대한수학교육학회지 <학교수학> 제 11 권 제 4 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.11, No.4, 643-664. Dec. 2009

수학과 디지털교과서 자기주도적 학습에서 나타난 오개념에 대한 연구: 분수의 나눗셈을 중심으로

허 혜 자* · 최 정 임**

본 연구는 학습자들이 수학과 디지털교과서를 사용해 자기주도적 학습을 할 때 겪는 문제점이 무엇인지를 파악하고, 그 원인을 분석하여 추후 디지털교과서 설계와 관련된 시사점을 도출해 보고자 하였다. 이를 위해 수학 [6-나] 디지털 교과서의 '분모가 같은 분수의 나눗셈' 단원을 초등학교 6학년 8명의 학생이 자기주도적으로 학습을 하는 과정을 think aloud 방법을 통해 관찰하고 분석하였다. 학습이 끝난 후 학생들은 사후평가지를 작성하였으며, 연구자와의 면담에 참여하였다. 실험 결과 디지털 교과서를 이용한 동분모 분수의 나눗셈 학습에서 학생들이 나타내는 오류의 유형은 크게 '수학교과서 특성상의 오류'와 '디지털교과서 기능 및 설계상의 오류'로 나눌 수 있었다. 특히 디지털교과서의 잘못된 설계는 오히려 학생들의 오개념과 오류를 유발하는 것으로 나타났다. 이는 디지털교과서 설계시 학습자의 오개념을 유발할 수 있는 요소를 고려해야 함을 시사한다.

Ⅰ. 서 론

정보화 시대를 맞이하여 최근 교과부에서 가장 심혈을 기울이는 과제 중의 하나가 디지털교과서 개발 사업이다. 이 사업은 2007년 '디지털교과서 상용화 추진 방안'에 따라 현재 초등학교 5학년 6개 교과, 6학년 4개 교과의 교과서를 디지털교과서로 개발하여 시험 적용하는 것이다. 수학과도 이 사업에 포함되어 5학년과 6학년 교과서가 디지털교과서로 개발되어 있으며, 앞으로 2013년에는 모든 초, 중고교에서 상용화될 예정이다(한국교육학술정보원, 2007).

교과서는 '학교에서 교육을 위해 사용되는 주된 교육자료'(한국학술정보원, 2007)임을 고려해 볼 때 그 내용의 선정과 개발에 신중을 기해야 한다. 막대한 비용이 들어가는 디지털교과서 사업의 성패는 디지털교과서의 질과 밀접한 관련이 있으므로 모든 교사와 학생들이 혜택을 얻을 수 있는 보다 효과적인 양질의 콘텐츠를 개발하는 것이 중요하다. 따라서 현재 개발되고 있는 디지털교과서의 문제점을 파악하고, 이를 개선하고 보완하기 위한 실천적 연구가 시급한 실정이다.

현재 수학과 디지털교과서는 서책형 교과서의 내용을 그대로 디지털화하여 개발하고 있기 때문에 서책형 교과서와 그 내용이 동일하다. 다만 디지털교과서의 장점을 살려 서책형 교과서에서는 구현할 수 없는 다양한 멀티미디어 기능이 포함되어 있는 것이 특징이다. 예를 들면, 디지털교과서에는 수학과의 경우 쌓기나무와 같은 시뮬레이션 기능이나 학습목표와 내용을 알려주는 애니메이션 기능, 즉시 정답을 확인할 수 있는 피드백 기능 등이 포함되어 있다.

* 관동대학교 수학교육과 (hjheo@kd.ac.kr)
** 관동대학교 교육공학과 (choij@kd.ac.kr)

수학과의 경우 디지털교과서를 활용하면 다음과 같은 장점을 얻을 수 있을 것으로 기대된다. 첫째, 모듈, 시뮬레이션, 애니메이션 등의 기능으로 실험과 탐구 상황을 역동적으로 제공할 수 있으며 이를 통해 수학적인 원리, 법칙, 개념의 수학화 과정을 도와 학생들의 탐구력과 창의력을 증진시킬 수 있다. 둘째, 교사와 학생, 학생과 학생 사이의 상호작용을 증진시켜 능동적인 참가, 동료 상호작용, 발산적 사고와 협동학습이 가능하도록 하며, 과제에 대한 피드백을 제공할 수 있다. 셋째, 풍부한 교육용 컨테츠를 활용함으로써 이미지와 텍스트 중심의 기존의 서책 교과서의 단점을 보완하고 교사의 수업준비에 대한 부담을 덜어줄 수 있다. 넷째, 다양한 문제상황을 제공함으로써 학생들의 자기주도적 학습 상황을 제공하고 각종 평가도구로 활용할 수 있다(한국교육학술정보원, 2005).

그러나 현행 디지털교과서가 이러한 기대를 충족시켜 주고 있는지에 대해서는 의문의 여지가 있다. 디지털교과서가 많은 장점을 가지고 있음에도 불구하고, 수학과의 경우 교과 특성상 우려되는 문제점들도 있기 때문이다. 예를 들면, 수학과는 다른 교과들과는 달리 문제를 읽고 이해하는데 어려움을 겪는다. 문제를 읽고 정답을 확인하는 것도 중요하지만 문제를 푸는 과정을 체험하는 것도 중요하다. 따라서 신속한 반응을 요구하는 디지털교과서가 충분한 학생들의 사고과정을 반영할 수 있을지, 오히려 학생들의 사고 과정을 방해하지는 않을지 의문이 든다. 또한 현재 디지털교과서는 펜을 사용하여 모니터에 글을 쓸 수 있는 테블릿 PC를 사용하고 있지만 문제를 풀기 위해 연습장이나 노트를 자주 사용해야 하는 수학과의 경우는 오히려 서책형교과서보다 번거롭거나 불편할 수 있다. 이러한 측면에서 디지털교과서를 사용함으로 인해서 야기될 수 있는 문제점에 대한 연구가 요구된다.

한편 디지털교과서는 기존 서책용 교과서의 내용은 물론 참고서, 문제집, 학습 사전 등 방대한 학습자료를 포함하여 수업뿐만 아니라 학생 스스로의 적성과 수준에 맞춘 개별학습이 가능한 주된 교재라고 정의되고 있다(교육과학기술부, 2008). 이러한 정의에 따르면 디지털교과서의 궁극적인 목적은 수업에서 교재로 사용할 뿐만 아니라 학습자 스스로 자기주도적 학습을 할 때에도 다른 보조자료의 도움 없이 충분한 학습 교재가 될 수 있어야 한다.

그러나 현행 디지털교과서는 서책형 교과서의 내용을 그대로 전달하도록 되어 있고, 아직까지 참고서와 같은 충분한 내용을 포함하고 있지 않기 때문에 교사의 도움이 없이 학생 스스로 공부하기에는 어려움이 있을 수 있다. 또한 디지털교과서의 정의에서 언급된 것처럼 디지털교과서가 지향하는 방향은 '학생의 수준에 맞춘 개별학습이 가능한 교재'임에도 불구하고 아직까지 개발된 교과서들은 다양한 학습자의 수준을 반영하지 못하고 있다. 학습의 위계가 명확하고 학습자의 수준의 차이가 뚜렷한 수학과의 경우는 학습자의 수준을 반영하기 위한 노력이 매우 중요하다. 이를 위해서는 학습자가 개념이나 원리를 학습하는데 어떤 어려움을 겪는지를 분석하여 수준별 학습을 돕기 위한 노력을 제공해야할 필요가 있다.

이에 본 연구에서는 학습자들이 수학과 디지털교과서를 사용해 읽기를 통한 자기주도적 학습을 할 때 수학과 내용과 관련하여 어떤 문제점을 겪는지 파악하고, 디지털교과서 설계 시 고려해야 할 시사점을 도출해 보고자 한다. 이를 위해 학생들이 수학과 문제를 접하면서 갖기 쉬운 오개념을 분석하여 오개념을 유발하는 원인이 무엇이며, 그것을 개선하기 위한 방법이 무엇인지를 밝히고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 디지털교과서의 개념 및 특징

디지털교과서란 서책형 교과서를 디지털의 형태로 바꾼 뒤 유무선 통신망을 이용하여 그 내용을 읽고, 보고, 들을 수 있도록 한 교과서를 말한다(한국교육학술정보원, 2007) 디지털교과서는 기존의 서책용 교과서를 디지털화하여 서책이 가지는 장점과 아울러 검색, 네비게이션 등의 부가편의 기능과 멀티미디어, 학습지원 기능을 구비하여 편의성과 학습 효과성을 극대화한 디지털 학습 교재이다(변호승, 최정임, 송재신, 2006).

초기 개발된 디지털교과서는 기존의 서책형 교과서를 그대로 디지털 형태로 변경하는 것에서 출발하였지만, 점차 그 형태와 유형을 다양화 하여 기존 교과서의 내용을 재구성하는 자유형의 형태로 발전하고 있다. 디지털교과서는 멀티미디어 테크놀로지를 활용한다는 측면에서 일반 교육용 컨텐츠와 유사한 특징을 갖지만, 교실 수업에서 활용되는 교과서라는 점에서 차별화된다.

디지털교과서는 다양한 멀티미디어 수업자료를 하나로 통합함으로써 사용자의 편리성을 도모하고, 교수/학습 효과를 높이는 도구가 될 수 있으며, 지식과 정보의 변화를 빠르게 수용함으로써 교과서 내용의 수정과 보완이 쉽게 이루어질 수 있다는 장점이 있다. 이러한 이점으로 인해 교과부는 2007년 '디지털교과서 상용화 추진 방안'을 마련하여 현재 초등학교 5학년 6개 교과, 6학년 4개 교과의 디지털교과서를 개발하였다. 수학과의 경우 현재 5, 6학년 교과서가 디지털교과서로 개발되어 있다. 교과부는 향후 2011년 까지 25개 교과, 100개 시범학교를 운영하고, 2013년에는 모든 초·중고교에서 상용화하고자 계획하고 있다(교육인적자원부, 2007; 한국교육학술정보원, 2007).

2. 자기주도적 학습의 개념과 특징

자기주도적 학습(self-directed learning)이란 학습자 스스로 자신의 학습과정을 관리, 통제, 조절하여 스스로의 학습 목표를 달성하고자 하는 노력을 말한다. 자기주도적 학습은 또한 자기조절학습(self-regulated learning)이라는 용어로도 사용되고 있다. 자기주도적 학습의 정의나 특징은 학자마다 다양하게 논의되고 있지만 공통적인 특징은 교수자의 도움을 받지 않고 학습자 스스로 학습 과정을 통제하고, 학습 전략을 계획적으로 사용하는 것이다. 따라서 자기주도적 학습은 끊임 없는 자기성찰의 실행을 통해 자신의 잠재적 학습 능력을 개발해 가는 과정이며, 어떤 의미에서 홀로서기 학습이라고 할 수 있다(Zimmerman, 1990; 신민희, 1998).

