

램파의 분산성과 파 반사가 시간반전과정에 미치는 영향의 이해

Understanding the Effects of the Dispersion and Reflection of Lamb Waves on a Time Reversal Process

박 현 우† 김 승 범* 손 훈**

Park, Hyun Woo Kim, Sung Bum Sohn, Hoon

(논문접수일 : 2008년 10월 17일 ; 심사종료일 : 2008년 12월 19일)

요 지

이 연구에서는 얇은 판형구조물의 손상탐지에 널리 사용되어오는 램파에 시간반전(time reversal)개념의 적용성을 이론적으로 규명한다. 고전적 시간반전 음향학에 의하면, 센서에서의 출력신호를 시간영역에서 반전 후 재입사시켜 원래의 가진점으로 돌려보내면, 그 가진점에서 원래 입력신호가 복원된다. 그러나 램파에 시간반전과정을 적용하게 되면 램파 고유의 분산성과 판 경계에서의 파 반사로 인해 시간반전성이 복잡한 양상을 띠게 된다. 이러한 램파의 시간반전성을 보다 잘 이해하기 위해 이 연구에서는 램파의 시간반전과정을 이론적으로 규명한다. 특히, 램파의 내부모드분산, 다중모드분산, 그리고 판 경계면에서의 램파의 반사가 시간반전성에 미치는 영향을 정식화하였다. 간단한 수치예제를 통해 이 연구에서 제시된 이론적 발견들의 타당성을 검증한다.

핵심용어 : 램파, 시간반전과정, 시간반전성, 내부모드분산, 다중모드분산, 파 반사, 구조물건전성감시, 능동탐지

Abstract

This study investigates the applicability of the time reversal concept in modern acoustics to the Lamb waves, which have been widely studied for defect detection in plate-like structures. According to conventional time reversal acoustics, an input signal can be reconstructed at an excitation point if an output signal recorded at another point is reversed in the time domain and emitted back to the original source point. However, the application of a time reversal process(TRP) to Lamb wave propagations is complicated due to velocity and amplitude dispersion characteristics of Lamb waves and reflections from the boundaries of a structure. In this study, theoretical investigations are presented to better understand the time reversibility of Lamb waves. In particular, the effects of within-mode dispersion, multimode dispersion, amplitude dispersion, and reflections from boundaries on the TRP are theoretically formulated. Simple numerical case studies are conducted to validate the theoretical findings of this study.

Keywords : *Lamb wave, time reversal process, time reversibility, within-mode dispersion, multimode dispersion, wave reflection, structural health monitoring, active sensing*

1. 서 론

최근 센서기술, 정보통신기술, 고성능 컴퓨터기술의 발전에 힘입어 기계구조물, 항공구조물을 비롯하여 장대 교량과 초고층 빌딩 등의 주요 사회기반시설들에 대한 구조물건전성감시(structural health monitoring) 연구가 활발히 진행되고 있

다(Sohn 등, 2003; Johnson 등, 2004). 특히, Lead Zirconate Titanium(일명 PZT) 또는 Macro Fiber Composite(Smart, 2008)와 같이 구조물의 가진(actuation)과 탐지(sensing)를 동시에 가능케 하는 센서기술이 발달함에 따라 판 구조물에서 램파(Lamb wave)를 이용한 구조물 손상탐지방법 개발에 관심이 고조되고 있다.

† 책임저자, 정희원 · 동아대학교 토목공학과 조교수

Tel: 051-200-7630 ; Fax: 051-201-1419

E-mail: crimsi@gmail.com

* 한국과학기술원 토목환경공학과 부교수

** Arizona State University, Dept. of Mechanical and Aerospace Eng., Postdoctoral Research Associate

• 이 논문에 대한 토론을 2009년 4월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2009년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

램파는 윗면과 아랫면을 자유경계면으로 갖는 평면변형상태의 판에 발생하는 유도파(guided wave)의 일종이다(Viktorov, 1967; Rose, 1999). 구조물의 고유모드 또는 고유진동수와 같은 저주파수 대역 동적 특성보다 램파와 같은 고주파수 대역 유도파가 구조물에 발생한 균열과 같은 국부적 손상에 대해 민감하게 반응하는 것으로 알려져 있다(Rose, 1999). 최근 램파를 이용한 판 구조물의 손상탐지에 대한 이론 및 실험 연구들이 매우 활발히 진행되고 있다(Moulin 등, 1997; Giurgiutiu, 2003; Kessler 등, 2003; Paget 등, 2003; Scalea 등, 2004; Sohn 등, 2004; Giurgiutiu, 2005; Su 등, 2006; Raghavan 등, 2007).

램파를 이용한 판 구조물의 손상진단에서 가장 먼저 염두에 두어야 할 문제는 램파의 고유한 특성인 분산성(dispersion)이다. 램파의 분산성은 크게 두가지로 나눌 수 있다. 첫째, 램파에 포함되어 있는 여러 주파수 성분들이 서로 다른 속도로 진행함으로써 원래 입력파형과 비교했을 때 진행파형이 계속 달라지는 속도분산(velocity-dispersion)이다. 둘째, 입사파의 입력 주파수가 증가함에 따라 여러 개의 대칭, 비대칭 모드가 동시에 발생하게 되는 다중모드(multi-mode) 특성이다. 램파의 분산성 때문에 손상진단을 위한 파 분석 과정에서 파의 변화가 손상에 의한 것인지 분산성에 의한 것인지 판단하기 어렵다(Rose, 1999).

이러한 문제를 해결하기 위해 연구자들은 웨이브렛과 같은 시간-주파수 신호처리과정을 이용하여 램파의 분산효과를 배제시킨 손상특성을 추출하고 기존의 손상이 없는 상태에서 추출된 기저(baseline) 데이터와 비교하여 구조물 손상여부를 판단했다(Paget 등, 2003; Sohn 등, 2004; Raghavan 등, 2007). 그러나, 현장에서는 온도 또는 상시하중과 같은 변동성 때문에 과거 기저 데이터를 현재 구조물에서 취득된

데이터와 비교하여 구조물의 손상을 판별할 때 오류가 발생할 가능성이 높다(Sohn, 2007).

기저데이터에 근거한 구조물 건전성 감시기법의 한계를 극복하기 위해 시간반전법을 이용한 구조물 손상진단기법에 대한 연구들이 수행되어 왔다(Park 등, 2007; Sohn 등 2007a; 2007b). 이 손상진단기법의 근간이 되는 시간반전과정(time reversal process; TRP)의 기본 개념은 현대 시간반전 음향학(time reversal acoustics; TRA)에서 찾을 수 있다(Fink 1999; Fink 등, 2001). 시간반전음향학에 의하면 가진점에서 입력된 신호가 매질에서 전파되어 다른 지점에서 응답신호가 기록되었을 때, 그 응답신호를 기록된 시간순서의 역순으로 뒤집어서 다시 가진점으로 돌려보내게 되면 원래의 입력신호를 그대로 복원할 수 있다. 이를 체적파(body wave)의 시간반전성(time reversibility; TR)이라고 일컫는다(Fink 등, 1999). 이론적으로 시간반전성은 파 전달의 상반성(reciprocity)과 시간불변성(time-invariance)에 의해 나타나는 현상이다.

그림 1(a)에서는 시간반전과정을 이용한 구조물 손상 탐지의 개념을 나타내고 있다. 먼저, 구조물의 한 지점의 능동 센서(PZT A)에서 기저의 특정 입력파를 생성시켜서 구조물에 가해주면, 다른 지점의 센서(PZT B)에서 응답신호를 측정하게 된다. 만일 구조물에 손상이 없는 경우, PZT B에서 측정된 응답신호를 측정된 시간순서의 역순으로 뒤집어서 다시 PZT A로 돌려보내게 되면 파의 시간반전성에 의해서 그림 1(b)와 같이 원래의 입력신호와 시간반전과정을 통해 복원된 신호가 정확하게 일치하게 된다. 만약 구조물에 균열과 같은 손상이 있는 경우 같은 과정을 반복하게 되면 파의 시간반전성이 깨지면서 그림 1(c)와 같이 입력신호와 복원신호가 달라진다. 이것은 균열과 같은 손상에 의해 파 전달문제

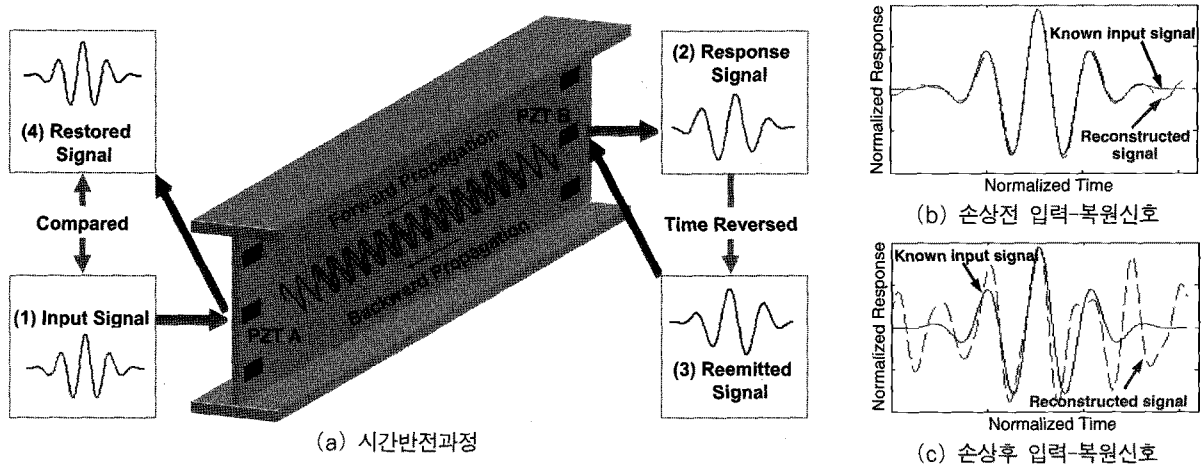


그림 1 구조물 손상진단을 위한 시간반전과정의 적용 개념도: (a) 시간반전과정의 개념도; (b) 손상전의 원 입력신호(실선)과 복원신호(파선)의 비교; (c) 손상후의 원 입력신호(실선)과 복원신호(파선)의 비교

가 비선형 문제로 바뀌면서 공간적 상반성이 위배되기 때문에 발생하는 현상이다(Kazakov 등, 2002). 따라서 기지의 입력신호와 시간반전과정을 통해 복원된 신호를 직접 비교함으로써 과거의 기지 데이터를 참조하지 않고 구조물의 손상을 추정할 수 있다(Sohn 등, 2007b).

그림 1과 같이 시간반전과정을 이용한 판 구조물의 손상 진단기법의 정립을 위해서는 먼저 램파 고유 특성들을 고려한 시간반전성에 대한 이론적인 검증이 필요하다. 특히, 램파가 가지고 있는 속도 및 크기 분산성, 다중 모드, 판 구조물 경계면에서의 반사 등이 램파의 시간반전성에 미치는 영향이 이론적으로 규명되어야 한다(Kim 등, 2005).

