# 技術論文

# 재생냉각 연소기 챔버 제작용 구리합금의 성형성 평가

유철성\*, 이금오\*, 최환석\*

# Formability Evaluation of a Copper Alloy for Regenerative Cooling Thrust Chamber

Chul-Sung Ryu\*, Keum-Oh Lee\* and Hwan-Seok Choi\*

#### **ABSTRACT**

The dome stretching tests and tension tests have been performed to obtain a forming limit curve(FLC) for the copper alloy which is used for manufacturing the regenerative cooling thrust chamber. For experimental investigation of the forming limit curve, we have used in-plane tension specimen to obtain tension-compression strain state as well as out-of-plane specimen to obtain tension-tension strain state through dome stretching test. All specimens were divided into longitudinal and transverse directions according to the orientation of test specimen. The test results showed that in the tension-tension region, copper alloy revealed a maximum major strain of 62.3% and a maximum minor strain of 58.6%. In the tension-compression region, the maximum major strain and the maximum minor strain were measured to be 60.5% and 25.8%, respectively.

#### 초 록

액체로켓 연소기 재생냉각 챔버의 제작에 사용되는 구리합금의 성형한계 곡선을 얻기 위하여 돔 장출 시험과 인장시험을 수행하였다. 성형한계 곡선에 대한 실험적인 연구를 위하여 인장시편을 사용하여 인장-압축 변형률 상태의 데이터를 얻었으며, 인장-인장의 변형률 상태를 얻기 위하여 돔 장출 시험용 시편을 사용한 돔 장출 시험 또한 수행하였다. 시험에 사용한 모든 시편은 제작방향에 따라 종 방향과 횡 방향시편으로 구분하였다. 시험 결과 인장-인장 변형률 상태에서 최대 주 변형률과 부 변형률은 62.3%와 58.6%이며, 인장-압축 상태에서는 60.5%와 25.8%로 나타났다.

Key Words : Forming Limit Diagram(성형한계도), Copper Alloy(구리합금), Regenerative Cooling Chamber(재생냉각 챔버), Bulging(벌징)

#### I. 서 론

액체로켓 연소기 재생냉각 챔버를 브레이징 (brazing) 방식으로 제작하기 위해서는 노즐부에

\* 2009년 7월 16일 접수 ~ 2009년 8월 27일 심사완료

\* 정회원, 한국항공우주연구원 연소기팀 교신저자, E-mail: csryu@kari.re.kr 대전광역시 유성구 어은동 45번지 대한 벌징(bulging) 공정이 필요하다. 연소기 챔 버 제작에서 벌징 공정은 Fig. 1의 좌측의 그림 에서 실린더 형상의 내측구조물을 성형 치구를 이용하여 우측의 형상처럼 노즐형상으로 변형시 키는 공정이다. 이 벌징 공정을 통하여 벌징 전 실린더 형상이 노즐 형상으로 변형된다. 벌징된 노즐의 최대 직경 크기에 따라 실린더 형상이 노 즐로 변형될 수도 있거나, 벌징 공정 중간에 구

