필검사의 내용은 한 자리 수를 대상으로 한 기초셈, 세로뺄셈, 세로곱셈, 세로나눗셈이었다. 검사 결과, 0이 초등학생들의 계산수행에 미치는 영향이 전 영역에 해당되는 것이 아니라 개별 주제에 해당되는 지엽적인 것으로 나타났다. 예를 들면, 곱셈 구구단에서 0단의 경우, 세로 뺄셈에서 0이 연속 2회 나오는 경우, 세로곱셈에서 0이 수의 중간에 있는 경우, 피제수나 제수에 0이 있는 세로나눗셈에서는 0이 과제 난도를 어느 정도 높이는 역할을 하는 것으로 나타났다. 또한 이들 개별 영역은 고학년에서도 그 비율이 상당하여 인위적인 교수학적 처방이 요구됨을 알 수 있었다.

I. 들어가며

학생들이 계산과정에서 0을 만나면 미숙하게 처리하거나 실수를 범한다는 사실은 기존의 계산 오류연구에서 잘 드러난다(Kilian, et al, 1980; Bricken, 1987; 김종태, 1975; 윤희태, 2002;이영선, 2004; 장영숙, 2002). 특히 자연수와 소수를 대상으로 한 연구에서는 오류 유형을 구분할 때 예외 없이 '0처리 오류'를 포함시키고 있는데, 이는 자연수와 소수 계산에서 0이 과제 난도(難度)를 높이는 역할을 한다는 사실을 의미한다.

외국의 경우는 몇몇 연구자들이 0에 대해 관심을 가지고, 0의 지도에 주의할 필요가 있음을 역설한 바 있다. Spitzer(1954)는 0과 1을 대상으로 하는 계산의 어려움을 이해하고, 두 자리 수의 곱셈에서 그 필요성을 경험할 때까지 지도가 지연되어야 한다고 주장하였다. Wheat(1983)은 학교에서 0이 의미가 결여된 채 지도되는 까닭에 0을 처리하는 과정에서 학생들의 마음이 기계로 바뀐다고 하였으며, Reys, Suydam, 그리고 Linquist(1984)는 기수법에서의 0의 역할을 지도할 것을 제안하였다. 최근에는 Wilson(2001)과 Wheeler(2002)가 중등학생을 대상으로 0의 지도에 대한 아이디어를 제시한 바 있다. 이처럼 꾸준하게 0의 지도를 문제 삼는 것은 아마도 0을 처리하는 아동의 어려움이 교사나 연구자들에게 전달되었기 때문일 것이다. 그러나 아쉽게도 그것은 느낌이나 직관에 불과할 뿐, 0이 아동의 계산 수행에 구체적으로 어떻게 영향을 미치는가에 대한 실제적인 연구는 찾아보기 어렵다.

이 연구는 '0처리 오류의 기원 및 지도'(김수미, 2006)에 이은 것으로, 당시 연구에서 제기된 문제점이나 교수학적 시사점이 어느 정도 타당한가를 따져보기 위해 착수되었다. 2006년도의 연구는 문헌 연구를 통해 0처리 오류의 역사적·교수학적 원인을 규명하는 데 초점을

* 경인교육대학교 수학교육과 (smkim@ginue.ac.kr)

둔 반면, 이 연구는 아동들을 대상으로 0처리 수행능력을 실제로 조사함으로써 0처리 오류의 심각성이 어느 정도인지를 살피는 데 초점을 두었다. 특히 0이 초등학생들의 사칙계산 수행에 미치는 영향을 계산 유형과 학년에 따라 분석해 보고, 이를 통해 효과적인 계산지도를 위한 시사점을 도출하고자하였다. 이 연구를 통해 어떤 맥락에서 0이 나왔을 때 아동은 가장 곤란을 겪으며, 그러한 곤란이 학년에 따라 어떻게 다르며, 교사는 어느 시기에 어떤 방식으로 개입하는 것이 좋은지에 대한 논의를 불러 일으키는 계기가 되기를 바란다.

II. 0 처리 오류의 원인과 지도

0이 계산 과정에서 작용하는 부정적인 영향을 알고자 하면, 계산 오류 연구 분야에서 제기된 '0처리 오류'를 참고하면 된다. '0처리 오류'란 계산 과정에서 0을 처리하지 못하거나 부적절한 방법을 사용함으로써 생긴 오류를 의미한다. 즉 유사한 맥락에서 0이 아닌 다른 수의 계산은 제대로 수행하면서, 0에 대해서는 포기하거나 적절하지 못한 방법으로 계산을 수행하는 것을 의미한다.

선행연구에 의하면 0처리 오류는 덧셈을 제외한 뺄셈, 곱셈, 나눗셈에서 주로 발생하며, 모두 세로셈과 관련된다(<표 II-1>). 그러나 학생들의 계산과정을 분석해 보면, 0을 대상으로 하는 한 자리 수의 셈의 결과를 제대로 알지 못하고 있음을 추정할 수 있다. 예를 들어 <표 II-1>의 '소수의 곱셈과 나눗셈' 1번 문항을 보면, 학생들이 수×0을 수×1과 혼동하고 있음을 알 수 있다. 정리하면, 0은 한 자리 수의 간단한 셈에서 그리고 두 자리 이상의 수를 대상으로 하는 세로뺄셈, 세로곱셈, 세로나눗셈 수행에서 부정적인 영향을 미칠 가능성이 높다.

학생들이 0를 처리하는데 느끼는 어려움의 원인을 2006년도 연구에서는 인식론적인 관점과 교수학적인 관점에서 고찰하였다. 역사적으로 볼 때, 영 기호는 위치기수법을 사용한 대부분의 문화권에서 출현하였다. 위치기수법은 '묶기'와 '교환하기'를 근간으로 하는 기수법 체계로서, 영 기호는 어떤 단위의 묶음이 하나도 없음을 나타낼 필요성에 따라 만들어졌다. 즉 0은 '특정 단위가 없다' 혹은 '특정 자리값에 해당하는 수가 없다'를 나타내기 위한 기호로서 출발하였지, 수로서 출발한 것은 아니다. 이와 같은 태생이 사람들로 하여금 '0'을 보면 기계적으로 대응하도록 만드는 것은 아닐까? 결국 위치기수법체계에 대한 이해를 확보하지 못한 아동에게 0은 무의미한 기호에 불과한 것으로, '없어도 되는 것'으로 간주될 가능성이 높다.

