

論文

초음속 유동에서 기저유동의 Detached Eddy Simulation

신재렬*, 문성영*, 원수희**, 최정열***

Detached Eddy Simulation of Base Flow in Supersonic Mainstream

Jae-Ryul Shin*, Sung-Young Moon*, Su-Hee Won** and Jeong-Yeol Choi***

ABSTRACT

DES method is applied to an axisymmetric base flow at supersonic mainstream. The model is based on the Spalart-Allmaras (S-A) turbulence model in the RANS mode, and is based on the subgrid scale model in the Large-eddy simulation (LES) mode. Accurate predictions of the base flowfield and base pressure are successfully achieved by using the DES methodology which is less expensive than LES. Flow properties at the edge of base, such as boundary layer thickness, momentum thickness and skin friction are compared with Dutton *et al* [experimental data to proper prediction of base flowfield. From the present results, The DES accurately resolves the physics of unsteady turbulent motions, such as shear layer rollup, large-eddy motions in the downstream region and small eddy motions inside the recirculating region. Moreover, The present results of using an empirical constant C_{DES} of 1.2 shows good agreement with experimental data than conventional empirical constant C_{DES} of 0.65.

초 록

초음속 유동장 내의 축대칭 기저유동에 DES 기법을 적용하였다. 이 기법은 RANS 모드에서는 Spalart-Allmaras (S-A) 난류 모델을 사용하고, Large-eddy simulation (LES) 모드에서는 부격자 모델을 기반으로 하고 있다. LES 보다 비교적 적은 비용을 갖는 DES 기법을 사용하여 기저 유동장과 기저 압력을 정교하게 예측할 수 있었다. 기저유동의 정확한 예측을 위해 경계층 두께, 운동량 두께, 표면마찰과 같은 기저 가장자리 유동 물성치를 Dutton 등의 실험과 비교하였다. DES는 하류영역에서의 전단층 말림, 큰 에디 운동, 재순환영역 내의 작은 에디 운동 같은 비정상 난류 운동의 물리적 현상을 잘 모사 하였다. 또한, 경험상수 C_{DES} 1.2를 사용한 현재 결과가 일반적인 경험상수 C_{DES} 0.65에 비해 실험과 잘 일치함을 보여준다.

Key Words : Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS), Detached Eddy Simulation(DES), Delayed Detached Eddy Simulation(DDES), Base Flow(기저유동)

† 2009년 6월 9일 접수 ~ 2009년 9월 30일 심사완료

* 정희원, 부산대학교 항공우주공학과 대학원

** 정희원, 서울대학교 기계항공공학부 대학원, 부산대학교 부품소재산업협력연구소

*** 정희원, 부산대학교 항공우주공학과
교신저자, E-mail : aerochoi@pusan.ac.kr
부산시 금정구 장전동 산 30번지

1. 서 론

로켓 발사체, 대기권 재돌입 물체, 포탄, 수중 운동체 등 많은 비행체들의 형상은 불가피하게 후방단 형태의 기저부를 가지며 비행체 전체 저항의 상당한 부분을 차지하는 압력저항의 원인인 낮은 기저압력을 발생한다. 또한, 액체 로켓 엔진

의 동축형 분사기, 스크램제트 엔진 및 제트 엔진의 후연기 (afterburner) 등은 기저부의 재순환 영역을 이용한 화염 안정화 기구로 이용하고 있다. 따라서 다양한 항공 우주 응용 체계에서 전산 유체역학을 이용한 기저 유동의 예측은 매우 중요한 문제로 다루어져 왔다.

그림 1은 초음속 축대칭 기저유동 및 와류영역의 유동장 구조를 도식화한 것이다. 축대칭 동체로부터 박리된 자유류는 기저모서리에서 급격하게 굽어지면서 강한 팽창을 겪고, 이를 통하여 재순환영역이 형성된다. 유입 마하수에 따라, 높은 마하수에서는 급격하게 굽은 유동으로 인해 작은 재순환영역이 형성되고 강한 팽창과 낮은 기저압력이 발생한다. 반면, 낮은 마하수에서는 큰 재순환영역이 형성되며, 높은 마하수 유동에 비해 상대적으로 높은 기저압력이 발생한다. 기저하류 재순환영역과 외부 자유류 사이에는 자유전단층이 형성되며, 난류 혼합 및 에너지 교환이 발생한다. 기저 유동의 대칭축을 따라 유동방향의 속도가 0 이 되는 하류 재부착점을 기준으로 재순환영역과 하류 와류영역으로 구분할 수 있는데, 재부착점 하류에서 유동은 대칭축에 평행하게 굽어지며, 재압축과정으로 인한 충격파가 발생한다.

기저유동 연구는 60년대 이후 꾸준히 수행되고 있으며, 대표적으로는 미육군 탄도연구소와 일리노이 주립대(UIUC)의 Dutton 등[1-3]의 실험을 꼽을 수 있다. Herrin과 Dutton[1]의 마하수 2.46 축대칭 초음속 기저유동 실험 이후 RANS 난류모델의 성능 검증을 위하여 많은 연구자들은 기저유동의 RANS 계산을 수행하였다. RANS 계산에 사용되는 난류모델의 경우 전영역의 난류를 모델화하기 때문에 난류 에너지 소산을 제대로 모사하지 못하므로 대부분의 RANS 계산은 실험과 같은 평평한 기저압력을 보여주지 못하였다. 때문에 DNS, LES, DES와 같이 와류를 직접 포

착하여 에너지 소산과정을 모사할 수 있는 기법들을 이용한 연구들이 수행되었다.

Sandberg와 Fasel[48]은 초음속 기저유동의 DNS를 수행하였다. 실린더의 절반만 모사하였고 계산 자원의 제한으로 실험보다 낮은 레이놀즈수를 사용하였다. 그 결과 유입 경계층은 층류이고, 난류영역의 천이가 박리 이후에 발생했기 때문에 실험과 직접적인 비교는 할 수 없었다. Fureby 등[5]은 축대칭 기저유동과 기저유출 효과를 포함한 LES를 수행하였다. Subgrid Scale (SGS) 모델로 Monotone Integrated LES (MILES), Smagorinski 모델, 1-방정식 eddy-viscosity 모델을 사용하였다. 기저압력과 유동하류 속도분포는 실험 데이터와 매우 유사한 결과를 보여주었다. 그러나 재순환영역 크기는 약간 작게 예측하였다.