따라서 성공적인 자기주도적 학습을 위해서는 학습자 스스로 학습목표를 설정하고, 목표 성취를 위해 전략적인 접근 방식을 사용하며, 동기적으로 고무되어 있고, 학습에 적극적으로 참여하려는 주인의식을 가지고 있어야 한다 (Zimmerman, 1990; Kinzie, 1990). 이러한 자기주도적 학습 능력은 지식의 양이나 정보처리 과정, 읽기 능력, 초인지 사고와 같은 인지적 요소에 의해 영향을 받거나 학습자의 주인의식, 내적 동기, 계획성, 학습지향성 등과 같은 정의적 요소의 영향을 받는다(신민희, 1998). 이러한 요소들은 학습자의 개인적 특징을 구성하는 요소가 될 수 있고, 따라서 학습자에 따라 자기주도적 학습 능력이 달라질 수 있다. 그러나 또한 이러한 자기주도적 학습 능력은 환경에 의해 길러질 수도 있다(임철일, 2001). 학습 환경을 어떻게 설계하느냐에 따라서 자기주도

적 학습을 촉진할 수도, 방해할 수도 있는 것이다. 예를 들면, 학습 환경에서 학습자의 전략적 지식이나 초인지 지식을 촉진할 수 있는 도구나 방법이 주어지거나 학습 동기나 주인의식을 촉진할 수 있는 방법으로 환경이 설계된다면 학습자의 자기주도적 학습 능력은 향상될 수 있을 것이다.

3. 수학과에서 읽기와 오개념

수학과에서 자기주도적 학습은 수학 읽기와 깊은 관련이 있다. 왜냐하면 학생들 스스로 교과서를 읽고, 내용을 이해하고, 해석해야 하기 때문이다. 하지만 수학 읽기는 일반적인 읽기 능력과는 다른 능력을 요구한다. 따라서 그러한 능력이 없는 학생들의 경우는 다양한 오개념이나 오류를 갖게 될 수 있다. 이에 본 연구에서는 수학과 읽기와 오개념의 관계를 모색하고, 자기주도적 학습에 줄 수 있는 영향을 파악해 보고자 한다.

수학교육에서 읽기 교육에 대한 논의는 수학을 보는 입장과 읽기교육에 대한 입장에 따라 다양하다. Borasi & Siegel(2000)은 수학교육에서 읽기의 목적을 수학을 보는 입장과 읽기교육을 보는 입장에 따라 네 가지로 분류하였다 <표 Ⅱ-1 참조>. 첫 번째 입장은 수학은 사실과 테크닉의 집합체이므로 읽기는 이 집합체로부터 정보를 추출하는 것이라고 보는 것이다. 따라서 이 입장에서는 수학적 용어나 문장제에 초점을 두고, 전문적인 수학 텍스트를 읽는데 장애가 되는 요소를 확인하고, 이 장애를 극복하도록 설계된 다양한 교수 전략의 효과를 연구한다. 두 번째 입장은 수학은 사실과 테크닉의 집합체이고 읽기는 전문적인 수학을 배우는 것을 목표로 하는 학습방식이라는 것이다. 여기에서 수학 읽기는 독자, 텍스트, 맥락의 상호작용을 통해 의미를 부여하는 행동으로 해석되므로 이와 관련된 연구들은 학생들이 문장제를 정확히 해석하고 해결하도록 돕는 교수전략 개발에 집중한다. 세 번째 입장은 수학을 앎의 과정으로, 읽기는 정보를 추출하는 것으로 보는 입장으로 수학과 관련된 신문, 잡지, 수학적 이야기, 시, 수학에 관한 에세이 등 다양한 텍스트에 포함된 정보를 얻는 방법을 연구하는 것이다. 네 번째 입장은 수학을 앎의 과정으로 보고, 수학 읽기를 학생 스스로 탐구하고 읽기를 통해 학습 내용 및 방법을 배울 수 있는 과정으로 보는 것이다. 본 연구에서는 이 네 번째 관점을 취한다.

학생들이 수학학습을 하면서 가장 많이 접하게 되는 것이 수학교과서이다. 그런데 수학교과서(또는 수학 관련 책)를 읽고 나면 도대체 무슨 말이지 잘 모르겠다라는 반응이 많다. 여러 연구를 통해서 다른 과목은 상당히 잘하는 학생들조차도 혼자서 수학책을 읽기 힘들어 한다는 사실이 밝혀져 왔다(Earp, 1970; Henney, 1971; 이종희 2002). 그렇다면 그 이유는 무엇일까? 수학책은 글과 수식 외에도 그래프, 그림, 다이어그램, 표 등으로 씌어져 있으며, 우리가 타 교과에서 접하게 되는 책과는 다른

<표 Ⅱ-1> 수학교육에서 수학과 읽기에 대한 관점

읽기 / 수학	사실과 테크닉의 집합체	앎의 과정
정보추출을 위한 집합체	1. 사실과 테크닉으로 이루어진 수학텍스트에서 정보를 추출하기 위한 읽기	3. 수학적 발전에서 중요한 측면에 관한 정보를 얻기 위해 풍부한 수학 텍스트를 읽기
학습방식	2. 전문적인 수학을 배우는 것을 그 목표로 하는 수학교육 과정에서 학습방식으로서의 읽기	4. 수학에서의 앎의 방법을 배우기 위한 방식으로서의 읽기

형태로 이루어져 있다. 따라서 수학책을 읽을 때에는 다른 책을 읽을 때와는 다른 방법을 사용해야 한다. 하지만 별도의 지도를 받지 않은 학생들은 타 교과의 책(혹은 일반책)을 읽을 때와 같은 방법으로 수학책을 읽게 되므로 수학책 읽기에 어려움을 느끼게 되는 것이다. 일반책에는 중요한 내용이 반복해서 나오기 때문에 책을 빠르게 읽어나가고, 몇몇 부분에서 주의력이 결핍되더라도 문제가 되지 않지만 수학책은 추상적이고, 함축적이며, 반복해서 설명하지 않기 때문에 주의 집중이 요구된다. Hall(1984)도 이러한 문제점을 지적하고, 수학책을 읽기 어려운 요인을 '(1) 수학적 언어의 간결함, 추상성, 고도로 전문적인 어휘와 기호, 복잡한 관계, (2) 수학언어의 본질, (3) 일상 언어와는 다른 수학적 언어의 의미'의 세 가지로 정리하였다.

한편, Barnett과 Sowder, Vos(1980)는 산문과 수학 문장제의 차이를 다음의 6가지 요인에서 기인한다고 보았다. (1) 밀도(density): 수학 문장제는 일상적인 산문보다는 더 조밀하고 개념적으로 빽빽하다. 산문은 대개 한 문장에 한 가지 주된 아이디어를 포함하지만, 수학 문장제에는 한 문장 속에 종종 여러 가지 아이디어들이 포함된다. (2) 사고의 단위(thought units): 문장제에서 발견된 쓰기 양식은 대부분의 산문에서 사용된 것과는 다르다. 문장제는 대개 서로 밀접히 관련된 비교적 짧은 사고 단위를 포함하는데, 하나의 수학 문장제에는 많은 사고의 단위를 포함한다. (3) 문맥의 단서(context clues): 문장제에는 산문에서 발견된 비교적 풍부한 문맥의 단서들이 전적으로 부족하다. 이로 인해 단어와 구절을 인식하기 어렵다. 형용사는 대개 산문에서보다 문장제에서 더 중요한데, 그것은 중요한 변인들을 구별하도록 돕고 문제 해결에서 고려되어야 될 상대적 중요성들을 나타내기 때문이다. (4) 어휘의 차(vocabulary differences): 종종 수학 문제에 포함되어 있는 단어들의 의미는 일상적인 산문에서 사용된 의미와는 전혀 다르다. 예를 들면, 연산에 사용되는 단어들(예; 조작, 배, 평균, 범위, 각도 등)은 종종 수학 문제에서 다른 의미를 지닌다. 또한, '분자', '이등변삼각형', '빗변', '사인(Sine)'과 같은 용어들은 학습자의 일상 단어와는 거의 관계가 없다. 그렇기 때문에 수학 어휘들은 학생의 친숙한 언어적 맥락의 범위를 벗어나게 된다. 특히, 수학책에 포함된 일상언어와 수학언어의 차이(Hall, 1984; Barnett, Sowder, & Vos, 1980)는 인식론적 장애로 작용할 수 있는데(박선화, 1998; 우정호, 2004), 이는 일상적인 언어는 자생력이 강하여 수학을 학습하면서 사라지지 않고 새롭게 도입된 수학적 개념과 뒤섞여서 부적절한 개념이미지를 형성하게 되기 때문이다. (5) 연속성(continuity): 산문은 보통 문장에서 문장으로 그리고 한 단락에서 다음 단락으로 주제와 아이디어들의 연속성을 갖는다. 그러나 교과서나 시험지에 제시된 문장제들 간에는 연속성이 거의 없다. 문제들이 유사한 형태로 구성되었을 때, 학생들은 마음속으로 한 가지 방식을 염두에 두고, 다른 문제들도 같은 방식으로 문제를 해결하는 경향이 있다. 다른 유형의 문제가 등장하였을 때 학생들은 언어와 정보 배열의 차이에 적응하는데 어려움을 겪는다. (6) 읽기 패턴(reading patterns): 일상적인 읽기 패턴은 문장제를 읽을 때 효과적이지 않다. 문장제에서 제시된 기호와 숫자들은 학습자들의 사고의 체인을 중단시킬 수 있다. 학습자들은 문제에서 숫자들에 초점을 맞춤으로써 동사와 명사에 의해 암시된 관계들에 집중할 수 없게 된다. 특히 그림, 그래프, 차트가 학습자들이 문제를 모두 읽기도 전에 문제 진술과 관련된 시각적인 자료에 집중하도록 요구하면서 문제의 이해에 방해가 된다.

이러한 수학책 읽기의 어려움은 학생들의 오개념을 유발하고, 수학에 대한 학습을 더욱 어렵게 만드는 요인이 될 수 있다. 따라서 수학책을 집필하거나 구성할 때 이러한 읽기의 문제를 극복할 수 있도록 도와주기 위한 배려가 필요하다.

4. 분수의 나눗셈과 오개념

초등학교 5, 6학년에 걸쳐 배우는 분수의 나눗셈은 많은 수학적 개념과 연결되어 있는 중요한 개념이다. 그러나 일상생활에서는 사용빈도가 적기 때문에 학생들이 가장 이해하기 어려워하거나 오개념을 갖기 쉬운 개념으로 알려져 있다. 이로 인해 분수의 나눗셈에서 나타난 오류에 관한 선행연구들도 많이 이루어져왔다.

