

수학저널 쓰기를 활용한 수학학습 부진학생의 기하학적 사고 수준 변화 사례 연구¹⁾

하 은 영* · 장 혜 원**

본 연구에서는 초등학교 4학년 수학학습 부진학생을 대상으로 도형영역에 대해 수학저널 쓰기를 활용한 보충학습을 실시하여 수학 부진학생의 기하학적 사고 수준에 어떤 변화가 있는지 알아보았다. 연구 대상의 사전 기하학적 사고 수준 검사 결과에 기초하여 지도 내용을 van Hiele의 5단계 학습과정에 따라 재구성하여 주 1회 이상 12주간의 보충수업 후, 사후 기하학적 사고 수준 검사 결과 및 학생들이 작성한 수학저널과 수업 중 나타난 반응 및 면담 내용을 분석함으로써 부진학생들의 기하학적 사고 수준 변화에 주목하였다. 더불어 의사표현력이나 협동활동과 같이 수학 학습 부진학생의 교수-학습과 관련한 교수학적 함의를 얻을 수 있었다.

1. 서 론

수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러주기 위해서 현행 제7차 교육과정은 수요자, 즉 학습자 중심의 교육을 강조하면서, 교사의 설명이 주가 된 수업 방법보다는 학생의 구체적인 활동과 경험을 통해서 수학적 개념이나 원리, 법칙을 파악하는 학습을 강조한다. 더불어 2007년 개정교육과정에서도 ‘수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰하고 해결하는 능력을 기르며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다(교육인적자원부, 2007).’를 목표로 제시하면서 의사소통 능력을 강조하고 있다.

NCTM(2000) 역시 수학적 의사소통을 열 개의 기준 중 하나로서 강조하는데, 의사소통과

관련하여 학생들은 스스로를 명료하고 일관되게 표현하는 능력이 신장되어야 하며, 학생의 대화나 논증 유형이 기존 관습과 긴밀하게 연결되며 청중을 의식하고 반응해야 하며, 특히 수학에 대해 쓰는 능력을 길러주어야 한다고 한다. Fulwiller(1987)는 학습자가 배운 것에 대해 기록할 때 더 잘 학습하게 된다고 하였다. 또한 쓰기 활동은 학생 스스로의 생각을 정교하게 하는 동시에 말하기 능력을 확대하고, 다른 사람과의 이해를 공유할 수 있는 기회를 제공한다(Cook & Craig, 1991).

특히 수학학습 부진학생의 경우, 수학 수업에서 동료 학생이나 교사가 수학적 내용에 대해 이야기하거나 설명하는 것을 이해하지 못하는 사례가 빈번한데, 이에 대한 이유를 부분적으로 의사소통 능력 및 기회의 부족에서 찾을 수 있다. 따라서 본 연구자는 수학학습 부진학생의 학습 결손이 누적되는 것을 막고 수학 학

* 거창 아림초등학교(naru45@hanmail.net)

** 진주교육대학교 수학교육과 · 수학교육연구소(hwchang@cue.ac.kr)

1) 본 논문은 하은영(2008)의 석사학위논문 중 일부를 수정, 보완한 것이다.

습에 흥미를 느낄 수 있도록 하기 위한 방법으로서 쓰기 활동에 주목하였다. 실제로 김혜정(2006)의 연구에서는 두 명의 수학학습 부진학생에게 수학일지를 쓰게 한 결과 쓰기 활동이 학습 부진학생의 학업 성취도 향상 및 긍정적 태도 변화에 효과가 있는 것으로 나타났다.

한편 본 연구에서 다룰 수학 영역은 도형이다. 이길섭(2004)은 도형 학습의 부진이 나타나게 되는 원인으로 van Hiele의 기하학적 사고 수준 미달과 부정확한 개념 소유, 잘못 개념화된 이미지 등을 제시하면서, 학생들의 기하 학습 능력 향상을 위해서는 의사소통과 관련된 연구가 필요하다고 하였다. 이러한 주장은 van Hiele 자신이 이 이론을 구안하게 된 스스로의 수업 상황과도 일맥상통하며, 이론의 특징인 '다른 수준에서 추론하는 두 사람은 서로 이해할 수 없다(Fuys et al., 1988)'는 수준 내의 의사소통 가능성과도 관련된다.

이에 본 연구에서는 수학학습 부진학생을 대상으로 도형영역을 중심으로 수학저널 쓰기를 활용한 van Hiele의 5단계 학습과정에 따른 보충학습을 실시함으로써 기하학적 사고 수준의 변화를 알아보고 수학학습 부진학생의 교수-학습과 관련한 시사점을 찾는 것을 목표로 한다.