이 연구에서는 판 구조물의 손상탐지에 널리 사용되어 온 램파에 현대음향학의 시간반전 개념의 적용성을 이론적으로 규명한다. 특히, 시간반전성이 잘 정립된 체적파에 존재하지 않는 램파만의 고유특성이 시간반전성에 미치는 영향을 이론적으로 규명한다. 또한, 능동탐지(active sensing)를 이용한 수치모의 실험을 상용해석프로그램을 통해 수행하고 그 결과들을 제안된 램파의 시간반전성 이론과 비교·분석한다.

2. 램파의 분산특성

체적파와 유도파와 같은 탄성파는 다음의 Navier식을 지배방정식으로 갖는다(Fung, 1965).

$$(\lambda + \mu)\nabla\nabla \cdot \mathbf{u} + \mu\nabla^2 \mathbf{u} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (1)$$

여기서, λ 와 μ , \mathbf{u} , ρ 는 각각 Lamé constant, 변위벡터, 재료밀도를 나타내고 ∇ 와 $\nabla \cdot$ 는 그레디언트와 다이버전스 연산자를 의미한다.

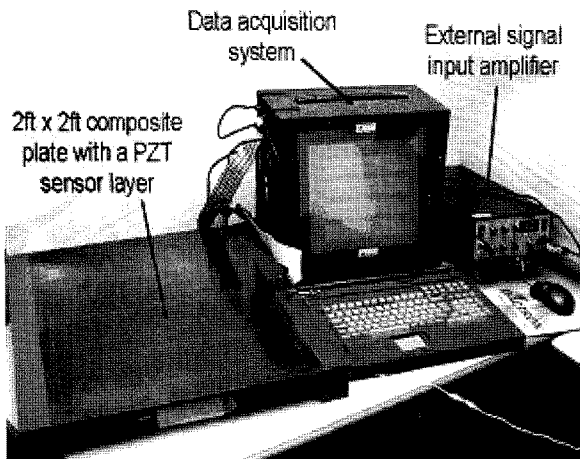


그림 2 능동탐지기법과 램파를 이용한 합성판의 손상탐지 (Sohn 등, 2004)

체적파는 경계가 없는 무한체 내부에서 전달되는 탄성파인 반면 유도파는 판과 같은 유한체의 경계면을 따라서 전달되는 탄성파이다. 램파는 대표적인 유도파로서 상하면 자유경계를 갖는 평면변형조건의 판에 발생한다(Viktorov, 1967). 능동 센서 기술의 발달에 힘입어 효과적인 램파의 생성과 탐지가 가능해지면서 그림 2와 같이 항공분야에서 널리 사용되는 합성판의 손상탐지에 램파를 활용하기 위한 연구가 활발히 진행되어 왔다(Giurgiutiu, 2003; Scalea 등, 2004; Sohn 등, 2004; Su 등, 2006; Raghavan 등, 2007). 램파는 양쪽의 자유경계면에 의해서 구속된 상태로 유도되어 전파되기 때문에 파의 감쇠에 크게 영향을 받지 않고 상당한 거리를 진행할 수 있다(Rose, 1999). 이렇게 램파가 먼 거리까지 전달될 수 있을 뿐만 아니라, 미세 손상에 대해서도 민감하게 반응하기 때문에 손상진단 분야에서 각광을 받고 있다.

체적파와 달리, 램파 전달은 분산성 때문에 복잡한 양상을 띠게 된다. 이론적으로 분산성은 두께 $2h$ 인 무한판에서 생길 수 있는 대칭 및 역대칭 모드로 정의되는 다음의 Rayleigh-Lamb 방정식을 통해 알 수 있다(Viktorov, 1967).

$$(k^2 + s^2)^2 \cosh(qh) \sinh(sh) - 4k^2 qs \sinh(qh) \cosh(sh) = 0 \quad (2)$$

$$(k^2 + s^2)^2 \sinh(qh) \cosh(sh) - 4k^2 qs \cosh(qh) \sinh(sh) = 0 \quad (3)$$

여기서 $q^2 = k^2 - k_t^2$ 이고 $s^2 = k^2 - k_l^2$ 이다. 또한, k 는 파수(wave number)를 의미하고 k_t 와 k_l 는 종방향과 횡방향 모드에 대응하는 파수이다. 램파의 고유특성을 반영하는 분산곡선은 입력주파수-판두께 곱과 군속도(group velocity) C_g 에 대해 표현될 수 있다(그림 3).

$$C_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (4)$$

여기서, ω 는 각진동수이다.

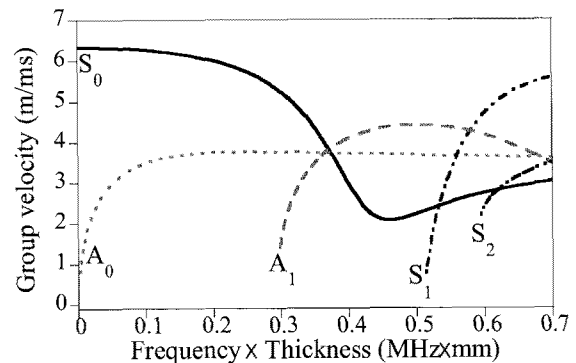


그림 3 램파의 분산 및 다중모드특성을 나타내는 전형적인 분산곡선

그림 3에서는 두개의 서로 다른 램파의 분산성을 보여준다. 첫 번째 분산성은 하나의 단일 램파모드에서 발생하는 속도분산이다. 이후부터 이를 “내부모드분산”(within-mode dispersion 혹은 group velocity dispersion)이라고 부른다. 내부모드분산은 단일모드 파가 입력 주파수에 따라 다른 속도로 전파되는 주파수 의존성에 의해 발생하고 결국 파가 진행함에 따라 각기 다른 주파수로 이루어진 파 성분들이 서서히 분리되어 퍼져나가게 된다. 두 번째 분산성은 다중 파 모드간에 발생하는 속도분산으로서 “다중모드분산”(multimode dispersion 혹은 modal dispersion)이라고 일컫는다. 이 다중모드분산은 한 특정 주파수에 대해서 서로 다른 속도로 진행되는 다른 모드들이 존재하기 때문에 발생한다. 따라서, 입력신호를 특정 주파수에서 주입시키면 서로 다른 속도로 전파되는 여러 모드들의 영향으로 파 진행시 파 성분들로 분리되게 된다. 마지막으로 램파의 크기 감소현상으로 이 역시 주파수 의존적인 특징을 가지는데, 이를 “진폭분산”(amplitude dispersion)이라고 일컫는다. 이러한 램파가 가지는 세가지의 독특한 분산특성에 의해 램파의 시간반전성은 복잡한 양상을 띠게 된다(Kim 등, 2005).

3. 램파 전달문제에서 시간반전과정

파 분산이 없는 체적파에 대한 시간반전과정은 이론적으로 잘 정립되어 있으나, 램파에서 시간반전과정에 대한 연구는 아직 새로운 분야이다(Ing 등, 1996; 1998a; 1998b). 램파의 분산성과 다중모드 특성 때문에 램파의 시간반전과정과 시간반전성은 체적파처럼 단순하게 표현되지 않는다. 이 때문에 램파에 시간반전과정을 적용시킬 때 여러 가지 한계가 발생한다(Kim 등, 2005).

시간반전과정에서는 시간반전시킨 응답신호를 재입사시켜서 입력신호가 입사된 원래의 가진점으로 돌려보내게 된다. 따라서, 단일 센서로 구조물에 사용자가 원하는 입력신호를 입사시키는 동시에 구조물 응답신호(출력신호)를 측정할 수

있는 능동탐지기법을 활용하면 시간반전과정을 효과적으로 수행할 수 있다. 이 연구에서는 그림 4와 같이 능동탐지기법을 이용한 시간반전과정을 주파수영역에서 정식화한다.

PZT 소자의 압전성(piezoelectricity)에 의해, 전기적 전압 $V(\omega)$ 가 PZT에 가해지게 되면 PZT는 이를 역학적인 변형 $\varepsilon(\omega)$ 으로 전환시키게 되는데 그 관계는 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\varepsilon(\omega) = k_a(\omega)V(\omega) \tag{5}$$

여기서 ω 와 $k_a(\omega)$ 는 각각 각진동수와 전기-역학적 효율계수(electro-mechanical efficiency coefficient)를 나타낸다(Wang 등, 2003).

한편, PZT에 변형이 발생하면 압전효과에 의해서 변형에 대응하는 전압이 발생한다. PZT에서 발생한 변형에 의해 전압이 유도되는 관계는 역학-전기적 효율계수(mechanical-electro efficiency coefficient) $k_s(\omega)$ 로 나타낸다. 식 (5)의 모든 변수들은 각진동수에 의해서 표현되기 때문에 설명상의 편의를 위해 이후 특별한 언급이 없는 한 각진동수 ω 는 생략하기로 한다.

그림 4(a)와 같이 PZT A에 입력전압이 가해지게 되면 PZT B에서 발생하는 응답전압은 다음과 같이 표현된다.

$$V_B = k_s G k_a V_A \tag{6}$$

여기서 G 는 PZT A에서 유발된 입력 변형도와 PZT B에서 발생한 응답 변형도 간의 관계를 나타내는 주파수 영역에서의 전달함수로서 PZT와 판의 기하형상과 물성치에 의해 결정된다(Park 등, 2007). PZT A에서의 입력전압 V_A 는 먼저 k_a 를 통해서 역학적 변형으로 바뀌게 된다. 그리고 이에 대응하는 PZT B에서의 응답변형이 k_s 를 통해서 PZT B에서의 응답전압 V_B 로 변환된다(그림 4(b)).

시간반전과정의 두 번째 단계에서는 측정된 응답전압 V_B 가 시간영역에서 역순으로 뒤집힌다(그림 4(c)). 시간영역에서의 역순으로 뒤집는 과정은 주파수영역에서 켈레복소수(complex conjugate)로 나타낼 수 있다. 마지막으로 시간반전된 V_B 는 PZT B에 가해지고 이에 대응하는 응답이 PZT A에서 측정된다(그림 4(d)). PZT A에서 마지막으로 측정된 응답전압을 이 연구에서는 “복원신호”로 명명한다. PZT A에서의 복원신호 V_R 는 다음과 같이 표현된다.