분수의 나눗셈에서 나타난 오류에 관한 선행연구들을 살펴보면, 윤희태(2002)는 수원시 6개 초등학교 3-6학년 학생들을 대상으로 자연수, 분수, 소수의 곱셈과 나눗셈을 중심으로 계산오류를 확인하고, 그 원인을 분석하였다. 그 중 분수 나눗셈 오류 유형별 오답률은 역수 오류, 알고리즘 오류, 대분수 변환 오류의 순으로 나타났다. 역수의 오류 중에는 피제수에 제수의 역수를 곱하지 않고 그대로 곱셈을 하는 빈도가 가장 높았고, 역수를 바르게 구하지 못하거나 피제수의 역수를 구하는 것이 포함된다. 알고리즘오류는 계산과정을 짐작할 수 없거나 계산을 하지 않는 것으로 학생이 나눗셈의 계산원리에 대한 충분한 이해 없이 형식적인 계산위주로만 학습하였기 때문에 발생한다고 보았다. 대분수 변환 오류는 가분수를 대분수로 고치는 과정에서의 오류, 계산 결과인 가분수를 대분수로 고치지 않는 것, 진분수를 대분수로 고치는 것을 말한다.

송정화(2005)는 분수의 곱셈과 나눗셈이 관련된 문제해결에서 초등학생이 지식적인 측면에서 겪는 장애를 알고리즘적 지식과 언어적 지식, 개념적 지식의 측면에서 살펴보았다. 학생들은 분수의 곱셈과 나눗셈을 다른 연산과 혼돈하고 있었으며 계산의 결과가 맞더라도 분수와 분수의 연산에 대한 개념적 이해가 매우 빈약했다. 또한 많은 학생들이 일상적인 언어 표현을 분수라는 수학 표현으로 바꾸는데 장애를 겪었으며, 그림을 보여주고 적합한 식을 만들어 보는 문제, 문장제 문제를 해결하기 위한 식을 고르는 문제, 주어진 식으로 해결 할 수 있는 문장제 문제를 만들어 보는 문제 등에서 오답을 보였다.

민인영(2003)은 분수 개념과 연산에 대한 학습을 마친 6학년 학생을 대상으로 조사한 결과 학생들은 분수의 나눗셈에 대한 개념이 바르게 형성되어 있지 않으며 단순한 알고리즘의 적용을 통해 문제를 해결하는 경우가 많았다. 계산과정에서 나타난 오류는 역수 오류가 가장 많았다. 학생들은 분수의 양적인 측면의 개념이 제대로 형성되어 있지 않았으며, 교사들 또한 분수의 나눗셈에 대한 올바른 개념 형성이 이루어져 있지 못한 경우가 많았다.

김경미와 강완(2008)은 분수의 나눗셈과 관련된 오류의 유형을 계산구조상의 오류 4가지 유형과 단순계산오류 3가지 유형으로 분류하고, 초등학교 6학년생들이 분수의 나눗셈에서 보이는 반복적 오류를 분석하였다. 그 결과 초등학교 6학년생들은 유형3(제수를 올바르게 역수로 바꾸지 못한 경우)과 유형4(분수의 나눗셈이 아닌 분수의 곱셈을 한 경우)의 오류를 가장 많이 보였다. 특히 (분수)÷(자연수)의 계산에서 학생들은 제수인 자연수를 역수로 바꾸지 못하였다. (분수)÷(자연수)은 5학년 2학기에 학습한 것이지만 6학년에서 (분수)÷(분수)를 학습한 이후에 다시 오류를 보이는 경향이 많았다.

박교식, 송상헌, 임재훈(2004)는 예비초등학교교사를 대상으로 한 연구에서 많은 피험자들(26%)이 '$\frac{1}{2}$로 나누기'를 '2로 나누기'로 오해하는 등 일상 언어와 수학적 언어 사용의 불일치에 기인하는 오류를 보였음을 지적하고, 분수 나눗셈의 의미가 포함제, 등분제, 단위비율 결정, 곱셈의 역, 카테시안 곱의 역으로 다양함에도 피험자들이 만든 올바른 문장제의 90% 정도가 포함제인데, 이는 개념적으로 올바를지라도 문제상황의 해(자연수)와 계산결과(분수)가 일치하지 않는 포함제 상황이 가지는 문제점에 대한 인식이 부족한데서 비롯되었다고 분석하였다.

계산에서의 오류유형을 찾아 효과적인 교수법의 제안을 시도한 Ashlock(2006)은 분수의 나눗셈과 관련한 오류 유형으로 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 나누는 것과 제수 대신 피제수를 역수로 하여 계산하는 두 가지 오류를 지적하였다. Ma(1999)의 연구에 의하면 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 나누는 것은 꼭 이것을 오류라고 할 수는 없다. 그러나 이런 방법은 피제수의 분자와 분모가 모두 제수의 분자와 분모로 나누어지는 경우에만 해당하기 때문에 이 방법을 모든 사례에 적용하기에는 부적절하다는 문제점이 있다. 따라서 이러한 조건을 알지 못하는 학습자가 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 나누는 경우 오개념을 초래할 수 있는 위험성이 있는 것이다.

한편, 김민경(2009)은 분수 나눗셈의 개념에 대한 초등학생의 표현능력을 조사하였는데, 분수 나눗셈을 그림으로 표현하는 문제에서 2점 만점에 평균 0.76점, 문제 풀이 과정을 나타내는 문제에선 0.59점을 보임으로써 분수 나눗셈의 개념에 대한 초등학교 6학년생의 표현능력이 중간점수 1점에도 못 미치고 있음을 지적하였다. 분수 나눗셈의 경우, 대부분의 학생들이 분수 형태의 제수가 어떻게 피젯수를 나누는지에 관한 개념에 대해 충분히 이해하지 못하고, '나누기 분수'는 '분수 뒤집어 곱하기'라는 알고리즘만 기계적으로 적용하는 문제점을 드러내고 있다는 것이다.

이상의 선행 연구들을 종합해보면 분수의 나눗셈에서 가장 일반적으로 나타나는 계산상의 오류는 역수의 오류, 알고리즘 오류, 대분수 전환 오류, 모든 경우에 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 나누는 알고리즘 상의 오류 등이다. 또한 이처럼 학생들이 계산적 오류를 나타내게 된 근본적인 원인으로 분수의 나눗셈에 대한 개념 학습을 등한시하고 학생들에게 알고리즘만을 강조하여 기계적으로 사용하도록 지도해 온 것을 지적할 수 있다.

III. 연구 방법

1. 연구대상

본 연구는 디지털교과서 시범학교 중 하나인 강원도 S초등학교 6학년 8명을 대상으로 시행되었다. 본 연구에 참여한 S초등학교는 6학년 전체 학생이 15명이었고, 이 중 상·하 수준과 남녀 성별을 고려하여 자발적으로 연구에 참여할 의사를 밝힌 학생 8명을 실험대상으로 선정하였다. 실험학교는 농어촌 지역에 위치하고 있어 실험 대상자들의 사회경제적 수준은 낮은 편이었고, 학생들은 대부분 특별한 사교육을 받지 않고 학교 수업에 충실히 참여하는 경향이 있었다.

실험에 참가한 학생들은 5학년부터 디지털교과서를 사용해 왔기 때문에 디지털교과서 환경에 익숙해 있었고, 디지털교과서의 기능들을 능숙하게 다룰 수 있었다. 본 실험에서 6학년

을 대상으로 한 이유도 디지털교과서 사용에 익숙해 있고, 따라서 디지털교과서 환경으로 인한 영향을 최소화할 수 있을 것으로 판단되었기 때문이다.

2. 연구내용

본 실험을 위해 사용된 내용은 수학과 디지털교과서의 6학년 2학기 1단원 '분수의 나눗셈'이었다. '분수의 나눗셈'은 총 9차시로 구성되어 있는데 본 연구에서는 이 중 1차시 <분모가 같은 진분수끼리의 나눗셈을 알아봅시다(종이책: 수학 [6-나] 2쪽, 3쪽)> 단원을 사용하였다. 이 단원을 선택한 이유는 본 실험의 목적은 학생들이 디지털교과서를 자기주도적 학습에 사용하는데 문제점이 없는지를 파악하기 위한 것이었으므로 실험 시점을 기준으로 학생들이 아직 수업에서 배우지는 않았지만 관련된 선수지식을 가지고 있어 스스로 자기주도적 학습이 가능해야 했기 때문이다.

본 실험은 1학기 말에 이루어졌기 때문에 2학기 배우는 내용을 선정하였다. 또한 분수의 나눗셈은 많은 수학적 개념과 연결되는 반면 일상생활에서는 사용빈도가 적기 때문에 학생들이 이해하기 어려운 개념의 하나이므로 자기주도적 학습의 문제점을 파악하기에 적절한 단원으로 판단되었다.

3. 연구도구

본 연구를 위해 사후평가지가 개발되었다. 사후평가지는 학습자들이 자기주도적 학습을 통해 효과적으로 학습하였는지 학습결과를 측정하기 위한 평가지로 총 11개의 문항으로 구성되었다. 문항의 내용은 수학교과서를 참고하여 수학과 전문가가 작성하였으며, 외부 전문가 1인의 검토를 받았다.

<표 Ⅲ-1> 사후평가지 문제 구성표

사후 평가지 문제 내용		문항수
빈칸 채우기 분수나눗셈 계산문제		4문항
분수나눗셈 계산문제		4문항
나머지가 없는 분수나눗셈 응용문제		1문항
나머지가 있는 분수나눗셈 응용문제	그림으로 표현	1문항
	계산식	1문항
총 문항 수		11문항

4. 연구방법 및 절차

본 연구는 학습자 스스로 디지털교과서를 학습하는 과정을 관찰하여 내용을 분석한 질적연구 방법으로 진행되었다. 실험에 참여한 학습자는 상수준 4명, 하수준 4명이었으며, 모두 자발적인 지원자로 구성되었다. 학생들은 수업 외 시간에 개별적으로 디지털교과서를 이용해 해당 단원을 스스로 학습하도록 요구되었다. 각 학생들은 독립된 공간에서 약 40분 정도 자기주도적 학습을 실시하였고 학생들이 자율학습을 할 때 각각 한 명의 연구자가 참여 관찰을 하였다. 학습자들은 학습 과정을 소리내어 말하도록(think-aloud) 요구되었고, 학습자의 학습과정은 비디오로 촬영되었다. 연구자는 학습자들의 학습 과정을 지켜보고 학습자가 더 이상 진행을 하지 못하는 경우 무엇이 문제인지 질문을 하고, 학습자의 진행 과정을 보조하였다. 단, 학습자들에게 문제에 대한 직접적인 해답을 제시하지는 않고, 다른 생각이나 방법을 촉진하는 질문을 제공하였다. 학습자들은 학습이 끝난 후에 사후평가지를 작성하도록 요구되었다. 평가지 작성이 끝난 후에는 학생과의 면담을 실시하였다. 면담은 학습자가 디지털교과서를 사용하여 자율학습을 할 때 느낀 점, 어려운 점 등에 대한 질문으로 진행되었다. 실험은 이틀간 이루어졌으며, 점심시간이나 자율학습 시간을 이용하여 진행되었다.