또한 사칙 계산의 범위를 확장하는 과정에서 0은 가장 먼저 충돌하는 수가 된다. 자연수를 대상으로 출발한 사칙계산이 0을 포함하는 범자연수로 계산의 대상을 확장하는 과정에서 불가피하게 계산의 결과를 형식적으로 규정해야 하는 상황을 맞이하게 된다. 예를 들어 3×2는 '3을 두 번 더한다'는 의미로 6이다. 3×1은 '3을 한 번 더한다'라는 의미로 3이다. 그러나 3×0은 '3을 0번 더한다'는 의미가 되어야겠지만, 실제로 '0번'은 일상 생활에서는 쓰이지 않는다. 결국 현 교육과정에서는 '3이 한 번도 없다'와 같은 식으로 돌려 해석하고 있지만, 수학적 관점에서 보면 대수적 법칙을 따른 결과라 볼 수 있다. 즉 3×3, 3×2, 3×1이 3씩 줄어드는 열이므로, 3×0은 3×1보다 3 줄어든 0이 되어야 한다. 그러나 이러한 규칙을 알 리가 없는 아동의 입장에서는 0은 '알 수 없는 규칙이 적용되는 수'로 간주될 가능성이 높다. 실제로 수학사를 고찰해 보면, 수÷0을 0 또는 ∞으로 간주하는 것

<표 II-2> 사칙 계산 과정에서 나타나는 0처리 오류의 유형(김수미, 2006, p.399)

자연수의 뺄셈	자연수의 곱셈	자연수의 나눗셈	소수의 곱셈과 나눗셈
1. 0-(어떤 수)는 무조건 0이라고 답하는 오류 (0-N=0) 103 1047 - 41 - 835 102 1012	1. (어떤 수)×(몇 십)에서 어떤 수 곱하기 0을 처리하지 못하는 오류 22 ×40 80 88 960	1. 피제수의 0을 무시하는 오류 2 61 4)80 8)4808 8 48 0 8 8 0	1. 0단을 이해하지 못한 결과로 발생하는 오류 2.327 4.2 × 100 ×0.9 2327 378 2327 42 25597 7.98
2. 0-(어떤 수)는 무조건 (어떤 수)라고 답하는 오류 (0-N=N) 140 6025 - 21 -3276 121 3249	2. (몇 십)×(몇 십)에서 0을 처리하지 못하는 오류 40 40 ×20 ×20 20 4200 80 820	2. 제수의 0을 무시하는 오류 88 40) 352 32 32 32 0	2. 불필요한 0을 지우지 않는 오류 172 × 0.1 172 000 017.2
3. 0을 건너뛰고 빌려오는 오류 & 0-N=N 406 1023 -219 - 835 117 888	3. (어떤 수)×(몇 십)을 무조건 0으로 답하는 오류 32 × 30 0		3. 소수점 앞의 0을 지우는 오류 7 × 0.001 .007
4. 0에서 받아내림 해야하는 경우 9대신 10을 쓰는 오류 1300 - 522 788			4. 몫을 쓸 때, 소수점 다음의 0을 빠뜨리거나, 불필요하게 포함시키는 오류 7.8 5) 35.4 35 40 40 0
장영숙(2003)	윤희태(2001)	Maurer(1987) & 윤희태(2001)	이영선(2004)

과 같이, 고대 수학자들 역시 현대 학생들이 범하는 실수와 유사한 실수를 범했다는 증거를 찾아 볼 수 있다(김수미, 2004). 이러한 것으로 미루어 볼 때, 0에 대한 장애는 다분히 인식론적인 측면과 관련되어 있다고 볼 수 있다.

교수학적 관점에서 0처리 오류의 원인을 분석하기 위해 수학교과서 및 익힘책을 살펴본 결과, 0의 도입 시기와 방법에 문제가 있으며, 0을 대상으로 하는 한 자리 수의 셈과 0처리 오류 유발 가능성이 높은 문제들이 소홀히 취급되고 있는 점 등이 지적되었다. 이어 다음과 같은 세 가지 사항이 제안된 바 있다.

첫째, 0의 도입 시기를 늦추거나, 혹은 두 자리 수를 묶음과 낱개로 분할하는 과정에서 0의 역할을 강조하자는 것이다. 둘째, 0을 대상으로 하는 간단한 계산 결과를 체계적이고 명확한 방식으로 빠짐없이 지도하여 학생들이 그릇된 규칙을 만들 여지를 주지 말자는 것이다. 또한 0을 대상으로 하는 계산의 결과를 도출하기 위해 연산과 실제 행위를 연관 짓는 것 이외에 규칙성을 이용하게 함으로써, 계산의 형식적 측면을 경험하도록 하자는 것이다. 셋째, 오류 유발 가능성이 높은 문제를 교과서에 제시하고, 교사가 수업시간에 명시적으로 다루어줌으로써, 학생들의 그릇된 절차 개발을 사전에 방지하자는 것이다.

그러나 이상의 연구 결과 및 제안들은 이론적 고찰에 터한 것으로 그 타당성을 검증하기 위해서는 0 처리와 관련된 아동의 수행에 대한 실제적 자료가 뒷받침되어야 할 것이며, 이것이 바로 이 연구의 목적이기도 하다.

III. 연구 방법 및 연구 결과

1. 연구 대상 및 방법

2009년 6월 9일 대도시 A초등학교 3,4,5,6학년 2개 반 아동 총 222명을 대상으로 지필검사를 실시하였다. 지필검사의 내용은 한 자리 수를 대상으로 한 기초 계산 문항 24개, 세로 뺄셈 문항 10개, 세로곱셈 문항 8개, 세로나눗셈 문항 6개로 총 48개 문항으로 구성하였다. 3학년은 세로곱셈과 세로나눗셈을 충분히 배우지 않았기 때문에, 곱셈과 나눗셈 문항을 제외한 34개 문항을 풀도록 하였으며, 나머지 4,5,6학년은 48개 문항을 모두 풀도록 하였다(<표 III-2>).

지필검사 문항은 선행연구에서 밝혀진 사실을 토대로 학생들이 0과 관련하여 오류를 유발할 가능성이 높을 것으로 예상되는 것으로 구성하였으나, 검사 대상자들이 초등학생인 점을 감안하여 각 영역별 문항수가 최소화되도록

<표 III-1> 학년별 조사 대상자 수 및 분석대상자 수

	3학년	4학년	5학년	6학년	합계
조사대상자	58명	53명	57명	54명	222명
분석대상자	56명	53명	57명	53명	219명

<표 III-2> 검사문항 구성 내용

조사 영역	0관련 문항	0비관련 문항	조사 대상 학년
기본셈	12개 (덧셈3개, 뺄셈3개, 곱셈3개, 나눗셈3개)	12개 (덧셈3개, 뺄셈3개, 곱셈3개, 나눗셈3개)	3, 4, 5, 6
세로뺄셈	8개	2개	3, 4, 5, 6
세로곱셈	6개	2개	4, 5, 6
세로나눗셈	3개	3개	4, 5, 6

노력하였다. 응답지 회수 결과, 백지답안이 3장이 나옴에 따라 이를 분석 대상에서 제외하고 219개의 답안을 연구자가 분석하였다. 학년별 조사 대상자 및 분석 대상자의 수는 <표 III-1>과 같다. 분석 과정에서 정오답 여부, 오답 유형, 오류 유형 등이 아울러 체크되었다. 개인별로 산출된 자료를 모아, 학년별, 계산 영역별, 0관련 여부 등에 따라 오답빈도와 오답률을 산출하였다. 오답빈도는 특정 문항에 오답을 낸 학생수를 의미하며, 오답률은 전체 응답자에서 오답을 낸 학생이 차지하는 비율을 의미하는 것으로 소수 첫째자리까지 나타내었다.

