한국정밀공학회지 제 26 권 5 호 pp. 72-78 May 2009 / 72
Journal of the Korean Society for Precision Engineering Vol. 26, No. 5, pp. 72-78

다파장 광원을 이용한 위상 물체의 2 차원 굴절률 분포와 두께 측정을 위한 분리 알고리즘

Separation Algorithm for 2D Refractive Index Distribution and Thickness Measurement of Transparent Objects using Multi-wavelength Source

이광천 [1,✉], 류성윤 [1], 이윤우 [2], 곽윤근 [1], 김수현 [1]
Kwangchun Lee[1,✉], Sung Yoon Ryu[1], Yun Woo Lee[2], Yoon Keun Kwak[1] and Soohyun Kim[1]

1 한국과학기술원 기계항공시스템학부 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering,KAIST)
2 한국표준과학연구소 (Korea Research Institute of Standards and Science, KRISS)
✉ Corresponding author: lionking@kaist.ac.kr, Tel: 042-350-3252

Manuscript received: 2008.11.19 / Revised: 2009.1.8 / Accepted: 2009.1.28

We propose the separation algorithm to simultaneously measure two-dimensional refractive index distribution and thickness profile of transparent samples using three wavelengths. The optical system was based on the Mach-zehnder interferometer with LD (Laser Diode)-based multi-wavelength sources. A LCR (Liquid Crystal Retarder) was used to obtain interference images at four phase states and then the optical phase of the object is calculated by four-bucket algorithm. Experimental results with a glass rod are provided at the different wavelengths of 635nm, 660nm and 675nm. The refractive indices of the sample are distributed with accuracy of less than 0.0005 and the thickness profile of sample was cylindrical type. This result demonstrates that it is possible to separate refractive index distribution and thickness profile of samples in two dimensions using the proposed algorithm.

Key Words: Refractive Index Distribution (굴절율 분포), Thickness (두께), Phase Object (위상 물체), Separation Algorithm (분리 알고리즘), Phase Information (위상정보)

기호설명

n = Refractive index
h = Thickness of object
λ = Wavelength of light source
φ = Phase information

1. 서론

광학 부품이나 생체 시편과 같은 위상물체의 굴절률과 두께정보를 동시에 측정하는 것은 중요하다. 위상 물체의 경우에 굴절률은 시편의 형태나 내부구조, 성능, 특성 등을 평가하는데 중요한 변수로 여겨진다. 간섭계를 이용한 측정시에 측정결과는 광경로차로 주어지며, 광경로차는 측정시편의 두께와 굴절률의 곱으로 표현된다. 측정된 결과에서 굴절률과 두께를 동시에 측정하지 않는 한 측정시편의 굴절률을 측정할 수 없다.[1-3]

이러한 측정의 한계로 인해 시편의 두께와 굴절률의 정보를 동시에 측정하는 연구가 이루어지고 있다. 주로 백색광 주사현미경을 이용한 간섭계와 공 초점 주사현미경을 결합하여 두 변수를 동시에 측정하는 연구가 이루어지고 있다.[4-6] 이 역시 측정 시편의 2 차원 물성치 분포의 측정은 어

렵고, 한 지점에서의 정보나 평균 굴절률의 정보만 구한다는 한계가 있다.

또 다른 방법으로 디지털 홀로그래피를 이용하여 위상 물체의 물성치 측정에 대한 연구가 이루어 지고 있다.[7] 기존 연구에서 제시하는 측정 방법은 굴절률 정합용액(Index matching oil)의 농도를 변화시키는 방법이다. 이 방법은 정합용액의 농도를 용액 전체에 걸쳐 균일하게 변화시키기거나 미세하게 제어하기가 어렵다는 단점이 있다. 게다가, 정합용액의 농도가 실제 사용하고자 하는 값과 다를 경우 측정 오차가 커질 수 있기 때문에 이 방법을 통해 위상물체의 정확한 3 차원 두께 및 굴절률 분포를 얻는 데는 한계가 있다.