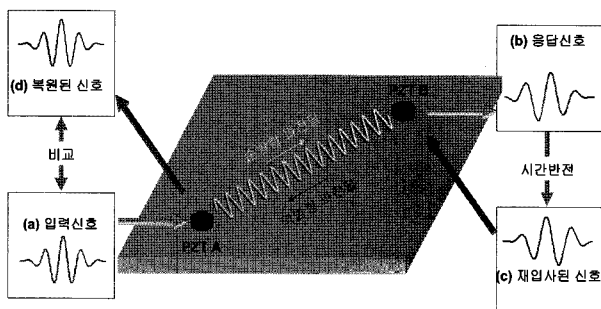


그림 4 능동탐지기법을 이용한 판에서의 램파 시간반전과정 (Park 등, 2007)

$$V_R = k_s G k_a V_B^* \quad (7)$$

여기서 위첨자 *는 변수의 켈레복소수를 나타낸다. 식 (7)에서 사용된 전달함수 G 는 탄성파의 상반원리에 따라서 식 (6)에서의 전달함수와 같다고 가정한다. 식 (6)을 식 (7)에 대입하면 복원신호 V_R 은 원 입력신호 V_A 에 대해 다음과 같이 표현된다.

$$V_R = k_s G k_a V_B^* = k_s G k_a k_s^* G^* k_a^* V_A^* = I K K^* V_A^* \quad (8)$$

여기서 $K = k_s k_a$ 이고 I 는 시간반전연산자로서 $I = G G^*$ 로 정의된다.

만일 시간반전연산자 I , 전기-역학적계수 k_a 와 역학-전기적계수 k_s 가 관심주파수대역에서 일정하다고 가정할 수 있다면, 식 (8)은 복원신호 V_R 이 원 입력신호 V_A 의 파형과 비교했을 때 시간상으로 반전되어 있고 크기의 배율만 다르다는 것을 보여준다. 다시 말해서, 시간반전과정을 통해 생성된 "복원신호"는 원 입력신호와 파형이 닮은꼴이라는 것을 식 (8)을 통해 알 수 있다.

현실적으로 램파의 시간반전연산자는 주파수에 따라 변화한다(Park 등, 2007). 따라서 램파의 경우 복원신호는 원 입력신호와 같게 되기 어렵다. 다음 장에서는 램파만이 가지는 각각의 독특한 특성들이 시간반전과정에 미치는 영향을 개념적으로 기술하고 이를 이론적으로 규명하기 위한 방법을 기술한다.

4. 램파의 시간반전과정 정식화

4.1 주파수 의존성

Park 등(2007)은 합성판에서 램파의 시간반전성을 민들린(Mindlin) 판이론(Mindlin, 1951)에 기초하여 연구한 바 있다. 램파의 진폭분산 때문에 그림 5와 같이 시간반전연산자는 주파수에 따라서 변화하는 값을 갖게 되고 각각 다른 주파수 대역의 파 성분들이 시간반전과정에서 서로 다른 크기로 증폭되게 된다. 이러한 진폭분산의 영향으로 입력신호가 다양한 주파수성분들로 이루어진 광대역(broadband) 신호일 경우에 시간반전과정을 통해 구한 복원신호가 원래의 입력신호대로 재구성될 수 없다.

Park 등(2007)은 그림 6의 수치 예제를 통해 시간반전과정에서 협대역 입력신호를 사용하는 이론적 근거를 제시하였다. 예제에서는 민들린 판이론을 사용하여 1차 역대칭 모

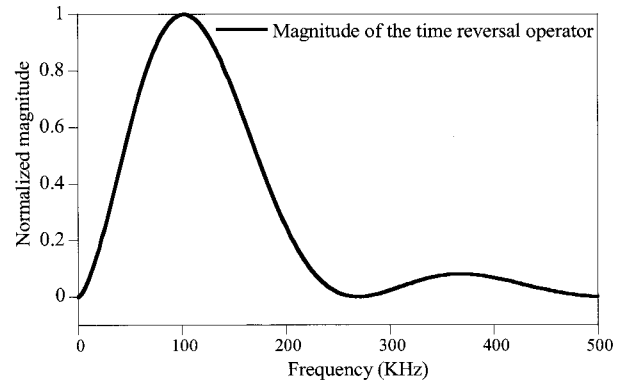


그림 5 1차 역대칭모드의 기준화된 시간반전연산자 (Park 등, 2007)

드 램파만을 모사하였다. 광대역 입력신호와 협대역 입력신호가 시간반전과정에 미치는 영향을 보이기 위해 광대역 입력신호로는 가우시안 펄스(gaussian pulse)(그림 6(a))를 사용하였고 협대역 입력신호로는 100kHz 톤버스트(tone burst)(그림 6(d))를 사용하였다. 입력 및 출력 PZT의 간격은 5m로 설정하였는데, 이렇게 함으로써 램파의 모드내 분산을 PZT B에서 확연하게 관찰할 수 있다(그림 6(b), (e)). 모드내 분산이 충분히 발생한 응답신호를 시간영역에서 역순으로 뒤집고 입력 PZT지점으로 판을 통해 되돌려 보냈을 때 모드내 분산성이 복원됨을 확인할 수 있다(그림 6(c), (f)).

단일 램파 모드에 있는 파 성분들은 내부모드분산 때문에 일부는 탐지지점에 빨리 도착하고 일부는 늦게 도착하게 된다. 한편, 시간반전과정을 통해 탐지지점에 빨리 도착한 파 성분들은 원 입력지점으로 늦게 보내지게 되고, 반대로 늦게 도착한 파 성분들은 빨리 보내지게 된다. 이 과정을 통해서 서로 다른 속도로 전달되는 모든 파 성분들이 시간반전과정을 거치면서 원 입력지점에 동시에 수렴하게 되고 내부모드에 대한 분산이 보상되게 된다.

그러나, 진폭분산성 때문에 원래 입력신호 파형이 가우시안 펄스가 사용되었을 때는 시간반전과정에서 완벽하게 복원되지 않고 있음을 확인할 수 있다(그림 6(c)). 이 현상은 가우시안 펄스의 다양한 주파수 성분들이 시간반전과정에서 서로 다르게 증폭되어 중첩됨으로써 발생한 것이다. 한편, 톤버스트가 사용된 경우 제한된 좁은 주파수 대역에서의 시간반전연산자는 거의 일정하기 때문에 원 입력신호와 복원신호가 일치함을 확인할 수 있다(그림 6(f)).

이 연구에서는 시간반전과정의 주파수 의존성을 최소화하기 위해 Park 등(2007)이 사용한 협대역 입력신호를 사용한다.

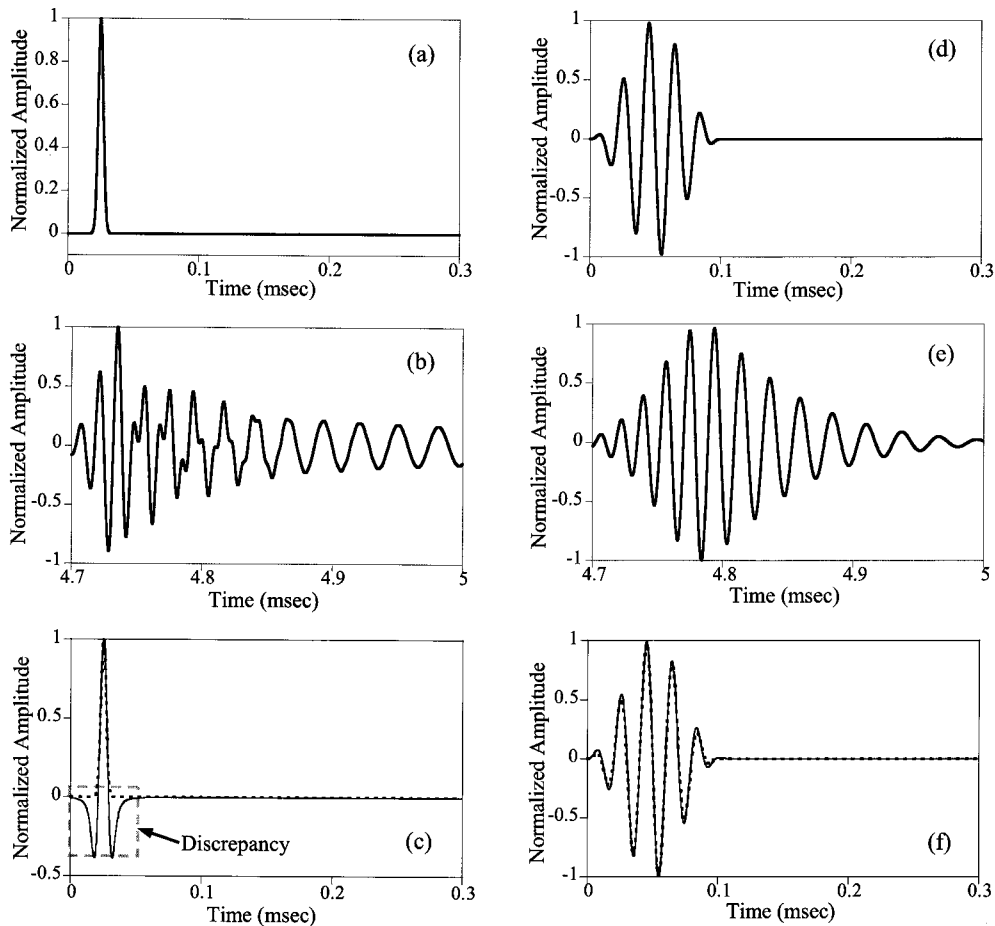


그림 6 협대역과 광대역 입력신호를 사용한 시간반전과정을 수치 모사한 예 (a) 광대역입력신호-가우시안 펄스 (b) 응답신호- 가우시안 펄스 (c) 원 입력신호(점선)과 복원신호(실선) - 가우시안 펄스 (d) 협대역입력신호-100kHz 톤버스트 (e) 응답신호-100kHz 톤버스트 (f) 원 입력신호(점선)과 복원신호(실선) - 100kHz 톤버스트(Park 등, 2007)

4.2 내부모드분산에 의한 영향

이 장에서는 설명상의 편의를 위해 4.1 절에서 소개한 협대역 입력신호에 의해서 생성된 1차 대칭 및 역대칭모드 램파의 내부모드분산이 시간반전과정에 미치는 영향에 대해 기술한다. 4.3절에서 여러 개의 대칭 및 역대칭 모드의 램파가 존재하는 다중모드분산이 시간반전과정에 주는 영향을 상세히 설명한다.