2. 연구 결과

1) 기본셈

① 문항구성 : 기본셈은 한 자리 수들 간의 계산, 혹은 그 역에 대한 것으로, 0 관련 문항 12개(덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈 3개)와 0 비관련 문항 12개(덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈 각각 3개)로 총 24개의 문항으로 구성하였다.

조사 문항 가운데 덧셈과 뺄셈 문항은 1학년에서, 곱셈은 2학년에서 학습한 내용이며, 0을 대상으로 하는 나눗셈은 초등학교 교육과정을 벗어나는 것이지만, 학습 이전 학생들의 사고를 알기 위해 조사 문항에 포함시켰다. 구체적인 문항 구성은 <표 III-3>과 같다.

② 조사결과 및 지도 시사점

먼저 0이 간단셈 과제 난도에 영향을 주는지에 대해 살펴보기 위해, 교육과정에 포함된 덧셈, 뺄셈, 곱셈 영역에 제한해서 오답빈도 및 오답률[2)]을 정리하면 <표 III-4>와 같다.

표에 제시된 수치에 의하면, 기본셈에서 0의 영향력은 곱셈에 제한적임을 알 수 있다.

<표 III-3> 기본셈 조사 문항(총 24개)

조사 문항	문항 구성			
0관련 문항(12개)	3+0, 0+0, 0+4	6-0, 7-7, 0-0	0×0, 3×0, 0×5	0÷9, 4÷0, 0÷0
0비관련 문항(12개)	2+9, 6+2, 8+8	11-2, 13-4, 12-9	8×3, 9×2, 5×4	12÷4, 15÷3, 36÷6

<표 III-4> 학년별 덧셈, 뺄셈, 곱셈의 오답빈도 및 오답률

	0관련 문항 오답빈도(오답률)				0비관련문항 오답빈도(오답률)			
	+	-	×	계	+	-	×	계
3학년 (56명)	9 (5.4%)	6 (3.6%)	16 (9.5%)	31 (6.2%)	11 (6.5%)	14 (8.3%)	11 (6.5%)	36 (7.1%)
4학년 (53명)	0 (0.0%)	2 (1.3%)	7 (4.4%)	9 (1.9%)	2 (1.3%)	2 (1.3%)	3 (1.9%)	7 (1.5%)
5학년 (57명)	3 (1.8%)	2 (1.2%)	10 (5.8%)	15 (2.9%)	6 (3.5%)	3 (1.8%)	1 (0.6%)	10 (1.9%)
6학년 (53명)	0 (0.0%)	3 (1.9%)	16 (10.1%)	19 (4.0%)	4 (2.5%)	2 (1.3%)	3 (1.9%)	9 (1.9%)
계	12 (1.8%)	13 (2.0%)	49 (7.5%)	74 (3.8%)	23 (3.5%)	21 (3.2%)	18 (2.7%)	62 (3.1%)

*각 연산에 관련된 문항이 3개씩이므로, 이 표에서 오답률은 오답빈도÷(학생수×3)×100이다. 예를 들어 0관련 문항 덧셈영역 3학년 오답빈도는 9이며, 오답률은 9÷(56×3)×100=5.4%이다.

2) 이 연구에서는 오답률은 전체학생 중에 오답을 보인 학생의 비중을 뜻하는 것으로, 예를 들면 50명 중 오답자가 2명인 경우 오답빈도는 2이며, 오답률은 4%가 된다.

전체 학년의 평균 오답률을 보면, 0관련 문항의 오답률(3.8%)이 0비관련 오답률(3.1%)을 약간 상회하고 있다. 그러나 계산 유형별로 살펴보면, 덧셈과 뺄셈에서 0관련 문항 오답률이 각각 1.8%, 2.0%로, 0비관련 문항 오답률 3.5%, 3.2% 보다 낮은 수치이다. 반면 곱셈은 0관련 문항 오답률이 7.5%로, 0비관련 문항 오답률 2.7%보다 높은 수치이다. 이와 같은 경향이 모든 학년에서 유사하게 나타나는데, 이로써 0은 덧셈과 뺄셈에서는 과제 난도를 낮추는 역할을 하는 반면, 곱셈에서는 과제 난도를 높이는 역할을 하고 있음을 알 수 있다.

0비관련 문항의 오답 분포를 보면 덧셈 23개(37.1%), 뺄셈 21개(33.9%), 곱셈18개(29%) 순으로 곱셈오류가 차지하는 비중이 가장 낮은 반면, 0관련 문항의 오답 분포에서는 전체 오답 수 74개에서 곱셈이 49개(66.2%)로 가장 높게 나타났다. 곱셈영역의 0관련 문항 오답률을 학년별로 살펴보면, 3, 4, 5, 6학년이 각각 9.5%, 4.4%, 5.8%, 10.1%로 나타나는데, 이를 통해 고학년도 저학년과 유사한 정도의 어려움을 가지고 있음을 알 수 있다.

<표 III-5>에 나타난 오답 유형을 살펴보면, '3×0'을 '3'으로, '0×5'를 '5'로 대답하는 것이 전형적인데, 이는 '0단'을 배운 시기가 멀어지면서 곱셈의 항등원으로서의 1과 0을 혼동하기 때문인 것으로 해석된다. 특히 '3×0', '0×5'의 6학년 오답률이 각각 15.1%로 높게 나타났다. 반면 3학년들은 '3+0'이나 '6-0'을 모두 '0'으로 대답하는 비율이 높았는데, 이는 2-나 단계에서 곱셈구구로서 '0단'을 학습한 효과라고 추정된다. 그러나 덧셈과 뺄셈 오류는 고학년에서 개선되는 것이 비교적 명백하므로, 인위적인 교수학적 개입이 필요하지 않을 것으로 생각된다.