이와 같이 DNS와 LES는 계산자원의 한계와 벽면 경계층 포착에 어려움으로 인해 hybrid RANS/LES 기법 또는 DES 기법이 현실적인 대안으로 대두되고 있다. Forsythe 등[6]은 초음속 축대칭 기저유동의 DES를 수행하였다. 유입유동의 경계층 두께를 충분히 잘 예측할 수 있도록 유입유동은 RANS로 계산을 수행하였다. C_{DES} 모델 상수값을 0.65에서 0.25로 충분히 줄인 계산에서 기저압력은 실험 데이터와 유사하나 재순환영역 크기를 조금 크게 예측하였다. Baurle 등[7]은 초음속 기저유동에 hybrid RANS/LES를 적용하였다. 기저상류는 사전 RANS 결과를 사용하였고, 기저영역에는 MILES를 사용하였다. 기저압력과 기저면 근처 평균 속도분포가 실험과 잘 일치하는 결과를 보여주었다. 그러나 난류에너지에 대해서는 대부분 맞지 않은 결과를 보여주었다. Kawai와 Fujii[8]는 LES/RANS hybrid 기법을 초음속 기저유동에 적용하였다. 대수적 난류모델과 Smagorinsky 모델을 혼합함수를 사용하여 LES/RANS를 구성하였다. SGS 모델 상수값 $C_s=0.12$ 와 $C_s=0.24$ 를 사용해 수행하였으며, $C_s=0.24$ 가 실험과 잘 일치하는 결과를 보여주었다. Simon 등[9]은 초음속 기저유동에 RANS영역을 보호 할 수 있는 Zonal DES (ZDES)와 RANS/LES를 수행하였으며, SGS 모델의 효과를 RANS/LES와 RANS/MILES 계산으로부터 조사하였다. 이 결과는 혼합층의 전단응력 형상을 잘 예측했지만, 실험과 같은 평평한 시간 평균된 기저압력을 보여주지 못하였다.

본 연구에서는 기저부가 포함된 다양한 응용 분야 연구에 필요한 난류 해석 기법 개발의 일환으로, 최근 Spalart 등[10]에 의해 경계층 포착기능이 추가된 DDES 모델을 이용하여 hybrid

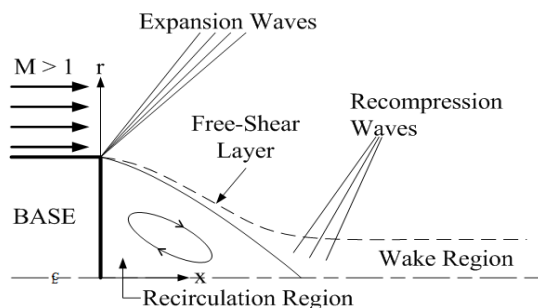


그림 1. Schematic of Supersonic Base Flow

RANS/LES 해석 코드를 구현하고 잘 알려진 기저유동에 적용하여 검증하였다. 기저유동의 물리적 현상 및 예측 정확도를 비교하였으며, C_{DES} 모델 상수값 보정을 통해 기저유동의 물리적 현상에 대한 영향을 조사하여 정밀한 예측이 가능한 최적의 모델 상수값을 도출하였다.

II. 유동장 모델

2.1 지배방정식

비정상 압축성 유동의 지배방정식은 일반적으로 3차원 Navier-Stokes 방정식을 고려한다. 연속, 운동량, 에너지방정식을 보존형으로 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{2}$$

$$\frac{\partial e_t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (e_t + p) u_j = \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_j - q_j) \tag{3}$$

여기에서 ρ , u_i , e_t 는 밀도, 속도성분, 단위체 적당 전체에너지를 나타낸다. 점성 응력텐서 τ_{ij} 는 다음과 같다.

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3} \mu S_{kk} \delta_{ij} + 2\mu S_{ij}$$

여기에 S_{ij} 는 변형률 텐서를 나타내며 정의는 다음과 같다.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right\}$$

점성 응력 텐서에 사용되는 점성 계수 μ 는 Boussinesq 가설을 통하여 층류점성과 난류점성의 합으로 정의된다.

$$\mu = \mu_l + \mu_t$$

여기에 층류점성은 Sutherland 법칙으로부터 계산되고, 난류점성은 난류모델에 의해 계산된다. 열 유속 (heat flux) q_j 는 Fourier 법칙에 의해 정의된다. 열전도 계수 k 역시 층류와 난류 열전도 계수의 합으로 다음과 같이 정의된다.

$$q_j = \kappa \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad k = c_p \left(\frac{\mu_l}{Pr_l} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right)$$

여기에서 c_p 는 정압비열, Pr_l 과 Pr_t 는 층류 및 난류 Prandtl 수 이다. 본 연구에서는 작동 유체

를 공기로 가정하여, $Pr_l=0.72$, $Pr_t=0.9$ 를 사용하였다.

물질의 조성변화를 고려하지 않고, 비열이 일정하다고 가정하는 열량적 완전기체로 가정하고, 이상기체 상태방정식을 적용하는 경우 압력과 에너지를 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$p = \rho RT \tag{4}$$

$$e_t = \rho \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \tag{5}$$

2.2 난류모델

Spalart가 제안한 DES기법은 대규모 박리가 존재하는 유동에서 좋은 결과를 보여 주고 있다 [11]. DES는 RANS와 LES의 장점을 합친 것으로써, 부착 유동에서는 효율적인 RANS기법을 이용하고 박리유동에서는 LES기법을 이용하는 방법으로써, 경계층을 LES방법으로 계산할 필요가 없는 유동에서 효율적인 측면이 있다.

S-A (Spalart-Allmaras) DES/DDES 모델[10,11]은 Spalart에 의해 발표된 1-방정식 S-A 난류 모델[12]을 기초로 하고 있다.

$$\frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{\nu}_t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\rho} \tilde{\nu}_t v_j) = C_{bl} \tilde{S} \tilde{\rho} \tilde{\nu}_t + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\tilde{\rho} \nu_t + \tilde{\rho} \tilde{\nu}_t) \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial x_j} \right] + \frac{C_w \rho}{\sigma} \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial x_j} - \rho C_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}_t}{d} \right)^2 \tag{6}$$

식(6)의 우변 첫째항은 생성항을 나타내고, 두 번째와 세 번째항은 확산항을 나타내며, 네 번째항은 벽면에 따른 소산항을 나타낸다. 여기서 난류 에디 점성 계수는 다음과 같다.

$$\mu_t = f_{v1} \rho \tilde{\nu}_t, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}, \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}_t}{\nu_t}$$

여기에서, ν_t 과 $\tilde{\nu}_t$ 는 분자점성과 동적 에디점성을 나타낸다. 생성항의 \tilde{S} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}_t}{\kappa^2 d^2} f_{t2}, \quad f_{t2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$$

여기에서 S 는 로테이션 텐서의 크기를 나타낸다. 식(6)의 소산항에서 d 는 벽면으로 부터의 최소거리를 나타내며, f_w 는 다음과 같다.

$$f_w = g \left(\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right)^{1/6}, \quad g = r + C_{w2} (r^2 - r), \quad r = \frac{\tilde{\nu}_t}{Sk^2 d^2} \tag{7}$$

계산에 이용된 계수는 다음과 같다.

$$C_{bl} = 0.1355, C_{l2} = 0.622, C_{v1} = 7.1, C_{l2} = 5, \\ \sigma = 2/3, \kappa = 0.4187, C_{w1} = C_{bl}/\kappa^2 + (1 + C_{l2})/\sigma, \\ C_{w2} = 0.3, C_{w3} = 2.$$

DES의 경우 S-A 모델에서 사용된 길이 크기 d 는 Shur[11]가 제시한 새로운 길이 크기 \tilde{d} 로 대체된다. \tilde{d} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{d} = \min(d, C_{DES}\Delta) \quad (8) \\ \Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$$

여기에서, 일반적인 경험상수 C_{DES} 는 0.65 이다.[11]

Spalart등이 최근에 발표한 DDES[10]는 S-A 모델에서 정의된 매개변수 식(7)를 수정한 것이며, 수정된 r_d 는 다음과 같다.