5. 연구결과 분석

본 연구는 관찰과 면담을 통한 질적 연구로 수행되었기 때문에 연구 결과에 대한 분석도 질적 연구 방법을 통해 이루어졌다. 우선 학습자들의 학습 과정은 모두 비디오로 촬영이 되어 추후에 비디오 스크립트를 작성하였고, 비디오 화면과 스크립트 분석을 통하여 연구자들의 관심의 대상인 학생들의 오개념의 유형을 추출하였다. 또한 사후평가지를 이용해서 학생들의 학습결과뿐만 아니라 문제풀이 패턴과 오개념의 원인을 분석하였다. 연구 결과 분석을 위해서 상수준 학생은 A, B, C, D로, 하수준 학생은 가, 나, 다, 라로 표시했다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 디지털교과서 학습 과정 분석

실험결과 동분모 분수의 나눗셈에서 학생들이 나타내는 오류의 유형은 크게 '수학교과서 특성상의 오류'와 '디지털교과서 기능 및 설계상의 오류'로 나눌 수 있었다. 수학과 디지털교과서가 서책형 수학교과서의 형태를 그대로 유지한 채 개발되었기 때문에, 디지털교과서를 학습할 때 학생들이 겪는 오류 중 일부는 수학교과서(서책형)를 공부하는 학생에게서도 나타날 수 있는다. 이처럼 수학교과서 집필과 관련되어 학생들에게 오류를 유발시키는 것을 '수학교과서 특성상의 오류'로, 서책형 교과서를 디지털교과서로 바꿀 경우 전자매체의 특성이나 설계상의 문제로 인해 유발될 수 있는 오류를 '디지털교과서 기능 및 설계상의 오류'로 일컫는다.

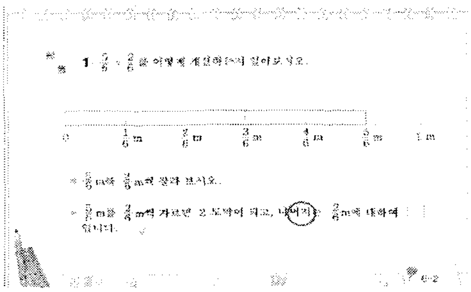
본 실험에서 사용된 <분모가 같은 진분수끼리의 나눗셈을 알아봅시다>에 해당되는 내용은 디지털교과서에서 총 6개의 화면으로 구성되었다. 디지털교과서의 화면과 서책형 교과서와의 내용을 비교하면 <표 Ⅳ-1>과 같다. 학생들은 각 영역에서 오개념을 나타냈는데, 그 중 '활동 1'은 서책형 수학교과서 자체의 특성으로 인해 발생하였고, '생활에서 알아보기', '익히기'에서 발생한 오류는 디지털교과서의 특성 및 설계와 관련된 오류였다. 각 각의 오개념의 유형을 상세히 알아보면 다음과 같다.

<표 Ⅳ-1> 디지털교과서와 서책형 교과서의 분수의 나눗셈 단원 1차시의 내용 비교

	디지털교과서 6-나		서책형 교과서 수학 [6-나]
	화면번호	부가기능	
생활에서 알아보기	6-1	학습목표, 생각열기 애니메이션	2쪽
활동 1	6-2, 6-3	정답확인기능	2쪽
활동 2	7-1	활동 애니메이션	3쪽
익히기	7-2, 7-3	정답확인기능	3쪽

가. 수학교과서 특성상의 오류

1) 활동 1-1(화면 6-2)



[그림 Ⅳ-1] 활동 1-1 디지털교과서 화면 6-2

활동 1은 <그림 Ⅳ-1>에서 제시된 것처럼 $\frac{5}{6} \div \frac{2}{6}$를 계산하는 방식을 유도하기 위하여 그림과 같은 막대를 자르고 그 나머지를 분수로 표시하게 하는 활동이다. 디지털교과서에서는 이 활동이 6-2와 6-3 화면으로 나누어져 있다. 학생들은 화면에서 펜을 이용하여 $\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 잘라보고 그 몫과 나머지를 구해보도록 유도된다. 실험에 참여한 학생들은 수준에 관계

없이 대부분 '$\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 자르면 □도막이 되고 나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 □입니다.'라는 질문에 대해 어려움을 느꼈다. 먼저 '$\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 자르면 몇 도막이 되는가'라는 질문에 대해 2도막, 3도막, 4도막으로 다양한 답이 나왔다. 가장 많은 대답은 3도막이었다.

실제로 일상생활 속에서 우리가 어떤 물건을 두 번 잘랐을 때 세 부분으로 나누어지는 경우 길이에 관계없이 "세 도막으로 나누어졌다" 라고 말한다. 따라서 우리의 일상생활의 습관에 비추어 볼 때 학생들이 이 문제에 혼란을 겪는 것은 당연해 보인다. 더욱이 활동1의 바로 앞에서 제시되는 '생활에서 알아보기'(화면 6-1)에서는 생각열기라는 애니메이션이 제공되는데 이 애니메이션으로 인해 오개념이 강화되는 것으로 생각된다(애니메이션의 오류에 대해서는 뒤에서 상세히 언급할 것이므로 여기서는 교과서 진술 상의 문제에 초점을 맞추고자 한다).

이론적 배경에서 지적한 것처럼 수학교과서는 문장이 함축적으로 되어 있어서 학생이 전후 문맥을 잘 살피지 않으면, 제대로 의미를 파악하지 못할 수 있다. 이 문장에 대한 학생들의 오류는 수학에서 요구하는 의미와 일상생활에서의 의미가 차이가 나기 때문일 수 있다. 따라서 학생들의 혼란을 막기 위해서는 교과서의 지문이 조금 더 정확하게 진술되어야 한다. 예를 들면, '$\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 자르면 □도막이 되고 나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 □입니다.' 라는 문장을 '$\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 자르면 $\frac{2}{6}$m는 □도막이 되고 나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 □입니다.' 라고 진술하는 것이다.

2) 활동 1-2(화면 6-2)

활동 1의 "$\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 자르면 □도막이 되고 나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 □입니다."의 뒤의 나머지에 대한 질문에 대해 학생들은 나머지를 "잘 모르겠다." 또는 "1도막" 또는 "$\frac{1}{6}$"이라고 대답한 경우가 많았다.

다음은 연구자와 학생과의 대화이다.

[학생 가(하수준)]의 경우 문제를 읽고 나서 학생이 난감해하고 있어 연구자가 학생과 대화를 통해 안내하였다.

연구자: 얼마가 남았니? 그림을 보렴.
학　생: (그림 위에 동그라미를 친다.)
연구자: $\frac{2}{6}$m는 얼마 만큼이니?
학　생: ...
연구자: 빨간색으로 $\frac{2}{6}$m를 색칠해봐. 나머지는?
학　생: (전자펜으로 $\frac{2}{6}$m를 칠하고 나머지도 칠한다.) 잘 모르겠어요.
연구자: A에 대하여 B는 어떻게 나타내지?
학　생: 분수로요?
연구자: 맞아.
학　생: $\frac{1}{2}$이라고 쓴다.

[학생 D(상수준)]는 주어진 문제에 대해 처음에는 "$\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 자르면 4 도막이 되고, 나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 1입니다." 로 답하더니 이내 지워버렸다.

학　생: (옆의 연구자를 보며) 어떻게 해요?
연구자: 잘 안되니. 그림을 이용해봐.
학　생: 2개 예요.
연구자: 나머지는?
학　생: 1개요. 안 써져요.
연구자 어떻게 쓰고 싶은데?
학　생: 1도막이요.
연구자: 1도막을 숫자로 어떻게 나타낼까?
학　생: ...
연구자: $\frac{2}{6}m$를 색칠해봐.
학　생: (색을 칠한다)
연구자: $\frac{1}{6}m$는? (색칠된 부분들을 가리키며) 이 부분에 대하여 이것은 어떻게 표현하니?
학　생: 1도막이요.
(난감해 하더니 잘모르겠다며 다음 쪽으로 넘어간다. 활동 2와 익히기를 모

두 끝내고 나서 활동 1을 다시 시도해 본다. 익히기의 문제를 모두 맞추었기 때문인지 자신감 있게 답을 쓰지만 여전히 나머지를 헷갈린다.)

연구자: 뭐라고 쓰고 싶은데.

학　생: $2\frac{1}{2}$이요.

연구자: (학생이 두 도막이라고 적었기 때문에) 나머지는 하고 다시 묻는다.

학　생: $\frac{1}{2}$이요. 안 써져요.

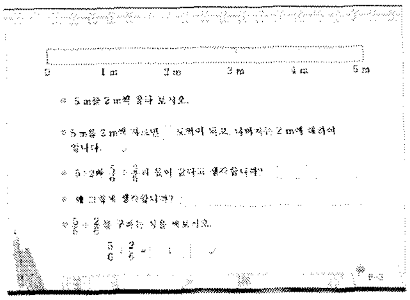
연구자: 반이라고 적어보렴.(여기서 디지털교과서의 오류가 있었다. $\frac{1}{2}$은 입력이 안되고 반이라고 적어야만 정답으로 처리가 되었다)

이 문제에서 학생들은 'A는 B에 대하여 얼마입니다'라는 표현에 대해 기준되는 양과 비교하는 양을 분수로 나타내는 것을 잘 기억해내지 못했다. '나머지의 $\frac{2}{6}$m에 대한 비'의 문제는 6학년 1학기(수학 [6-가]) <비와 비율>의 단원에서 나오는 내용으로 학생들이 실험 직전에 이미 배운 내용이다. 그럼에도 불구하고 학생들이 오답을 하게 된 원인을 몇 가지 측면에서 생각해 볼 수 있다.

첫째, "$\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 자르면 □ 도막이 되고, 나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 □입니다." 문장에서 앞부분에서 □ 도막을 물었기 때문에, 문장의 뒷부분의 □ 뒤에 도막이라는 단위가 없음에도 한 도막을 생각하며 1을 적은 것으로 생각할 수 있다.

둘째, 학생들은 "... 나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 □입니다." 문장이 비율을 묻는 문제라는 것을 미처 알아차리지 못했을 수 있다. 연구자가 학생들이 기준량과 비교량을 생각하도록 발문하고, 그림을 통해 둘을 비교하도록 안내한 후, 나머지의 $\frac{2}{6}$m에 대한 비의 값을 생각하도록 질문하였을 때 "분수로요?" 하고 질문하더니 답을 정확하게 찾았다.[1] [6-가]단계의 <비와 비율> 단원에 제시된 문장은 거의 대부분 "A의 B에 대한 비의 값" 또는 "B에 대한 A의 비의 값"의 형식으로 되어있기 때문에 학생들은 "...나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 □입니다." 라는 문장과 비의 값을 연결시키지 못한 것이다. 따라서, 이 경우도 학생들의 정확한 반응을 유도하기 위해서는 위의 문장을 "...나머지의 $\frac{2}{6}$m에 대한 비의 값은 □입니다." 와 같이 고치거나 이 내용을 부연설명을 해 주는 도움말 기능이 추가되는 것이 필요하다.