단일 대칭/역대칭 모드의 진폭과 내부모드분산을 고려하여 식 (6)의 전달함수 G 를 다음과 같이 간략하게 표현할 수 있다(Wilcox 등, 2000).

$$G = c \exp(-ikr) \quad (9)$$

여기서 c 는 각각 특정 모드에서 진폭분산함수를 나타내고, r 은 입력 및 출력 PZT 중심간의 거리를 나타낸다. 식 (9)를 식 (8)의 시간반전연산자에 입력하면 시간반전연산자를 다음

과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Gamma = GG^* = [c \exp(-ikr)][c^* \exp(ikr)] = cc^* \quad (10)$$

식 (10)에서 램파의 내부모드분산을 나타내는 $\exp(-ikr)$ 항이 시간반전과정에서 상쇄되므로 진폭감쇠에 대한 영향만 남게 되는 것을 알 수 있다. 식 (10)을 식 (8)에 대입하게 되면 원 입력신호와 복원신호의 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_R = cc^* KK^* V_A^* \quad (11)$$

중심주파수 $\bar{\omega}$ 를 가지는 협대역 톤버스트를 사용하게 되면 진폭 분산 함수와 전기-역학적 전도함수를 관심대역상에서 일정하다고 가정할 수 있다. 따라서, 시간영역의 복원신호는 식 (11)에 역푸리에 변환을 취함으로써 다음과 같이 계산

할 수 있다.

$$V_R(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V_R \exp(i\omega t) d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} cc^* KK^* V_A^* \exp(i\omega t) d\omega \approx \bar{C} \bar{K} V_A (T-t) \quad (12)$$

여기서 $\bar{C} = c(\bar{\omega})c^*(\bar{\omega})$, $\bar{K} = K(\bar{\omega})K^*(\bar{\omega})$ 이고 T 는 측정된 복원신호의 지속시간을 나타낸다.

단일 램과 모드에 관한 식 (12)는 시간반전과정을 통해 얻어진 복원신호가 식 (8)과 마찬가지로 원 입력신호 대비 시간상으로 반전되어 있고 크기의 배율만 바뀐 상태라는 것을 보여준다. 따라서, 단일모드의 내부모드분산은 시간반전과정을 통해 완벽하게 보상되기 때문에 시간반전성에 영향을 미치지 않음을 확인할 수 있다.

4.3 다중모드 분산에 의한 영향

그림 7은 램과의 다중모드분산이 시간반전과정에 어떤 영향을 주는지 보여준다. 여기서 S_0 와 A_0 는 각각 램과의 첫 번째 대칭 및 역대칭 모드를 나타낸다. 그림 7(a)에서 협대역 입력신호는 S_0 와 A_0 만 생성시키고 A_0 보다 S_0 가 파 속도가 빠르다고 가정하였다. 그림 7(d)의 ' S_0/S_0 '와 ' A_0/S_0 '는 그림 7(c)에서 PZT B에 입사된 S_0 에 의해 발생한 S_0 와 A_0 를 각각 의미한다. ' A_0/A_0 '와 ' S_0/A_0 '도 마찬가지로 방법으로 정의할 수 있다. 그림 7(d)에서 알 수 있듯이, ' S_0/S_0 '와 ' A_0/A_0 '는

원 입력신호의 파형과 일치하는 복원신호인 반면에, ' A_0/S_0 '와 ' S_0/A_0 '는 각각 좌우에 대칭이 되는 위치에서 복원되는 신호임을 알 수 있다.

그림 7에서 다중모드분산이 시간반전과정에 미치는 영향을 고려해서 복원된 신호를 다음과 같이 네개의 모드 중첩으로 표현할 수 있다.

$$V_R(t) = v_R^{SS}(t) + v_R^{AA}(t) + v_R^{SA}(t) + v_R^{AS}(t) \quad (13)$$

여기서 $v_R^{SA}(t)$ 는 위에서 설명한 것과 같이 시간반전과정에서 복원된 신호들 가운데 순방향으로 역대칭 모드로 진행된 파에 의해 발생된 대칭모드 복원 신호를 나타낸다. $v_R^{SS}(t)$, $v_R^{AA}(t)$, 그리고 $v_R^{AS}(t)$ 들도 이와 유사한 방법으로 정의된다. 식 (8)의 시간반전연산자 T 도 식 (13)의 복원된 신호들에 포함된 대칭 모드와 역대칭 모드에 대응되도록 분해할 수 있다.

$$\Gamma = \gamma^{SS} + \gamma^{AA} + \gamma^{SA} + \gamma^{AS} \quad (14)$$

여기서 γ^{SA} 는 시간반전과정에서 식 (13)의 $v_R^{SA}(t)$ 에 대응하는 시간반전연산자를 나타낸다. γ^{SS} , γ^{AA} , 그리고 γ^{AS} 도 유사한 방법으로 정의된다.

먼저 대칭 모드 신호들간의 결합(coupling)효과에 의해 발생하는 $v_R^{SS}(t)$ 와 γ^{SS} 에 대해 자세히 기술하고 다른 대칭 모드와 역대칭 모드간의 결합효과에 대해 확장시켜 설명한다. 여기서 설명의 편의를 위해 위첨자 S 는 이 장의 마지막에 모든 다중 모드간의 결합효과에 대한 설명을 하기 전까지는 생략하기로 한다. 대칭 모드간의 결합효과를 고려하면 식 (10)은 다음과 같이 확장시켜 나타낼 수 있다.

$$\gamma = \sum_{p=1}^{n_S} \sum_{q=1}^{n_S} g_p g_q^* \quad (15)$$

여기서 g_p 는 p 번째 대칭 모드의 전달함수를 나타내고 n_S 는 주어진 가진 각진동수 $\bar{\omega}$ 에서 발생하는 총 대칭모드의 개수를 나타낸다.

식 (9)와 유사하게 전달함수 g_p 는 크기와 내부모드 분산에 대한 함수로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$g_p = c_p \exp(-ik_p r) \quad (16)$$

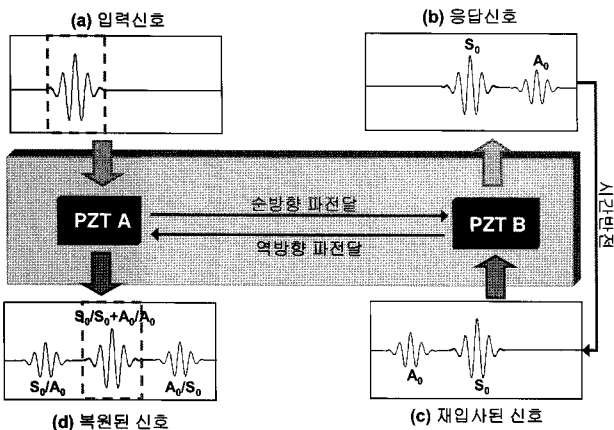


그림 7 다중모드분산이 시간반전과정에 미치는 영향 개념도: (a) PZT A에서 협대역 톤버스트 입력신호 주입; (b) A_0 와 S_0 가 PZT B에서 측정됨; (c) PZT B의 응답신호를 시간반전을 통해 PZT A로 되돌려 보냄; (d) 원 입력신호의 주 첨부(peak)에 해당하는 부분에 $S_0/S_0 + A_0/A_0$ 가 양옆에 S_0/A_0 와 A_0/S_0 와 함께 발생

여기서 c_p 와 k_p 는 p 번째 대칭 모드에 대응되는 진폭분산 함수와 파수를 나타낸다. 식 (16)을 식 (15)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \gamma &= \sum_{p=1}^{n_s} \sum_{q=1}^{n_s} g_p g_q^* = \sum_{p=1}^{n_s} \sum_{q=1}^{n_s} c_p c_q^* \exp[i r(k_p - k_q)] \\ &= \sum_{p=1}^{n_s} \sum_{q=1}^{n_s} C_{pq} \exp(i\theta_{pq}) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 $\theta_{pq} = r[k_p - k_q]$ 와 $C_{pq} = c_p c_q^*$ 이다. 따라서 대칭 모드들 간의 결합효과에 의해 발생하는 복원신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v_R = \Gamma K K^* V_A^* = \sum_{p=1}^{n_s} \sum_{q=1}^{n_s} C_{pq} \exp(i\theta_{pq}) K K^* V_A^* \quad (18)$$

원래 입력 신호가 중앙 각진동수 $\bar{\omega}$ 를 가지는 협대역 톤 버스트일 때 식 (12)와 유사한 방법으로 식 (18)에 역 푸리에 변환을 적용하면 다음과 같이 시간영역에서 복원된 입력 신호를 구할 수 있다.

$$v_R(t) = \sum_{p=1}^{n_s} \sum_{q=1}^{n_s} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{C}_{pq} \bar{K} V_A^* \exp[i(\theta_{pq} + \omega t)] d\omega \quad (19)$$

여기서 $\bar{C}_{pq} = c_p(\bar{\omega}) c_q^*(\bar{\omega})$ 와 $\bar{K} = K(\bar{\omega}) K^*(\bar{\omega})$ 이다. 식 (19)에서 θ_{pq} 는 $p=q$ 일 때 0이므로 식 (19)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} v_R(t) &= V_A(T-t) \sum_{p=1}^{n_s} \bar{C}_{pp} \bar{K} + \\ &\sum_{p=1}^{n_s} \sum_{q=1}^{n_s} (1 - \delta_{ij}) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{C}_{pq} \bar{K} V_A^* \exp[i(\omega t + \theta_{pq})] d\omega \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 δ_{pq} 는 $p \neq q$ 일 때 0이 되고 $p=q$ 일 때 1이 되는 크로넥커 델타를 나타낸다.

식 (20)의 적분은 해석적으로 직접 구할 수 없는 형태이다. 따라서 식 (20)의 근사값을 구하기 위해 입력 각진동수 $\bar{\omega}$ 의 부근에서 1차항까지 테일러 전개를 수행하여 θ_{pq} 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_{pq} &= \theta_{pq}(\bar{\omega}) + \left. \frac{d\theta_{pq}}{d\omega} \right|_{\omega=\bar{\omega}} (\omega - \bar{\omega}) + \text{H.O.T.} \\ &\approx \theta_{pq}(\bar{\omega}) + \left. \frac{d\theta_{pq}}{d\omega} \right|_{\omega=\bar{\omega}} (\omega - \bar{\omega}) \end{aligned} \quad (21)$$

각진동수 $\bar{\omega}$ 에서 파수 k 와 군속도 w , 그리고 위상속도 v 간의 관계식을 사용하면 식 (21)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\theta_{pq} \cong \bar{\omega} \bar{t}_{pq} + \omega \bar{i}_{pq} \quad (22)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{t}_{pq} &= \left\{ \left[\frac{r}{v_p(\bar{\omega})} - \frac{r}{w_p(\bar{\omega})} \right] - \left[\frac{r}{v_q(\bar{\omega})} - \frac{r}{w_q(\bar{\omega})} \right] \right\}, \\ \bar{i}_{pq} &= \left[\frac{r}{w_p(\bar{\omega})} - \frac{r}{w_q(\bar{\omega})} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$$d\omega = w_p(\omega) dk_p, \quad \omega = v_p(\omega) k_p \quad (24)$$

식 (22)-(24)를 사용하여 식 (20)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} v_R(t) &= \sum_{p=1}^{n_s} \bar{C}_{pp} \bar{K} V_A(T-t) + \\ &\sum_{p=1}^{n_s} \sum_{q=1}^{n_s} (1 - \delta_{pq}) \bar{C}_{pq} \bar{K} \{ \exp(i\bar{\omega} \bar{t}_{pq}) V_A [T - (t + \bar{i}_{pq})] \} \end{aligned} \quad (25)$$

식 (25)의 우변의 첫번째 항은 서로 같은 모드($p=q$)에 대응되는 복원 신호의 경우 순방향 파전달 과정에서 발생하는 모드내 분산과 다중모드 분산 효과가 시간반전을 거쳐 역방향 파전달 과정에서 완전히 제거되므로 원래 입력신호와 같은 파형으로 입력이 가해진 시간과 동일한 시간대에 모이는 현상을 나타내고 있다. 한편 우변의 두번째 항은 두개의 상이한 모드($p \neq q$)가 각각 서로 다른 속도로 시간반전과정에서 순방향과 역방향으로 전달될 때 입력신호가 가해진 시간대를 중심으로 \bar{i}_{pq} 만큼 떨어진 지점에서 파의 에너지가 모이는 측파대(sideband)를 생성시키는 현상을 나타낸다. 여기서 시간 \bar{i}_{pq} 는 식 (23)에 나타난 것과 같이 p 번째와 q 번째 모드의 군속도로부터 결정된다. 두번째 항에 포함된 $\exp(i\bar{\omega} \bar{t}_{pq})$ 는 p 번째 q 번째 모드의 군속도와 위상속도로부터 계산되는 값으로 측파대의 크기와 위상을 결정한다. 또한 식 (23)에서 $\bar{t}_{pq} = -\bar{t}_{qp}$ 와 $\bar{i}_{pq} = -\bar{i}_{qp}$ 가 성립해야 하므로 입력 신호가 가해진 시간대에 생성된 주 복원신호를 중심으로

로 축파대가 항상 양쪽 대칭으로 발생하게 된다. 이러한 축파대의 대칭성은 구조물 형상이나 PZT 소자의 대칭성과 관계 없이 항상 성립해야 한다는 점을 주목하자.