$$r_d \equiv \frac{\tilde{\nu}_t}{\sqrt{U_{i,j}U_{i,j}}\kappa^2 d^2} \quad (9)$$

여기에서 U_{ij} 는 속도구배를 나타낸다. r_d 를 사용해 S-A DES의 길이 크기는 다음과 같이 다시 정의된다.

$$\tilde{d} \equiv d - f_d \max(0, d - C_{DES}\Delta) \quad (10)$$

여기에 분포함수 f_d 는 다음과 같다.

$$f_d \equiv 1 - \tanh([8r_d]^3) \quad (11)$$

함수 f_d 가 1이면 ($r_d \ll 1$ 또는 0), 이 영역은 LES영역에 속한다. 이 함수는 Menter의 $k-\omega$ SST 모델에서 사용된 혼합함수와 비슷한 경계층 포착 특징을 보여준다. 따라서 새로운 길이 크기는 f_d 가 0이면 RANS 모드로 동작하며 길이 크기 $\tilde{d} = d$ 가 되고, f_d 가 1이면 $\tilde{d} = \min(d, C_{DES}\Delta)$ 이 되어 DES97[11]로 동작한다.

III. 수치해석기법

지배방정식을 유한체적법을 이용하여 이산화하였다. 대류 플럭스항은 일반 좌표계에서 Roe FDS 기법을 사용하여 차분하였으며, 5차 MUSCL-TVD 기법[13,14]을 이용하여 고차의 공간차분 정확도를 유지하였다. 비정상 문제의 고차 시간 정확도 해석 수행을 위하여 2차 정확도의 Euler 후방 차분 및 이중 시간 부반복 (dual time sub-iteration)을 이용한 완전 내재적 기법을 물리적 시간에 적용하였다[15].

3.1 고차정확도기법

대류 플럭스는 좌측과 우측의 보존변수 Q_R , Q_L 을 고차정확도로 내삽된 값을 이용하여 고차정확도로 유지할 수 있다. 대표적인 내삽법은 WENO기법과 MUSCL기법이 잘 알려져 있다. 고차 정확도의 MUSCL 기법은 Yamamoto와 Daiguji[13]의 4차/5차 공간정확도 MUSCL-TVD Compact 기법과 본 연구에서 고려한 Kim과 Kim[14]의 제한자를 이용한 5차 MUSCL기법이 있다. Yamamoto와 Daiguji의 고차 MUSCL-TVD 기법은 현재 보편적으로 사용되는 3차정확도 MUSCL-TVD기법을 4차와 5차로 확장한 형태이며, Kim과 Kim의 제한자를 이용한 5차 내삽 MUSCL기법은 ENO에서 또는 WENO에서 원시함수의 재편성과 유사한 방법으로 이상 가중치를 적용한다. 본 연구에서는 Yamamoto와 Daiguji의 4차/5차 공간정확도 MUSCL-TVD Compact 기법에 비해 비교적 간략한 Kim과 Kim의 제한자를 이용한 5차 MUSCL기법을 이용 하였다. Kim과 Kim의 제한자를 이용한 5차 내삽 MUSCL기법을 편의상 좌측 외삽 값만 나타내면 다음과 같다.

$$q^L = \frac{1}{60}(2q_{i-2} - 13q_{i-1} + 47q_i + 27q_{i+1} - 3q_{i+2}) \\ = q_i + 0.5 \left[\frac{-2\Delta q_{i-3/2} + 11\Delta q_{i-1/2}}{30} \right. \\ \left. + \frac{+24\Delta q_{i+1/2} - 3\Delta q_{i+3/2}}{30} \right] \quad (12) \\ = q_i + 0.5 [\beta_L(r_{i-1}, r_i, r_{i+1})] \Delta q_{i-1/2}$$

여기에서 β_L 은 경계에서 기울기 제한자의 함수로 다음과 같이 나타낸다.

$$\beta_L = 1/30[-2/r_{L,i-1} + 11 + 24r_{L,i} - 3r_{L,i}r_{L,i+1}] \quad (13)$$

각 지점의 기울기 제한자는 다음과 같다.

$$r_{L,i-1} = \frac{\Delta q_{i-1/2}}{\Delta q_{i-3/2}}, r_{L,i} = \frac{\Delta q_{i+1/2}}{\Delta q_{i-1/2}}, r_{L,i+1} = \frac{\Delta q_{i+3/2}}{\Delta q_{i+1/2}} \\ \Delta q_{i-1/2} = q_i - q_{i-1}$$

여기에 TVD 제한자를 적용하면 다음과 같다.

$$q^L = q_i + 0.5 \max[0, \min[2, 2r_{L,i}, \beta_L]] \Delta q_{i-1/2} \quad (14)$$

IV. 계산결과

4.1 격자구성

먼저 초음속 후방단 유동을 계산하기 앞서, 검증 대상으로 사용된 Dutton[1-3]의 실험에서는

실린더의 길이가 제시되지 않았다. Forsythe 등 [5]은 전산 실험을 통하여 실린더 길이에 따른 영향을 분석 하였으며, Wilcox [16]의 EDDYBL 코드를 이용해 Mathur와 Dutton[2]의 실험에서 실린더 끝단의 유동 특징 중 운동량 두께와 일치하는 지점까지의 거리를 실린더 길이로 취하였으며, 예측된 길이는 $8 R_0$ 이다. 여기에서 R_0 는 실린더의 반지름 ($R_0=3.175 \text{ cm}$)을 나타낸다.

Georgiadis 등[17]은 유동 후방의 혼합층을 잘 모사하기 위해서는 유동 특징 중에 운동량 두께를 잘 예측하는 것이 중요함을 밝혔다. 본 연구에서도 실린더 길이를 평가하기 위해 간단한 형태의 3차원 초음속 평판유동 해석을 통해 실린더의 길이를 예측해 보았다. 경계층 두께가 같은 지점까지의 평판 길이를 실린더 반지름으로 환산할 경우 약 $7.5 R_0$ 이고, 이 지점에서의 표면 마찰계수, C_f 는 3%, 운동량두께, θ 는 9%의 차이를 보여 준다. 표 1에 Mathur와 Dutton[3]의 실험과 현재 계산결과를 비교해 나타내었다.

초음속 평판유동 해석 결과로부터 경계층 두께가 같은 지점까지의 평판 길이인 $7.5 R_0$ 을 본 연구의 실린더 길이로 사용하였다.