조물에 네킹(necking) 또는 파손이 발생될 수 있 다. 따라서 벌징 공정에서 벌징 전 실린더 형상 의 구조물이 노즐 형상으로 변형될 수 있을지는 벌징노즐에 사용되는 재료의 성형성을 고려하여 구조물의 최대 직경확대비를 결정하고, 벌징을 수행해야 한다. 본 연구는 실린더 형상의 내측구 조물을 노즐 형상으로 변형시키는 벌징 공정을 수행할 때 내측구조물의 벌징부에 네킹이 발생되 지 않도록 설계하기 위한 구리합금의 성형한계성 평가에 관한 것이다. 노즐의 벌징과 유사한 기존 의 연구로는 주로 실린더 형상 튜브나 파이프를 콘 형상으로 벌징하였을 때 네킹 또는 파손이 발 생하는지를 이론적인 방법이나[1,2], 수치해석적 인 방법 [3-6] 그리고 실험적인[7,8] 연구들이 수 행되었다. 일반적으로 재료의 성형성을 평가하는 데 가장 널리 사용되는 방법은 성형한계도 (Forming Limit Diagram: FLD)이다[9]. 성형한계 도를 실험적으로 얻는 방법은 끝단이 평평한 실 린더형 펀치를 이용하거나[10], 반구형의 펀치를 이용한다[11-15]. 본 연구에서는 반구형의 편치를 사용하는 돔 장출 시험(dome stretching test)을 수행하였다. 액체로켓 연소기 재생냉각 챔버는 크게 내측구조물(inner jacket)과 외측구조물 (outer jacket)로 구분할 수 있다. 내측구조물은 고온의 연소가스와 접하기 때문에 냉각을 위하여 열전도성이 좋은 구리합금을 사용하며, 외측구조 물은 높은 연소가스 압력에 구조적으로 안정하게 작동하도록 재료의 강도가 높은 재료를 사용한 다. 재생냉각 챔버의 제작에서 브레이징 방식은 이 두 개의 구조물을 각각 가공한 후 조립하여 브레이징 하는 방식이다. 그러나 연소기 챔버의 형상은 노즐목을 중심으로 실린더부와 노즐부의 직경이 노즐목에 비하여 크기 때문에 내측구조물 과 외측구조물을 조립할 수 없다. 따라서 Fig. 1 의 좌측에 나타낸 형상처럼 내측구조물의 노즐부 를 외측구조물과 조립이 가능하도록 실린더 형상 으로 설계한다. 이 실린더 형상의 구조물이 벌징

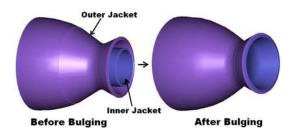


Fig. 1. Concept of the bulging of a nozzle

공정을 통하여 노즐형상으로 변형되기 때문에 구조물에는 큰 변형이 발생된다. 따라서 이 노즐을 벌징 공정을 적용하여 제작할 때 벌징되는 노즐의 확대비를 어느 정도까지 설계해야 재료가 네킹이 발생하지 않고 벌징을 성공적으로 수행할수 있을지 예측할 수 있다.

#### Ⅱ.본론

#### 2.1 재료 및 시험장비

연소기 재생냉각 챔버 내측구조물에 사용되는 재료는 크롬이 약 0.6 wt% 함유된 구리합금이다. 이 재료의 성형한계도를 얻기 위하여 사용한 돔 장출 시험 장비는 USTM(Universal Sheet Metal Forming Test Machine)이다. 이 장비의 최대 하중 능력은 200 kN이며, 블랭크 홀더(blank holder)의 최대 힘은 300 kN이다. 편칭 스트로크는 150 mm이며, 블랭크 홀딩 스트로크는 250 mm이고, 편치의 최대 속도는 700 mm/min이다.

#### 2.2 시편의 제작

액체로켓 연소기의 재생냉각 챔버는 실린더 및 콘 형상의 조합으로 이루어져 있다. 따라서 이러한 형상의 구조물을 가공하여 제작하는데 편 리성을 고려하여 초기에 실린더 형상의 봉재로 구리합금 재료를 주조하여 생산한다. 이 구리합 금 봉재는 단조처리 후 냉각채널이 있는 내측구 조물로 가공된다. 이러한 제조공정을 고려하여 구리합금 봉재의 길이방향과 반경방향으로 나타 날 수 있는 재료의 이방성을 확인하고자 구리합 금 봉재를 횡 방향 및 종 방향으로 가공하여 판 재형의 시편으로 제작하였다. 봉재에서 판재로의 제작은 와이어 커팅(wire cutting) 방법으로 두께 2.0 mm로 절단하였다. Fig. 2에 구리합금 봉재를 이용하여 시편을 제작하는 형상을 나타내었다. 와이어 커팅으로 절단된 시편은 표면이 평탄하기 않기 때문에 평탄도와 표면조도 상태를 맞추기 위하여 추가적인 연마를 실시하였다. 시편은 종 방향 및 횡 방향 시편 모두 길이와 폭이 170 mm로 동일하고 폭의 크기에 따라 25 mm, 50 mm, 55 mm, 75 mm, 120 mm, 125 mm, 135 mm, 170 mm의 총 8가지 형태로 제작하였다. 일 반적으로 재료의 성형성을 평가하기 위하여 위에 서 언급한 시편들을 제작하여 시험을 수행하여 재료에 대한 성형한계도를 얻으나 본 연구에서는 돔 장출 시험에 사용되는 위의 시편들뿐만 아니 라 다른 두 가지 종류의 시편들을 추가