정리하면, 학년 상승과 더불어 기본셈으로서의 덧셈과 뺄셈에서 0은 오히려 난도를 낮추는 요인으로 작용하지만, 곱셈에서 0은 난도를 높이는 요인으로 작용한다. 따라서 저학년에서 덧셈과 뺄셈을 지도할 때 0이 포함된 경우를 분리해서 독립주제로 다루자는 2006년도 연구의 제안은 재고되어할 것이다. 그러나 곱셈구구에서 '0단'에 대해서는 주의를 둘 필요가 있다. 특히

<표 III-5> 학년별 기본셈 오답유형 및 빈도 (*표 내의 '기타'는 무응답 혹은 기타 오답)

<table>
<tr><td>연산종류</td><td colspan="4">덧셈</td><td colspan="3">뺄셈</td><td colspan="4">곱셈</td><td colspan="7">나눗셈</td><td colspan="2" rowspan="2">0비관련
문항</td></tr>
<tr><td>문항</td><td>3+0</td><td colspan="2">0+4</td><td>0+0</td><td>6-0</td><td>7-7</td><td>0-0</td><td>3×0</td><td colspan="2">0×5</td><td>0×0</td><td colspan="2">0÷9</td><td colspan="3">4÷0</td><td colspan="2">0÷0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">오답유형</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">기타</td><td rowspan="2">기타</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">기타</td><td rowspan="2">기타</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">5</td><td rowspan="2">기타</td><td rowspan="2">×</td><td rowspan="2">9</td><td rowspan="2">기타</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">기타</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">기타</td><td colspan="2">오답</td></tr>
<tr><td>+-×</td><td>÷</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3학년
(56명)</td><td>3</td><td>5</td><td>1</td><td>0</td><td>4</td><td>2</td><td>0</td><td>10</td><td>5</td><td>1</td><td>0</td><td>10</td><td>2</td><td>38</td><td>14</td><td>4</td><td>54</td><td>2</td><td rowspan="2">36</td><td rowspan="2">40</td></tr>
<tr><td colspan="4">9</td><td colspan="3">6</td><td colspan="4">16</td><td colspan="7" rowspan="2">124</td></tr>
<tr><td colspan="11">31</td><td colspan="2">76</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4학년
(53명)</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>46</td><td>7</td><td>0</td><td>52</td><td>1</td><td rowspan="2">7</td><td rowspan="2">4</td></tr>
<tr><td colspan="4">0</td><td colspan="3">2</td><td colspan="4">7</td><td colspan="7" rowspan="2">109</td></tr>
<tr><td colspan="11">9</td><td colspan="2">12</td></tr>
<tr><td rowspan="3">5학년
(57명)</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>5</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>1</td><td>45</td><td>11</td><td>1</td><td>57</td><td>0</td><td rowspan="2">10</td><td rowspan="2">8</td></tr>
<tr><td colspan="4">3</td><td colspan="3">2</td><td colspan="4">10</td><td colspan="7" rowspan="2">120</td></tr>
<tr><td colspan="11">15</td><td colspan="2">18</td></tr>
<tr><td rowspan="3">6학년
(53명)</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>8</td><td>8</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>1</td><td>41</td><td>11</td><td>1</td><td>52</td><td>1</td><td rowspan="2">9</td><td rowspan="2">6</td></tr>
<tr><td colspan="4">0</td><td colspan="3">3</td><td colspan="4">16</td><td colspan="7" rowspan="2">112</td></tr>
<tr><td colspan="11">19</td><td colspan="2">17</td></tr>
</table>

'곱하기 0'과 '곱하기 1'의 의미와 결과에 대해 비교해 보는 활동이 요구되며, 고학년에서도 한두 번쯤의 교수학적 처방이 필요하다고 생각된다.

부수적으로, 나눗셈에 대한 응답 경향을 살펴보면, 학생들은 0이 포함된 나눗셈의 경우 0이라 답하는 경향이 매우 높았다. 특히 0÷0의 경우는 각 학년에서 한두 명을 제외한 전원이 0이라 답할 정도로 높게 나타났다. 다음으로 0÷수=수, 혹은 수÷0=수로 답하는 것과 같이 문제에 포함된 수로 답하는 경향이 나타났다. 이는 수÷0을 ∞로 나타내거나 0÷0을 1로 나타내거나 혹은 무응답하는 경우가 많은 성인의 연구(김수미, 2004)와 비교되는 것으로, 초등학생들은 수학 문제에는 반드시 답이 있으며, 특히 0이 관련된 문제의 답이 0이 될 것이라는 확신을 성인 보다 많이 한다는 것을 의미한다.

2) 세로뺄셈

① 문항구성 : 세로뺄셈은 0관련문항 8개와 0비관련 문항 2개로 총 10개를 구성하였다.

0 관련 문항은 피감수에서의 0의 위치와 0의 개수, 그리고 받아내림의 횟수 등을 기준으로 4가지로 분류하고, 각 경우에 2개의 문항을 구성하였다. 3-가 단계에서 받아내림 연속 2회가 다루어지므로, 모든 문항은 조사 대상자들이 이미 학습한 내용으로 구성되어 있다고 볼 수 있다. 구체적인 문항 구성은 <표 III-6>과 같다.

② 조사결과

세로뺄셈 문항별 오답 빈도와 오답률을 정리하면 <표 III-7>과 같다.

조사결과, 예상과 달리 0은 그 자체로 뺄셈의 난도를 크게 증가시키는 요인이 아닌 것으로 나타났다. 문항①과 문항⑤, ⑥은 공통적으로 십의 자리에서 받아내림 해야 하는 경우인데, 0의 유무에 상관없이 평균 오답률이 유사하게 나타났다(8.2%, 8.4%). 문항②와 문항⑦, ⑧은 십의 자리와 백의 자리에서 받아내림을 연속 2회 해야 하는 경우인데, 특히 문항⑦, ⑧은 0을 건너뛰어 받아내림 해야 하는 경우로 난도가 높을 것으로 예상하였다. 그러나 이 경우 역시 0의 유무에 상관없이 평균 오답률이 유사하게 나타났다(16.9%, 16.7%). 결국 뺄셈의 난도에 영향을 주는 요인은 0 그 자체라기 보다는 받아내림의 횟수라고 할 수 있다.

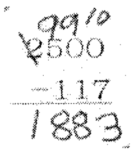
<표 III-7> 학년별 문항별 세로 뺄셈 오답 빈도 및 오답률

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">조사문항</td><td>①</td><td>②</td><td>③</td><td>④</td><td>⑤</td><td>⑥</td><td>⑦</td><td>⑧</td><td>⑨</td><td>⑩</td><td rowspan="2">소계</td></tr>
<tr><td>543
-26</td><td>923
-87</td><td>203
-41</td><td>605
-23</td><td>140
-21</td><td>340
-27</td><td>406
-219</td><td>704
-325</td><td>1300
-522</td><td>2500
-117</td></tr>
<tr><td rowspan="8">오답
빈도</td><td rowspan="2">3학년
(56명)</td><td rowspan="2">9
(16.1%)</td><td rowspan="2">18
(32.1%)</td><td>5</td><td>15</td><td>9</td><td>15</td><td>12</td><td>16</td><td>19</td><td>25</td><td rowspan="2">143
(25.5%)</td></tr>
<tr><td colspan="2">10(17.9%)</td><td colspan="2">12(21.4%)</td><td colspan="2">19(33.9%)</td><td colspan="2">22(39.3%)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4학년
(53명)</td><td rowspan="2">1
(1.9%)</td><td rowspan="2">7
(13.2%)</td><td>3</td><td>8</td><td>2</td><td>3</td><td>7</td><td>7</td><td>10</td><td>8</td><td rowspan="2">56
(10.6%)</td></tr>
<tr><td colspan="2">5.5(10.4%)</td><td colspan="2">2.5(4.7%)</td><td colspan="2">7(13.2%)</td><td colspan="2">9(17.0%)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5학년
(57명)</td><td rowspan="2">4
(7.0%)</td><td rowspan="2">5
(8.8%)</td><td>3</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td><td>7</td><td>9</td><td>4</td><td>6</td><td rowspan="2">47
(8.2%)</td></tr>
<tr><td colspan="2">4(7.0%)</td><td colspan="2">2(3.5%)</td><td colspan="2">8(14%)</td><td colspan="2">5(8.8%)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6학년
(53명)</td><td rowspan="2">4
(7.5%)</td><td rowspan="2">7
(13.2%)</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>11</td><td>4</td><td>11</td><td>7</td><td rowspan="2">52
(9.8%)</td></tr>
<tr><td colspan="2">2(3.8%)</td><td colspan="2">2(3.8%)</td><td colspan="2">7.5(14.2%)</td><td colspan="2">9(17.0%)</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="3">소계</td><td>18
(8.2%)</td><td>37
(16.9%)</td><td>13</td><td>30</td><td>16</td><td>21</td><td>37</td><td>36</td><td>44</td><td>46</td><td rowspan="3">298
(13.6%)</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">27.5(12.6%)</td><td colspan="2">21.5(9.8%)</td><td colspan="2">18.5(8.4%)</td><td colspan="2">36.5(16.7%)</td><td colspan="2">45(20.5%)</td></tr>
<tr><td colspan="8">30.4(13.9%)</td></tr>
</table>