사용된 계산 격자는 그림 2와 같이 기하학적으로 O-H형으로 구성 하였으며, 유동이 유입되는 상류 영역 zone 1 과 하류 영역인 zone 2, zone 3, 총 3개의 영역으로 나누어져 있다. Zone

표 1. Flow Properties at Cylinder Edge

	Ref. [3]	Present	Rel. % Error
C_f	0.0017	0.00165	3%
δ	3.2385 [mm]	3.2385 [mm]	-
δ^*	0.7652 [mm]	0.8576 [mm]	12%
θ	0.2165 [mm]	0.2382 [mm]	9%

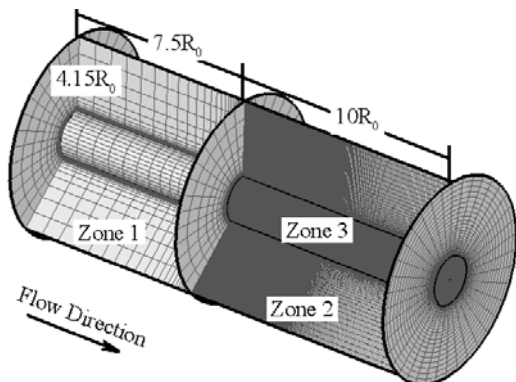


그림 2. Computational Domain

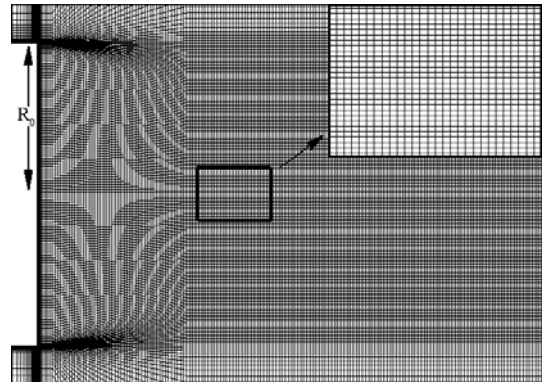


그림 3. Longitudinal Section of Grid

1의 실린더 길이는 $7.5R_0$ 이고, 반경 방향에 대해 Forsythe 등의 계산에서와 같은 $4.15 R_0$ 를 취하고, 하류 영역은 Kawai와 Fujii[7], Simon 등 [9]과 같이 충분히 길게 $10 R_0$ 로 취하였다. 실린더 벽면에 대한 초기 격자간격은 초음속 평판 유동 해석에 사용되었던 초기 격자 간격과 같은 $y+<2$ 로 두었다.

그림 3은 격자의 축방향에 대한 단면을 보여 주고 있다. 벽면에서 경계층까지는 RANS 계산 영역으로 실린더 벽면에 격자를 조밀하게 모아 주었고, 경계층 바깥부분은 DES 계산영역으로 격자를 대체로 정사각형에 가까운 균일한 크기로 유지 하였다.

특히, 기저면으로 부터 유동하류 직경의 2배 ($4 R_0$)가 되는 지점이 재순환, 압축파, 와류발달 등의 기저유동 특징을 잘 보여주는 영역으로써, 균일한 격자 크기로 구성 하였으며, 이후 다시 격자를 모아 주도록 구성 하였다. 중간 격자의 경우 zone1은 $51 \times 31 \times 80$, zone2는 $311 \times 31 \times 80$, zone3는 $311 \times 71 \times 80$ 이고, 성긴, 중간, 고운격자의 전체 격자수는 각각 약 130만개, 270만개, 400만 개 이다.

4.2 경계조건

경계조건으로 실린더의 모든 벽면은 단일 부착조건으로 주었으며, 표 2에 정리한 Herrin과 Dutton[1]의 실험조건을 유입 유동 조건 및 유동장 초기값으로 지정 하였다. 출구와 실린더의 외부 경계 조건은 외삽을 이용하였다. 본 연구 결과는 Herrin과 Dutton의 실험 자료 및 Chuang과 Chieng[18], Forsythe 등[5], Baurle 등[6], Kawai와 Fujii[7], Simon 등[9]의 전산 해석 결과와 비교하였다.

표 2. Flow Properties at Cylinder Edge

M_∞	2.46	
ρ_∞	0.7549	kg/m ³
p_∞	31.415	kPa
T_∞	145	K
U_∞	593.8	m/s

4.3 격자민감도

축방향과 반경방향에 대해서는 그림 3과 같이 균일한 격자 크기를 가지므로 본 연구에서는 축방향과 반경방향 격자를 고정하고 원주방향으로 40, 80, 120개로 확장 하여 격자 민감도를 살펴 보았다.

그림 4는 각 격자에서 DES 방법으로 계산된 시간 평균된 정압분포를 보여준다. 성긴격자를 사용한 결과는 실험 결과와 경향은 비슷하긴 하나 만족하지 못하는 결과를 준다. 달리, 중간, 고운격자를 사용한 결과는 실험 결과에 맞게 접근함을 알 수 있다.

중간격자의 DES 계산으로부터 얻은 재순환영역 내에서의 에너지 분포범위를 그림 5에 나타내었다. 주파수 에너지 분포 범위에서 분석된 크기는 $k \sim -5/3$ 기울기에 가까운 내부 subrange에 도달 하는 것처럼 나타난다.

격자 민감도와 에너지 분포범위의 결과로부터, 중간격자의 공간 해상도는 기저유동의 본질적인 특성을 모사하기에 타당한 격자 해상도를 갖는 것으로 판단된다. 이 결과로부터, 본 연구에 중간격자를 이용해 다양한 계산을 수행 하였다.

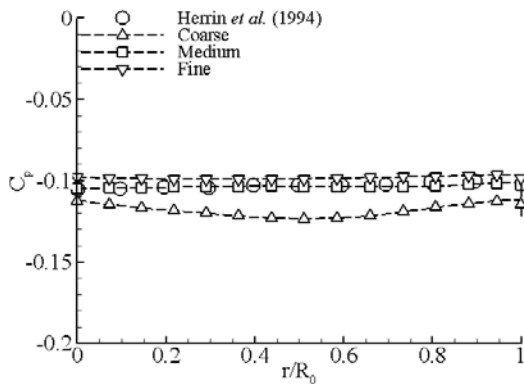


그림 4. Averaged Pressure Coefficient on Base(C_{DES}=1.2)

4.4 시간간격

시간 정확도를 유지하기 위해서는 Courant - Friedrichs - Lewy (CFL) 수를 단위 차수 크기로

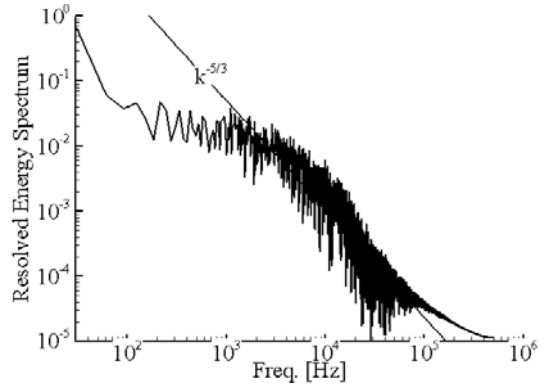


그림 5. Resolved Energy Spectrum (C_{DES}=1.2)

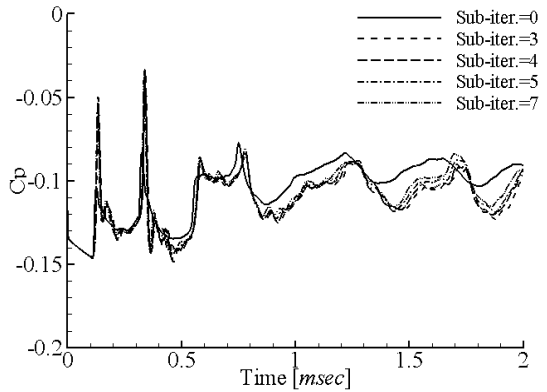


그림 6. Time History of the Pressure Coefficient at r/R₀=0.5 on Base

유지하거나, LU-SGS 내재적 시간적분 기법에 타당한 내부 반복 횟수를 사용하여야 한다. 적당한 내부 반복 횟수 결정을 위해 다음 5가지 내부 반복 횟수 0, 3, 4, 5, 7을 비교하여 보았다. 격자점의 전체수는 대략 270만개인 중간격자를 사용하였다. 본 연구의 기저 직경에 기초한 무차원 시간간격 $\Delta t = \Delta t a_\infty / D = 0.0038$ 은 절대 시간 간격으로 $\Delta t = 9.972 \times 10^{-7}$ s에 해당한다. 여기에서 Δt , a_∞ , D 는 시간간격, 자유류 음속, 기저 직경이다.