로 제작하여 시험을 수행 하였다. 추가 제작 시 편의 첫 번째 종류의 시편 형상을 Fig. 3에 나타 내었다. 이 시편들은 위에서 언급한 일반적으로 사용되는 돔 장출 시험용 시편들의 시험 결과 폭 이 100 mm 이하의 시편들에서는 돔 장출 시험 이 완료되기 전에 블랭크 홀더 근처에서 시편에 네킹이 발생되어 시험을 성공적으로 완료할 수 없었다. 따라서 블랭크 홀더 근처에서 이러한 현 상이 발생되지 않도록 시편의 폭이 50 mm, 75 mm, 그리고 100 mm인 시편들은 직사각형 형상 에서 Fig. 3의 형상으로 바꾸어 제작하고, 돔 장 출 시험을 수행하였다. 그러나 이 시편 또한 블 랭크 홀더 근처에서 시편에 네킹이 발생되어 인 장-압축 상태의 성형 한계 변형률 데이터를 얻지 못하였다. 이러한 이유로 Fig. 4에 나타낸 것과 같은 시편을 추가로 제작하여 인장시험을 수행하 였다. 재료의 성형한계도를 얻기 위하여 돔 장출 시험이나 에릭슨 시험(Erichsen test) 등을 사용하

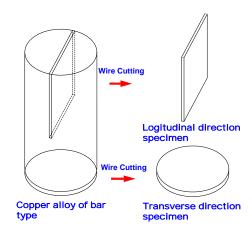


Fig. 2. Manufacturing method of specimen

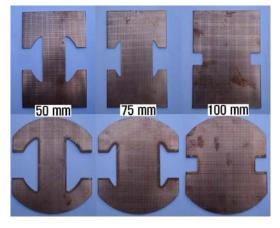


Fig. 3. Configuration of modified specimens

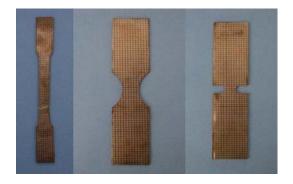


Fig. 4. Configuration of in-plane test specimens

지만 시편 제작 및 시험의 편리성 때문에 인장시 편 형상의 시편을 이용하여 성형한계 데이터를 얻을 수 있다[16-18]. 본 연구에 사용된 구리합금 의 경우 돔 장출 시험으로 재료의 인장-압축 상 태의 성형한계 변형률 데이터를 얻지 못하였기 때문에 또 다른 방법으로 인장시편 형태[18]로 시편을 제작하여 인장시험을 수행하였다.

## 2.3 시험 절차

본 연구에서 돔 장출 시험은 오하이오 주립대 (Ohio State University)[19]에서 제안한 직경이 101.6 mm인 반구형의 편치와 관련된 치구들을 사용하여 수행하였다. 시편의 폭이 120 mm 이상의 시편들은 위의 반구형 편치를 이용하여 시험을 수행하였으며, 인장시험용 시편은 인장 시험기를 이용하여 수행하였다. Fig. 5에 돔 장출 시험에 사용한 치구들의 형상을 나타내었다.