3) 활동 1-3(화면 6-3)



[그림 Ⅳ-2] 활동 1-1 디지털교과서 화면 6-3

디지털교과서 화면 6-3은 활동 1의 연장선에서 5m의 막대를 2m씩 자르는 내용으로 구성되어 있다. 이 경우에 '5m를 2m씩 자르면 □도막이 되고, 나머지는 2m에 대하여 □입니다.'라는 질문에 대해서는 이미 앞의 6-2 화면에서 학습한 내용과 같은 유형이기 때문에 학습자들은 쉽게 정답을 적었다. 하지만 그 이후 "5÷2와 $\frac{5}{6}\div\frac{2}{6}$의 몫이 같다고 생각합니까?"라는 질문에는 오답이 많았다.

1) 디지털교과서에 □안에는 분수가 입력이 되지 않아서 학생들이 자신의 답이 틀린 줄 알고 난감해 하는 경우도 있었다.

[학생 가]는 위의 질문에 '아니오'라고 대답하고 전자펜을 이용해서 세로 나눗셈으로 5와 2를 나누더니 몫이 2.5라고 대답했다. 그래서 그렇게 답한 이유를 물었더니, "5와 2를 나누면 2.5인데 $\frac{5}{6}$와 $\frac{2}{6}$를 나누면 2.5가 나오지 않는다" 라고 대답했다. 학생이 정답검토 기능을 사용했을 때 틀렸다는 표시가 나오자 황당해 하는 태도를 취했다. 이 학생은 익히기 문제에서도 (분수)÷(분수)를 (자연수)÷(자연수)로 바꾸는 단계는 잘했지만, (자연수)÷(자연수)를 분수로 바꾸는 단계를 힘들어 했다. (자연수)÷(자연수)를 소수로 고치기 위해 세로 나눗셈 식을 사용하는 모습을 보였는데 자신의 활동이 왜 틀렸는지 이해할 수 없다는 표정을 지었다. 나중에는 잘 모르겠다며 체념상태로 나머지 학습을 계속했다.

[학생 나]는 위의 질문에 대해 처음에는 "몫이 다르다"라고 답했고, 그 이유는 '다를 것 같아서'라고 답했다. 그리고는 다섯 번째 문제의 $\frac{5}{6}\div\frac{2}{6}=\square\div\square$ 부분의 답을 5와 2로 적었다. 이에 연구자가 "어떻게 알았니?"라고 물었더니, 학생은 "다시 보니까..... 그러면 같다는 얘기네."라고 말하고 나서, 윗부분의 5÷2와 $\frac{5}{6}\div\frac{2}{6}$의 몫이 같다고 수정하였다.

[학생 D]는 두 번째 문제에도 2와 1로 답(오답)하고, 세 번째 문제에도 '아니'라고 쓰더니 모르겠다면서 아예 페이지를 넘겨버렸다. 이에 답했다. 그러나 이 학생은 다음 쪽의 활동2와 그 이유를 물었더니 "잘 모르겠어요." 라고 대익히기 문제를 모두 잘 해결하였고, 다시 활동1로 와서 활동 1의 문제를 마무리하였지만 여전히 세 번째 문제의 답을 '아니오'로 적다가 지우고 '네'로 적는 등 여전히 혼란을 겪는 모습을 보였다. 네 번째 답에서 '하다보니까 답이 맞아서'라고 이유를 설명하였다.

이처럼 학생들이 몫과 관련된 문제에 대해 혼란을 겪는 이유는 다음과 같이 생각해 볼 수 있다(<표 Ⅳ-2> 참조). 학생들은 [3-가] 단계에서 처음으로 '나눗셈의 몫'이라는 용어를 배운다. [3-가] 단계에서는 나머지가 없는 경우만을 다루고 이때 몫은 당연히 자연수이다. [4-가] 단계의 나눗셈 단원에서는 (자연수)÷(자연수)를 배우고 그때의 몫은 반드시 자연수이며 나머지는 0보다 크거나 같고 제수(나누는 수)보다는 작다는 것을 강조한다. 그러나 [5-나] 단계 '(자연수)÷(자연수)를 소수로 나타내어 봅시다' 단원에서는 몫을 소수로 나타내는 것을 배운다. "16÷6의 몫을 소수 셋째 자리까지 구하시오." "몫을 반올림하여 소수 둘째자리까지 나타내면 얼마입니까?"와 같은 문제를 통하여 나눗셈의 몫이 자연수에서 소수까지 확장되는 것을 배우는 것이다. 따라서 학생이 5÷2의 몫을 2.5라고 말한 것은 [5-나] 단계의 관점에서는 틀리지 않았다. 학생들은 가장 최근에 배운 [5-나] 단계의 '몫을 소수로 나타내기'를 생각해서 답을 하였지만, 바로 위의 두 번째 문제 '5m를 2m씩

<표 Ⅳ-2> 7차 초등학교 수학과 교육과정에서 몫과 관련된 내용

	주제	다루는 내용
3-가 단계	(두 자리 수)÷(한 자리 수)	나누어떨어지는 나눗셈의 몫 구하기
4-가 단계	(자연수)÷(자연수)	몫이 한자리수 이고 나머지가 있는 경우
5-나 단계	(자연수)÷(자연수)	몫을 소수로 나타내기
	(자연수)÷(자연수), (소수)÷(자연수)	몫을 반올림하여 근사값으로 나타내기

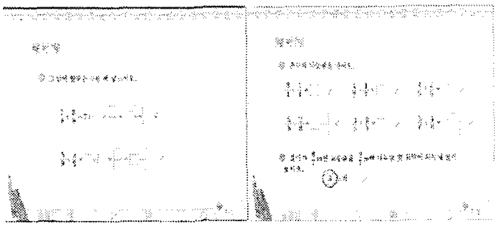
자르면 □도막이 되고 나머지는 2m에 대하여 □입니다'의 답과 다르기 때문에 위의 문장을 이용하여 답을 해야 한다는 생각을 하지 않을 뿐만 아니라, $5 \div 2$의 몫을 2.5라고 쉽게 구했기 때문에 바로 옆에 주어진 $\frac{5}{6} \div \frac{2}{6}$의 몫을 직접 구하려 하지만, 몫을 어떻게 구해야 할지(실제로 이것을 배워야 하는 것임에도 이미 알았어야 했는데 알지 못하는 것은 아닌지) 난감해하며, 혼란을 겪는 것이다.

학생들은 '$\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 자르면 □도막이 되고 나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 □입니다.'와 '5m를 2m씩 자르면 □도막이 되고 나머지는 2m에 대하여 □입니다.'란 두 문장에서 □도막이 의미하는 것이 몫이고 이 경우 몫은 자연수인 몫을 의미한다는 것을 문맥으로 이해해야 한다. 문장제에서 사람의 수가 계산상으로 2.3으로 나왔을 때 2명 혹은 3명으로 상황에 맞게 답해야 하는 것처럼, 학생은 활동1의 문제 상황과 문맥에 맞추어 답해야 하는 것이다. 하지만 학생들은 이러한 문맥을 이해하지 못하고, 소수점을 이용하거나 일상적인 상식을 이용하여 오류를 범하게 되는 것이다. 따라서, 교과서의 문제의 진술을 "앞의 두 활동의 결과를 비교하면, $5 \div 2$와 $\frac{5}{6} \div \frac{2}{6}$의 몫이 같다고 생각합니까?" 처럼 구체적으로 진술하거나 차라리 몫이란 용어를 사용하지 않고 "앞의 두 활동의 결과를 비교하면, $5 \div 2$와 $\frac{5}{6} \div \frac{2}{6}$의 계산 결과가 같다고 생각합니까?" 라고 수정하면 학생의 혼란을 피할 수 있을 것이다.

나. 디지털교과서 기능 및 설계상의 오류

1) 익히기에서 정답확인 기능의 문제

하 수준인 학생의 디지털교과서 학습과정과 사후평가문제지의 활동 결과를 분석해보면 분수의 나눗셈 전략에 대해 오개념을 가지고 있음을 볼 수 있는데 이러한 오개념 형성의 기저에는 익히기 문제가 있음을 할 수 있었다.



[그림 IV-3] 디지털교과서 익히기 문제 화면

[학생 가]: (익히기 문제) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = 3$
연구자: 잘했네. 어떻게 풀었니?
학생가: 잘 몰라서 분모끼리 분자끼리 나누었어요.
연구자: 그래?
(학생 가는 다음 4문제
$\frac{4}{7} \div \frac{1}{7}$, $\frac{4}{9} \div \frac{2}{9}$, $\frac{5}{8} \div \frac{2}{8}$, $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$, $\frac{5}{6} \div \frac{4}{6} = 1\frac{1}{4}$를 연속적으로 풀고 각 문제를 풀 때마다 답을 체크하여 모두 맞았음을 확인했다.)

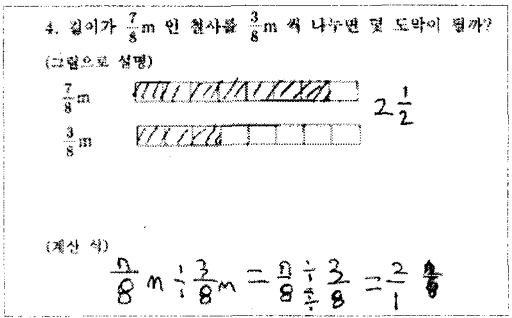
[학생 가]의 경우 교과서의 활동 1과 활동 2를 통하여 분수의 나눗셈 전략을 '분자끼리 분모끼리 나눈다'[2] 라고 확신하는 것으로 보인다. 학생은 익히기 문제를 통하여 자신의 나눗셈 전략으로 문제를 해결하였을 때, 분수의 나눗셈 문제가 모두 들어맞는 것을 보고 자신의 나눗셈 전략에 확신을 갖는 것으로 보였다. 특히 [학생 가]는 수업 후 이루어진 평가문제에서도

---

2) 이 나눗셈 전략을 사용하면 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \div c}{b \div d} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{d}} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{d}} \times \frac{\frac{d}{b}}{\frac{d}{b}} = \frac{a}{c} \times \frac{d}{b} = \frac{ad}{bc}$처럼 계산할 수 있다. 그러나 초등학교 6학년의 경우 번분수식을 배우지 않았기 때문에 a가 c의 배수이고 b가 d의 배수인 경우에만 계산이 가능한 것이다. 이 학생이 분수의 나눗셈 전략을 '분자끼리 분모끼리 나눈다'라고 생각하게 되면 뒤에 배울 분모가 다른 분수의 나눗셈에서 반드시 문제를 겪게 될 것이다. 따라서 학자들은 이러한 전략이 틀린 것은 아니지만 학생들이 분수의 나눗셈에서 갖는 오류로 분류한다.

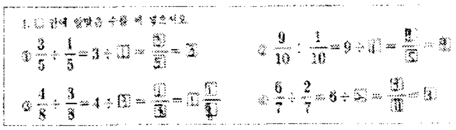
10문제 중 9문제(계산 문제 8문항, 문장제 1문항)를 맞았고, 응용문제 1문항을 틀렸다. 틀린 응용문제에서 계산식을 쓰도록 요구받았는데, 계산식에는 [학생 가]가 가진 분수의 나눗셈에 대한 전략이 잘 드러나 있다([그림 Ⅳ-4] 참조).