기저면 상 r/R₀=0.5 지점에서의 압력 계수 시간 변화를 그림 6에 나타내었다. 기저면 압력의 비정상 거동이 확인되며, 비정상 거동은 유동 내부의 재순환에 의해 발생한다고 알려져 있다[7]. 3, 4, 5, 7의 내부 반복 횟수에 대해선 시간지연은 거의 없는 것으로 보이고, 압력변화도 수렴하는 것으로 보인다. 이와 달리, 내부 반복이 없는

계산의 압력 변화는 시간지연 결과를 보여준다. 결과로부터, $\Delta t = 0.0038$ 에 대한 3번의 내부 반복 횟수가 시간 정확도 유지에 충분하다고 판단하여 본 연구에 이용하였다.

이후 결과에서 결과 분석을 위한 시간 평균은 유동이 실린더를 두 번 정도 흘러지나간 5,000번의 반복 계산 이후부터 시작하여 45,000번의 반복 횟수 (물리적으로 44.9 ms) 반복을 통해 시간 평균하였다.

4.5 기저유동

본 연구에서 이용한 격자들의 계산 결과 실린더 끝단 1 mm 전방의 경계층 내의 속도 분포는 Herrin과 Dutton[1]의 실험 및 이전 전산해석 연구 결과와 잘 일치함을 그림 7에서 알 수 있다. 이로부터, 3차원 초음속 평판유동의 해석결과로부터 얻어진 길이 $7.5 R_0$ 가 실린더의 길이로 타당함을 알 수 있다.

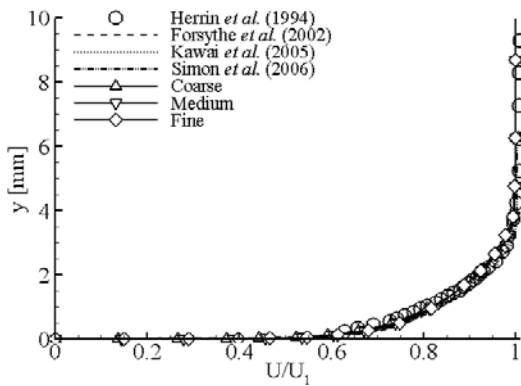


그림 7. Boundary Layer Velocity Profile at 1 mm Prior to the Base

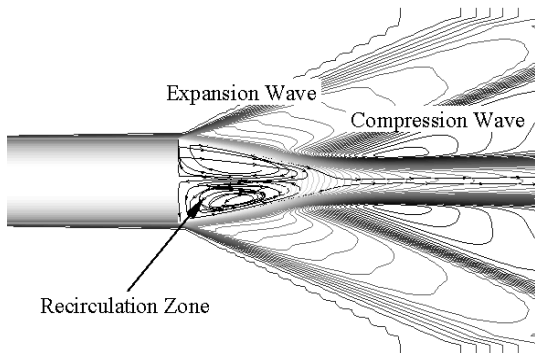


그림 8. Averaged Density Contour

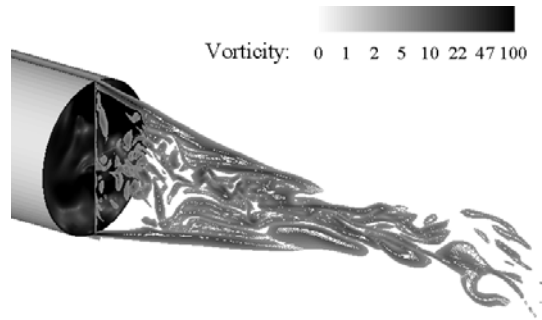


그림 9. Instantaneous Vorticity Magnitude Contour

그림 8은 Herrin과 Dutton의 실험조건으로부터 해석한 시간 평균화된 밀도 분포로써, 초음속 자유류 후방단 유동의 특징적인 구조를 살펴 볼 수 있다. 실린더 끝단에서 유동은 급격한 면적확장을 통한 팽창파가 발생하고, 하류 와류영역에서 부근 압축파를 확인 할 수 있으며, 후방단으로 인한 박리 유동에 의해 간혀있는 재순환영역의 발생을 볼 수 있다.

그림 9는 축방향 단면에서 순간적인 와도강도 분포를 나타낸 그림으로, 하류영역 와류가 발생되는 목지점 부근에서 큰 에디들이 떨어져 나가는 것을 볼 수 있다. 이는 후방단 하류와 자유류 사이의 전단층과 재순환영역의 불안정성으로 인해 와류지역으로 에디들이 떨어져 나간다.

전단 변형율과 와도강도 사이의 균형을 나타내기 위하여 종종 Q 기준(criterion)을 이용하며, [19] Q 기준을 통하여 에디 구조를 파악할 수 있다. Q 기준은 아래와 같이 정의된다.

$$Q = \frac{1}{2}(\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}) = -\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} > 0 \quad (14)$$

여기에서 S_{ij} 와 Ω_{ij} 는 속도구배의 대칭, 비대칭 요소를 나타낸다.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

그림 10은 그림 9와 같은 시간에서의 순간 유동장 에디 구조를 보여준다. 그림 10에서 재순환영역의 내부에는 작은 에디가 존재하고 자유 전단층 경계와 와류영역에서는 큰 에디가 존재하고 있는 것을 알 수 있다. 재순환 영역의 속도는 자유류 속도에 비해 대략 14% ($U/U_1 = -0.14$) 정도로 작기 때문에 재순환영역 내에서는 작은 에디가 형성되는 것을 알 수 있다.

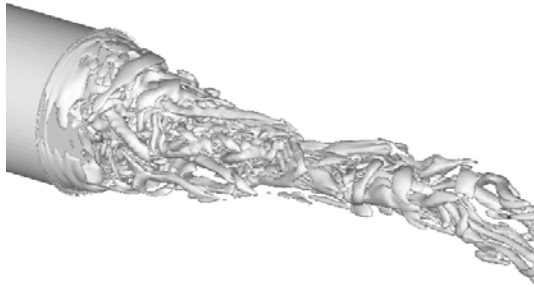


그림 10. Instantaneous Q Criterion Contour

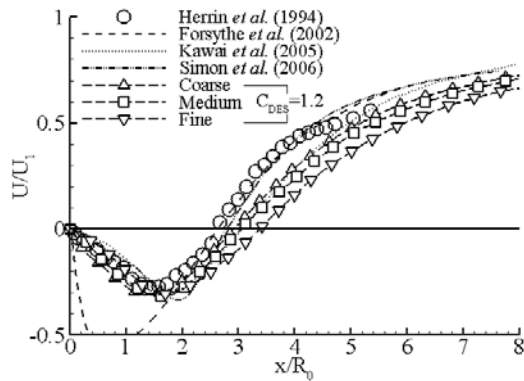


그림 11. Averaged Axial Velocity along the Wake Axis

그림 11은 기저면에서의 평균 압력 계수를 나타낸 것이다. Herrin과 Dutton의 초음속 후방단 실험으로부터 기저면의 평균 압력 계수는 $C_p = -0.102$ 로 알려져 있다. 이 결과로부터 일정하지 않은 기저 압력을 보이는 Forsythe 등[5]의 비정상 RANS S-A 해석($C_p = -0.124$)에 비하여, Kawai와 Fujii[7]의 RANS-LES ($C_p = -0.098$), Simon 등[9]의 RANS-MILES ($C_p = -0.109$) 해석이 기저면 압력 예측에서 비해 뛰어남을 알 수 있으며, 본 연구의 S-A DDES (Coarse, Medium, Fine: $C_p = -0.119, -0.104, -0.098$) 해석의 결과는 이전의 결과에 비하여 동등 하거나 우수한 결과를 보임을 알 수 있다.