식 (25)를 유도하는 과정과 유사하게 식 (13)의 다른 항들도 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$v_R^{SA}(t) = \sum_{p=1}^{n_s} \sum_{q=1}^{n_A} \bar{C}_{pq}^{SA} \bar{K} \{ \exp(i\bar{\omega} \bar{\tau}_{pq}^{SA}) V_A [T - (t + \bar{\tau}_{pq}^{SA})] \} \quad (26)$$

$$v_R^{AS}(t) = \sum_{p=1}^{n_A} \sum_{q=1}^{n_s} \bar{C}_{pq}^{AS} \bar{K} \{ \exp(i\bar{\omega} \bar{\tau}_{pq}^{AS}) V_A [T - (t + \bar{\tau}_{pq}^{AS})] \} \quad (27)$$

$$v_R^{AA}(t) = \sum_{p=1}^{n_A} \bar{C}_{pp}^{AA} \bar{K} V_A (T - t) + \sum_{p=1}^{n_A} \sum_{q=1}^{n_A} (1 - \delta_{pq}) \bar{C}_{pq}^{AA} \bar{K} \{ \exp(i\bar{\omega} \bar{\tau}_{pq}^{AA}) V_A [T - (t + \bar{\tau}_{pq}^{AA})] \} \quad (28)$$

여기서 위첨자 S 와 A 는 대칭과 역대칭 모드를 나타내고 n_A 는 가진 각진동수에서 역대칭 모드의 총 개수를 나타낸다. 식 (26)과 (27)에서 v_R^{SA} 와 v_R^{AS} 는 식 (25)와 다르게 입력 신호가 가해진 시간대에 복원되는 신호가 없고 축파대에서만 추가적으로 신호가 재구성되는 것을 알 수 있다. 식 (28)의 v_R^{AA} 는 식 (25)와 마찬가지로 입력신호가 가해진 시간대에 입력신호와 같은 파형이 완벽하게 재구성되고 축파대에서도 입력신호가 복원되고 있다. 식 (25)~(28)으로부터 여러 대칭 및 역대칭 모드가 존재하더라도 시간반전과정에서 복원되는 입력신호는 항상 입력신호가 가해진 시간대를 기준으로 대칭이 됨을 알 수 있다.

4.4 경계면의 반사에 의한 영향

그림 8은 구조물 경계에서의 파 반사가 시간반전과정에서 어떻게 영향을 주는지 보여주는 개념도이다. 설명상의 편의를 위해서 입력신호에 의해 단일모드의 램파가 발생한다고 가정한다. 파의 진행경로에 따른 파의 종류는 PZT A와 B 간에 직접 전달되는 파를 순방향의 경우 '경로1', 역방향의 경우 '경로3'이라고 한다. 한편, PZT A와 B 지점 사이를 경계면을 거쳐 우회하는 파를 순방향의 경우 '경로2', 역방향의 경우 '경로4'로 표시한다. 따라서, 그림 8(d)의 '경로 1&3'과 '경로2&4'는 각각 '경로 1'과 '경로3', '경로 2'와 '경로4'를 경유해서 PZT A에 원 입력신호의 파형과 일치하는 파군이다. 한편, '경로 2&3', '경로1&4'는 각각 '경로 2'와 '경로3', '경로1'과 '경로4'를 경유해서 PZT A에 도착한 복원신호로서

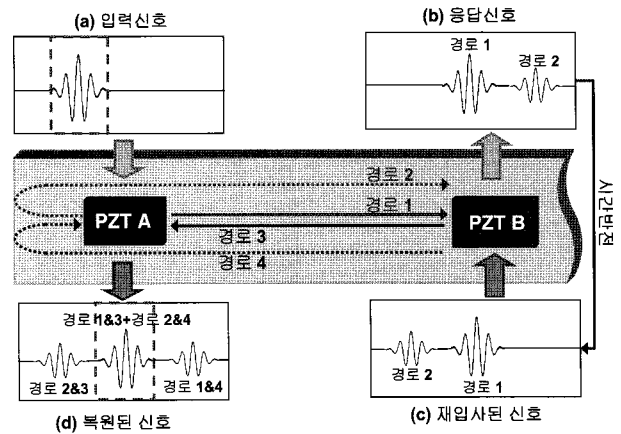


그림 8 파 반사가 시간반전과정에 미치는 영향 개념도: (a) PZT A에서 입력신호 주입; (b) 경로1과 2를 통해 전달된 파가 PZT B에서 측정됨; (c) PZT B의 응답신호를 시간반전을 통해 PZT A로 되돌려 보냄; (d) 경로에 따라 원 입력신호의 첨부에 1&3+2&4경로를 지나간 파가 모이고 양옆에 각각 1&4경로와 2&3경로를 지나간 파가 발생.

원 입력신호의 좌우에 대칭으로 나타나는 복원신호임을 알 수 있다. 여기서 유의할 점은 파 반사에 의해 시간반전과정의 복원신호의 대칭성은 파 경계면의 기하학적 대칭성과 관계없이 항상 성립한다는 점이다. 그림 8의 예는 판의 경계면에서만 한번 파 반사가 발생하는 것으로 가정한 것으로 반사파의 개수가 증가할 수록 더 많은 축파대가 발생하게 된다.

파 반사가 시간반전과정에 미치는 영향을 일반화시키기 위해 식 (8)의 시간반전연산자를 가진 PZT와 탐지 PZT 사이에 발생하는 반사파들과 관련 지어 다음과 같이 분해할 수 있다.

$$\Gamma = G G^* = \sum_{i=1}^{n_R} \sum_{j=1}^{n_R} g_i g_j^* \quad (29)$$

여기서 아래첨자 i 와 j 는 각각 i 번째와 j 번째 반사파 경로를 나타내고 n_R 과 g_i 는 총 반사파 경로의 개수와 i 번째 반사파 경로와 관련된 전달함수를 표시한다.

임의의 단일모드 램파의 진폭분산과 내부모드분산을 고려하여 g_p 를 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$g_i = c \exp(-ikr_i) \quad (30)$$

여기서 r_i 는 i 번째 반사파가 가진 PZT에서 탐지 PZT까지 이동하는 총 길이를 나타낸다. 또한 식 (30)의 g_i 는 임의의 단일모드에 대한 전달함수이고 모든 반사파 경로에 대해 일정한 진폭분산과 내부모드분산 특성을 갖게 되므로 수식 전개 편의상 각각 c 와 k 로 나타낸다. 식 (30)를 식 (29)에

대입하면 식 (29)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \Gamma &= \sum_{i=1}^{n_R} \sum_{j=1}^{n_R} g_i g_j^* = \sum_{i=1}^{n_R} \sum_{j=1}^{n_R} cc^* \exp[ik(r_i - r_j)] \\ &= \sum_{i=1}^{n_R} \sum_{j=1}^{n_R} C \exp(i\theta_{ij}) \end{aligned} \quad (31)$$

여기서 $\theta_{ij} = k[r_i - r_j]$ 이고 $C = cc^*$ 이다. 식 (31)에서 여러 반사와 경로를 거쳐 복원된 입력 신호를 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$V_R = \Gamma K K^* V_A^* = \sum_{i=0}^{n_R} \sum_{j=0}^{n_R} C \exp(i\theta_{ij}) K K^* V_A^* \quad (32)$$

식 (18)과 유사한 방법으로 식 (32)에 역 푸리에 변환을 취하게 되면 시간영역에서 재구성된 입력 신호를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} V_R(t) &= V_A(T-t) \sum_{i=1}^{n_R} \bar{C} \bar{K} + \\ &\sum_{i=1}^{n_R} \sum_{j=1}^{n_R} (1 - \delta_{ij}) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{C} \bar{K} V_A^*(\omega) \exp[i(\omega t + \theta_{ij})] d\omega \end{aligned} \quad (33)$$

식 (33)의 두번째 항이 $V_A(t)$ 에 대해 직접 표현될 수 없으므로 식 (21)~(24)와 동일한 방법으로 근사식을 구한다.

$$\begin{aligned} V_R(t) &= \sum_{i=1}^{n_R} \bar{C} \bar{K} V_A(T-t) + \\ &\sum_{i=1}^{n_R} \sum_{j=1}^{n_R} (1 - \delta_{ij}) \bar{C} \bar{K} \{ \exp(i\bar{\omega} \bar{t}_{ij}) V_A[T - (t + \bar{t}_{ij})] \} \end{aligned} \quad (34)$$

여기서

$$\bar{t}_{ij} = (r_i - r_j) \left[\frac{1}{v(\bar{\omega})} - \frac{1}{w(\bar{\omega})} \right], \quad \bar{t}_{ij} = \frac{(r_i - r_j)}{w(\bar{\omega})} \quad (35)$$

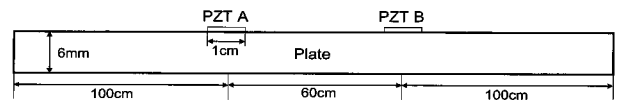
식 (34)는 식 (25)와 비교했을 때 여러 모드들에 대해 중첩되는 대신에 여러 반사와 경로들에 대해 중첩되는 것을 제외하고 완전히 동일한 형태를 가지고 있다. 따라서 판 경계에서 파 반사에 의해 여러 모드들에 의해 발생하는 것과 같은 형태의 측파대가 입력 신호가 가해진 시간대를 기준으로 대칭으로 발생하게 된다. 그러나 측파대의 대칭성은 반사파를 발생시키는 구조물의 경계의 대칭성과는 무관하다.