이 학생의 경우 분모가 같은 분수의 나눗셈의 경우 자신의 전략이 잘못되었다는 것을 발견할 수 없다. 특히 디지털교과서에 탑재되어 있는 정답 확인 기능은 과정은 체크하지 않고 답만을 체크하기 때문에 학생의 생각이 잘못된 경우에도 답만 맞으면 컴퓨터는 맞았다는 메시지를 전달하고, 학생은 자신의 문제를 알아차릴 수 없게 된다. 이와 같은 시스템은 수학적 오개념을 유발시킬 가능성이 크다. 예를 들어, [학생 가]의 경우 이후의 '분모가 다른 분수의 나눗셈' 단원에서 지금과 같은 전략을 쓸 가능성이 매우 높다.



[그림 Ⅳ-4] [학생 가]의 사후평가문제 풀이

위의 경우보다 조금 더 심각한 경우로 [학생 다]를 들 수 있다. [학생 다]는 익히기의 첫 번째 문제([그림 3] 참조)에서 처음 등호 부분($\frac{7}{8}\div\frac{3}{8}=7\div3$)은 정확하게 썼다. 이것은 뒤에 평가문제지의 4개의 문제에서도 모두 맞게 한 것으로 보아 앞의 활동 1과 활동 2를 통해서 이 부분이 이해된 것으로 생각된다. 그런데, 두 번째 등호부분은 (자연수)÷(자연수)를 분수로 바꾸는 활동이 요구된다. 이것은 [4-나]단계 분수 단원과 [5-나] 단계의 분수의 나눗셈에서 배웠던 부분이다. [학생 다]는 처음에는 $7\div3=\frac{7}{8}$로 나타내고 다시 세 번째 등호인 (분수)를 (대분수)로 나타내기를 시도하다가 여의치 않자 다시 $7\div3=\frac{3}{8}$로 바꾸고 다시 세 번째 등호에서는 $\frac{3}{8}=2\frac{1}{8}$로 답했다. 이 학생의 풀이 과정을 살펴보면, (자연수)÷(자연수)를 분수로 바꾸는 두 번째 등호를 어려워하고 세 번째 대분수로 바꾸기에서는 앞의 분수를 대분수로 바꾸는 것이 아니라 두 번째에 주어진 (자연수)÷(자연수)를 대분수로 바꾼 것으로 보인다. 교과서의 풀이에서는 잘 드러나지 않았지만 사후 평가문제지의 풀이에서는 학생의 사고과정이 더 명확히 드러난다. [그림 Ⅳ-5]를 보면 [학생 다]는 두 번째 등호 부분이 틀렸음에도 ①, ②, ④번의 답을 정확하게 구했고(과정은 틀렸으나 답은 맞음), ③번을 살펴보면 $\frac{1}{8}$을 대분수로 고치면 1이 나올 수 없음에도 $1\frac{1}{8}$로 답한 것은 4÷3에서 직접 대분수로 고치기를 시도한 것으로 생각된다.



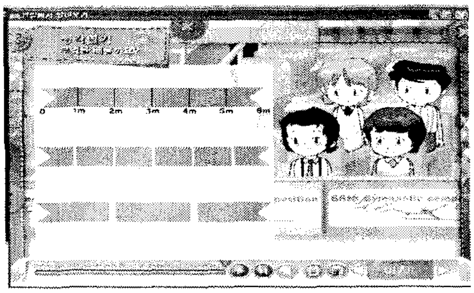
[그림 Ⅳ-5] [학생 다]의 사후평가문제지 답안

[학생 다]의 경우 평가문제지의 ①, ②, ④의 답을 맞췄고, 교과서의 익히기 6개 문항 중에서 4개 문항을 맞췄다. 이 학생이 정답을 맞춘 문제들을 살펴보면, (분자)÷(분자)를 했을 때 자연수가 되는 문제들이고 (분자)÷(분자)를 했을 때 자연수로 딱 떨어지지 않는 문제는 모두 틀렸다. 익히기의 $\frac{5}{8}\div\frac{2}{8}$를 처음에는 $\frac{4}{8}$로 답했다가 다시 지우고 다시 $8\frac{7}{8}$로 답을 해서 어떻게 나왔냐고 묻자 "$\frac{5}{8}$는 $\frac{40}{8}$이 되고 $\frac{2}{8}$는 $\frac{16}{8}$이 되니까"라고 말했다. 그 다음에는 말을 얼버무렸다. $\frac{5}{6}\div\frac{4}{6}$를 계산할 때도 5옆에 30, 4 옆에 24를 적고나서 $7\frac{1}{6}$으로 답했다.

이처럼 [학생 다]는 분수의 나눗셈에 대해 오개념을 가지고 있음에도 높은 정답률(빈칸 채우기 2개 문항, 계산 6개 문항, 문장제 1개 문항 중에서 계산문제 4개 문항과 문장제 1개 문항을 맞춤)로 인하여 자신의 전략을 의심하지 않게 되었다. 또한, 디지털 교과서의 정답확인 기능으로 자신의 답을 체크하고 붉은색 동그라미가 쳐지는 것을 보면서 학생은 이전에 비해서 상당히 자신감을 갖는 것으로 보였다.

2) 생활에서 알아보기에서 생각열기 애니메이션 자료

이 단원의 처음 시작 부분에서 제시되는 <생활에서 알아보기>의 애니메이션 버튼을 클릭하면 이 단원에서 배울 내용을 요약해주는 애니메이션이 제시된다([그림 Ⅳ-6] 참조).



[그림 Ⅳ-6] 디지털교과서 화면 6-1 생각열기

이 애니메이션 화면에서는 6m의 리본이 나오고 "이 리본을 1m씩 자르면 모두 6도막이 돼!", "이 리본을 2m씩 자르면 모두 3도막이 돼!"라는 대화가 나오면서 나누기에 대한 내용이 소개된다. 그런데, 리본을 자세히 관찰하면 리본의 끝이 일직선이 아니어서 6도막(또는 3도막)의 크기가 모두 갖지 않음을 볼 수 있다.

이 애니메이션은 분수의 나눗셈 단원에서 배울 내용을 암시하는 선행조직자의 역할을 하기 위한 것이다. 그런데 문제는 리본의 끝이 직선이 아니라 > < 모양으로 파여 있어서 잘라진 부분들(6도막 또는 3도막)의 넓이가 같지 않다는데 있다. 따라서 생각열기 부분을 귀 기울여 학습한 학생은 $\frac{5}{6}$m 를 $\frac{2}{6}$m씩 잘랐을 때 $\frac{2}{6}$m가 2개이고 $\frac{1}{6}$m가 1개 이므로 모두 세 도막이라고 말할 수 있다.

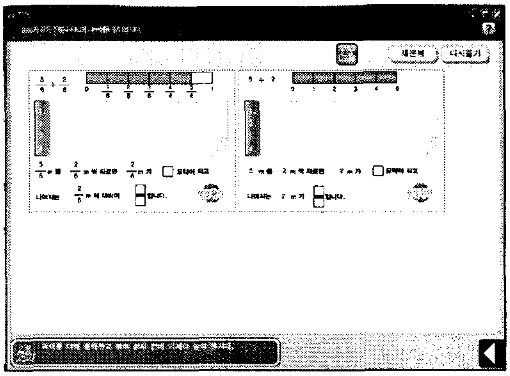
리본의 길이는 같지만 넓이가 다르다면 분수 혹은 분수의 나눗셈으로 적당한 소재는 아니다. 분수 개념에서 가장 중요한 '등분할 (똑같이 나누는 것)'에 위배되기 때문이다. 더구나, 이와 같은 예시[3]는 학생들이 오개념을 가지지 쉬운 것으로 널리 알려져 있다(Ashlock, 2006; 최영주, 2006). 즉, 학생들이 분수의 개념을 학습할 때 가장 갖기 쉬운 오개념을 유발할 수 있는 내용이 애니메이션으로 소개되고 있는 것이다. 이 애니메이션을 학습한 학생들은 바로 다음에 제시되는 '$\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 자르면 □도막이 되고 나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 □입니다.'라는 질문에 대해 대부분의 학생들이 '3도막'이라는 오답을 하였고, 이는 애니메이션이 학습자의 오개념을 강화하는 역할을 한 것으로 판단된다.

3) 활동 2의 활동 애니메이션

디지털교과서는 활동 2와 관련해서 활동 애니메이션을 제공하고 있다. 활동 애니메이션은 막대 자르기 활동과 계산식의 두 부분으로 이루어졌는데 대부분의 학생들이 계산식을 먼저 시도했다. [학생 가]는 막대 끌어오기를 시도하였으나(좌측 창) 잘되지 않자 금방 포기하는 듯 하더니 다시 시도하여 막대 끌어오기를 성공시켰다. 그러나 의미 있는 활동에 이르지 못하고 급히 [활동]을 끝냈다. [학생 가]는 도움말(?버튼)이나,

3) 등분할이란 똑같이 나누는 것을 의미하기 때문에, 원의 중심에서 피자모양으로 세 조각 자르는 것과 원의 지름을 삼등분 한 후 삼등분 점에서 수직되는 세 부분 으로 자른 경우 전자는 등분할이지만 후자는 등분할로 볼 수 없다. 하지만 후자에 대해 각 조각을 1/3로 표현하는 오류를 겪는 학생들이 많이 있다.

다른 문제(새문제 버튼)를 시도하지 않았다.



[그림 Ⅳ-7] 활동2의 활동 애니메이션

[학생 나]는 계산식을 먼저 행하였다. 계산식의 □를 채워가는 과정에서 위의 막대 그림을 참조하였지만 마지막 빈칸을 채우지 못한 채, 잘 모르겠다고 하였다. 연구자가 약간의 안내를 하였다.

연구자: 그림을 이용해 봐라.

학 생: (그림의 막대를 정확하게 $\frac{2}{6}$씩 자른다.)

연구자: 나머지는?

학 생:  끝의 두 칸을 지적한다.

연구자: 잘 생각해 봐.

학 생: 한 칸이요.

……

학 생: $\frac{1}{2}$

[학생 나]는 연구자의 도움을 받아 계산식을 마친 후 막대자르기를 그냥 넘어가서 연구자가 다시 해보도록 요청하였으나 막대 끌기가 잘 되지 않았다. [활동] 화면 하단에 나오는 설명을 읽어보도록 하였으나, 몇 번 시도하다가 포기하였다.

[학생 A]도 [활동]에서 계산식을 먼저 시도하였다. 왜 위의 활동을 먼저 하지 않았는지 물었을 때, 계산식을 할 때 위에 주어진 그림을 보고 눈으로 토막을 나누어서 답을 썼다고 하였다. 연구자가 아래의 설명(막대를 더블 클릭하고 상자 안에 가져다 놓아 봅시다)을 읽게 하고 나무도막 나누기 활동을 해보라고 하자 정확하게 수행하고 설명하였다. 그러나 새문제 활동은 하지 않았다.

[학생 B]는 계산식을 하고나서 ?버튼을 클릭하여 활동 방법을 읽어보았다. 나무도막 자르기 활동을 통해 나무도막 가져오기는 잘 수행했으나 역시 나머지 문제를 해결하지 못했다. 나머지를 반도막이라고 해서 반도막은 분수로 얼마냐고 질문했더니 $\frac{1}{6}$라고 하였고, 그림을 보고도 계속해서 $\frac{1}{6}$라고 하였다[4].