그림 12는 실험 및 전산해석의 축방향 속도 분포를 비교한 그림으로써, Herrin과 Dutton의 실험에서 재순환 영역의 재부착 지점 (축방향 속도 성분이 0)은 하류 방향 $x/R_0 = 2.65$ 지점에 존재한다. 재부착 지점의 위치는 Forsythe 등의 비정상 RANS S-A 해석의 결과, $x/R_0 = 2.63$ 가 Kawai와 Fujii의 RANS-LES 결과, $x/R_0 = 3.07$,

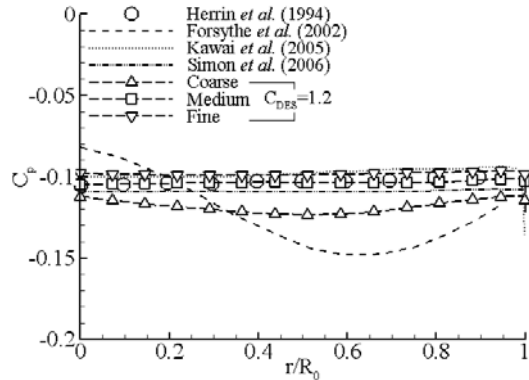


그림 12. Averaged Pressure Coefficient on Base

Simon 등의 RANS-MILES 결과, $x/R_0 = 2.78$ 및 본 연구의 S-A DDES 결과, (coarse, medium, fine: $x/R_0 = 2.93, 3.07, 3.39$) 결과 보다 좋은 예측 결과를 보여 준다. 그러나 재순환영역 내부의 속도 분포에서, 비정상 RANS S-A 해석결과는 후방단 쪽으로 빠른 접근 속도를 보여주는 반면 비정상 RANS S-A 해석을 제외한 결과들은 재순환영역의 속도 분포를 잘 예측하고 있다.

하류영역의 시간 평균된 축방향 속도 분포를 후방단 이후 네 지점에 대해 그림 13에 나타내었다. 그림 13 a)와 b)는 실험으로 알려진 재부착점 $x/R_0 = 2.65$ 안쪽 영역인 재순환영역에서의 속도분포를 보여주고, 그림 13 c)와 d)는 재부착점 이후의 유동 하류영역에서의 속도분포를 보여준다.

그림 13 a)는 후방단에 인접한 유동 하류에서 후방단쪽으로 들어오는 속도분포 잘 보여 주고 있으며, 실린더 반경 부근에서 급격한 속도 구배를 보여준다. Baurle 등[6], Simon 등, Kawai와 Fujii의 결과 등 기존 hybrid RANS-LES/MILES 방법으로 계산한 결과와 비교하여 본 연구의 S-A DDES 모델[10]도 대체로 좋은 결과를 보여 주고 있다.

그림 13 b)는 재순환영역 내의 축방향 속도 분포를 보여준다. 재순환 영역에서의 축방향 속도는 후방단쪽으로 향하는 속도를 보여주며, 후방단에 인접한 지점에 비해 축방향 속도가 빠른 것을 알 수 있다. 그림 13 c)와 d)는 재순환영역 이후의 축방향속도 성분에서는 더 이상 후방단쪽으로 속도성분이 없어지고 유동하류의 속도성분이 증가하는 것을 볼 수 있다.

본 연구진의 이전 계산[20,21]에서는 난류모델 이외 플럭스 분할기법과 고차 공간 정확도기법

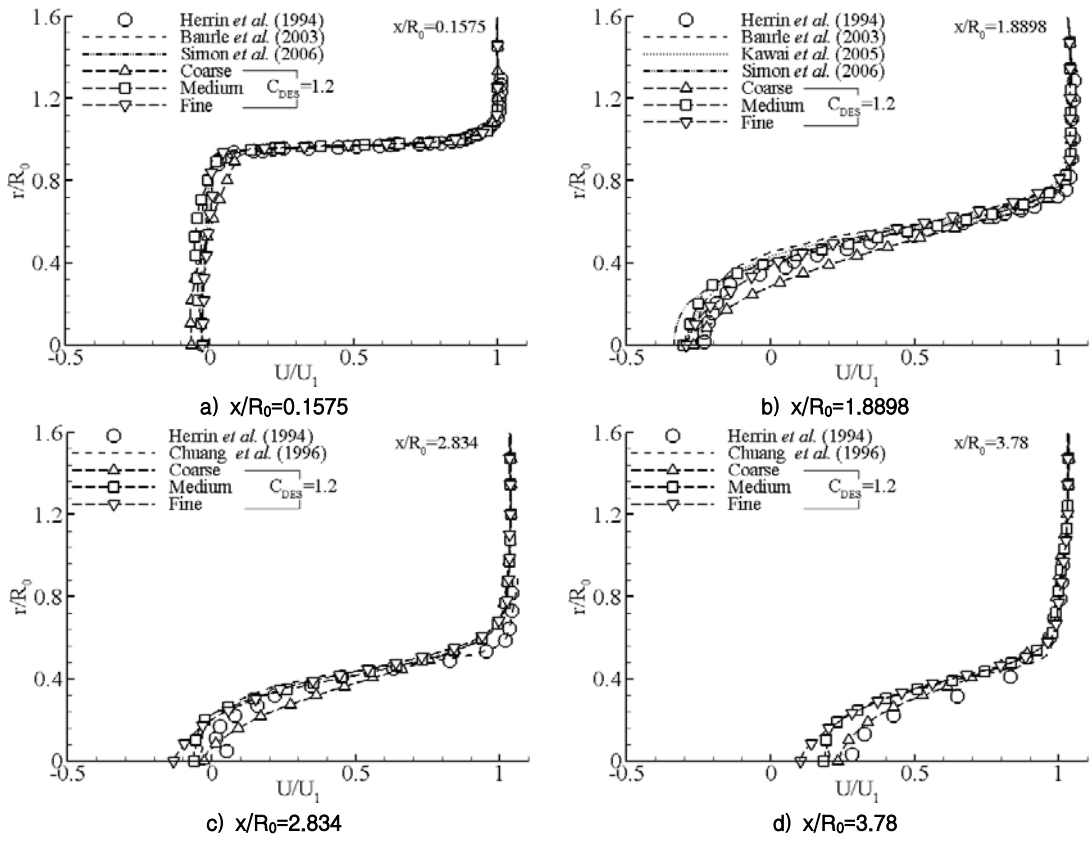


그림 13. Averaged Centerline Velocity along the Wake Axis

(3차~5차 WENO, 3차~5차 MUSCL-TVD) 등 해석 기법에 따른 영향을 살펴본 바 있다. 이 결과 플럭스 분할기법에 따른 영향은 거의 보이지 않았으며, 3차 MUSCL-TVD에 minmod를 적용한 계산 결과에 비하며 4차 및 5차로 공간 확장한 결과가 좋은 결과를 보여 주었다.