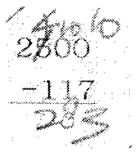
한편 문항⑨, ⑩과 같이 0이 연속해서 2회 있는 경우는 0을 건너뛰고 받아내림 해야 하는 문항⑦, ⑧과 유사한 상황이지만, 평균 오답률이 20.5%로 높게 나왔다. 이러한 경향은 학년별로 살펴보아도 큰 차이가 없다. 따라서 학년에 관계없이 0은 피감수에 1회 나타나는 정도로는 뺄셈의 난도에 영향을 주지 않지만, 연속해서 2회 나타나는 경우에는 과제 난도에 상당한 영향을 미친다고 결론 내릴 수 있다.

<표 III-8>에 제시된 학생들의 오류 유형을 살펴보면, '0-수=수 오류'나 '0-수=0 오류'는 전체 분석대상자 219명 가운데 겨우 5명이 보유하고 있는 것으로 나타나 심각한 수준은 아니었다. 그러나 피감수에 0이 연속 두 번 있는 경우 고쳐묶기 대신 무조건 8-9-10, 9-9-10, 10-10([그림 III-1], [그림 III-2], [그림 III-3]) 등과 같이 기계적으로 고쳐 계산하는 경우가 15회로 나왔는데, 이는 오류를 가진 학생들이 계산을 할 때 개념적으로 접근하지 않고, 암기를 통한 기계적 접근을 한다는 것을 의미한다.

[그림 III-2]
8-9-10 오류



[그림 III-3]
9-9-10 오류



[그림 III-4]
10-10 오류

이상의 분석결과에 의하면, 뺄셈을 지도할 때는 0 그 자체보다는 받아내림에 더 많은 주의를 두어야 하지만, 피감수에 0이 연속해서 나오는 경우는 교사가 시연을 보이거나 학생들에게 연습문제를 더 많이 풀어보게 하는 식으로 세심한 배려가 요구됨을 알 수 있다.

한편 학년별 뺄셈 평균 오답률을 살펴보면, 3학년이 25.5%, 4학년이 10.6%, 5학년이 8.2%, 6학년이 9.8%로 조사되었다. 이로써 0이 포함된 뺄셈은 3학년에게는 과제 난도 상당히 높지만, 4학년 이후에 어느 정도 개선되는 것으로 보인다. 지도의 효율성 측면에서 뺄셈 오류 처방 시기를 생각해 보면, 성적이 저조한 3학년보다는 뺄셈 능력이 어느 정도 정착된 4학년 이후 단계가 더 바람직해 보인다.

3) 세로곱셈

① 문항구성 : 세로 곱셈은 0관련문항 6개와 0비관련 문항 2개로 총 8개를 구성하였다. 0관련 문항은 '어떤 수 곱하기 몇 십', '몇 십 곱하기 몇 십', 피승수에 0이 포함되는 경우, 피승수와 승수를 곱했을 때 곱의 결과에 0이 나오는 경우 등으로 분류하였다. 0비관련 문항은 받아올림이 필요 없는 간단한 것으로 구성하였다. 4-가 단계에서 세로곱셈이 완결되므로, 모든 문항은 4학년 이상 조사 대상자들이 이미

<표 III-8> 세로뺄셈에서 0처리 오류 유형

학년	0처리 오류 유형							기타				
	10-10 오류	9-9-10 오류	10-9 오류	9-9 오류	8-9-10 오류	0-수=수	0-수=0	큰수-작은수	받아내림	알고리즘	단순계산	기타
3 (56)	7			1		2		2	1		2	5
4 (53)	1	1				1		1	3			1
5 (57)	2	1					1		2	2		
6 (53)			1		1	1			1	2		
소계	15					5		22				

학습한 내용으로 구성되어 있다고 볼 수 있다. 구체적인 내용은 다음 <표 III-9>와 같다.

② 조사결과

세로곱셈 문항별 오답 빈도와 오답률을 정리하면 <표 III-10>와 같다.

곱셈에서의 0의 영향력을 살펴보면, 0은 오히려 곱셈 과제의 난도를 낮추는 요인으로 작용함을 알 수 있다. 0비관련 문항이 비교적 쉬운 문제로 구성되었지만, 0비관련 문항 평균 오답률(6.0%)이 문항⑦을 제외한 모든 0관련 문항 오답률 보다 높게 나타났다. 특히 문항⑧은 5×6의 곱의 결과에서 0이 나오므로 오답률이 높을 것으로 예상하고 문항에 포함시켰으나, 이것 역시 예상을 뒤집었다. 그러나 특이하게 피승수가 208인 문항 ⑦이 11.9%로 8개 문항 가운데 오답률이 가장 높게 나타났다. 이러한 경향은 학년별로 살펴보아도 유사하다. 아마도 승수나 피승수가 몇 십인 경우는 뒤에 0을 붙이는 식으로 알고리즘이 오히려 간편해지지만,208×35와 같이 0이 중간에 나타나면 기수법 개념이 확고하지 않는 한 곱의 결과를 기록하는데 어려움을 겪기 때문인 것으로 예상된다. 결국 수의 마지막 자리에 0이 붙으면 곱셈과제의 난도를 낮추지만, 수의 중간 자리에 0이 붙으면 곱셈 과제의 난도를 높인다고 추정할 수 있다.

한편 승수나 피승수가 몇 십인 경우, 학생들은 어떤 알고리즘을 사용하는지를 살펴보았다. 교과서에서는 이 경우 1단계 알고리즘(곱셈하고, 뒤에 0을 붙인다)을 제시하고 있으나, 조사결과 상당수의 학생들은 3단계 알고리즘(일의 자리를 곱하고, 십의 자리를 곱한 후, 곱의 결과를 합한다.)을 사용하는 것으로 나타났다(<표 III-11>).

