

폐쇄된 계에서 비 훌로노믹 (NONHOLONOMIC) 회전 운동 SYSTEM에 대한 컴퓨터 씨뮬레이션 모델에 관한 연구

(A study on the computer simulation model of the NONHOLONOMIC
rotating motion system about the closed system)

정 병 태(Byung-Tae Chung)¹⁾

요약

폐쇄된 계 내부에서 강체 입자의 회전 운동에는 회전시키는 주체가 되는 몸체와 회전을 당하는 입자로 나눌 수 있다. 이 경우 입자가 몸체에 대해서 구속 될(bounded) 경우 훌로노믹 (HOLONOMIC) 시스템으로서 지금까지 동역학에 소개되는 모든 수식이 잘 맞게 해석되고 수식에 의한 구조 또한 현실과 잘 맞다. 그러나 그 구조가 비훌로노믹 시스템 이면 기존 회전 운동 방정식에서 벗어난다. 본 논문의 목적은 회전 운동 시 훌로노믹 시스템과 비훌로노믹 시스템과의 차이를 장치로 구분 하고 특히 비 훌로노믹 시스템의 현실에서 나타나는 현상을 컴퓨터 시뮬레이션 모델에 수식화 하는 것이다. 그 수식으로부터 닫힌 회전운동의 질량중심(center of mass) 이동과 외부의 마찰에 대한 갇힌 운동(confined motion).의 표현법을 컴퓨터 그래픽 운동 방법에 적용 할 수 있도록 한다.

Abstract

The closed system's internal rigid body particle rotation motion can be distinguished by a main body that becomes the core of the rotation and the particles that are subjected to the rotation. The instance of particles becoming bounded to the main body as a holonomic system, has till now, been well defined and formulated in the study of Kinetics, and the structure of the formulas relate well to reality. However, when the structure is non-holonomic it deviates from these existing equations. The purpose of this research is to categorize the differences between a holonomic system and a non-holonomic system when rotating, through devices. With a special emphasis on the real phenomenon of the non-holonomic system which will be formulated in the form of a model or computer simulation. With these formulas, the center of mass shift in a closed rotating motion system and confined motion of external friction will be adequately expressed, so that it may be applied to computer graphics motions methods.

논문접수 : 2009. 11. 15.
심사완료 : 2009. 12. 08.

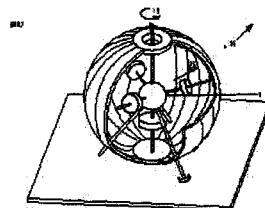
1) 정회원 : 인천전문대학 컴퓨터정보과 교수

1. 서론

본 논문 목적은 폐쇄된 계에서 강체입자의 특수 조건에 의한 회전 운동을 분석하여 게임 프로그램이나 헬틱[3] 프로그램에 좀 더 사실적으로 적용하기 위한 컴퓨터 시뮬레이션 수식 모델을 만드는 것이다. 여기서 연구의 논점은 이러한 과정이 기존 사고방식에서 벗어나지 못하면 이론 적결과나 그 장치의 실제 나타나는 현상을 이해하기 힘들게 된다. 예로써 기존 동역학 이론에서는 공간에서 갑자기 직각 운동을 할 수 있는 이론이나 방법이 찾아보기 힘들다. 본 논문에서는 폐쇄된 계 내에서 강체입자의 비구속 운동[1] 형태의 비홀로노믹[1] 시스템이 갖는 특성으로부터 계의 질량중심(CM)이 이동하는 원리를 해석하고 구속회전 운동 형태와 차이가 있음을 장치를 통하여 비교한다. 결과적으로 무중력 진공에서 계의 질량중심이 정지할 때 마다 관성 없이 위치이동 한다면 그것은 그 계가 펠스 운동하는 꿀로 보일 것이다. 이때는 직각운동도 가능하다. 또한 외부 마찰이 있을 시 간편 운동이 나타난다. 이러한 특수 운동이 게임프로그램이나 헬틱프로그램에 적용되는 예가 아직 없다. 여기서 닫힌 회전 운동[2]에서 질량 이동현상을 구현하는 방법과 수식을 좀 더 확실히 규명 할 필요가 있다.