본 연구에서는 5차 공간정확도를 사용하여, 2차 공간 정확도에 260만개 격자를 이용한 Forsythe 등의 결과, 3차 공간 정확도에 582만개 격자를 이용한 Kawai와 Fujii의 결과, 2차 공간 정확도에 1,350만개의 격자의 격자를 이용한 Simon 등의 결과에 비하여 비교적 적은 266만개의 중간 격자를 사용하여 비교적 좋은 예측 값을 얻을 수 있었다.

4.6 C_{DES} 값 보정

동질 등방성 난류 소멸에 대해 LES 모드 계산을 통해 일반적으로 C_{DES} 값은 0.65로 알려져 있다.[11] Shur 등[11]은 C_{DES} 값이 유동에 크게 민감하지 않다고 하였으며, Constantinescu와 Squires[22]는 대류항을 5차 공간 정확도로 계산

할 경우 과도한 소산 없이 작은 크기의 에너지 영역까지 충분히 모사가능 하고, C_{DES}→∞로 갈 경우 RANS 결과로 이른다고 보고하였다. 그러나 이들의 결과는 저-중간 정도의 레이놀즈 수 유동에 적용한 경우이며, 초음속 후방단 유동과 같은 고 레이놀즈 수 유동에서는 보고된 결과를 찾을 수 없다.

한편, 초음속 후방단 유동에서 hybrid RANS-LES를 이용한 Kawai와 Fujii[7]은 3차 공간 정확도에 Smagorinsky 상수, C_s 값을 0.12에서 0.24로 증가시켜 계산을 수행 하였다. ZDES 방법을 이용한 Simon 등[9]은 2차 공간 정확도에 C_{DES} 값을 0.65에서 0.55, 0.4로 낮추어 계산을 수행 하였다. Simon 등은 낮은 차수의 공간정확도에서는 C_{DES} 값을 낮추는 것이 타당하다고 보고 하였다.

따라서 본 연구에서도 후방단 해석의 정확성을 향상하기 위하여 S-A DDES 모델[10]에서 C_{DES}의 값을 보정하여 계산을 수행하여 보았다. 본 계산에서는 C_{DES} 값을 0.65를 기준으로 0.4에서 1.2으로 0.25정도씩 변화시켜 보았으며, 중간

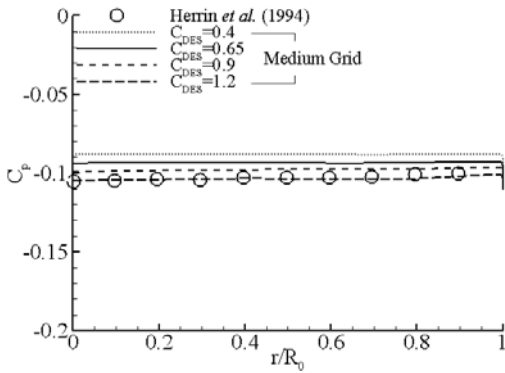


그림 14. Averaged Pressure Coefficient with Various C_{DES} Values at the Medium Grid

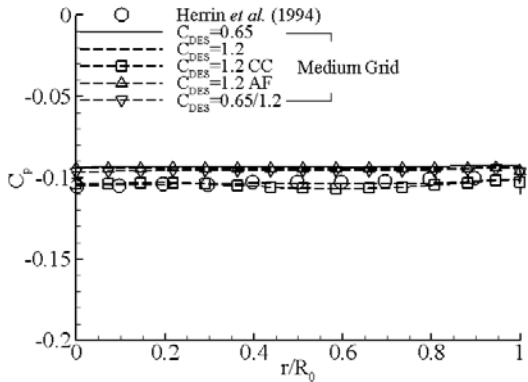


그림 15. Averaged Pressure Coefficient with Various C_{DES} Values

격자를 이용한 경우의 기저면의 평균 압력 계수 값의 분포를 그림 14에 도시하였다. 이 결과에서 C_{DES} 값을 증가시키에 따라 기저면의 평균 압력 계수가 실험값에 접근함을 알 수 있으며, $C_{DES}=1.2$ 일 때 $C_p=-0.104$ 로, Herrin과 Dutton[1]의 실험값 $C_p=-0.102$ 에 매우 근접한 값을 보여 주었다.

$C_{DES}=1.2$ 에서 추가적인 계산을 수행하였다. Spalart가 제안한 압축성 보정 (Compressibility Correction)[23] 및 Scotti 등[24]이 세장비가 큰 격자의 LES 계산에 도입한 비등방성 필터 (Anisotropic Filter)를 사용해 $C_{DES}=1.2$ 일 때의 계산을 수행하여 결과를 그림 15에 도시하였다. 압축성 보정의 경우 $C_p=-0.105$ 로 실험값과 유사하고, 비등방성 필터의 경우 $C_{DES}=0.65$ 계산결과와 유사한 $C_p=-0.094$ 를 보여 주었다. 그리고 격자 레이놀즈 수에 따라, 격자 Re. 수 ≤ 0 인 경

표 3. Averaged Base Pressure Coefficient

Case	Averaged C_p	Rel. % Error
Herrin et al.[1]	-0.102	-
Forsythe et al.[5]	-0.124	-21.5
Kawai. et al.[7]	-0.098	3.9
Simon et al.[9]	-0.109	-6.8
Medium Grid		
$C_{DES}=0.4$	-0.088	13.7
$C_{DES}=0.65$	-0.093	8.8
$C_{DES}=1.2$	-0.104	-1.9
$C_{DES}=1.2$ CC	-0.105	-2.9
$C_{DES}=1.2$ AF	-0.094	7.8
$C_{DES}=0.65/1.2$	-0.094	5.8

우는 C_{DES} 값을 0.65, 격자 Re. 수 > 0 인 경우는 C_{DES} 값을 1.2 로 선택적으로 적용한 계산 결과는 $C_{DES}=0.65$ 계산 결과와 유사한 $C_p=-0.096$ 을 보여 주었다. 그림 15의 결과 및 이전 연구자들의 결과를 실험 결과와 함께 표 3에 정리하였다. 이 결과로부터 압축성 보정은 계산 결과에 크게 영향을 끼치지 않음을 알 수 있으며, 비등방성 필터 및 격자 레이놀즈 수에 따른 C_{DES} 값을 적용한 결과에서는 일반적인 $C_{DES}=0.65$ 의 계산 결과와 유사함을 알 수 있다.

