

시간표 작성 문제의 자유도에 관한 연구

Research of a freedom rate for timetabling problem

안종일¹⁾ 조승한²⁾

요약

시간표 문제는 제약조건을 만족하는 최적화 문제이다. 대부분의 최적화 알고리즘은 일단 시간표를 생성하고 이를 반복적으로 변형하고 재구성하는 전략을 통해 최적에 도달하는 방법을 이용하고 있다. 시간표 문제는 자원이 부족한 경우에 초기해를 만드는 과정에서부터 어려움을 겪게 된다. 초기해를 만들기 위한 대표적인 방법은 높은 제약조건을 갖는 과목 먼저 배정하는 것이다. 여기서 제약 조건의 정도를 수치화 한 것을 자유도라고 한다. 본 연구에서는 이 자유도를 정의하고 실험을 통해 자유도의 역할을 살펴보자 한다.

Abstract

The timetabling problem is a one of the optimization problem for satisfied a constraints. Most optimization algorithm arrives optimal to use a method that is make a initial solution and modify and reconstruct it repetitively. In case of insufficient resources, it is not easy to obtain initial solution oneself. The most method of make a initial solution is high constrained subject assign first. The freedom rate is a numerical value of degree of how much constrained. In this paper, we define the freedom rate in timetabling problem and experiment its role in timetabling process.

논문접수 : 2009. 12. 01.
심사완료 : 2009. 12. 23.

1) 정회원 : 용인송담대학 컴퓨터게임정보과 교수

2) 정회원 : 용인송담대학 컴퓨터게임정보과 부교수

1. 시간표 문제의 정의

시간표 문제는 특정한 조건을 지키면서 과목들을 시간표 틀에 배치하는 최적화 문제이다[6]. 시간표에서의 조건은 반드시 지켜야 할 기본적인 조건과 최대한 만족하면 좋은 조건으로 나눌 수 있다.

반드시 지켜야 할 조건이란 이 조건을 지키지 못한다면 시간표로서의 기능을 상실하는 조건으로서 예를 들어 교수의 시간이 중복되는 경우나 강의실에 같은 시간에 두 개의 강좌가 배정되어있다는 등을 말한다.

반면 최대한 지켜야 할 조건은 지키지 못한다고 하여 시간표로서의 기능을 상실할 정도의 기준은 아니지만 지키면 지킬수록 시간표의 질이 향상되는 조건을 말한다.

예를 들면 점심시간을 확보하는 것이나 교수가 지나치게 연속해서 강의하는 것을 피한다는 등의 조건을 말한다.

이를 수식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\text{Subject to } \sum_{k \in H} h_k x_{ij} = 0$$

$$\text{Subject to } \min \sum_{\substack{k \in S \\ j \in R}} s_k x_{ij} \quad 1 \leq i \leq n,$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{만약 과목 } i \text{ 가 시간 } j \text{에} \\ & \text{할당된다면} \\ 0 & \text{그렇지 않다면} \end{cases}$$

여기서 H 는 반드시 지켜야 할 기본제약 조건의 집합이고 h_k 는 k 번째 제약 조건을 만족하였는지 평가하는 함수이다. 그리고 S 는 최대한 지켜야 할 제약 조건의 집합이며 s_k 는 k 번째 제약 조건의 벌점 함수이다. 여기서 x_{ij} 는 i 과목이 j 시간에 배정됨을 의미한다.

1) 기본 제약조건(Hard Constraints : 이하 기본제약)

- 학생이 중복 배정되어서는 안 된다.
- 교수가 시간 중복 배정되어서는 안 된다.
- 강의실에 강좌가 중복 배정 되어서는 안 된다.
- 강좌가 시간과 날을 지정하면 준수해야 한다.

2) 최대한 만족해야 할 제약조건

(Soft Constraints : 이하 최대제약)

- 교수의 출강일수를 만족해야 한다.
- 교수의 점심시간이 확보되어 있어야 한다.
- 교수가 지나치게 연속으로 강의를 진행하도록 배정해서는 안 된다.
- 교수가 하루에 정해진 과목 이상의 수를 배정해서는 안 된다.
- 학생의 점심시간이 있어야 한다.
- 학생의 수업이 지나치게 연속해서 강의가 진행되도록 배정되어서는 안 된다.
- 학생의 공강 시간이 매우 길면 좋지 않다.

결국 시간표를 만드는 일은 기본제약조건(Hard Constraints)을 모두 만족하며 최대제약 조건(Soft Constraints)을 최대한 만족하는 시간표의 작성을 의미한다.

2. 시간표의 자유도

시간표를 작성하는 과정에서 하나의 과목을 배정하려고 할 때 배정할 수 있는 다양한 경우의 수가 존재한다. 이를 수치화 한 것을 자유도라고 정의한다. 따라서 자유도가 높을수록 시간표 작성은 용이해지고 효율적인 시간표가 나올 수 있는 가능성성이 높아진다.