학교에서 가르쳐준 1단계 전략을 쓰지 않고, 보다 일반적인 형태인 3단계 전략을 쓰는 경향은 학년 상승과 더불어 심화되어, 6학년이 되면, 약68%가 3단계 혹은 1+3단계 전략을 사용하는 것으로 조사됐다. 결국 학생들은 학교에서 가르쳐준 방식대로 전략을 사용하기 보다는 자신이 선호하는 전략을 선택하는 성향이 있음을 알 수 있으며, 이러한 경향성이 문제해결에 긍정적으로 작용하는 것으로 나타났다.

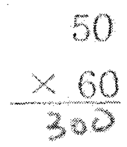
<표 III-9> 세로곱셈 조사 문항(총 8개)

0 비관련 문항	0 관련 문항			
	어떤 수×몇 십	몇 십×몇 십	피승수에 0포함	곱의 결과가 0
12 ×43	33 ×20	20 ×40	208 ×35	50 ×60
34 ×22	26 ×30	30 ×40		

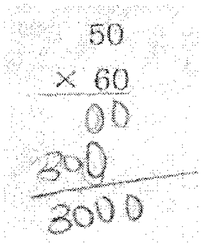
<표 III-10> 세로곱셈 문항별 오답 빈도와 오답률

조사문항	① 12 ×43	② 34 ×22	③ 33 ×20	④ 26 ×30	⑤ 20 ×40	⑥ 30 ×40	⑦ 208 ×35	⑧ 50 ×60	소계
4학년 (53명)	1 (1.9%)	9 (17.0%)	1 (1.9%)	3 (5.7%)	1 (1.9%)	3 (5.7%)	6 (11.3%)	3 (5.7%)	27 (6.4%)
5학년 (57명)	3 (5.3%)	7 (12.3%)	2 (3.5%)	6 (10.5%)	1 (1.8%)	1 (1.8%)	13 (22.8%)	1 (1.8%)	34 (7.5%)
6학년 (53명)	5 (9.4%)	1 (1.9%)	2 (3.8%)	4 (7.5%)	1 (1.9%)	3 (5.7%)	7 (13.2%)	4 (7.5%)	27 (6.4%)
소 계	9	17	5	13	3	7	26 (11.9%)	8 (3.7%)	88 (6.7%)
	13(6.0%)		9(4.1%)		5(2.3%)				

문항 ⑧에 오답을 낸 8명의 답안을 분석한 결과, 1명만이 3단계 전략을 쓰고 나머지 7명은 모두 1단계 전략을 쓴 것으로 나타났다. 이로써 알고리즘을 자기 것으로 소화하지 못하고 학교에서 지도받은 대로 맹목적으로 적용하려 했을 때의 폐해가 다시 한 번 입증되었다.



[그림 III-5] 1단계 전략으로 오답을 낸 경우



[그림 III-6] 3단계 전략으로 정답을 낸 경우

이상의 내용을 종합해 보면, 곱셈을 지도할 때, 수의 끝자리에 0이 붙는 경우 이외에도 중간 자리에 0이 붙는 경우를 독립적으로 지도하는 것이 오류를 예방하는 데 도움이 될 것이라 생각한다. 또한 3단계 곱셈 알고리즘을 지도할 때, 승수와 피승수가 몇 십, 몇 백인 경우를 보기로 들어 적용해 보는 것도 1단계 전략으로 오류를 범하는 학생들에게 도움이 될 것이라 생각한다.

4) 세로나눗셈

① 문항구성 : 세로나눗셈은 0관련 문항 3개와 0비관련 문항 3개로 총 6개를 구성하였다. 0관련 문항은 피제수가 몇 십인 경우, 피제수에 0이 포함되는 경우, 제수가 몇 십인 경우로 구분하였다. 0비관련 문항은 0관련 문항과 대응되도록 수의 크기를 조절하였으며, 모든 문항은 4-가 단계 이전에 학습한 것들이다. 구체적인 내용은 다음 표와 같다.

<표 III-11> 승수가 몇 십인 세로곱셈을 할 때, 사용하는 학생들의 전략

학년	1단계	3단계	1+3 단계	기타
4(53)	23(43.4%)	21(39.6%)	8(15.1%)	1(1.9%)
5(57)	21(36.8%)	30(52.6%)	5(8.8%)	1(1.8%)
6(53)	17(32.1%)	29(54.7%)	7(13.2%)	0(0.0%)

* '1+3 단계' 란 상황에 따라 1단계와 3단계를 선택하여 사용하는 경우를 의미함

<표 III-12> 세로나눗셈 조사 문항(총 6개)

0 비관련 문항			0 관련 문항		
두자리수 ÷한자리수	네자리수 ÷한자리수	세자리수 ÷두자리수	피제수가 몇 십	피제수에 0포함	제수가 몇 십
3)63	3)1239	41)392	4)80	8)4808	40)352

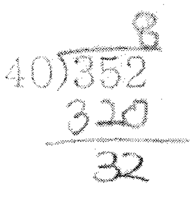
<표 III-13> 세로 나눗셈 문항별 오답빈도와 오답률

조사문항	①	②	③	④	⑤	⑥	소계
	3)63	3)1239	41)392	4)80	8)4808	40)352	
4학년 (53명)	2 (3.8%)	6 (11.3%)	7 (13.2%)	7 (13.2%)	16 (30.2%)	12 (22.6%)	50 (15.7%)
5학년 (57명)	6 (10.5%)	6 (10.5%)	10 (17.5%)	2 (3.5%)	13 (22.8%)	13 (22.8%)	50 (14.6%)
6학년 (53명)	2 (3.8%)	3 (5.7%)	28 (52.8%)	2 (3.8%)	4 (7.5%)	28 (52.8%)	67 (21.1%)
소계	9 (5.5%)	15 (9.2%)	45 (27.6%)	11 (6.5%)	33 (20.2%)	53 (31.4%)	167 (17.1%)
	23(13.6%)			32.3(19.1%)			

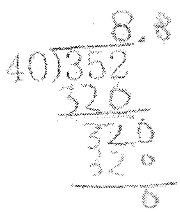
② 조사결과

세로 나눗셈 문항별 오답 빈도와 오답률을 정리하면 <표 III-13>과 같다.

세로나눗셈은 3-가 단계에서 도입되지만 본격적으로 다루어지는 것은 3-나, 4-가 단계이다. 조사 문항은 4학년 학생들이 이미 학습한 내용으로 구성되었기 때문에 모든 학년에서 문제가 없었다. 그러나 몫으로 소수를 쓰는 방법을 5-나 단계에서 배우기 때문에 학년에 따라 몫을 나타내는 방법이 달랐다. 4, 5학년들은 주로 자연수인 몫과 나머지를 구하는 식으로 문제를 해결하려 한 반면, 6학년들은 몫을 소수로 나타내는 식으로 문제를 해결하려 하였다. 그로 인해 나누어떨어지지 않는 경우인 문항 ③과 ⑥에서 6학년들의 오답률이 특히 높았다.