2. 폐쇄된 계의 회전운동에서 홀로노믹(Holonomic) 시스템과 비 홀로노믹(Nonholonomic) 시스템 비교

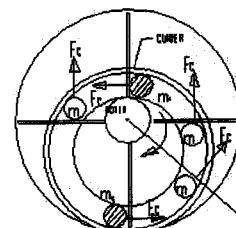
폐쇄된 계에서 강체(rigid body) 입자의 회전 운동에 회전시키는 주체가 되는 몸체(main body) M와 회전을 당하는 입자m로 나타내면 [그림1][6][12] 와 같이 m이 구속된(bounded) 형태는 홀로노믹 시스템이다.



[그림 1]무카지의 폐쇄계 홀로노믹 시스템

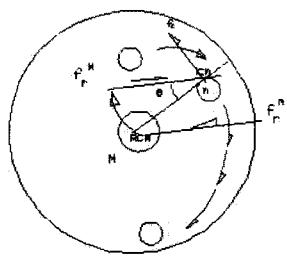
[Fig. 1]A closed movement holonomic system of Mukherjee et al.

이것은 무중력 진공 자유공간에서는 어떠한 회전이 내부에 나타나도 질량 중심의 이동이 없어 그 자리에서 진동만 할 뿐이다. 즉 이것은 입자에 해당하는 m이 막대에 구속되어 있어 r방향, θ 방향으로 비선형운동 할 때 물체 M도 같이 비선형 운동으로 보존운동을 하기 때문이다. 즉 내부에서 콜리오리스 힘[5]이 나타나도 m과 M이 보존 운동 한다. 폐쇄계의 내부 회전으로 일시적 비 보존 운동을 만들려면 [그림 2]와 같이 m은 일시적 선형 운동의 구조가 되고 M은 m에 의해 구속 되는 비홀로노믹 시스템이 되어야 한다.



[그림2]폐쇄계의 비홀로노믹 시스템

[Fig. 2]A closed movement nonholonomic system

[그림 3] f_r 구심력에 의한 시차모델

[Fig. 3] Time delay model by f_r centripetal force

이것은 계내에서 콜리오리스 힘이 발생하는 형태다 계 내부에서 선형 운동 m 과 비 선형운동 M 이 작용 반작용 시 시차[6]를 발생시키기 때문이다. 이것은 뉴턴의 제3법칙[1],[15]은 운동량 보존 법칙보다 훨씬 유효하기 때문에 기인 한다. 그 시차는 [그림3]에서 시차 모델을 해석 하면 icm에 의해 회전 성분이 있고 질량 M 에서는 RCM이 있어 m 을 당길 때 구심력으로 볼 수 있다. 그 크기는 같으나 m 과 M 에 대해서 아주 짧은 시간 M 이 먼저 작용되기 때문이다. 수식(2)은 질량 M , m 의 일반적인 가속도 성분을 같은 시간대에서 제거 후 정리된 식이다. 기존 논문 [5]에서는 콜리오리스 힘만이 질량 이동 원인으로 보았으나 그 원인을 좀더 상세히 분석 한 결과 수식 (1),(2)에 의한 원인으로 분석됐다. $f_r^M \delta(t)$ 은 icm에 의한 M 의 구심력이고 $f_c^M \delta(t)$ 는 콜리오리스 힘을 포함한 일반 가속력이고 M , m 대응해서 나타내면

$$f_r^M \delta(t) + f_c^M \delta(t) = f_r^m \delta(t-1) + f_c^m \delta(t) \quad (1)$$

$$f_r^M \delta(t) - f_r^m \delta(t-1) = f_c^M \overline{\delta(t)} = 0 \quad (2)$$