최근에는 2 차원 상에서 물성치 분포를 측정하는데 한계가 있기 때문에 3 차원 컴퓨터 영상 처리 장치를 이용하여 물성치 분포를 측정하는 연구가 이루어 지고 있다.[8-10] 이 방법은 시스템 구성에 복잡함이 존재하고, 시편의 회전을 통해서 3 차원 영상이 얻어지기 때문에 약간의 기울임 오차에 의해서도 구동 부분의 존재로 인해 영상 재구성에 오차가 발생한다. 하지만, 내부 물성정보를 측정할 수 있다는 장점이 있다.

본 연구에서는 간섭계를 이용한 위상 물체의 물성치 분포를 측정하기 위해서 3 파장에 대한 시편의 위상차를 측정하고, 측정된 위상차 정보를 이용하여 변수 동시에 측정하는 변수 분리알고리즘을 제안한다.

2. Mach-Zehnder 간섭계

2.1 Mach-Zehnder 간섭계 원리

MZI 의 기본 원리를 설명하기 위해서 reference arm 과 object arm 의 전기장을 E_1 과 E_2 로 다음과 같이 정의한다.[11]

$$\begin{aligned} E_1 &= A_1 \exp\{i[kL_1 - \omega_1 t + \phi_1]\} \\ E_2 &= A_2 \exp\{i[kL_2 - \omega_2 t + \phi_2]\} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 L1 과 L2 는 각각 간섭계의 광속분할기(Beam splitter)로 부터 다음 광속분할기까지의 거리를 표시하며, A_1 과 A_2 는 각각의 빛의 전기장의 진폭이다. 두 광파가 간섭을 일으키면 간섭광의 강도 I 는 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} I &= |E_1 + E_2|^2 \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\{k(L_2 - L_1) - (\omega_2 - \omega_1)t + (\phi_2 - \phi_1)\} \end{aligned} \quad (2)$$

만약, 동일한 빛이 reference arm 과 object arm 을 지나가면, $\omega_1 = \omega_2$, $\Phi_1 = \Phi_2$ 의 관계에 의하여 식 (2)는 아래와 같이 간단하게 표현된다.

$$I = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\{k(L_2 - L_1)\} \quad (3)$$

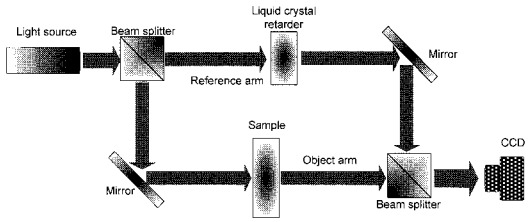


Fig. 1 Mach-zehnder interferometer

2.2 광간섭 신호로부터 위상값 추출

보통 위상 물체의 2 차원적인 물성 정보를 추출하는 방법으로 마하젠더 간섭계를 많이 이용한다. 마하젠더 간섭계를 이용한 추출 방법에서는 단색광원을 마하젠더 간섭계를 이용하여 위상물체에 투과 시킨다. 이때 reference arm 과 object arm 으로부터 발생하는 광 경로차에 의한 광 간섭신호를 이용하여 위상물체의 2 차원적 물성 정보를 추출한다. 이때 얻어지는 광 간섭정보(위상 정보)는 굴절률과 측정 물체의 두께의 곱의 함수로 주어진다.

평행빔이 위상물체를 통과한 후의 광 경로차를 두께와 굴절률의 함수로 나타내면 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.[8]

$$OPL_i = \int_0^{h_i} n_{c,i}(z)dz + n_m(D - h_i) \quad (4)$$

여기서 물체의 굴절률의 각 미소 지점 dz 의 선적분의 형태로 나타내어진다. 또한 이러한 선적분의 형태를 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\overline{n_{c,i}} = \frac{1}{h_i}\int_0^{h_i} n_{c,i}(z)dz \quad (5)$$

식 (5)는 식 (4)의 선적분의 형태를 i 번째 지점의 평균 굴절률로서 나타낸다. 여기서 구해진 평

균 굴절률에 대한 식 (5)를 식 (4)에 대입하면 일반적인 대수 방정식 형태로 광경로차를 표현할 수 있다.

$$OPL_i = (\overline{n_{c,i}} - n_m)h_i + n_m D \tag{6}$$

이를 통해 광축과 수직한 방향에 대한 굴절률의 분포는 각기 다른 평균 굴절률로 나타내어진다. 평행빔(Collimated beam)의 광원이 물체가 놓여져 있는 챔버를 지나고 나면 파면의 변화가 생긴다. 이러한 변화된 정보를 이용하여 물체의 두께와 굴절률의 변수를 분리하고자 한다.