II. 이론적 배경

1. 수학학습 부진학생

학습 부진학생에 대한 통일된 정의를 내리기는 어려울 것이다. 이화진 외(2008)는 학습부진을 정신지체 및 심한 정서장애를 지닌 학생을 제외한 모든 학생 중에서 선천(단, 선천적 학습장애는 교육적으로 처치 가능한 경우)또는 환경적 요인에 의거하여 학습의 저성취를 보이

는 아동으로 개념화하였다. 이에 본 연구에서의 수학학습 부진학생은 수학학습에서 저성취를 보이는 아동으로 정의한다.

그럼, 수학학습 부진학생이 발생하는 원인은 무엇일까? 박성익(1986)은 위계성이 매우 엄격한 계통성을 지닌 수학 교과와 선수학습의 결손, 직관보다 논리를 중요시하는 수학 교과와 형식, 개념을 추상화하고 일반화하고 특수화하는 학습 습관의 결여, 그리고 추상화, 형식화, 기호화, 일반화, 특수화하려는 사고력의 부족 등을 제시하였다. 이들 요인은 주로 수학 교과가 가진 특성에 기인하는 것이지만 그러한 특성 때문에 수학 지도에 의의가 있는 것이므로, 학습 부진이 불가피하다면 해결책을 모색하는 것 또한 중요한 일이다. 그 방안으로 교사의 지속적인 관심과 학습 부진 해소에 대한 의지(수학사랑, 2000), 부진학생의 흥미와 관심을 유발하기 위한 성공적인 경험의 제공(석지현, 2003), 즉각적인 피드백을 통한 학생 스스로의 점검 및 수정 기회 제공(김혜정, 2006) 등이 제안된 바 있다. 본 연구에서는 부진학생이 경험하는 의사소통 능력 및 기회의 부족에 초점을 맞추어 좀 더 구체적인 방안으로서 저널쓰기를 활용한 보충학습이 수학학습 부진학생들에게 효과적인 지도 사례가 될 수 있는지를 알아보고자 하였다.

2. 수학저널 쓰기의 개념 및 교육적 의의

수학저널 쓰기는 수학적 의사소통을 위한 한 가지 방법으로서 다양한 상징매체를 이용하여 수학 문제의 해결을 위한 과정 및 결과를 기록하거나 수업에 대한 느낌 등을 자유롭게 표현하는 활동이다. Fulwiler(1987)는 저널쓰기를 학생이 자신의 아이디어와 느낌을 표현하는 활동으로 쓴 글을 모아 놓은 것 또는 개인의 삶의

기록이라고 정의하고 있으며, 본 연구에서는 학생이 그날 배운 내용이나 수업에 대한 느낌을 자유롭게 쓴 것을 말한다.

Waters 등은 쓰기 활동을 통해 학생들의 수학에 대한 시각을 바꿀 수 있을 뿐만 아니라, 수학적 쓰기 능력이 정교해질수록 학생들의 수학적 이해도 함께 발전하게 된다고 하였으며, Strix는 저널쓰기는 학습자가 직접 정보를 분류하고 구성하여 논리적 방향으로 개념을 이해하도록 도운 후에 이 개념을 의사소통할 수 있게 되며, 학습자가 자신의 학습에 적극적으로 참여할 수 있는 시작점을 제공해 준다고 하였다(이상명, 2001, 재인용). 교사는 수학저널을 통해 학생들이 학습 활동을 어떻게 생각하고 있는지, 수학적 개념을 얼마나 이해하고 있는지, 자신이 아는 것을 어떻게 표현하였는지를 확인하여 학생들을 평가할 수 있다. 또한 교사 자신에 대한 평가 자료를 구할 수 있으며, 피드백을 통하여 학생들과 친밀한 관계를 맺으며 상호작용할 수 있다.

저널의 유형이 다양하기 때문에 교사는 경우에 따라서 적절한 유형의 저널을 선택하여 사용해야 한다. 본 연구에서 사용된 수학저널쓰기는 Britton 등이 제시한 7가지 유형(이상명, 2001) 중 언어 공책과 학습 일지를 결합한 형태에 해당한다.

3. van Hiele의 기하학적 사고 수준 및 학습 단계

기하 학습과 관련한 주요 이론인 van Hiele 이론 중 기하학적 사고 수준이란 학생들이 기하 학습에서 보이는 수준 차이의 원인을 밝혀내기 위해 노력한 결과로서, 기하학적 개념 이해와 관련된 다섯 가지 사고 수준을 말한다. 하위 단계부터 차례로 시각적 인식 수준(Visualization),