돔 장출 시험은 먼저 가공이 완료된 시편을 다이(die)의 표면에 올려놓고 블랭크 홀더(blank holder)를 이용하여 20 kN의 힘으로 시편을 눌 러 고정시킨다. 모든 시편의 표면에는 시험 후

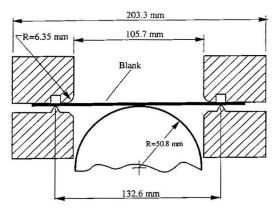


Fig. 5. Configuration of dome stretching test tools

변형된 형상을 측정하기 위하여 2.5×2.5 mm 크 기의 사각형 격자(grid)를 실크스크린 인쇄(silk printing) 방법으로 시편의 한쪽 면에 프린트하였 다. 시편을 블랭크 홀더로 고정한 후 반구형의 돔을 유압장치를 이용하여 상부로 밀어 올린다. 돔 장출 시험에서 돔이 유압의 힘으로 상부로 움 직일 때 시편에 네킹 또는 크랙이 발생되면 시험 을 중지한다. 시험 후 시편에 프린트된 정사각형 의 격자는 변형에 의하여 정사각형이 직사각형 형상으로 변화된다. 시험이 완료된 각각의 시편 에 대하여 네킹이 발생한 영역과 그 주변에 있는 변형된 격자 형상에서 주 변형률(major strain)과 부 변형률(minor strain)을 측정한다. 시험 후 시 편에서 변형률 측정에는 격자 패턴 분석기(grid pattern analyzer)를 사용하였다. 폭이 170 mm의 시편에서는 두께 2.0 mm의 우레탄과 그리스를 이용하여 돔과의 마찰을 감소시켜 2축 인장 모드 (balanced biaxial tension mode)의 변형률 상태 를 얻었다. 돔 장출 시험의 시편에서 윤활제를 사용하면 마찰력이 감소하여 더 높은 변형률에서 네킹이 발생하여 2축 인장 상태의 변형률을 얻을 수 있다[7, 20].

#### 2.4 결과 및 검토

성형한계 곡선은 판재가 변형되었을 때 국부 네킹(localized necking)이 발생되는 변형률 상태 를 의미한다. 따라서 성형한계도에서 성형한계 곡선보다 상부에 있는 모든 변형률 상태들은 판 재가 변형되어 네킹이 발생되었거나 파손되었음 을 나타내며, 하부의 변형률 상태는 판재가 네킹 또는 파손이 발생하지 않고 변형된 상태를 나타 낸다. 돔 장출 시험에서 시편의 폭이 가장 큰 170.0 mm에서 시편의 폭이 점점 감소함에 따라 2축 인장상태에서 평면인장(plane strain)과 인장-압축의 상태로 변화한다[7]. 시험 후 시편에서 주 변형률과 부 변형률은 초기 변형 전 2.5×2.5 mm 크기의 정사각형 격자가 변형 후 얼마만큼 변화 하였는지 그 변화된 형상을 측정하여 결정한다. 돔 장출 시험용 직사각형 형상의 시편을 제작한 후 시험하였을 때 폭이 100 mm 이하의 시편은 블랭크 홀더 근처에서 파손이 발생하여 한계 변 형률 데이터를 얻을 수 없었다. 이 시편들의 시 험 후 네킹이 발생된 형상은 Fig. 6에 나타내었 다. 기존의 폭이 작은 직사각형 형상의 시편들로 부터 인장-압축 한계 변형률 상태를 얻을 수 없 었기 때문에 블랭크 홀더부의 크기를 증가시킨 시편을 제작하여 추가적으로 시험을 수행하였다. 그러나 브랭크 홀더부의형상을 변화시킨 시편 또

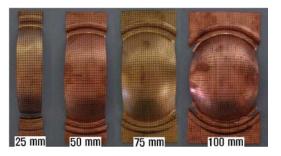


Fig. 6. Failure configuration of rectangular specimens

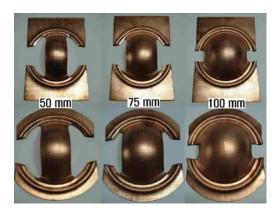


Fig. 7. Configuration of modified specimens after test

한 Fig. 7에 나타내었듯이 시편의 블랭크 홀더 근처에서 파손이 발생되어 돔 장출 시험을 완료 할 수 없었다.