3. Separation algorithm 제안

3.1 Separation algorithm

대수 방정식 형태로 주어진 식 (6)를 이용하여 변수 분리 알고리즘을 적용하기 위해서 본 연구에서는 다 파장의 광원을 사용하려고 한다. 앞서 제시한 Cauchy model 을 이용하여 변수를 최소화시키면, 다음과 같은 형태로 광 경로차를 나타낼 수 있다.

$$OPL_i = (A + \frac{B}{\lambda^2} - n_m(\lambda))h_i + n_m D \tag{7}$$

식 (7)은 정합용액 내에 물체가 존재할 경우에 파장에 대한 광경로차를 나타낸다.

본 연구에서는 얻어진 위상 정보부터 굴절률과 두께를 분리하기 위해서 3 파장의 광원을 이용할 것이다.

3 파장의 광원을 이용한 변수 분리 알고리즘을 적용하기 위해서 앞서 제시한 위상함수를 파장에 대한 함수로써 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\phi_0 &= \frac{2\pi}{\lambda_0}(A + \frac{B}{\lambda_0^2} - n_m(\lambda_0))h \\
\phi_1 &= \frac{2\pi}{\lambda_1}(A + \frac{B}{\lambda_1^2} - n_m(\lambda_1))h \\
\phi_2 &= \frac{2\pi}{\lambda_2}(A + \frac{B}{\lambda_2^2} - n_m(\lambda_2))h
\end{aligned} \tag{8}$$

식 (8)에서 λ_0, λ_1, λ_2 는 사용된 3 파장을 나타내고 A 와 B 는 Cauchy 계수를 나타낸다. 또한 n_m 은 사용된 정합용액의 굴절율을 나타낸다. 그리고 h 는 측정하고자 하는 시편의 두께를 나타낸다. 그리고 위 수식에서 측정 시편의 굴절율에 대한 평균 굴절율 값은 Cauchy model 로 대체하여 사용하고자 한다. 또한 Cauchy model 에서 고차항에 대한 영향은 무시할만하다고 가정하고 2 번째 항까지만 사용하려고 한다. 위에서 제시된 식을 바탕으로 위상정보로부터 시편의 굴절률과 두께를 분리하는 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

먼저, 두께와 굴절률 변수가 곱의 형태로 주어져 있다. 여기서 h 를 없애기 위해서 식들간의 나눗셈을 하면 세 식은 2 개의 식으로 축약이 된다.

$$\frac{\phi_0\lambda_0}{\phi_1\lambda_1} = \frac{A + \frac{B}{\lambda_0^2} - n_m(\lambda_0)}{A + \frac{B}{\lambda_1^2} - n_m(\lambda_1)} \tag{9}$$

$$\frac{\phi_1\lambda_1}{\phi_2\lambda_2} = \frac{A + \frac{B}{\lambda_1^2} - n_m(\lambda_1)}{A + \frac{B}{\lambda_2^2} - n_m(\lambda_2)} \tag{10}$$

여기서 $\frac{\phi_0\lambda_0}{\phi_1\lambda_1} = d_1$, $\frac{\phi_1\lambda_1}{\phi_2\lambda_2} = d_2$ 라 정의하면, 식 (9)와 식 (10)은 2x2 형태의 행렬형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} d_1 - 1 & \frac{d_1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} \\ d_2 - 1 & \frac{d_2}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_1^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 n_m(\lambda_1) - n_m(\lambda_0) \\ d_2 n_m(\lambda_2) - n_m(\lambda_1) \end{bmatrix} \tag{11}$$

식 (11)을 이용하여 평균 굴절률에 대한 Cauchy model 의 계수는 역행렬에 의한 방법에 의해서 대수적인 방정식으로 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 - 1 & \frac{d_1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} \\ d_2 - 1 & \frac{d_2}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_1^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d_1 n_m(\lambda_1) - n_m(\lambda_0) \\ d_2 n_m(\lambda_2) - n_m(\lambda_1) \end{bmatrix} \tag{12}$$