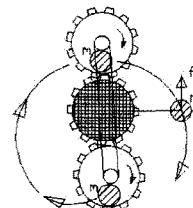
의 수식이 유도된다. 그러나 [그림4]와 같이 계 내부에서 콜리오리스 힘이 발생해도 M 이

m 을 구속하도록 구조되어 실험 결과 홀로노믹 시스템이 되어 질량이동[10][13][14]이 없음을 알 수 있었다. 이 구조의 해석으로 [그림 5] 상세도는 가운데 고정기어를 두고 회전기어에 질량 m 을 각각 달아서 고정기어 중심으로 회전기어 두개가 같이 돌면서 질량 m 을 r 이 가변되도록 했고 ω 는 일정토록 했다. 이 구조는 마치 [그림6]과 같이 그 자리에서 진동 하는 형태와 다름없다. 한 가지 [그림 5]가 [그림 6]과 다른 것은 r 방향으로 r 는 일정하여야 하나 선형적으로 일정치 않을 때와 ω 의 각속도를 주면 수평면에서 움직이는 경우가 있다.



[그림 4] r 일정한 폐쇄계의 홀로노믹 시스템
[Fig. 4] A closed movement holonomic system

by r constant

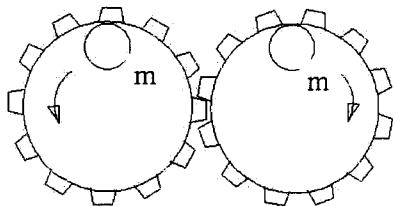


[그림 5] 그림4의 상세도
[Fig. 5] A detailed diagram of the Fig.4

[그림6]은 단순이 진동만 하는 홀로노믹 장치로서 r 이 고정되고 ω 는 일정토록 실험했다. 상세도 [그림7]에서 보면 쉽게 이해 할 수 있다.



[그림 6] 진동만 하는 홀로노믹 시스템
[Fig. 6] An oscillating holonomic system



[그림 7] 그림 6의 상세도
[Fig. 7] A detailed diagram of the Fig.6

만일 \dot{w} 의 성분을 갖는 질량 m 이 180도 이내에서 일시적으로 각 가속력이 있고 180도 이후 360도 사이는 $\dot{w}=0$ 이면 수평 이동 성분이 나타나는데 그것은 ω 는 θ 방향으로 선형성이 나타나기 때문이다. 결과적으로 비홀로노믹 시스템인 [그림 2]와같이 r 방향과 θ 방향으로 선형성이 되도록 즉 m 의 선형 이동공간이 확보되도록 하여야 폐쇄계의 질량 이동이 있게 할 수 있다.

이 때 m 위에 나타나는 icm 중심으로 M 이 비선형 회전운동으로 구심력 $f_r^M \delta(t)$ 이 나타난다. M 중심으로는 m 을 구속한다면 RCM성분으로 인해 M 에 대한 원심력인 $f_r^m \delta(t)$ 이 나타나 보존적인 운동의 결과가 되지만 구조적으로 m 의 선형성이 일순간 존재 후 구속력이 있을시 그 시간 동안 M 이 먼저 동작 하므로 m 에는 $f_r^m \delta(t-1)$ 의 M 에대한 구심력이 나타나서 m, M 동작의 시차가 있기 때문에 질량 이동이 나타난다.

3. 폐쇄된 계의 질량 이동에 대한 닫힌 운동의 컴퓨터 시뮬레이션 수식 적용

비 홀로노믹 시스템의 폐쇄된 계에서 질량 이동 요소가 있으면 [그림 8]과 같이 그 계에는 식(2)의 $f_c^m \overline{\delta(t)}$ 성분이 있다. 이 운동은 순간 정지 할 때마다 관성이 없이 정지하여 언제든지 운동 방향을 그림과 같이 바꿀 수 있다.