[학생 D]도 [활동]에서 계산식을 먼저행하고 나무토막 자르기는 조금 시도하다가 [활동] 창을 곧 닫았다. [학생 가]와 마찬가지로 ?, 새문제 를 열어보지 않았다. 연구자가 새문제를 열어보지 않은 이유를 물었더니, "문제만 바뀌어서요. 짜증나요" 라고 말했다. 또한 [활동]이 헷갈린다고도 하였다.

다른 학생들과는 달리 [학생 다]는 활동의 설명창(?)을 열어서 설명을 차근차근 읽어 내려갔다. 그러나 나무도막 끌기에 실패를 하고, 하단의 계산식을 시도하였으나 여의치 않자 그냥 넘어갔다.

여기에서 제시된 활동 애니메이션은 활동을 통해 학생들이 분수의 나눗셈의 원리를 깨닫게 하기 위해 설계된 것이다. 그러나 학습자들은 설계자의 의도와는 다르게 활동을 하기 보다는 계산식을 먼저 풀거나, 활동을 몇 번 시도해 보다가 그만두는 경향이 있었다. 이는 활동이 이미 앞에서 학습한 내용이고, 활동을 위한 기

4) 앞의 활동 1에서 나머지를 '한 도막이 남아요'라고 답하고 또 '$\frac{1}{6}$이 남아요'라고 답하는 것으로 보아 문제를 여전히 제대로 인식하고 있지 못함을 알 수 있었다.

능이 직관적이지 못해 활동을 이해하는데 어려움이 있었기 때문으로 생각된다. 물론 학습자들이 활동을 이해하지 못하면 사용 방법을 읽어보도록 도움말 버튼을 제공하고 있지만 도움말을 사용한 학습자는 거의 없었다. 이는 활동 자체가 도움말이 필요 없이 학습자가 쉽게 이해할 수 있도록 설계되어야 하며, 학습이나 문제풀이에 꼭 필요한 활동으로 인식될 수 있도록 설계되어야 할 필요가 있음을 시사한다.

2. 사후평가지의 결과 분석

학습자들은 자기주도적 학습이 끝난 후 11개의 문항으로 구성되어 있는 사후평가지를 작성하도록 요구받았다. 사후평가지 각 문항에 대한 학습자의 정답률은 다음의 표와 같다. 일반적으로 상수준(A, B, D, C) 학생들이 하수준(가, 나, 다, 라) 학생들보다 높은 정답률을 보였다. [학생 가]의 경우는 비교적 상수준 학생과 비슷한 정답률을 보였다. 하지만 구체적인 문제해결 과정을 분석해 보면 단순한 전체 문항 수에서는 나타나지 않는 문제점이 드러났다.

우선 사후평가지를 계산문제와 응용문제로 나누어볼 수 있다. 계산 문제의 경우 일반적으로 상수준의 학생들이 높은 정답률을 보였다. 하수준인 [학생 가]는 상당히 높은 정답률을 보였지만, [학생 가]의 응용문제 내에서의 계산식에서 학생은 '분수의 나눗셈은 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 나눈다.'는 잘못된 알고리즘을 가진 것을 알 수 있었다. 따라서 단순한 계산문제에서는 단순한 빈 칸 채우기로 이루어져 있기 때문에 이 학생의 잘못된 알고리즘을 확인할 수 없었고, 이는 비록 높은 정답률을 보였지만 정확한 이해에 기반한 것이라고 보기 어렵다.

오히려 [학생 나]와 [학생 다]는 계산 문제에서 정답을 하나도 못 맞추었지만, 본시 학습의 결과인 분모가 같은 분수의 나눗셈은 분자끼리의 나눗셈과 같다는 알고리즘은 제대로 파악하였다. 그러나 이들 학생들의 문제점은 정답을 도출하기 위한 그 다음의 단계에서 식을 분수로 표현하거나 가분수를 대분수로 고치는 과정에서 오류를 범하였다. 이에 대한 논의를 위해 분수의 나눗셈의 과정을 단계별로 살펴보고자 한다.

분모가 같은 분수의 나눗셈은 다음과 같은 세 단계로 나누어진다([그림 Ⅳ-8] 참조).

예) $\frac{4}{8} \div \frac{3}{8} = 4 \div 3 = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

(분수) ÷ (분수) = (자연수) ÷ (자연수) = (분수) = (대분수)

↑ (1 단계) ↑ (2 단계) ↑ (3 단계)

[그림 Ⅳ-8] 분수의 나눗셈의 단계

1단계는 (분수) ÷ (분수)를 (자연수) ÷ (자연수)로, 2단계는 (자연수) ÷ (자연수)를 분수로,

<표 Ⅳ-3> 사후평가지 정답 결과

평가문제 \ 학생		가	나	다	라	A	B	C	D
빈칸 채우기 분수나눗셈 계산문제 4문항		3	0	0	2	3	3	4	4
분수나눗셈 계산문제 4문항		4	0	0	2	4	2	4	4
나머지가 없는 분수의 나눗셈 응용문제 1문제		1	0	1	0	1	1	1	1
나머지가 있는 분수의 나눗셈 응용문제	그림으로 설명	0	0	0	0	0	1	1	1
	계산식	0	0	0	0	0	0	1	1
맞은 문항 수 (전체 11문항)		8	0	1	4	8	7	11	11

3단계는 분수가 가분수인 경우 (대분수)로 고치는 단계이다. 1 단계는 분모가 같은 (분수) ÷ (분수)은 분자끼리의 나눗셈과 같기 때문에 (자연수) ÷ (자연수)로 바꾸는 과정이다. 2 단계는 수학 <4-나> 분수 단원의 '(자연수) ÷ (자연수)를 분수로 나타내어 봅시다'와 수학 <5-나> 분수의 나눗셈 단원의 '나눗셈을 곱셈으로 나타내어 봅시다'에서 학습한 내용이고, 3 단계는 수학 <4-가> 분수 단원의 '대분수를 가분수로, 가분수를 대분수로 고쳐보자'에서 학습한 내용이다. 1 단계가 본 실험에서 학생들이 자습한 부분이고 2 단계와 3 단계는 선수학습에 해당된다. 학생의 문제풀이를 과정별로 평가하면 1 단계는 비교적 쉽게 답을 하였지만, 2 단계와 3 단계에서 틀린 것을 알 수 있다.

[학생 나]의 경우 평가문항 4개 문항을 단계별로 분석한 결과 본 수업에서 자기주도적 학습을 한 부분(1 단계)은 바르게 답했지만 분수를 대분수로 고치는 선수학습에 문제가 있어서

$$\frac{4}{8} \div \frac{3}{8} = 4 \div \boxed{3} = \frac{\boxed{4}}{\boxed{3}} = \square\frac{\square}{\square}$$

처럼 마지막 단계(3 단계)에 모두 답하지 못했다. [학생 다]는 4 문항 모두 1 단계는 잘 하였지만,

$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{5} = 3 \div \boxed{1} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{5}} = \boxed{3}$$

에서 볼 수 있듯이 2, 3단계를 수행하지 못하였다. 특히 답을 구할 때 3 단계의 등식을 이용하지 않고, (자연수)÷(자연수)의 답을 적으려는 경향을 보였다.

응용문제의 경우 상수준의 학생에 비하여 하수준의 학생의 성취도가 현저히 떨어짐을 알 수 있다. 특히 응용문제 중 나머지가 없는 경우 하수준의 학생 4명 중 2명이 답을 하였고, 나머지가 있는 분수의 나눗셈의 경우 막대에 주어진 분수를 표현하는 것까지는 [학생 나]를 제외한 모든 학생이 제대로 하였으나, 상수준의 학생 1명과 하 수준 학생(4명)들은 그림을 이용해서 설명하고 계산을 하는데 실패하였다. 나머지가 있는 경우가 나머지가 없는 경우보다 더 어려운 이유는 앞서 활동 1-2 (디지털교과서 화면 6-2)의 "$\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 자르면 □도막이 되고 나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 □입니다."의 뒤의 나머지에 대한 질문에 대해 학생들이 곤란을 겪은 결과의 반영으로 해석할 수 있다.

학생들의 사후평가지를 살펴보면 상 수준의 학생들은 약간의 도움만 주어도 자기주도적 학습이 가능함을 알 수 있다. 그러나 하수준의 학생들의 자기주도적 학습을 위해서는 친절한 안내가 주어져야 하고, 특히 위계성이 강한 수학과에서는 선수학습에 대한 진단과 보충(하이퍼링크, 도움말 등)이 반드시 수반되어야 함을 알 수 있다.

V. 요약 및 결론

본 연구는 학습자들이 수학과 디지털교과서를 사용해 자기주도적 학습을 할 때 겪는 문제점이 무엇인지를 파악하고, 그 원인을 분석하여 추후 디지털교과서 설계와 관련된 시사점을 도출해 보고자 하였다. 학생들이 자기주도적 학습을 하기 위해서는 교사의 도움없이 수학과 교과서를 읽고, 스스로 문제를 풀어야 하는데, 수학과에서의 읽기는 다른 인문교과나 생활에서의 읽기와는 상당한 차이를 보인다. 수학교과의 특성 상 내용이 매우 압축되어 있고, 학습자의 다양한 사고를 요구하고, 읽기의 흐름을 방해하는 여러 가지 요소들(그래프, 공식 등)이 존재하기 때문에 많은 경우 학생들은 오개념을 가지게 되고, 이는 수학 문제 해결에 중요한 장애점이 된다. 이에 본 연구에서는 수

학과 디지털교과서를 이용한 자기주도적 학습 시 학생들이 어떠한 오개념을 갖게 되는지를 분석하여 오개념을 유발하는 원인이 무엇이며, 그를 위한 개선 방안이 무엇인지를 밝히고자 하였다.

이를 위하여 본 연구에서는 초등학교 6학년 8명을 대상으로 전문가 참여 관찰 및 think aloud 방법을 통해 학습 과정을 분석하였다. 연구 대상 학생들은 자발적인 참여자 중에 상수준과 하수준의 학생들을 각 각 4명씩 선발하였다. 이 학생들은 이미 초등학교 5학년 때부터 디지털교과서를 사용해 왔기 때문에 디지털교과서를 사용하는데 능숙하였고, 따라서 내용에 집중할 수 있었다. 학생들은 <6-나> 분수 단원 중 1차시 '분모가 같은 분수의 나눗셈' 을 읽으면서 학습하였다. 학습이 끝난 후 학생들은 사후평가지를 작성하였으며, 연구자와의 면담에 참여하였다.