V. 결론

초음속 무딘 후방단과 같은 고 레이놀즈 수 유동에 5차 MUSCL-TVD기법을 적용하여 비정상 기저 후방 유동 계산을 수행하였다. 대류항의 고차 정확도 계산은 Constantinescu와 Squires[22]가 보고한 바와 같이, 과도한 소산 없이 작은 크기의 에너지 영역까지 충분히 모사가 가능하기 때문에 DES 계산에 유리하다고 여겨지며, 동일한 유동장을 계산한 이전 연구자들에 비해 비교적 많지 않은 격자로 계산의 정확성을 유지하며 계산을 수행 할 수 있었다.

계산 결과로부터 고 레이놀즈 수 유동에서 물리적 현상을 정확히 예측하기 위해서 C_{DES} 값의 보정이 필요할 것으로 보인다. 그러나 과도하게 큰 값을 이용하면 RANS의 결과로 돌아가기 때문에 최적의 C_{DES} 값을 갖도록 해야 하는데, 본 연구의 결과로는 $C_{DES}=1.2$ 가 적당한 것으로 여겨진다. 향후, C_{DES} 값 변화에 따른 난류의 특성을 관찰할 필요가 있을 것이다.

Spalart등의 DDES에 C_{DES} 값 1.2를 사용하여 중간격자에 적용한 경우, 초음속 축대칭 기저유

동장의 물리적 특징인 기저압력계수, 재부착점, 유동 하류 속도 분포가 실험 데이터와 대체로 잘 일치하는 결과를 보여주었다. 기저압력계수 $C_p = -0.104$ 로 실험값 대비 2% 미만의 오차를 보여주었고 축방향 속도에서 재부착점 위치는 14%의 오차를 보여 주었다. 재부착점 위치는 RANS을 제외한 모든 방법에서 현재 결과와 같이 잘 일치하지는 않았지만, 재순환영역 및 재부착점 이후의 유동 속도분포는 실험에 거의 일치하는 결과를 보여 주었다.

본 연구의 결과는 후방단이 존재하는 고속 운동체의 항력 예측은 물론 액체 로켓 엔진의 동축형 연료 분사기와 후방단의 재순환 영역을 연소 안정화 기구로 이용하는 추진기관 연구에 기여할 수 있을 것으로 생각된다.

후 기

본 연구는 정부의 재원으로 한국과학재단이 지원하는 우주기초원천기술개발사업 (과제번호 2008-2006283)의 연구비 지원을 받았으며 그 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- 1) Herrin, J.L., and Dutton, C.J., "Supersonic Near-Wake Afterbody Boattailing Effects on Axisymmetric Bodies", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 31, No. 6, pp. 1021-1038, 1994.
- 2) Mathur, T., and Dutton, C.J., "Velocity and Turbulence Measurements in a Supersonic Base Flow with Mass Bleed", *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 6, pp. 1153-1159, 1996.
- 3) Mathur, T., and Dutton, C.J., "Base Bleed Experiments with a Cylindrical Afterbody in Supersonic Flow", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 33, No. 1, pp. 30-37, 1996.
- 4) Sandberg, R.D., and Fasel, H., "Direct Numerical Simulations of Transitional Supersonic Base Flows", AIAA Paper No. 2005-98, 2005.
- 5) Fureby, C., Nilsson, Y., and Andersson, K., "Large Eddy Simulation of Supersonic Base Flow", AIAA Paper No. 99-0426, 1999.
- 6) Forsythe, J.R., Hoffmann, K.A., Cummings, R.M., and Squires, K. D., "Detached Eddy Simulation with Compressibility Corrections

Applied to a Supersonic Axisymmetric Base Flow", *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 124, pp. 911-923, 2002.

- 7) Baurle, R.A., and Tam, C.-J., Edwards, J.R., and Hassan, H. A., "Hybrid Simulation Approach for Cavity Flows: Blending, Algorithm and Boundary Treatment Issues", *AIAA Journal*, Vol. 41, No. 8, pp. 1463-1480, 2003.

- 8) Kawai, S., Fujii, K., "Computational Study of Supersonic Base Flow Using Hybrid Turbulence Methodology", *AIAA Journal*, Vol. 43, No. 6, pp. 1265-1275, 2005.

- 9) Simon, F., Deck, S., and Guillen, P., and Sagaut, P., "Reynolds-Averaged Navier - Stokes/Large-Eddy Simulations of Supersonic Base Flow", *AIAA Journal*, Vol. 44, No. 11, pp. 2578-2590, 2006.

- 10) Spalart, P.R., Deck, S., Shur, M.L., Squires, K. D., Strelets, M.K., and Travin, A.K., "A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities", *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, Vol. 20, pp. 181-195, 2006.

- 11) Shur, M., Spalart, P.R., Strelets, M. and Travin, A., "Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack", 4th International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements, Elsevier Science, Amsterdam, pp. 669 - 678, 1999.

- 12) Spalart, P.R., Allmaras, S.R., "A One Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows", AIAA Paper No. 92-0439, 1992.

- 13) Yamamoto, S., and Daiguji, H., "Higher order accurate Upwind Schemes for Solving the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations", *Computers and Fluids*, Vol. 22, No. 2/3, pp. 259-270, 1993.

- 14) Kim, K.H., Kim, C., "Accurate, efficient and monotonic numerical methods for multi-dimensional compressible flows Part II: Multi-dimensional limiting process", *Journal of Computational Physics*, Vol. 208, pp. 570-615, 2005.

- 15) Rumsey, C.L., Sanetrik, M.D., Biedron, R.T., Melson, N.D., Parlette, E.B., "Efficiency and Accuracy of Time-Accurate Turbulent Navier-Stokes Computations", *Computers & Fluids*, Vol. 25, No. 2, pp. 217-236, 1996.

- 16) Wilcox, D.C., *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc., 1993.

17) Georgiadis, N.J., Alexander, J.I.-D. and Reshotko, E., "Development of a Hybrid RANS/LES Method for Compressible Mixing Layer Simulations", NASA/TM-2991-21076, 2001.

18) Chuang, C.C., and Chieng, C.C., "Supersonic Base Flow Computation Using Higher-Order Closure Turbulence Models", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 33, No. 3, pp. 374-380, 1996.

19) Jeong, J., and Hussain, F., "On the Identification of a Vortex", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 285, pp. 69-94, 1995.

20) Shin, J.-R., Cho, D.-R., Won, S.-H., Choi, J.-Y., "Hybrid RANS/LES Study of Base-Bleed Flows in Supersonic Mainstream", AIAA Paper No. 2008-2588, 2008.

21) 신재렬, 원수희, 최정열, "초음속 유동장에

서 기저 유동의 Detached Eddy Simulation", 2008년도 한국전산유체공학회 추계학술대회, pp. 104-110, 2008.

22) Constantinescu, G.S., Squires, K.D., "LES and DES Investigations of Turbulent Flow Over a Sphere", AIAA Paper No. 2000-540, 2000.

23) Shur, M., Strelets, M., Zaikov, L., Gulyaev, A., Kozlov, V., and Secundov, A., "Comparative Numerical Testing of One- and Two-Equation Turbulence Models for Flows with Separation and Reattachment", AIAA Paper No. 95-0863, 1995.

24) Scotti, A., and Meneveau, C., Lilly, D.K., "Generalized Smagorinsky Model for Anisotropic Grids", *Phys. Fluids A*, Vol. 5, No. 9, pp. 2306-2308, 1990.