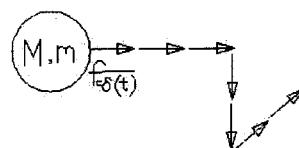
따라서 식(1),(2)는 폐쇄계 내에서 질량 이동에 대한 운동 방정식에 적용될 수 있다. 식(2)를 시간적분 하면

$$\int_{t_1}^{t_2} f_c \overline{\delta(t)} dt = f_c \overline{u(t)} \quad (3)$$

와 같이 닫힌 운동량이 펄스 운동[11],[5]처럼 나타나고 다시 시간 적분하면

$$\int_{t_1}^{t_2} f_c \overline{u(t)} dt = m \times l = c \quad (4)$$

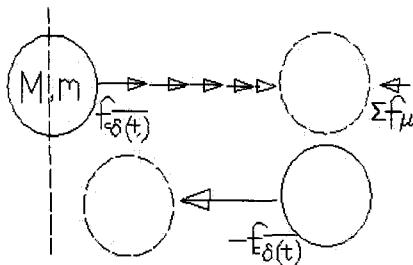
식과 같이 계의 실험실 좌표상 [질량 X 거리 량][6],[7],[8],[9],[10]으로 나타나서 계의 CM 이 위치이동 된다. 이것은 정지 시 마다 관성 0이므로 그때마다 앞 뒤 좌우로 위치이동이 가능하게 되어 제어에 의해 직각운동 등이 자유롭게 될 수 있다.



[그림 8] 마찰이 없는 곳에서 폐쇄계의 질량 이동에 의한 닫힌 운동형태

[Fig.8] The motion form during the mass shift of the closed system in the external non friction space

지금까지는 외부 마찰이 없는 무중력 진공에서의 운동론이고 외부 마찰이 있는 곳에서는 적용식이 달라진다.



[그림 9] 마찰이 있는 곳에서 폐쇄계의 질량 이동에 의한 닫힌 운동형태

[Fig.9] The motion form during the mass shift of the closed system in the external friction space

만일 지상에서 중력에 의한 마찰력 f_μ 이 있는 곳에서는 폐쇄계 내부에서 매 단계 질량 이동시

$\overline{f\delta(t)} > f_\mu$ 조건에서 위치 이동되나 내부에는 매 단계마다 f_μ 가 쌓여 정지 시 까지 반대 방향으로 이동될 수 있는 간한 운동[6]이 있게 된다.

[그림 9]에서 보면 마찰 때문에 n 단계 후 점점 운동량이 줄어서 결국 정지하게 된다. 그 간한 운동은

$$\int_{t_1}^{t_2} \overline{f\delta(t)} dt = \sum_{t_1}^n f_\mu \quad (5)$$

이고 식(5)는 질량 이동의 힘이 쌓인 마찰력과 같을 때 정지된다. 따라서 닫힌 운동과 간한 운동의 형태는 [그림 9]와 같이 정지 후에 제 위치로 오되 역시 역방향 마찰로 조금 덜 오게 된다. 그 실체는 마찰 계수에 따라 다르다.

4. 결 론

폐쇄계의 계 내에서 회전 운동하는 홀로노믹 시스템은 지금까지 회전운동 방정식과 잘 일치되어 운동량보존이 불변이다. 그러나 비홀로노믹 시스템은 계 내에서 선형작용과 비선형작용의 결과로 시차가 발생되므로 기존 운동 방정식으로 해석이 불가하다. [그림 2]와같이 비홀로노믹 시스템은 [그림8]의 환경에서 식 (1),(2),(3),(4)를 적용하면 된다. 외부 마찰이 있는 환경에서는 상당히 빠른 위치 이동이 있을 시 외부 마찰은 큰 간한 운동을 발생하므로 가상이든 실제든 비행체 설계 시 반드시 식 (5)를 적용해야 현실과 맞게 된다. 만일 무중력 진공이 아닌 이 환경에서 임의 방향 이동제어를 하려면 마그너스[16] 이론을 적용하여야 하므로 계 외피를 회전 시키면서 제어해야 한다. 그 용용은 차기 소개하기로 하고 여기서는 폐쇄된 계의 홀로노믹 시스템과 비홀로노믹 시스템의 질량 이동 분석과 간단한 그 수식으로 원천 분석 하여 그래픽 운동이나 햅틱 프로그램에 적용토록 컴퓨터 시뮬레이션 모델로 응용 했다.