위에서 구한 식 (12)는 각 파장에 대한 정합용액의 굴절률과 그리고 파장에 대한 함수로써 Cauchy model 의 계수는 나타내어질 수 있다는 것

을 확인할 수 있다. 또한 식 (12)를 통해 구한 Cauchy model 을 이용하여 앞서 구한 식 (8)에 대입하면 측정하고자 하는 시편의 두께를 측정할 수 있다. 본 연구에서는 3 파장에 대한 시편의 위상차를 측정하고, 측정된 위상차 정보를 이용하여 앞서 제시한 변수 분리 알고리즘을 적용하여 미지의 시편에 대한 굴절률과 두께를 구하고자 한다.

3.2 Simulation

앞 절에서 제시한 변수 분리 알고리즘의 타당성 여부를 검토하기 위해서 시뮬레이션을 수행하였다. 수행된 시뮬레이션은 평판의 BK7 glass 의 재질에 대해서 정합용액은 증류수를 이용하였다. 위상차는 측정시편과 정합용액의 굴절률의 차와 두께와의 곱으로 정의되며, 위상차가 한 파장이상이 나지 않도록 하기 위해서 두께를 2μm 로 하였고, 시뮬레이션을 위해서 사용된 파장은 635nm, 660nm, 675nm 의 laser diode 를 사용하였다. 사용된 파장에 대한 BK7 glass 의 굴절률과 정합용액인 증류수의 굴절률은 Table 1 에 나타내었다. Table 1 에 주어진 자료를 바탕으로 각 파장에 대한 위상값을 계산하면 Table 2 와 같다. Table 2 는 위상값은 파장에 대한 역수 관계이기 때문에 파장이 증가함에 따라 위상값이 점점 줄어드는 것을 확인할 수 있다.

Table 1 Refractive index of BK7 and water

Wavelength	BK7 glass	Water
635nm	1.5150	1.3329
660nm	1.5142	1.3322
670nm	1.5139	1.3321

Table 2 Optical phase for each wavelength

Wavelength	Optical phase (rad)
635nm	1.80184
660nm	1.732636
670nm	1.69227

위에 주어진 조건을 바탕으로 시뮬레이션을 수행하기 위한 flow chart 를 작성하면 그림 2 와 같다.

그림 2 에서 초기조건은 웹사이트 [12] 의 Cauchy 계수를 이용하여 BK7 과 증류수의 파장에 대한 굴절률을 구하였다. 그리고 위에서 구해진 파장에 대한 굴절률 정보와 측정하고자 가정된 두께 2μm 에 대해서 위상값을 구한다. 여기서 구해진 위상

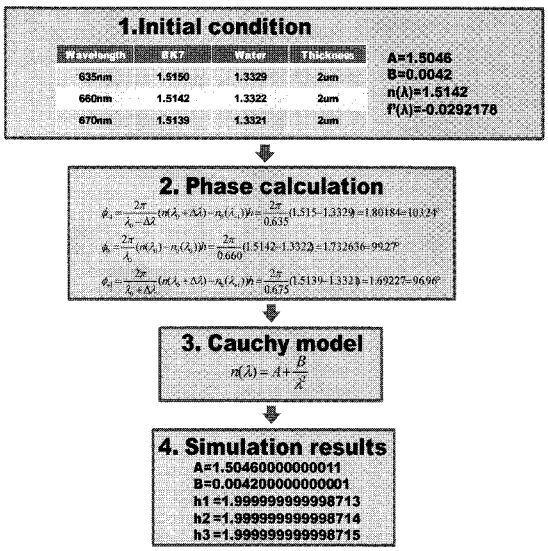


Fig. 2 Flow chart of Simulation process

값은 실제 실험에서 각 파장에 대한 4-bucket algorithm fringe 를 이용하여 구한 위상값과 동일하다. 다음으로 굴절률을 Cauchy model 로 가정하였기 때문에 변수 분리 알고리즘을 이용하여 가정된 Cauchy model 의 계수를 구한다. 계산된 Cauchy 계수는 A=1.5046, B= 0.0042 로 초기조건으로 주었던 결과와 동일하고 또한, 이를 바탕으로 초기에 제안한 두께를 계산하면 대략 2μm 정도의 크기를 갖는 것을 확인할 수 있다. 본 연구에서 제안한 변수 분리 알고리즘의 경우에는 정확한 위상값을 알아야 알고리즘을 적용할 수 있다는 제한 사항이 있다.