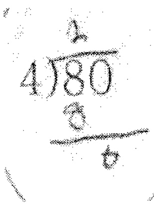
[그림 III-7] 몫을 자연수로 나타내고 나머지를 표시하는 경우



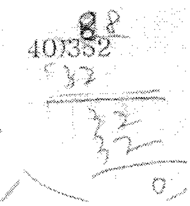
[그림 III-8] 몫을 소수로 나타내는 경우

조사결과에 의하면, 0은 다른 연산과 달리 나눗셈 난도에 어느 정도 영향을 미치는 것으로 나타났다. 0관련 문항의 오답률(19.1%)이 0비관련 문항의 평균 오답률(13.6%)보다 높았으며, 비교 문항들 간에도 마찬가지 결과가 나왔다. 0관련 문항 가운데는 제수가 몇 십인 경우인 문항 ⑥의 오답률이 가장 높게 나타났으며(33.1%), 다음은 피제수에 0이 포함된 경우인 문항⑤(20.2%)와 문항④(6.1%)의 순으로 나타났다.

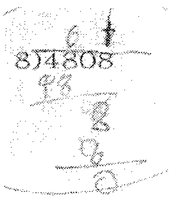
학년별로 0의 영향력을 살펴보면, 4학년들은 4808÷8과 같이 피제수에 0이 포함된 문제를 해결하는데 가장 큰 어려움을 겪는 반면, 6학년들은 352÷40과 같이 제수가 몇 십이면서 나누어떨어지지 않는 문제를 해결하는데 가장 큰 어려움을 겪는 것으로 나타났다. 0처리 오류 연구에 의하면 이 같은 어려움은 학생들이 나눗셈 문제에 포함된 0을 없는 것으로 무시하는 경향에서 비롯된다고 한다. 이 연구에서도 그러한 해석을 뒷받침하는 결과가 나왔다. 예를 들면 80÷4를 2로, 4808÷8을 61로, 그리고 352÷40을 88로 답하는 경향이 그것이다([그림 III-8], [그림 III-9], [그림 III-10]).



[그림 III-9] 0무시 오류 1

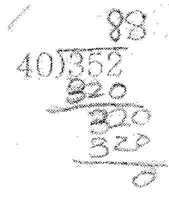


[그림 III-10] 0무시 오류 2

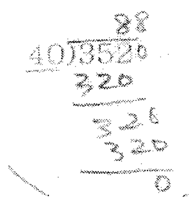


[그림 III-11] 0무시 오류 3

그러나 통계치가 심각할 정도는 아니다. <표 III-14>를 보면, 80÷4의 경우 4학년에서는 2라고 답한 학생이 5명이지만, 5학년, 6학년에서는 각각 2명과 1명에 불과하다. 4808÷8의 경우도 61로 답한 학생이 4, 5학년에서 6명씩 되지만 6학년에서는 1명이다. 예외적으로 352÷40에서 88로 답한 학생이 6학년이 되면서 갑자기 늘어나는 현상을 보였는데, 이는 비교 문항인 문항 ③의 높은 오답률을 감안할 때, 40을 4로 해석했다기 보다는 소수점 찍는 위치를 잡지 못해서 발생하는 오류의 가능성이 더 높다([그림 III-11], [그림 III-12]).



[그림 III-12] 소수점 오류1



[그림 III-13] 소수점 오류2

결론적으로 학생들은 다른 연산 보다 나눗셈에서 0에 가장 큰 영향을 받는다고 할 수 있다. 그러나 고학년의 경우 나눗셈에서 0을 만났을 때, 없는 것으로 간주하고 무시하는 경향은 찾아볼 수 없으며, 문제에 0이 포함되었느냐의 여부 보다는 몫을 소수로 표현해야하는가의 여부가 나눗셈 난도에 더 큰 영향을 미친다고 볼 수 있다.

5) 종합

연구 결과, 0이 학생들의 계산 과제 수행을 어렵게 한다는 통념과 달리 주제에 따라 오히려 계산 과제 수행을 수월하게 하는 경우도 있음을 밝혀내었다. 예를 들면 한 자리 수들 간의 덧셈과 뺄셈에서 0이 들어간 문제의 오답률이 그렇지 않은 경우에 비해 더 낮았다. 또한 '몇 십 곱하기 몇 십'과 같이 끝자리에 0이 들어가는 세로곱셈 역시 일반적인 세로곱셈에 비해 오답률이 낮았다. 마지막으로 피승수에 0이 1회 들어가는 세로뺄셈 역시 받아내림이 1회인 일반적인 세로뺄셈과 비교하여 오답률에서 차이가 없었다.

반면 피승수나 승수가 0인 한 자리 수의 곱셈, 피감수에 0이 연속 2회 있는 세로뺄셈, 수의 중간 자리에 0이 있는 세로곱셈과 세로나눗셈에서는 0이 과제 난도를 높이는 부정적인 역할을 하는 것으로 나타났다. 여기서 주목해야 할 점은 이러한 과제 오답률이 학년이 상승하여도 크게 줄지 않는다는 것이다. 이 연구에서는 기본셈과 세로뺄셈을 3, 4, 5, 6학년을 대상으로 실시하였는데, 전체 오답률을 보면 3학년이 가장 높지만 4학년에서 크게 개선되며, 5, 6학년에서 그 수준이 유지되는 것으로 나타난다. 그러나 기본셈 중 피승수나 승수가 0인 곱셈은 6학년의 오답률이 3학년의 오답률을 약간 상회하며, 세로뺄셈 중 피감수에 0이 연속 2회 있는 과제의 오답률은 3학년 보다는 낮은 수치이지만 20%를 상회한다. 이로써, 오답률이 높은 0 과제의 경우, 교정을 위한 교수학적 개입이 의도되어야 한다는 것을 시사해 준다. 한편 세로곱셈과 세로나눗셈은 4, 5, 6학년을 대상으로 실시하였는데, 전체 오답률이 학년 상승과 무관하게 일정하게 나타났다. 결국 세로곱셈과 세로나눗셈에 대해서는 학년 상승과 함께 발생하는 자기교정 가능성을 기대하기 어렵다고 판단된다. 종합적으로 볼 때, 학습자들의 계산 능력이 정착되는 시기는 4학년이라 판단되며, 그 후 시기에는 학습자의 자기 교정 능력이 크게 개선되지 않는다고 볼 수 있다.