액체로켓 연소기의 벌징 노즐은 두께가 얇은 실린더 형상의 구조물이 콘(cone) 또는 벨(bell)의 형상으로 변형되기 때문에 인장과 압축 변형률 상태가 나타난다. 따라서 벌징노즐의 구조설계를 위해서는 재료에 대한 인장-압축 상태의 한계변 형률 데이터가 필요하다. 이러한 이유 때문에 Haroldo 등이[18] 제시한 인장시편 형태의 시편 을 제작하고, 인장시험을 통하여 한계변형률 데 이터를 얻었다.

Fig. 8과 9는 횡 방향과 종 방향 시편의 돔 장출 시험과 인장시험 후 시편들의 형상을 보여준다. Fig. 10과 11은 돔 장출 시험과 인장시험으로얻은 성형한계도이다. 시험 후 시편에서 네킹 또는 파손된 영역에 있는 격자들로부터 얻은 데이터는 넥(Neck or Crack)으로 나타내었으며, 그이외의 영역에서 얻는 데이터는 비 파손(Safe)으로 나타내었다. Fig. 10과 11에서 나타내었듯이시편의 폭이 120 mm, 135 mm, 그리고 170m

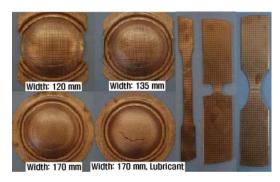


Fig. 8. Configuration after dome stretching and tension test of the transverse specimens

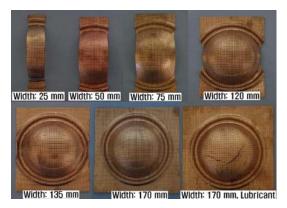


Fig. 9. Configuration after dome stretching test of the longitudinal specimens

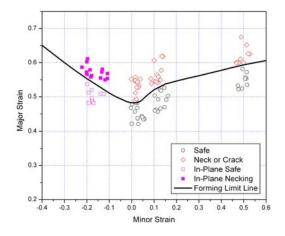


Fig. 10. FLD of the longitudinal direction specimens

의 시편에서는 돔 장출 시험으로 한계변형률 데 이터를 얻어 비 파손과 넥 또는 크렉으로 나타내 었으며, 인장시험형 시편에서 얻은 데이터는 평

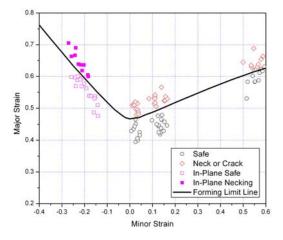


Fig. 11. FLD of the transverse direction specimens

면 비 파손(In-plane Safe)과 평면 네킹(In-plane Necking)으로 나타내었다. 벌징 전 실린더 형상 의 내측구조물이 노즐 형상으로 변형되면 벌징된 노즐의 최대 직경확대비에 따라 구조물의 변형률 크기가 달라진다. 벌징 후 벌징노즐의 끝단은 직 경이 더 큰 노즐 구조물과 용접으로 연결된다. 만약 벌징노즐의 최대 직경확대비가 작으면 작을 수록 연소기 챔버에서 열 하중이 가장 큰 노즐목 에 가까운 쪽에서 벌징노즐 끝단이 다른 노즐 구 조물과 용접으로 조립된다. 벌징노즐 끝단은 용 접이 가능하도록 설계되기 때문에 냉각채널 리브 가 존재하지 않는다. 따라서 이 부분은 구조적으 로 취약하며, 용접부이기 때문에 용접결함 또한 존재할 수 있다. 이러한 이유 때문에 벌징노즐 끝단부가 노즐목에서 가능한 멀리 떨어질수록 열 하중과 연소실 내부 압력이 작아져서 구조적으로 안정하게 작동할 수 있다. 따라서 벌징노즐의 최 대 직경확대비를 재료의 성형성을 고려하여 가능 한 크게 설계하는 것이 좋다. 그러나 만약 설계 된 노즐의 벌징 후 변형률 상태가 Fig. 10과 11 에 나타낸 성형한계곡선의 상부에 존재한다면 벌 징된 노즐에 네킹 또는 파손이 발생함을 의미한 다. 따라서 벌징 후 구조물의 모든 변형률 상태 가 본 연구에서 얻은 성형한계도에서 비 파손 영 역에 위치하도록 벌징노즐의 최대 직경확대비를 재료의 성형성을 고려하여 설계해야 한다.