5. 수치모사 실험을 통한 검증

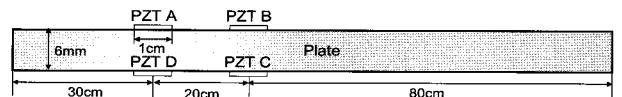
4장에서 기술된 램파의 내부모드분산과 다중모드분산, 그리고 파 반사가 램파의 시간반전성에 미치는 영향을 검증하기 위해 그림 9와 같이 PZT 소자가 부착된 평면변형 상태의 알루미늄 판에서 유한요소법을 이용하여 수치 모의 실험을 수행하였다. 먼저 그림 9(a)의 판 문제는 램파의 다중모드분산만이 램파의 시간반전성에 영향을 주고 판 경계에서 반사파가 시간반전과정에서 배제될 수 있도록 PZT소자와 판의 양쪽 경계 사이에 충분한 거리를 줬다. 한편, 그림 9(b)의 판 문제에서는 다중모드분산이 배제되고 판의 왼쪽 경계면에서의 파 반사만이 램파의 시간반전성에 영향을 미치도록 PZT 소자와 판의 오른쪽 경계 사이에 충분한 거리를 줬다. 램파를 발생시키는 PZT 소자는 모두 1cm길이의 PSI-5A4E형(Piezo, 2007) 으로 두께는 그림 9(a)와 그림 9(b)에서 각각 0.508mm와 0.127mm이다. 모든 PZT소자는 판의 윗면 또는 아랫면에 강접합 되었다고 가정하고 모델링 하였다.

수치 모의 실험을 위해 사용된 유한요소 모델링은 KISTI 슈퍼컴퓨팅센터의 IBM p595에서 설치된 ABAQUS 6.7-1 Standard를 이용해 수행하였다. 알루미늄 판은 1mm×1mm 8절점 이차 평면변형 고체 요소를 사용하였고 PZT 소자는 1mm×0.507mm(또는 1mm×0.127mm) 8절점 이차 평면 변형 압전 요소를 사용하였다. 시간영역에서 파전달 해의 수치 안정성을 위해 음해법(implicit time integration method)을 사용하였고 시간간격은 2.5×10^{-7} 초(4MHz)로 설정하였다. PZT 소자를 이루고 있는 요소들의 상부 절점들이 항상 서로 같은 전압을 가지도록 구속조건을 설정하였고 판과 강접합된 하부 절점들은 접지된 상태로서 전압이 0이 되도록 설정하였다.

각 수치모의 실험들에 대한 구체적인 설정에 대해서는 해당 절에서 기술하기로 한다.



(a) 램파의 다중모드분산이 시간반전성에 미치는 영향을 보기 위한 모델(여기서 PZT 두께: 0.507 mm)



(b) 램파의 반사파가 시간반전성에 미치는 영향을 보기 위한 모델(여기서 PZT 두께: 0.127 mm)

그림 9 PZT 소자 쌍이 부착된 평면변형상태의 알루미늄 판의 형상과 제원

5.1 램파의 다중모드분산이 시간반전성에 미치는 영향

그림 10의 분산곡선에서 S_0 모드와 A_0 모드만이 발생하도록 그림 11(a)와 같이 100kHz 협대역 톤버스트를 입력신호로 사용하였다. 그림 11(b)는 그림 9(a)의 PZT A에서 발생한 램파가 60cm 거리만큼 떨어진 PZT B에 도달하였을 때 PZT B에서 출력되는 응답신호를 나타낸 것이다. 그림 11(b)로부터 계산된 S_0 모드와 A_0 모드의 군속도는 각각 5.249m/msec

와 2.966m/msec로서 그림 11에 도시된 이론적 분산곡선의 군속도인 각각 5.308m/msec와 2.994m/msec와 1% 오차 범위 내에서 잘 일치하고 있다. 그러나 응답신호의 파형상은 주파수 성분에 따라 각각 다른 속도로 전파되는 내부모드 분산 특성 때문에 그림 11(a)의 원래 입력신호와 달라진 것을 알 수 있다.

램파의 다중모드분산이 시간반전과정에 미치는 영향을 보기 위해 시간반전에 사용된 응답신호를 그림 11(b)에 Case 1과 Case 2로 각각 표시하였다. Case 1은 PZT B의 응답신호 중 S_0 모드만 포함되는 0.19msec까지 사용한 반면 Case 2는 S_0 와 A_0 모드 모두 포함되도록 0.30msec까지 사용하여 시간반전과정을 수행하였다. 그림 11(c)는 Case 1과 Case 2에서 시간반전과정을 통해 PZT A에서 복원된 입력신호를 각각 나타냈다. 설명의 편의상 그림 11(c)의 Case 1과 Case 2의 복원신호에서 원래 입력신호의 중앙 최대값에 대응되는 시간을 0로 설정하였다. 식 (25)~(28)에 의해 Case 1과 Case 2에서 복원된 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

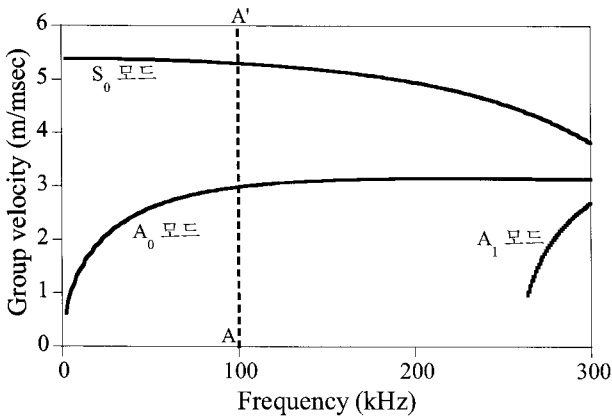
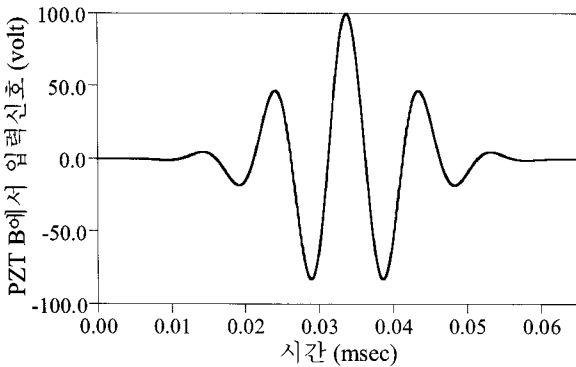
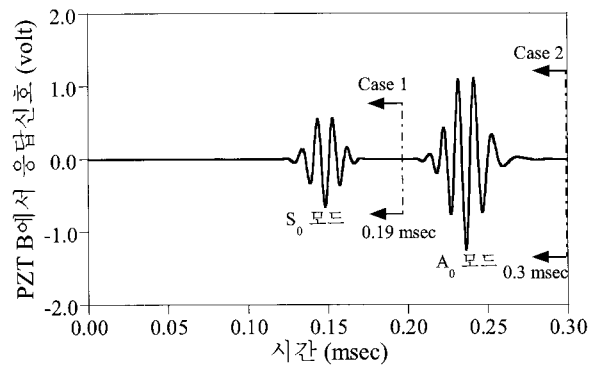


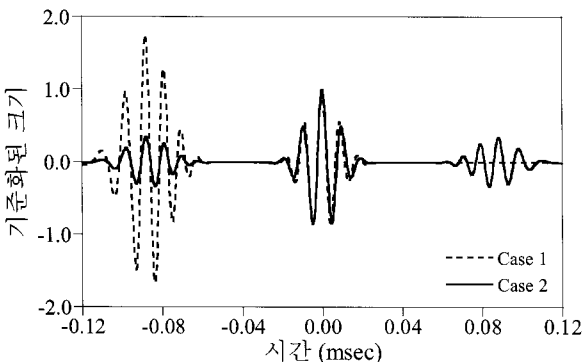
그림 10 두께 6mm 알루미늄 판의 주파수에 따른 분산곡선



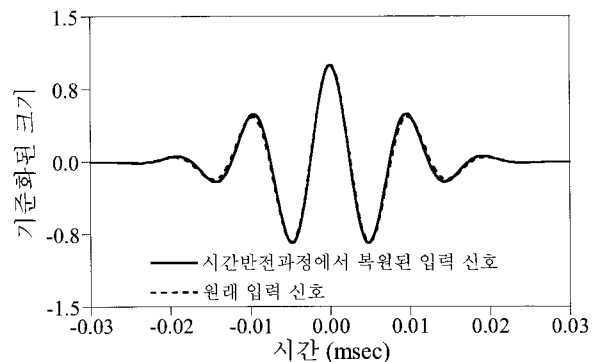
(a) PZT A에서 100kHz 톤버스트 입력신호



(b) PZT B의 응답신호



(c) 시간반전과정에서 PZT A에서 복원된 입력신호
(Case 1: 그림 11(b)의 S_0 모드만 사용한 경우;
Case 2: 그림 11(b)의 S_0 와 A_0 모드 모두 사용한 경우)



(d) 원 입력신호와 시간반전과정에서 복원된 신호의 주 모드 비교

그림 11 그림 9(a)의 모델에서 다중모드분산이 시간반전성에 미치는 영향에 대한 수치해석 결과

$$\text{Case 1 : } V_R(t) = \bar{C}_{11}^{SS} \bar{K} V_A(T-t) + \bar{C}_{11}^{SA} \bar{K} \exp(i\bar{\omega} \bar{\tau}_{11}^{SA}) V_A[T - (t + \bar{\tau}_{11}^{SA})] \quad (36)$$

$$\text{Case 2 : } V_R(t) = (\bar{C}_{11}^{SS} + \bar{C}_{11}^{AA}) \bar{K} V_A(T-t) + \bar{C}_{11}^{SA} \bar{K} \exp(i\bar{\omega} \bar{\tau}_{11}^{SA}) V_A[T - (t + \bar{\tau}_{11}^{SA})] + \bar{C}_{11}^{AS} \bar{K} \exp(i\bar{\omega} \bar{\tau}_{11}^{AS}) V_A[T - (t + \bar{\tau}_{11}^{AS})] \quad (37)$$

여기서 수식기호의 첫번째와 두번째 아래첨자는 각각 수식기호의 첫번째와 두번째 위첨자에 대응하는 모드의 차수를 나타낸다. 식 (36)과 (37)과 같이 수식기호의 아래첨자가 1인 경우 대응하는 위첨자에 따라 1차 대칭모드인 S₀모드 또는 1차 역대칭 모드인 A₀모드를 의미한다. 식 (36)의 첫번째 항은 그림 11(c)의 Case 1에서 t=0을 중심으로 복원된 입력신호이고 두번째 항은 시간축의 왼쪽으로 이동하여 발생한 측파대이다. 이론적으로 계산된 측파대의 중심까지의 시간은 식 (23)에 의해 $\bar{\tau}_{11}^{SA} = r(1/w_{S_0} - 1/w_{A_0}) = 0.6 \times (1/5.308 - 1/2.994) = -0.0874\text{msec}$ 로서 그림 11(c)에서 구한 -0.0882 msec와 1%오차 범위 이내에서 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 식 (37)의 첫번째 항은 그림 11(c)의 Case 2에서 t=0을 중심으로 복원되는 입력신호에 대응되고 두번째 항과 세번째 항은 각각 시간축의 왼쪽과 오른쪽으로 이동하여 발생한 측파대이다. 이론적으로 계산된 측파대의 중심까지의 시간은 식 (23)에 의해 절대값은 식 (36)의 경우와 일치하고 부호는 각각 반대임을 알 수 있다. 이 현상은 그림에서도 정확하게 반영되어 t=0을 기준으로 정확하게 측파대가 대칭인 쌍으로 나타나는 것을 알 수 있다.