4. 기초 실험

4.1 시스템 구성

목적인 위상물체 (Phase Object)의 내부 굴절률 분포를 측정하기 위한 실험 셋업은 그림 3 과 같다. 그림 3 은 Mach-zehnder 간섭계로 입사광이 광분할기에서 2 개로 나뉘어진다. 측정기인 CCD 에는 나뉘어진 2 개의 광인 기준 신호와 샘플 신호의 간섭 신호를 기록한다. 또한 4-Bucket 알고리즘을 적용하기 위해 본 연구에서는 위상지연을 주기 위해 Meadowlock 社의 Liquid crystal retarder 을 사용하였다.

본 연구에서는 위상 정보로부터 굴절률과 두께 정보를 분리하기 위해서 3 개의 Laser Diode 를 사

용하였다. 사용된 광원의 파장 정보는 그림 4 를 통해서 확인 할 수 있다.

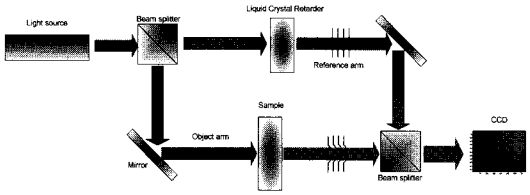


Fig. 3 System setup

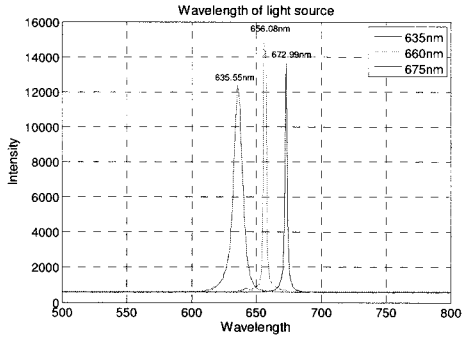


Fig. 4 Wavelength of light source

4.2 실험 결과

본 연구에서 제안된 알고리즘을 적용하기 위해서 굴절률은 균일하고 두께의 변화가 있는 시편을 사용하거나, 두께는 일정하고 굴절률의 변화가 생기는 Grin lens 를 사용하고자 한다. Grin lens 의 경우에 사용된 파장이 적외선 영역이기 때문에 본 연구에서 사용된 파장 영역에서는 사용이 불가능하여, 일정한 굴절률을 갖고 두께가 변화하는 직경 5mm 의 glass rod 를 이용하였다. 또한 측정된 광간섭 정보로부터 2 차원상의 위상맵을 구성하기 위해서 Goldstein's Branch Cut Algorithm 을 사용하였다. 그림 5 는 파장에 따라 Liquid crystal retarder 을 이용하여 0, $\pi/2$, π, $3\pi/2$ 의 위상 지연을 주고 4-bucket algorithm 통하여 2 차원상의 위상맵을 구한 결과이다.

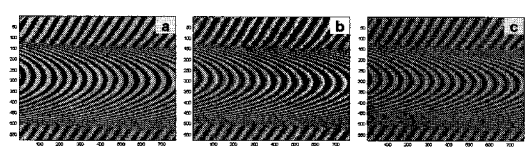


Fig. 5 Fringe pattern images from 4-bucket algorithm (a) 635nm, (b) 660nm and (c) 675nm

사용된 시편의 굴절률은 1.515 이며, 이는 실험결과를 통해서도 확인 할 수 있다. 시편이 평면이 아니기 때문에 본 연구에서는 측정시 회절의 영향을 최소화 하기 위해서 정합용액을 사용하였으며, 정합용액은 현미경을 이용하여 생체 물질을 분석할 때 사용하는 것으로 Sigma 社 제품을 이용하였다.