본 연구에서 사용한 구리합금의 시험 결과 인장-인장 영역에서 종 방향 시편의 최대 주 변형률과 부 변형률은 58.2%와 51.5%이며 횡 방향시편에서는 62.3%와 58.6%로 나타났다. 인장-압축 영역에서 종 방향 시편의 최대 주 변형률은 58.1%이며, 최대 부 변형률은 19.9%이다. 횡 방

향 시편의 경우에는 최대 주 변형률이 60.5%이며 최대 부 변형률은 25.8%를 보여주었다. 이러한 결과들로부터 최대 주 변형률 값은 종 방향과횡 방향 시편에서 차이가 매우 작았으나, 최대부 변형률 값은 인장-인장 영역에서 횡 방향 시편이 종 방향 시편에 비하여 13.8% 더 크게 나타났으며, 인장-압축 영역에서는 횡 방향 시편에서 최대부 변형률 값이 종 방향 시편에 비하여 29.6% 더 크게 나타났다. 이러한 결과는 구리합금 재료를 봉 형상으로 제조할 때 행하는 단조공정에서 발생한 재료의 이방성에 기인한 것으로판단된다. 따라서 향후에 생산하는 구리합금 재료에서는 재료에 이방성이 발생되지 않도록 단조공정을 개선하고, 그 결과는 추가적인 돔 장출시험으로 확인할 예정이다.

### Ⅲ. 결 론

액체로켓 연소기 재생냉각 챔버의 제작에 사용 되는 구리합금의 성형성을 평가하고자 돔 장출 시 험과 인장시험을 수행하여 구리합금에 대한 성형 한계도를 획득하였다. 인장-인장 변형률 상태는 돔 장출 시험 결과로부터 데이터를 획득하였으나, 폭이 작은 돔 장출 시험용 시편에서는 시험 데이 터를 얻지 못하여 인장-압축의 변형률 상태는 단 순 인장용 인장시편을 추가로 제작하여 필요한 데 이터를 획득하였다. 시험 결과 횡 방향 시편의 최 대 부 변형률이 종 방향 시편보다 크게 나타나 최 대 주 변형률에 비하여 최대 부 변형률이 재료의 방향성에 더 큰 영향을 받는 것으로 나타났다. 본 연구에서 얻은 구리합금의 성형 한계도는 액체로 켓 연소기 재생냉각 챔버 노즐의 설계에 매우 중 요한 데이터로 활용될 것이다. 향후에는 인장-인 장 영역의 한계 변형률 데이터처럼 돔 장출 시험 으로 인장-압축 상태의 한계변형률을 얻을 수 있 도록 시편의 형상이나 관련 치구들에 대한 연구가 추가적으로 필요할 것으로 판단된다.

# 후 기

본 연구는 기초기술연구회의 지원으로 수행한 "터보펌프 방식 액체엔진 성능향상 연구"의 연구 결과 중 일부입니다.