그림 11(d)는 그림 11(c)의 Case 2에서 복원된 입력신호를 t=0 부근의 주모드(main mode)를 확대하여 그림 11(a)의 원 입력신호와 비교한 결과이다. 시간반전과정에서 복원된 입력신호의 형상과 원래 입력신호의 형상을 비교하기 위해 복원신호에서 원래 입력신호의 중앙 최대값에 대응하는 복원신호 값을 1로 기준화하였다. 그림 11(b)의 응답신호에서 볼 수 있었던 내부모드분산이 시간반전과정을 통해 소멸되어 원래 입력신호와 정확하게 일치하는 신호가 복원되는 것을 알 수 있다.

수치해석 결과로부터 4.3절에서 기술된 다중모드분산과 시간반전과정의 관계에 대한 이론적인 고찰이 실제 수치해석예제를 통해 타당한 것을 확인할 수 있었다. 결론적으로, 램파의 다중모드 특성과 관계 없이 그림 11(d)와 같이 원래 입력신호를 시간반전과정을 통해 정확하게 복원할 수 있음을 확인할 수 있었다. 또한, 복원된 입력신호를 기준으로 양쪽으

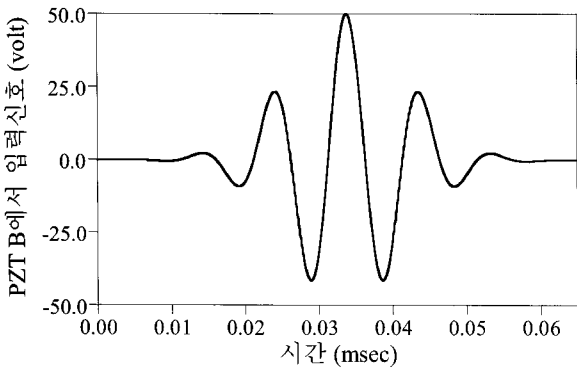
로 생기는 측파대들의 대칭성은 시간반전과정에서 대칭모드와 역대칭모드가 모두 포함되는 한 성립한다.

5.2 램파의 반사파가 시간반전성에 미치는 영향

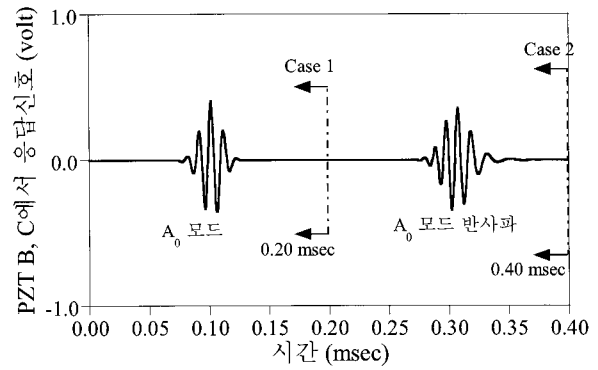
시간반전과정에서 다중모드의 간섭 없이 순수하게 단일모드에서 반사파만의 영향만을 보기 위해 그림 9(b)와 같이 가진점과 측정점에 대응하는 판의 윗면과 아랫면에 동일한 PZT 소자(PZT A, B, C, D)를 부착하였다. 먼저 전방향 파전달에서 협대역 톤버스트을 PZT A와 D에 동시에 가했을 때 S₀모드는 상쇄되고 A₀모드만 발생되도록 PZT A와 D 그리고 PZT B와 C가 전기적으로 분극(polarization)되는 방향을 같게 설정하였다(Kim 등, 2007). S₀모드 대신 A₀모드만을 발생하도록 각 PZT들의 분극을 설정한 것은 PZT경계에서 발생하는 파 반사의 영향이 S₀모드에 비해 A₀모드가 무시할 만큼 작기 때문이다. 이 경우 판의 왼쪽 경계면에서의 파 반사의 영향만을 분석하는 것이 용이하다. 전달된 A₀모드에 의해 PZT B와 C에서 수신된 응답신호를 시간반전 시킨 후 다시 PZT B와 C에 동시에 입사시키면 PZT A와 D에서 복원된 입력신호를 얻을 수 있다.

그림 12(a)는 시간반전과정의 전방향 전달에서 A₀모드만을 발생시키기 위해 PZT A와 D에 동시에 가해지는 100kHz 톤버스트 입력신호이다. 그림 12(b)는 그림 9(b)와 같이 PZT A와 D로부터 20cm 떨어진 PZT B와 C에서 수신된 응답신호를 나타낸다. 그림 12(b)에서 PZT A와 D로 부터 직접 전달된 A₀모드가 먼저 도착하고 PZT A와 B로부터 왼쪽으로 30cm 떨어진 판의 경계에서 반사되어 되돌아온 A₀ 모드 반사파가 그 다음 도착한다. 전달된 램파가 역대칭모드이고 PZT B와 C가 같은 분극방향을 가지므로 PZT B와 C에서 시간에 대해 완전히 동일한 응답신호를 얻을 수 있다(Kim 등, 2007). 직접 전달된 A₀모드가 도착한 시간과 거리를 이용하여 A₀모드의 속도를 계산하면 2.959m/msec로서 그림 11의 분산곡선에서 구한 이론적 속도 2.994m/msec와 1% 오차 범위 내에서 잘 일치함을 알 수 있다.

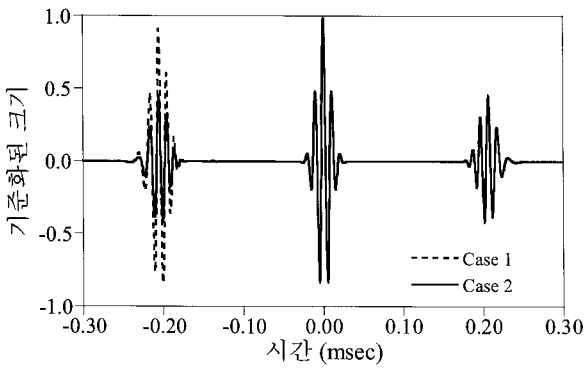
5.1절과 유사하게 램파의 반사파가 시간반전과정에 미치는 영향을 보기 위해 시간반전에 사용되는 응답신호를 그림 12(b)에 Case 1과 Case 2로 각각 표시하였다. Case 1은 PZT B와 C의 응답신호 중 A₀모드만 사용한 반면 Case 2는 A₀와 A₀모드 반사파 모두 사용한 것이다. 그림 12(c)는 Case 1과 Case 2에서 시간반전과정을 통해 PZT A와 D에서 복원된 입력신호이다. 설명의 편의상 그림 12(c)의 Case 1과 Case 2 모두 그림 12(a)의 원 입력신호의 중앙 최대값에 대응되는 시간을 0으로 놓고 설정하였다. 그림 12(c)의 Case 1에서 t=0



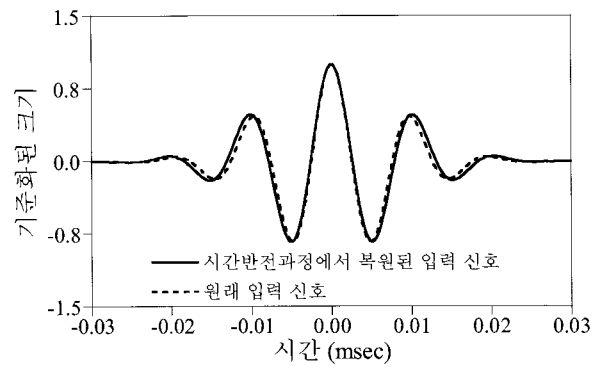
(a) PZT A와 D에 가해진 100kHz 톤버스트 입력신호



(b) PZT B와 C의 응답신호



(c) 시간반전과정에서 PZT A와 D에서 복원된 입력신호
 (Case 1: 그림 12(b)의 A₀ 모드만 사용한 경우;
 Case 2: 그림 12(b)의 A₀와 A₀ 반사파 모두 사용한 경우)



(d) 원 입력신호와 시간반전과정에서 복원된 신호의 주 모드 비교

그림 12 그림 9(b)의 모델에서 램파의 반사파가 시간반전성에 미치는 영향에 대한 수치해석 결과

을 중심으로 복원된 입력신호와 시간축의 왼쪽으로 이동하여 발생한 측파대를 볼 수 있다. 이론적으로 계산된 측파대의 중심까지의 시간은 식 (35)에 의해 $\bar{t}_{12} = (r_1 - r_2) / w_{s_0} = (0.2 - 0.8) / 2.994 = -0.2 \text{ msec}$ 로서 그림 12(c)에서 구간 -0.206 msec 와 3%오차에서 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그림 12(c)의 Case 2에서 $t=0$ 을 중심으로 복원되는 입력신호와 시간축의 왼쪽과 오른쪽으로 발생한 측파대를 관찰할 수 있다. 식 (35)에 의해 이론적으로 계산된 왼쪽 측파대의 중심까지의 시간은 Case 1에서 계산한 값과 일치하고 오른쪽 측파대의 경우 절대값이 같고 부호는 반대이다. 그림 12(c)의 Case 2에서 $t=0$ 을 기준으로 양쪽 측파대가 완전히 대칭이 되고 중심까지의 시간도 이론적으로 계산한 값과 일치하였다.

그림 12(d)는 그림 12(c)의 Case 2의 복원된 입력신호를 $t=0$ 부근의 주모드를 확대하여 그림 12(a)의 원 입력신호와 비교한 결과이다. 시간반전과정에서 복원된 입력신호의 형상과 원래 입력신호의 형상을 비교하기 위해 복원신호에서 원래 입력신호의 중앙 최대값에 대응하는 복원신호값을 1로 기준화하였다. 그림 11(d)와 마찬가지로 응답신호에서 볼 수 있었던 내부모드분산이 시간반전과정을 통해 소멸되어 원래 입력

신호와 정확하게 일치하는 신호가 복원되는 것을 알 수 있다.