연구 결과 학생들은 다양한 형태의 오개념을 보였다. 본 연구에서 나타난 대표적인 오개념의 형태는 분수의 개념에 대한 오개념, 대분수 전환 오류, 모든 경우에 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 나누는 알고리즘 상의 오류 등이다. 이들 오개념은 선행 연구들에서도 지적된 일반적인 오류들이다(최지선, 2003; 송정화, 2005; 민인영, 2003; Aschlock, 2006; 윤희태, 2002; 김경미와 강완, 2008) 일반적으로 분수의 나눗셈에서 가장 흔한 오류는 역수의 오류이지만 본 연구는 분모가 같은 분수의 나눗셈만 다루었기 때문에 역수의 오류는 나타나지 않았다.

학습자의 수준과 관련해서는 일부의 내용은 수준에 관계없이 오개념을 보였지만 대체적으로 상수준의 학생들은 수학과 디지털교과서를 가지고 자기주도적 학습을 하는 데 어려움이 없었고, 하수준의 학생들은 많은 어려움을 보였다. 특히 하수준의 학생들은 분수의 나눗셈을 위해 필요한 선수학습의 부족으로 인해 전체적인 문제를 해결하는데 오개념과 오류를 나타내었다. 예를 들면, 하수준 학생들은 분수/분수를 자연수/자연수는 잘 할 수 있었지만, 선수학습에 해당되는 자연수/자연수를 분수로, 분수를 대분수로 나타내는 과정에서는 오류를 보였다. 이는 내용의 위계가 뚜렷한 수학교과의 경우 선수학습이 매우 중요하며, 디지털교과서가 자기주도적 학습을 촉진하기 위해서는 이러한 수준차를 고려한 설계가 되어야 함을 시사한다. 이를 위해서는 학습자들이 쉽게 범하기 쉬운 오개념과 오류를 예측하고, 그 원인이 되는 선수학습 내용을 설계에 다양한 방법으로 반영할 필요가 있다.

한편 학생들의 오개념을 유도하는 원인으로는 크게 '수학교과서 특성상의 오류'와 '디지털교과서 기능 및 설계 상의 오류'로 나누어볼 수 있었다. 먼저 '수학교과서 특성상의 오류'에는 수학교과서에서 제시된 문제가 충분한 단서가 없이 축약적으로 진술되어 있어 학생들의 오해를 유발하는 경우가 있었다(Hall, 1984; Barnett, Sowder, & Vos, 1980). 이러한 문제는 수학문제 진술이 일상적인 문제 진술과는 다른 사고를 요구하기 때문에 발생되는 문제이다. 따라서, 학생이 주어진 문장이 이해되지 않았을 때 이용할 수 있는 '바꾸어 말하면'과 같은 기능이 포함된다면 다양한 수준의 학생들이 디지털 교과서를 이용해서 스스로 수학학습을 하는 것이 훨씬 용이해 질 것이다. '디지털교과서 기능 및 설계상의 오류'에는 서책형교과서를 디지털교과서로 전환함으로 인해서 예측하지 못한 오류가 발생하였다. 디지털교과서의 장점인 애니메이션 기능과 바로바로 정답을 확인할 수 있는 기능들이 오히려 학생들의 오개념을 부추긴 것이다. 익히기 문제에서 바로 정답을 확인할 수 있는 기능의 경우는 잘못된 문제해

결 과정을 사용한 학생들도 정답만을 확인하기 때문에 자신이 사용한 전략이 맞다는 확신을 갖게 됨으로써 오히려 오개념을 부추기게 된 것이다. 이는 수학교과에서 정답뿐만 아니라 문제해결 과정의 확인이 중요하다는 것을 깨닫게 해주는 사례이며, 따라서 정답만이 아닌 문제해결 과정을 설계에 반영해야 한다는 시사점을 제공한다.

또한 분수의 나눗셈의 개념을 소개하고, 학습목표를 이해하기 쉽게 전달하기 위해 설계된 애니메이션의 경우 거기에서 잘못된 사례를 사용함으로써 오히려 학생들의 고정관념과 오개념을 부추기는 결과를 가져왔다. 끝 모양이 규칙적이지 않은 리본을 나누는 예를 사용함으로 인해 애니메이션이 끝난 이후 바로 소개되는 '$\frac{5}{6}$m를 $\frac{2}{6}$m씩 자르면 □도막이 되고 나머지는 $\frac{2}{6}$m에 대하여 □입니다.'라는 문제에서 대부분의 학생들이 3도막이라는 오답을 하도록 유도하는 결과를 가져온 것이다. 이는 잘못 설계된 애니메이션이 오히려 학생들의 오개념을 부추길 수 있으므로 애니메이션 내용 설계에 신중을 기해야 함을 시사한다고 할 수 있다. 또한 정교하게 설계되지 않은 애니메이션 활동은 오히려 학습에 장애물이 될 뿐 학생들의 추상적 사고를 방해할 수 있다. 활동 2에서 제시된 애니메이션을 활용한 활동은 오히려 학생들이 문장으로 제시된 문제를 먼저 푸는 것을 볼 때 학습에 크게 도움이 되지 못했다. 이는 애니메이션의 내용이 이미 학습한 내용을 반복하는 내용으로 구성되어 있기 때문에 그 활동을 하지 않아도 문제를 풀 수 있었고, 애니메이션 활동이 직관적이지 않아 학생들이 활동 방법을 쉽게 이해하지 못했기 때문이다. 물론 도움말이나 힌트 버튼이 있긴 했지만 그 버튼을 사용하는 학생들은 거의 없었다. 따라서 애니메이션을 활용한 활동을 설계할 때는 가능한 한 개념 이해에 필수적이고, 이해하게 쉽게 설계되어야 할 필요성이 있음을 시사한다.

디지털교과서 기능에서 또 한 가지 중요한 문제점은 간간히 답에 대한 기능을 제한시키거나 오답을 유도하는 에러들이 있었다는 것이다. 디지털교과서가 학생들의 답을 판단하는 과정에서 여러 가지 형태의 답이 나올 수 있는 경우를 한 가지 답만 정답으로 처리함으로써 학생들의 혼란을 가중 시킨 경우가 있었다.

참고문헌

교육과학기술부(2008). **미래교육에 대비한 디지털교과서 개발**. 2008년 한국교육정보미디어 춘계학술대회 발표자료.

교육인적자원부 보도자료(2007.3.7.). **디지털교과서 상용화 개발 본격 착수.**

김경미 · 강완(2008). 초등학생들이 분수의 나눗셈에서 보이는 반복적 오류 분석. **한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>,** 11(1), 1-19.

김민경(2009). 초등학생의 분수 이해 분석-6학년의 분수 개념 및 분수 나눗셈을 중심으로-, **한국수학교육학회논문집,** 12(2), 151-170.

민인영(2003) **분수의 나눗셈에서 나타나는 오류분석.** 부산대학교 교육대학원 석사학위논문.

박교식 · 송상헌 · 임재훈(2004). 우리나라 예비초등 교사들의 분수 나눗셈의 의미 이해에 대한 연구. **대한수학교육학회지 <학교수학>,** 6(3), 235-249.

박선화(1998). **수학적 극한 개념의 이해에 관한 연구**. 서울대학교 박사학위논문.

변호승 · 최정임 · 송재신(2006). 전자교과서 프로토타입 개발 연구. **교육공학연구,** 22(4), 1-24.

송정화(2005). **분수의 곱셈, 나눗셈의 문제해결과정에서 나타난 장애요인분석**. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

신민희(1998). 자기조절 학습환경이 학습 성취와 동기에 미치는 영향. **교육공학연구**, 14(3), 177-204.

우정호(2004). **수학학습-지도 원리와 방법**. 서울대학교출판부.

윤희태(2002). **초등학생들의 기초계산 오류에 대한 분석적 연구:곱셈과 나눗셈을 중심으로**. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

이종희(2002). 수학 학습-지도에서 읽기 활용 방안. **대한수학교육학회지 수학교육학연구**, 12(3), 425-442.

임철일(2001). 웹기반 자기조절 학습 환경을 위한 설계 전략의 특성과 효과. **교육공학연구**, 17(3), 55-83.

최지선(2003). **중등학교 수학 학습에서 나타나는 오개념에 대한 고찰**. 서울대학교 대학원 석사학위논문.

한국교육학술정보원(2005). **수학과 전자교과서 개발 방법론 연구**.

한국교육학술정보원(2007). 특집: 미래교육을 선도하는 디지털교과서. **2007 교육정보화 백서**, 1-15.

Ashlock, R. B. (2006). *Error Patterns in computation: using error patterns to improve instruction*, 9th, Merrill Orentice Hall.

Borasi, R. & Siegel, M. (2000). *Reading Counts: Expanding the Role od Reading in Mathematics Classrooms*. NY: Teachers College Press.

Earp, N. W. (1970). Procedures for Teaching Reading in Mathematics. *Arithmetic Teacher, vol. 17*, 575-579.

Hall, C. (1984). Reading in secondary mathematics: problems, suggestions, sources. *ERIC*, ED249466.

Henney, M. (1971). Improving mathematics verbal problem-solving ability through readibg instruction. *Arithmetic Teacher, vol. 18*, 223-229.

Jeffrey C. Barnett, Larry Sowder, Kenneth E. Vos. (1980). Textbook problems: Supplementing and understanding them. In NCTM, *Problem solving in school mathematics*(1980년 yearbook)

Kinzie, M.B.(1990). Requirements and benefits of effective interactive instruction: leaner control, sefl-regulation, and continuing motivation. *ETR&D*, 38(1), 1-21.

Ley, K. & Young, D.B.(2001). Instructional principles for self-regulation. *Educational Technology Research & Development*, 49(2), 93-105.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. Lawrence Erlbaum Asso.

Schunk, D. H. (1989). Social cognitive theory and self-regulatied learning. In B. J. Zimmerman & D. H.Schunk (Eds.). *Self-regulated learning and academic achievement: Theory, research and practice* (pp.83-110). NY: Springer-Verlag.

Zimmerman, B.J.(1990). Self-regulated learning and academic achievement: an overview. *Educational Psychologist*, 2591), 3-17.

A Study on the Misconceptions in the Self-directed Learning Using a Mathematics Digital Textbook: Focused on the Division of Fractions

Heo, Hae Ja (Kwandong University)
Choi, Jeong Im (Kwandong University)

This study was aimed to understand the problems that students experience during the self-directed study of a mathematics digital textbook and to find the implications for the design of digital textbook. For this study, we analyzed the process of self-directed learning on 'division of fractions with same denominator' using digital textbook by eight 6th graders. Students asked to use think aloud method while they study the unit. Their learning process was videotaped and analyzed by researchers after the experiment. After the self-directed learning, students filled out a test items and participated interview with a researcher.

The result showed that students experienced several misconceptions and errors while using a digital textbook. The types of misconceptions and errors were cataegorized as "misconceptions and errors caused by a mathematics textbook" and "misconceptions and errors caused by a digital textbook". Especially, students showed several important misconceptions and errors because of the design factors. This implies we need to consider the causes of misconceptions for the design of a digital textbook.

* key words : digital textbook (디지털교과서), self-directed learning(자기주도적 학습), division of fraction(분수의 나눗셈), misconception and error (오개념과 오류)

논문접수 : 2009. 10. 29
논문수정 : 2009. 12. 3
심사완료 : 2009. 12. 14