#### 참고문헌

1) Z. R. Wang, Dai Kun, and Fang Yi, "The method of the principal shear stress tracing

- line and its application in the flaring and expanding of a thin-walled tube with a conical punch", Journal of Material Processing Technology, Vol. 70, 1997, pp. 220-227
- 2) Z. C. Sun and H. Yang, "Free deformation mechanism and change of forming mode in tube inversion under conical die", Journal of Meterials Processing Technology, Vol. 177, 2006, pp. 171-174
- 3) M. L. Alves, and et. al, "End forming of thin-walled tubes", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 177, 2006, pp. 183-187
- 4) Yuung-Hwa Lu, "Study of tube flaring ratio and strain rate in the tube flaring process", Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 40, 2004, pp. 305-318
- 5) Y. -M. Huang and Y. -M. Hung, "Elasto-plastic Finite-Element Analysis of the Axisymmetric Tube Flaring Process with Conical Punch", International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 18, 2001, pp. 390-398
- 6) You-Min Huang and Yuung-Ming Huang, "An Elasto-Plastic Finite Element Analysis of the Axisymmetrical Tube-Nosing Process with a Conical Tool", Key Engineering Materials, Vols. 233-236, 2003, pp. 371-376
- 7) T. Daxner, F. G. Rammerstorfer, F. D. Fischer, "Instability phenomena during the conical expansion of circular cylindrical shells", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. Vol. 194, 2005, pp. 2591-2603
- 8) F. D. Fischer, F. G. Rammerstorfer, T. Daxner, "Flaring-An analytical approach", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 48, 2006, pp. 1246-1255
- 9) S. P. Keeler and Backofen, "Plastic Instability and Fracture in Sheets Stretched over Rigid Punches", Transaction of the ASM, Vol. 56, 1963, pp. 25-48
- 10) V. M. Nandedkar and K. Narasimhan, "Measurement of strain heistrory during the stretching of forming-grade sheets", Journal of Material Processing Technology, Vol. 89-90, 1999, pp. 24-29
- 11) Siegfried S. Hecker, "Simple technique for determining forming limit curves", Sheet Metal Industries, 1975, pp. 671-676

- V. Buakaew, S. Sodamuk and S. 12) Sirivedin, "Formability Prediction of Limit Automotive Parts Using Forming Diagrams", Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, Vol. 1, 2007, pp. 691-698
- 13) Fahrettin Ozturk and Daeyong Lee, "Experimental and numerical analysis of out-of-plane formability test", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 170, 2005, pp. 247-253
- 14) A. R. Ragab, "Forming Limit Curves: Out-of-plane and In-plane Stretching", Journal of Mechnical Working Technology, Vol. 6, 1982, pp. 267-276
- 15) M. M. Moshksar, S. Mansorzadeh, "Determination of the forming limit diagram for Al 3105 sheet", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 141, 2003, pp. 138-142
- 16) Takaaki IGUDHI, "Ductile Forming Limit Stress in Sheet Forming Processes with Nonlinear Strain Path Involving Out-of-plane Forming", ISIJ International, Vol. 47, 2007, pp. 502-509

- 17) Takaaki IGUCHI and Jun YANAGIMOTO, "Measurement of Ductile Forming Limit in Non-linear Strain Paths and Anisotropic Yield Conditions for 11% Cr Steel Sheets", ISIJ International, Vol. 47, 2007, pp. 122-130
- 18) Haroldo Beria Campos and et al., "Theorical and experimental determination of the forming limit diagram for the AISI 304 stainless steel", Journal of Material Processing Technology, Vol. 179, 2006, pp. 56-60
- 19) J. K. Lee, G. L. Kinzel and R. H. Wagoner(Eds), "NUMISHEET '96 3rd Int. Conference on Numerical Simulation of 3-D sheet Metal Forming Processes, Verification of Simulation with Experiments", 29 September 3' October 1996, Dearborn, Michigan
- 20) M. Aghaie-Khafri and R. Mahmudi, "Predicting of plastic instability and forming limit diagrams", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 46, 2004, pp. 1289-1306