그림 5 를 통해서 재구성된 위상맵을 하여 본

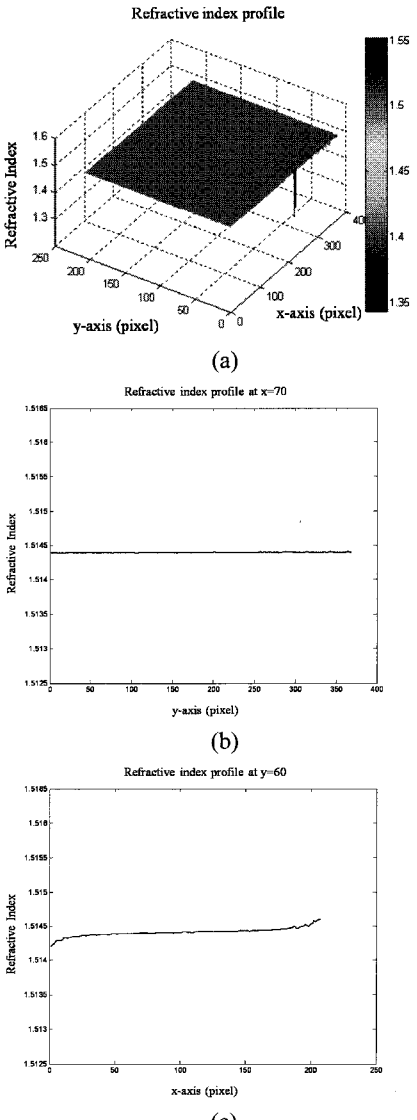
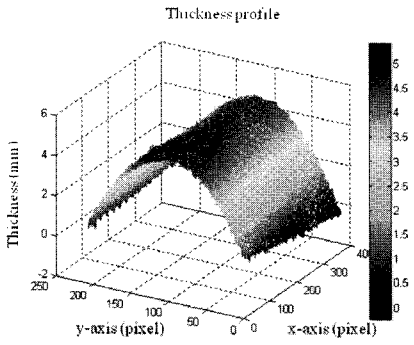
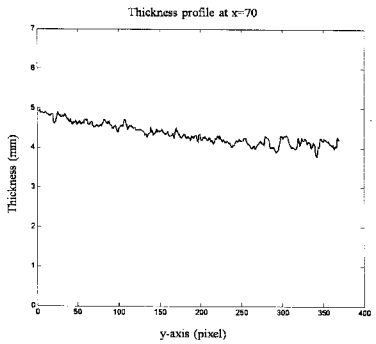


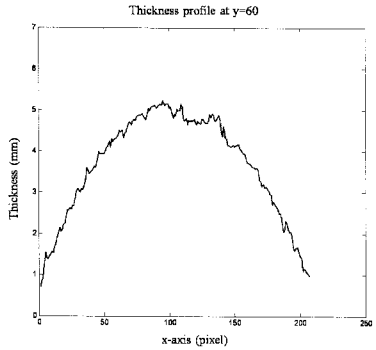
Fig. 6 (a) Refractive index profile n(x,y), (b) line profile along y-axis at x=70 pixel and (c) line profile along x-axis at y=60 pixel



(a)



(b)



(c)

Fig. 7 (a) Thickness profile h(x,y) and (b) line profile along y-axis at x=70 pixel position and (c) line profile along x-axis at y=60 pixel position

연구에서 제안한 변수 분리 알고리즘을 적용하여 굴절율과 위상에 대한 정보를 추출할 수 있다. 측정된 결과는 그림 6 과 그림 7 을 통해서 확인할 수 있다. 그림 6 는 시편의 2 차원적인 굴절률 정보로서 각 픽셀 마다 어느 정도의 편차는 존재하지만, 비교적 균일하게 측정되었다. 수칙적으로 살펴보면, 대략 1.514~1.5145 정도의 범위에 있음을 확인할 수 있었다. 그리고 길이방향에 대해서는 거의 일정하게 분포하고 있지만, 직경방향에 대해서는 약간의 편차가 존재 함을 확인할 수 있었다.

그림 7 은 시편의 2 차원 두께 정보로서 원통 형상의 분포를 확인할 수 있었다. 길이방향과 폭 방향에 대한 정보는 그림 6 의 (b)와 (c)를 통해서 확인해 볼 수 있는 것처럼, 길이 방향에 대해서는 약간의 편차를 가지고 기울어져 있지만, 폭 방향에 대해서는 원통 형상의 결과를 관찰할 수 있다. 길이방향의 편차는 측정시에 시편이 광 축과 수직이지 않기 때문에 나타난 결과로 예상해 본다.