이러한 수치해석 결과들로부터 4.4절에서 기술된 램파의 반사파와 시간반전과정의 상관관계에 대한 이론적 고찰이 실제 수치해석 예제를 통해 타당한 것을 확인할 수 있었다. 특히, 램파의 반사파와 관계없이 그림 12(d)와 같이 원래 입력신호를 시간반전과정을 통해 정확하게 복원할 수 있음을 확인할 수 있었다.

6. 결 론

이 연구에서는 램파의 고유의 특성들이 시간반전과정에 미치는 영향을 이론적으로 규명하였다. 특히, 시간반전과정을 통해 복원된 입력신호의 형상이 원래 입력신호의 형상과 잘 일치하는지의 여부를 중점적으로 다뤘다. 그 이유는 파의 진행경로에 손상이 존재하는 경우 시간반전과정에서 복원된 입력신호는 원래 입력신호의 형상과 다르게 되고, 이러한 특성을 구조물 손상진단에 유용하게 적용할 수 있기 때문이다. 그러나 램파의 시간반전과정은 램파의 분산특성 때문에 복잡해진다.

램파의 시간반전과정에 대한 이론적인 정식화 과정을 통해 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 첫째 한 모드내에 존재

하는 내부모드분산은 시간반전과정을 통해 완전히 보상될 수 있다. 둘째, 주파수 영역에서 원래 입력신호와 복원 입력신호의 관계를 나타내는 시간반전연산자의 크기가 일정하지 않기 때문에 램파의 시간반전성을 유지시키기 위해 입력신호의 주파수 대역이 최소가 될 수 있도록 협대역 튜너스트를 사용해야 한다. 셋째, 램파의 다중모드 분산특성과 구조물 경계로부터 발생하는 반사파 때문에 복원된 입력신호는 시간영역에서 원 입력신호를 기준으로 양 옆으로 측파대들을 생성시킨다. 넷째 원래 입력신호가 대칭형태를 가지고 있는 한 복원된 신호는 원래 입력신호를 기준으로 좌우로 완벽한 대칭을 이루게 된다.

판의 윗면과 아랫면에 PZT소자를 부착시킨 모델을 유한요소법을 이용해 수치해석하고 그 결과를 이론적으로 도출된 결과들과 비교했다. 특히, 램파의 다중모드분산과 파 반사가 시간반전과정에 미치는 영향을 램파의 기본모드들을 통해 쉽게 확인할 수 있도록 모델을 구성하였다. 그 결과 원래 입력신호와 정확하게 일치하는 복원된 주모드를 중심으로 양쪽으로 대칭을 이루는 측파대들이 생성되는 것을 확인할 수 있었다. 특히, 복원된 신호에서 원래 입력신호에 대응되는 주모드는 램파의 분산특성이 완전하게 보상되어 원래 입력신호의 파형과 정확하게 일치했다. 또한, 주모드를 중심으로 한 측파대들의 시간간격들은 이론적으로 계산된 값들과 잘 일치하였다. 이로부터 시간반전과정의 이론적인 정식화 과정의 타당성을 검증할 수 있었다.

이제까지 제안된 손상진단기법들은 주로 손상이 없는 구조물의 과거 기저데이터와 현재 구조물의 데이터를 비교하여 손상여부를 판단하였다. 그러나 온도와 상시하중과 같은 불확실한 요인들로 인해 신뢰성 있는 손상진단에 필요한 기저데이터를 얻기 매우 어렵다고 알려져 있다. 반면, 램파의 시간반전과정을 이용한 손상진단에 대한 실험 연구에서 온도와 상시하중과 같은 측정환경 변화에 의한 오차를 보상할 수 있는 것으로 보고된 바 있다(Kim 등, 2006; Sohn 등, 2007; 2008). 램파의 고유특성과 더불어 특정 손상이 시간반전과정에 미치는 영향을 좀 더 구체적으로 규명한다면 과거 기저데이터의 도움없이 원래 입력신호와 시간반전과정에서 복원된 입력신호만을 이용하여 손상진단을 수행할 수 있는 '무기저 손상진단'을 실현할 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

이 논문은 2007년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2007-331-D00466). 또한 이 연구의 주요 계산은

한국과학기술정보연구원(KISTI)이 무상으로 제공한 슈퍼컴퓨팅 자원을 이용하여 수행되었음.

참고 문헌

- Fink, M.** (1999) Time-reversed acoustics, *Scientific American*, 281(5), pp.91~97.
- Fink, M., Prada, C.** (2001) Acoustic time-reversal mirrors, *Inverse Problems*, 17, pp.R1~R38.
- Fung, Y.C.** (1965) *Foundation of Solid Mechanics*, Prentice-Hall, INC., Englewood Cliffs, NJ, p.525.
- Giurgiutiu, V.** (2003) Embedded NDE with Piezoelectric Wafer Active Sensors in Aerospace Applications, *Journal of Materials*, (<http://www.tms.org/pubs/journals/JOM/0301/Giurgiutiu/Giurgiutiu-0301.html>).
- Giurgiutiu, V.** (2005) Tuned Lamb wave excitation and detection with piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring, *Journal of Intelligent Materials and Structures*, 16(4), pp. 291~305.
- Ing, R.K., Fink, M.** (1996) Time recompression of dispersive Lamb waves using a time reversal mirror: Application to flaw detection in thin plates, *1996 IEEE Ultrasonics Symposium*, 1, pp.659~663.
- Ing, R.K., Fink, M.** (1998b) Time-reversed Lamb waves. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency control*, 45(4), pp.1032~1043.
- Ing, R.K., Fink, M.** (1998a) Self-focusing and time recompression of Lamb waves using a time reversal mirror, *Journal of the Acoustical Society of America*, 104(2), pp.801~807.
- Johnson, E.A., Lam, H.F., Katafygiotis, L.S., Beck, J.L.** (2004) Phase IIASCE-ASCE structural health monitoring benchmark problem using simulated data, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE 130, pp.3~15.
- Kazakov, V.V., Sutin, A., Johnson, P.A.** (2002) Sensitive imaging of an elastic nonlinear wave-scattering source in a solid, *Applied Physics Letters*, 81(4), pp.646~648.
- Kessler, S.S., Johnson, C.E., Dunn, C.T.** (2003) Experimental application of optimized Lamb wave actuating/sensing patches for health monitoring of composite structures, *Proceedings of the 4th International Workshop on Structural Health*

- Monitoring*, Stanford University, pp.429~436.
- Kim, S.B., Sohn, H.** (2006) Application of time-reversal guided waves to field bridge testing for baseline-free damage diagnosis, *Proceedings of SPIE Conference on Smart Structures and NDE*, San Diego, CA, USA.
- Kim, S.B., Sohn, H.** (2007) Instantaneous reference-free crack detection based on polarization characteristics of piezoelectric materials, *Smart Materials and Structures*, 16, pp. 2375~2387.
- Kim, S.B., Sohn, H., Greve, D.W., Oppenheim, I.J.** (2005) Application of a Time Reversal Process for Baseline-Free Monitoring of a Bridge Steel Girder., *Proceedings of the 5th International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, September.
- Mindlin, R.D.** (1951) Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates, *Journal of Applied Mechanics* 18, pp.31~38.
- Moulin, E., Assaad, J., Delebarre, C., Kaczmarek, H., Balageas, D.** (1997) Piezoelectric transducer embedded in a composite plate: application to Lamb wave generation, *Journal of Applied Physics*, 82(5), pp.2049~2055.
- Paget, C.A., Grondel, S., Levin, K., Delebarre, C.** (2003) Damage assessment in composites by Lamb waves and wavelet coefficients, *Smart Materials and Structures*, 12(3) pp.393~402.
- Park, H.W., Sohn, H., Law, K.H., Farrar, C.R.** (2007) Time reversal active sensing for health monitoring of a composite plate, *Journal of Sound and Vibration*, 302(1-2), pp.50~66.
- Piezo Systems, Inc.** (2007) <http://www.piezo.com/prodsheet1sq5A.html>.
- Prada, C., Fink, M.** (1998) Separation of interfering acoustic scattered signals using the invariants of the time-reversal operator, Application to Lamb waves characterization, *Journal of the Acoustical Society of America* 104(2), pp.801~807.
- Raghavan, A., Carlos, E.S.** (2007) Review of Guided-wave Structural Health Monitoring, *The Shock and Vibration Digest*, 39(2), pp.91~114.
- Rose, J.L.** (1999) *Ultrasonic Waves in Solid Media*, Cambridge University Press, p.472.
- Scalea, F.L.D., Rizzo, P., Marzani, A.** (2004) Propagation of ultrasonic guided waves in lap-shear adhesive joints: Case of incident A_0 Lamb wave, *Journal of the Acoustical Society of America*, 115(1), pp.146~156.
- Smart Material Corp.** (2008) <http://www.smart-material.com>.
- Sohn, H.** (2007) Effects of Environmental and Operational Variability on Structural Health Monitoring, a Special Issue of *Philosophical Transactions of the Royal Society on Structural Health Monitoring*, 365(1851), pp.539~560.
- Sohn, H., Farrar, C.H., Hemez, F.M., Czarnecki, J.J., Shunk, D.D., Stinemates, D.W., Nadler, B.R.** (2003) *A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996-2001*, LA-13976-MS, Los Alamos National Laboratory Report, p.301.
- Sohn, H., Kim, S.D.** (2008) Reference-free damage classification based on cluster analysis, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 23, pp.324~338.
- Sohn, H., Park, G., Wait, J., Limback, N., Farrar, C.** (2004) Wavelet-Based Active Sensing for Delamination Detection in Composite Structures, *Smart Materials and Structures*, 13, pp.153~160.
- Sohn, H., Park, H.W., Law, K.H., Farrar, C.R.** (2007a) Damage detection in composite plates by using an enhanced time reversal method, *Journal of Aerospace Engineering, ASCE*, 20(7), pp.141~151.
- Sohn, H., Park, H.W., Law, K.H., Farrar, C.R.** (2007b) Combination of a time reversal process and a consecutive outlier analysis for baseline-free damage diagnosis, *Journal of Intelligent Materials and Smart Structures*, 18(4), pp.335~346.
- Su, Z.Q., Ye, L., Lu, Y.** (2006) Guided Lamb waves for identification of damage in composite structures: A review, *Journal of sound and vibration*, 295(3-5), pp.753~780.
- Viktorov, I.A.** (1967) *Rayleigh and Lamb Waves: Physical Theory and Applications*, Plenum Press: New York.
- Wang, C.H., Rose, J.T., Chang, F.K.** (2003) A computerized time-reversal method for structural health monitoring, *Proceedings of SPIE Conference on Smart Structures and NDE*, San Diego, CA, USA.
- Wilcox, P., Lowe, M., Cawley, P.** (2000) Lamb and SH wave transducer arrays for the inspection of large areas of thick plates, in D. Thompson and D. Chimenti(eds.), *Review of Progress in Quantitative NDE* 19B, AIP, New York, pp.1049~1056.