자유도 = (배정이 가능한 시간의 수 * 배정이 가능한 강의실의 수)/최대 자유도

최대자유도 = (모든 시간의 수 * 이용가능한 주요 강의실의 총 수)

배정이 가능한 시간의 수 =(하루의 시간길이-과목의 시간길이+1)* 배정가능한 요일의 수

이 자유도는 일반적으로 시간이나 요일을 지정하는 강사의 비율이 높으면 높을수록 자유도가 떨어지고 특정한 강의실로 지정하는 경우에도 자유도가 낮아진다. 즉, 강좌의 강의실 이용 가능 숫자에 비례하고 배정 가능한 시간의 수에 비례한다고 하겠다.

또한 자유도는 강좌의 시간길이에도 반비례한다.

이 자유도를 이용하면 시간표 작성에 유리한 전략을 세울 수 있다. 우선 자유도가 낮은 순으로 강좌를 정렬하고 이 순서에 의해 시간표를 작성하는 것이다. 이러한 방법은 높은 제약 조건 우선 처리 방법의 하나라고 할 수 있다.

월요일에서 금요일까지 1교시에 9교시까지 수업 하는 것으로 가정하여 자유도의 변환 조건을 표로 정리하여 보면 다음과 같다.

괄적으로 2개라하고 해당 강좌가 3시간의 강의 시간을 갖고 있다고 가정하고 계산한 것이다. 자유도가 높을수록 시간표 작성 작업에 유리하다고 할 때 자유도를 높일 수 있는 방안으로는 우선 가장 쉽게 할 수 있는 방안은 시간의 길이를 줄이는 것이다. 이것은 강좌를 여러 시간으로 분리하여 수업함을 뜻한다.

가령 4시간 연속 수업은 2시간과 2시간으로 분리하여 수업한다고 하면 이의 자유도는 20%정도 개선되는 효과를 볼 수 있다.

다음 방법은 배정 가능한 강의실의 수를 늘리는 작업이다.

강의실의 수를 늘리는 방법으로 가장 간단한 것은 새로운 강의실을 추가로 하는 것이다. 다른 방법으로는 공유 가능한 강의실의 수를 늘려주는 방법으로 이는 강의실이라는 하드웨어적 종설에서 강의실의 다양한 활용이 가능하도록 소프트웨어적인 강의실의 이용 다양화 방법을 뜻한다.

고정형태							
강의시간 지정형태	시간 지정			요일 지정			미지정
강의실	지정	몇 개로 지정	미지정	지정	몇 개로 지정	미지정	미지정
배정 가능한 시간 수	0	2	4	7	14	28	140
자유도	0	0.01	0.02	0.03	0.07	0.15	0.77

<표 1> 자유도의 변환 요인과 값

자유도의 계산은 강의실은 총 4개를 보유하고 있는 학과이고, “몇 개로 지정”된 강의실은 일

3. 시간표의 작성 방법과 평가함수의 정의

시간표를 작성하여 이 시간표를 평가하는 함수를 정의하면 다음과 같다. 최대한 만족해야 할 제약 조건을 p_j 라고 하고 하나의 시간표 결과물에서 이 제약 조건 p_j 를 지키지 못한 개수 측정함수를 $fl(p_j)$ 라고 하자.

각각의 조건에 대한 가중치 $w_j >= 1$ 가 있다면 다음과 같은 수식으로 정리할 수 있다.

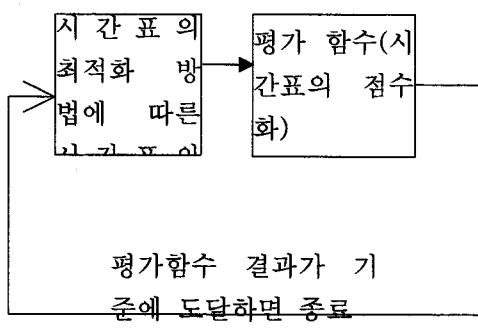
$$P = \sum_{j=0}^t w_j fl(p_j)$$

이때 모든 제약 조건 j 에 대하여 합한 결과를 P 라고 하자.

시간표 작성의 최종적인 목표는 P 값을 최소화 하는 것이다.

시간표를 자동으로 생성하는 방법들의 대부분은 초기에 무작위로 기본제약조건만을 고려하여 시간표를 작성하고 시간표를 재구성하는 전략을 이용한다.[4][5] 시간표를 하나의 유전자 코드로 구성하고 이를 변이 시켜 최적화에 이르는 유전자알고리즘, 진화 알고리즘 등이 그에 해당한다.[1][7][8]

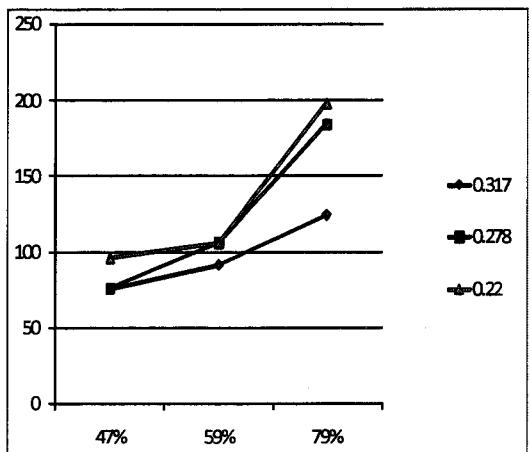
본 연구에서는 유전자 알고리즘에 기반하여 구현된 시간표 작성 프로그램[2][3]을 이용하였고 자유도의 변화에 따른 시간표 질의 평가를 수행하였다.