본 연구에서 제시한 알고리즘의 타당성에 대한 검토 실험 결과 측정된 위상 정보로부터 변수 분리 알고리즘을 적용하여, 측정하고자 하는 시편의 2 차원 굴절률 분포 맵과 두께 분포 맵을 구성할 수 있음을 확인하였다.

5. 결론

본 연구에서는 위상물체의 광 간섭 무늬 정보를 Mach-zehnder 간섭계를 이용하여 측정하고, 측정된 위상 맵으로부터 내부의 굴절률 분포 및 형상 정보를 분리하기 위한 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘의 타당성을 검토하기 위해서 기초 실험을 수행하였다. 실험은 3 파장의 Laser diode 를 이용하였으며, 4-bucket 알고리즘을 적용하기 위해서 Liquid crystal retarder 를 이용하였다. 또한, 측정된 간섭 신호로부터 위상맵을 구성하기 위해서 Goldstein's 알고리즘을 이용하였다. 측정된 결과를 통해서 본 연구에서 제시한 변수 분리 알고리즘의 타당성을 검토 할 수 있었다. 추후 본 연구에서 제안한 알고리즘을 생체 시편에 적용할 경우 실시간으로 두께와 굴절률 정보를 추출하여 시편의 동적 특성에 대한 연구도 수행할 수 있을 거라 예상해 본다.

후 기

이 논문은 두뇌한국(BK)21 사업과 2007 년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2007-314-C00122).

참고문헌

1. Fercher, A. F., Mengedoht, K. and Werner, W.,

"Eyelength measurement by interferometry with partially coherent light," Opt. Lett., Vol. 13, No. 3, pp. 186-188, 1988.
2. Hitzenberger, C. K., "Measurement of corneal thickness by low coherence interferometry," Appl. Opt., Vol. 31, No. 31, pp. 6637-6642, 1992.
3. Drexler, W., Hitzenberger, C. K., Sattmann, H. and Fercher, A. F., "Measurement of the thickness of fundus layers by partial coherence tomography," Opt. Eng., Vol. 34, No. 3, pp. 701-710, 1995.
4. Ohmi, M., Yoden, K., Ohnishi, Y. and Haruna, M., "Optical tomography along the geometrical thickness by combination of coherence gate and confocal imagings," Proceedings of SPIE, Vol. 1485, pp. 288-291, 2000.
5. Fukano, T. and Yamaguchi, I., "Separation of measurement of the refractive index and the geometrical thickness by use of a wavelength scanning interferometer with a confocal microscope," Appl. Opt., Vol. 38, No. 19, pp. 4065-4073, 1999.
6. Kim, S., Na, J., Kim, M. J. and Lee, B. H., "Simultaneous measurement of refractive index and thickness by combining low coherence interferometry and confocal optics," Opt. Exp., Vol. 16, No. 8, pp. 5516-5526, 2008.
7. Rappaz, B., Marquet, P., Cuche, E., Emery, Y., Depeursinge, C. and Magistretti, P., "Measurement of the integral refractive index and dynamic cell morphometry of living cells with digital holographic microscopy," Opt. Exp., Vol. 13, No. 23, pp. 9361-9373, 2005.
8. Charrière, F., Pavillon, N., Colomb, T., Depeursinge, C., Heger, T. J., Mitchell, E. A. D., Marquet, P. and Rappaz, B., "Living specimen tomography by digital holographic microscopy : Morphometry of testate amoeba," Opt. Exp., Vol. 14, No. 16, pp. 7005-7013, 2006.
9. Choi, W., Fang-Yen, C., Badizadegan, K., Oh, S., Lue, N., Dasari, R. R. and Feld, M. S., "Tomographic phase microscopy," Nature Methods, Vol. 4, No. 9, pp. 717-719, 2007.
10. Hiroyuki, S., "Interferometric Measurement of the Refractive-Index Distribution in Plastic Lenses by Use of Computed Tomography," Appl. Opt., Vol. 41, No. 25, pp. 5317-5325, 2002.
11. Hecht, E., "OPTICS," Addison Wesley, pp. 386-412, 2002.
12. http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy's_equation