참고문헌

- [1]高在杰“力學” 請文閣 pp55-56,pp240-243, 1993
- [2] 정병태 '우주 공간에서 동역학적으로 완전 폐쇄된 계의 질량 중심의 강체 이동에 대한 새로운 방법' 한국항공우주학회조선대학교 96. 4. 26 PP405-408
- [3] 대한 기계학회 “2001년도 2월 동역학 및 제어부분 동계워크숍 논문집 ” 2001.2
- [4] 정병태 “물체의 충돌 시 질량 중심의 위치 이동 효과의 컴퓨터 그래픽 표현” 한국 컴퓨터산업교육학회 논문집 001.6.24
- [5] 정병태'코리올리스 힘을 이용한 폐쇄된 계의 컴퓨터 씨뮬레이션에 관한 연구', 한국 컴퓨터 산업 교육학회 논문집 2004. 6월 VOL.5 NO 6 ,PP 679-684

- [6] 정병태 “폐쇄된 계에서 선형 및 비 선형
닫힌 운동에 대한 컴퓨터 씨뮬레이션 모델에
관한 연구” 한국 컴퓨터 산업교육학회 논문집
vol 7, june 2006
- [7] 정병태’로봇의 관성 이동에 관한 연구’대한
전기학회 조선대학교경주캠퍼스 94. 7.21-23, p
p7055-7057
- [8] 최성진“역학” 북스힐 ,1999,,pp353
- [9] 주해호, 김기일“동력학”pp67, 형설출판, 1994
- [10] 崔延善,兪完錫,安贊祐,廉英鎮,洪桐杓 共譯
‘R.C. Hibbeler 'Engineering Mechanics'
‘工業力學 動力學 ” 普成閣 ,pp199-200 ,1992
- [11] 정병태 “The Analysis of the Pulsed Rec
tilinear Movement by the Angular Acceleratio
n” 2002 Spring Conference of the Korea Socie
ty Industrial Information Systems 2002.6.15-1
6 PP353-355
- [12] Mukherjee et al.” Simple Motion Plannin
g Strategies for Supper robot: A Spherical
Mobile Robot,”, IEEE., Dec.1999. pp. 2132-
2137,
- [13] B.T. Chung 'A study on the Closed Lin
ear Movement of the Center of Mass in the
Rotatory Movement of a Rigid Body', Procee
ding of ITC-CSCC 2002, July 16-19, Vol.2.pp
1216-1219, Phuket Arcadia Hotel & Resort P
huket, Thailand
- [14] Byung-tae chung “A New method of
Enforced CM Movement For A
Dynamically fully Closed System in the
Outer Space”Proceedings of the KSAS
Spring Annual Meeting 1996.4.27. pp405-408
- [15] Keith R. Symon, third edition ‘mechanic
s’ ADDISON-WESLEY,1971, 안동완, 박창수
공역 “역학” 도서출판 대웅 1999 ,PP 179-180
- [16] 박상준 ,고신관,주광태,신영호, 공 편저
“대학일반물리학”정훈 출판사,pp152-153,1995



'68- 75 : 광운대학교
전자 공학과(공학학사)
'78-'81 : 고려대학교 대
학원 전자공학과 (공학석
사)
'96-'99 : 한양대학교 대
학원 전자 통신과 (박사
과정 수료)
'74-'76 : 주식회사 홍전
사 개발부 계장 (초고주파 필터 개발)
'76- 78 : 남미산업 개발과장 (자동 기계 전
자제어 개발)
'78- 79 : 경남기업 기전부 사원 (바레인 근
무)
'82-'85 : 인천전문대학 전자과 전 임
'85- 87 : 인천전문대학 전자계산과 조교수
'87-'88 : 인천전문대학 전자계산 소장
06.8-07.8 : 호주Latrobe대학 전자공학과 객원교
수
-2009 : 현 인천전문대학 컴퓨터 정보과 교수