<그림 1> 시간표 자동 생성의 개념도

4. 연구고찰 및 결론

생성된 시간표의 결과물들이 자유도에 따라 어떤 변화를 갖는지 살펴보았다. 동일한 조건의 시간표에서 자유도를 변화하기 위해 임의의 과목을 시간 분할하거나 시간강사의 과목을 전임의 과목으로 전환하였다.



<그림 2> 강의실 이용률 변화에 따른 자유도와 별점 관계

시간표의 점수는 시간표의 최대한 지켜야하는 제약 조건을 지키지 못한 항목을 수치화 하여 나타내는 것이다. 이를 별점이라고 하자.

강의실의 이용률이 47%였을 경우에 별점은 자유도에 따라 76점에서 96점으로 나타났다. 자유도의 변화에 따라 같은 강의실 이용률에서 별점이 다르게 나타남을 알 수 있다. 즉 자유도가 높을수록(좋을수록) 별점은 낮게 나타나(별점은 낮을수록 좋아지는 점수)는 것을 알 수 있다. 강의실의 이용률이 60%정도에서도 비교적 좋은 시간표를 만들어 낼 수 있었지만 그 이상 70%정도에 이르게 되면 시간표의 절은 급격히 나빠짐을 알 수 있다.

강의실의 이용률이 80%에 이르는 상황에서는 자유도의 역할이 그만큼 크게 작용함을 볼 수 있다. 강의실 이용률이 60%선에 서는 자유도

에 따른 변화는 15%정도에 그칠을 알 수 있지 만 80%의 강의실 이용률에서는 약 30%정도의 시간표 질의 개선을 보인다.

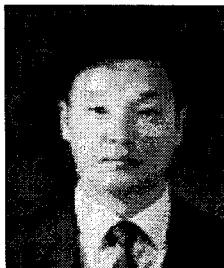
따라서 결론적으로 강의실의 이용률이 60%이상으로 높은 상황에서는 자유도를 높여 줄수록 효과적으로 시간표를 작성할 수 있을 알 수 있다.

- [8] Herts A. "Tabu Search for Large Scale Timetabling Problems", European Journal of Operational Research 54" (1991) pp39-47

참고문헌

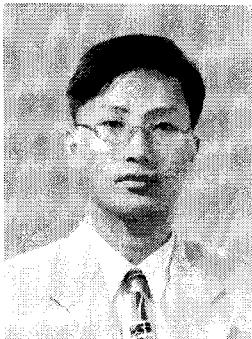
- [1] Abramson, D., "Constructing School Timetabling Using Simulated Annealing: Sequential and Parallel Algorithms", Man. Sci. 37, No.1, (1991), pp98-113
- [2] Ahn, J.I, and Chung,T.C., "Graph coloring algorithm to Make Timetable for Lessons Requiring Multiple Slots", Proceedings of the 2nd international Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling, (1997) pp281-284
- [3] Ahn, J.I, "종합대학 강의시간표 작성기의 개발에 관한 연구" 경희대학교 대학원 석사학위논문(1994)
- [4] Andrea Schaerf, "A Suvey of Automated Timetabling" Center voor Wiskunde en Informatica Report CS-R9567 (1995)
- [5] Carter M.W., "Recent Developments in Practical Course Timetabling", Proceedings of the 2nd international Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling, (1997) pp297-335
- [6] D. de Werra, "An Introduction to timetabling" European Journal of Operational Research 19 (1985), pp151-162
pp98-110
- [7] Georg Lawton, "Genetic Algorithms for Scheduling Optimization" ,AI Expert, (1992), p23-29

<안종일>



1992년 경희대학교 전자계산공학과 석사
1998년 경희대학교 전자계산공학과 박사
1999년 혜전대학 컴퓨터서비스과 전임강사
2000년 3월~ 용인송담대학 컴퓨터게임정보과
부교수
<관심분야> 인공지능, 최적화, 게임공학

<조승한>



1992년 고려대학교 컴퓨터학과 석사
1998년 삼성전자 정보통신본부 CDMA팀
2000년 고려대학교 컴퓨터학과 박사수료
1998년 3월~ 용인송담대학 컴퓨터게임정보과
부교수
<관심분야> 컴퓨터네트워크, 게임공학