V. 결론

계산 오류 연구가 지난 수십 년 간 진행되면서, 우리는 어떤 대목에서 특히 주의를 기울여 지도해야 하는지, 어떤 보기를 추가로 제시해 주어야하는지에 대한 매우 구체적인 시사점을 얻었다. 이 연구는 그러한 선행연구와 맥을 같이하며, 특히 0이라는 수가 학생들의 계산 수행에 어떤 영향을 주며, 교사들은 무엇을 주의

<표 III-14> 세로나눗셈 0처리 오답 유형 및 발생 빈도

문항	4)80		8)4808		40)352	
오답유형	2	기타	61	기타	88	기타
4학년(53명)	5	2	6	10	5	7
5학년(57명)	2	0	6	7	4	9
6학년(53명)	1	1	1	3	19	9
소계	8	3	13	20	28	25

하거나 강조해야하는지에 대한 시사점을 얻기 위해 수행되었다. 연구결과, 0이 아동의 계산에 부정적인 영향을 미치는 계산 영역을 밝혀내었으나, 그 외의 영역에서는 오히려 과제 난도를 낮추는 긍정적 요인으로 작용한다는 점도 알게 되었다. 또한 이 연구에서 나온 특이한 결과는 4학년 아동들의 높은 계산 수행 능력이었다. 한 두 가지를 제외한 대부분의 영역에서 3학년에서 저조했던 성적이 4학년에서 급격하게 개선되다가, 5, 6학년에서 정체되는 경향성을 나타냈다. 물론 조사대상자의 수가 제한된 이 연구의 결과를 일반화하는 것은 무리일 것이다. 그러나 계산 능력을 발달적 관점에서 살펴볼 필요가 있다는 점과 이를 통해, 계산 오류의 진단과 처방이 어느 시점에서 개입되는 것이 바람직한가에 대한 논의가 필요함을 시사 받았다.

이 연구에서 밝혀진 0의 부정적 영향과 그에 따른 지도 시사점은 다음과 같다. 첫째, 0단의 지도에 각별히 주의해야한다. 0단과 1단을 혼동하는 학생들이 각 학년에 일정 비율 있기 때문에, 그들에 대한 배려가 요구된다. 둘째, 세로뺄셈에서 0이 연속해서 두 번 나오는 경우는 독립 주제로 다루는 것이 필요하다. 이 경우는 받아내림 2회의 경우와 유사하지만, 학생들은 매우 기계적으로 대응하고 있다. 셋째, 세로곱셈에서 0이 중간자리에 있는 수를 다루는 경우는 독립 주제로 다루는 것이 필요하다. 또한 몇 십 곱하기 몇 십의 경우도 1단계 알고리즘과 더불어 3단계 알고리즘을 적용하는 방식을 아울러 지도할 필요가 있다. 넷째, 세로 나눗셈에서 0의 영향력은 크므로, 0이 들어가 있는 다양한 경우를 경험하도록 할 필요가 있다. 특히 나눗셈에서 0이 나오면 마치 없는 것으로 간주하여 계산하는 경향이 있으므로, 몫에 대한 어림 등의 활동을 알고리즘 적용 전에 하는 것이 필요할 것이다. 그러나 김수미(2006)의 연구에서 주장한 바와 같이 한 자리 수의 덧셈과 뺄셈에서 0이 있는 경우를 따로 떼어 지도하거나, '몇 십 곱하기 몇 십'과 '피감수에 0이 1회 있는 세로 뺄셈' 지도에 지나치게 시간을 할애할 필요는 없을 것으로 생각된다.

현재 우리나라 초등학교 수학교과서를 살펴보면, 전반적으로 0에 대한 배려가 매우 부족하다. 교과서나 익힘책을 보면, 구구단 가운데 0단과 1단에 대한 비중이 다른 단에 비해 낮으며, 사칙연산 알고리즘 지도 시에도 0이 있는 경우를 분리해서 독립 주제로 다루고 있지 않다. 그러나 0의 부정적 영향은 특정 주제에 제한적이므로, 교사는 그 부분을 지도할 때 각별히 유념할 필요가 있다. 또한 차후 교육과정 및 교과서 개발에 있어서도 아동들의 이러한 어려움이 해소될 수 있는 방안이 마련되어야 할 것이다.

참고문헌

김수미(2004). 고대 수학자와 현대 예비교사들의 영(zero) 처리 오류 및 교수학적 시사점, 과학교육논총 제 16집, 경인교육대학교 과학교육연구소.

김수미(2006). 0처리 오류의 기원 및 0의 지도. 학교수학 제 8권 4호. 대한수학교육학회.

김종태(1975). **산수 학습에 따른 계산 능력 향상을 위한 오류의 교정 지도-가감승제를 중심으로-** 동아대학교 대학원 석사학위논문.

윤희태(2002). **초등학생들의 기초 계산 오류에 대한 분석적 연구**. 인천교육대학교 대학원 석사학위논문.

이영선(2004). **초등 수학 수업에서의 계산 오류 활용에 관한 연구**. 경인교육대학교 대학원 석사학위논문.

장영숙(2002). **오류 분석을 통한 곱셈 부진아 지도 방안 연구.** 경인교육대학교 대학원 석사학위논문..

Bricken, W. M. (1987). *Analyzing errors in elementary mathematics.* Doctoral Thesis. Stanford University.

Kilian, L., Cahill, E., Ryan, C., Sutherland, D., & Tascetta, D. (1980). Errors that are common in multiplication. *Arithmetic Teacher,* Jan. 22-25. Reston, VA:NCTM.

Maurer, S. B. (1987). New knowledge about errors and new views about learners:what they mean to educators and more educators would like to know. In Schoenfeld, A. H.(ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education.* Lawrence Erlbaum Associates, Inc. 165-188.

Reys, R. E., Suydam, M. N., & Lindquist, M. M. (1984). *Helping Children Learn Mathematics.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

Spitzer, H. F. (1954). *The Teaching of Arithmetic.* 2d ed. Boston: Houghton Mifflin Co.

Wheat, H. G. (1983). *The Psychology and Teaching of Arithmetic.* 1937. Reprint. Boston, Mass. : D.C.Heath & Co.

Wheeler, M. M. (2002). Children's understanding of zero and infinity. In Chambers, D. L.(Ed). *Putting Research into Practice in the Elementary Grades.* NCTM. pp. 29-32.

Wilson, P. S. (2001). Zero: A special case. *Mathematics Teaching in the Middle School.* Vol 6, No 5, January 2001. NCTM.

An Analysis of the Effects of Zero on Children's Arithmetic Performances

Kim, Soo Mi (Gyeongin National University of Education)

Many articles have reported that zero causes children's arithmetic errors. This article was designed to measure the effect of zero on children's arithmetic performances. For this, 222 of 3,4,5,6 graders in elementary school were tested with pencil and paper. The test were categorized into four parts: basic number fact, column subtraction, column multiplication, and column division. These data showed that the negative effect of zero on children's arithmetic was limited to several areas, concretely, multiplication facts with zero, column subtraction with numbers which have two successive zeros, column multiplication with numbers which have zero in a middle position, long division with zeros. But there was no evidence that students could self-control these negative effects of zero as grade went up. It implies that we should keep attention to children's arithmetic performance with zero in some special areas.

* key words : zero(영), arithmetic performance(산술 수행), arithmetic errors(계산오류)

논문접수 : 2009. 11. 6
논문수정 : 2009. 12. 4
심사완료 : 2009. 12. 14