기술적 분석 수준(Analysis), 추상적 관계적 수준(Ordering), 형식적 연역 수준(Deduction), 엄밀화 수준(Rigor)이라 불리는 것이다(van Hiele, 1986). van Hiele은 원래 기하학적 사고 수준을 제0수준부터 제4수준까지의 다섯 수준으로 구분하였으나, 시카고 프로젝트에서는 상식적인 모양을 알지 못하여 도형을 모양에 따라 구별하지 못하고 직선과 곡선의 모양만을 구별하는 수준에 있기도 한 다수의 아동을 주목하여 Usiskin(1982)의 표현에 따라 인식 이전의 수준을 첨가하였다. 이에 따라 본 연구에서는 인식 이전의 단계를 제0수준으로 하고, van Hiele의 다섯 수준을 제1수준에서 제5수준으로 명명함으로써 제0수준에서부터 제5수준까지의 여섯 수준으로 구분하고자 한다.

van Hiele의 기하학적 사고 수준의 진행은 모든 수준을 차례로 거치면서 발달하며, 교육 의존적이므로 교육 방법이나 교육 내용의 조직이 중요하다. van Hiele(1986)은 학생의 수준 발달을 촉진하기 위해 연속적인 다섯 단계로 이루어진 학습 과정을 제안했다: 질의안내 단계(Information), 안내된 탐구단계(Directed Orientation), 명료화단계(Explication), 자유탐구 단계(Free Orientation), 통합단계(Integration).

본 연구에서는 각 차시 수업을 이 단계에 따라 전개하였으며 특히 마지막 단계인 통합단계에서 저널쓰기를 활용함으로써 해당 차시의 학습 내용을 전반적으로 조망하여 종합하는 기회를 부여하였다.

III. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구는 경상남도 거창군의 먼지역에 위치

한 M초등학교 4학년 17명의 학생 중에서 다음 선정 기준에 의해 선별된 다섯 명의 학생(S₁, S₂, S₃, S₄, S₅)을 연구 대상으로 선정하였다.

첫째, 2007년 3월초 실시된 진단평가(한국교육과정평가원(2006)의 3학년용을 일부 수정)에서 60% 이하의 성취수준을 보인 학생 S₁(43점)을 선정하였다.

둘째, 4학년 수학과 단원평가 및 중간·기말평가 결과 평균 60% 이하의 성취 수준을 보인 학생 S₂, S₃, S₄를 선정하였다. 이들은 12회의 단원평가에서 평균 40%의 성취도를 보였으며, 3회의 중간·기말평가에서 역시 40~50%의 성취도를 보였다. 앞서 부진학생으로 선정된 S₁의 단원평가 및 중간·기말평가의 성취도는 20~45%이다.

셋째, 2007년 10월 특수학급에서 본 학급으로 환급된 학생 S₅를 선정하였다. S₅는 2004년 입학 이후 국어, 수학과는 특수학급에 소속되어 지도를 받아왔으며 도형영역에 대한 학습은 거의 이루어지지 않은 상황이었다. 본 학급으로 환급된 이후야 도형영역에 대한 공식적인 학습이 가능했으므로 4나 이전의 단계는 거의 학습하지 않아 보충 지도가 필요하다고 판단하여 연구 대상에 포함하였다.

2. 검사 도구 및 사전 기하학적 사고 수준 분석

본 연구에서는 부진학생 판별을 위한 검사지 및 사전·사후 기하학적 사고 수준 검사지, 교사의 관찰 노트 및 면담 내용 녹음 자료 등을 검사 도구로 사용하였다.

특히 수학학습 부진학생 다섯 명의 사전 기하학적 수준을 검사하기 위해서 Usiskin의 van Hiele 수준 검사지를 초등학생들에게 적합한 형태로 개선한 백은자(2006)의 검사지를 사용하였

으며, 사후 검사지는 Usiskin의 것을 그대로 사용하되 사전검사 결과에 근거하여 제3수준까지 측정이 가능한 15문제만을 사용하였다. 5지선 다형 문항으로 이루어진 검사지의 답안은 Usiskin의 합산방법을 이용하여 본 연구자가 직접 채점하였다. 즉 1-5번, 6-10번, 11-15번 문항의 세 범주에서 각각 4개 이상 맞으면 1, 2, 4점을 부여하는 방법이다. 그 결과, van Hiele 기하학적 사고 수준의 연속성에 근거하여 0, 1, 3, 7점을 득점한 경우에 각각 제 0, 1, 2, 3수준까지의 van Hiele 수준에 도달하였다고 판단하였다. 실제로 검사지가 선다형 문제이기 때문에 모르는 문제도 맞힐 가능성이 있으므로 학생들로 하여금 문제를 정확히 이해하고 풀었을 경우에 ★표시를 하도록 하였는데, 이와 같은 채점 방법에 의한 사전 기하학적 사고 검사 결과는 연구 대상 모두 0점이었다. 즉 1~5번 문항에서 모두 4개 미만을 맞힌 검사 결과에 따라 다섯 명 모두 인식 이전의 수준인 것을 알 수 있었다. 검사 후 실시한 개별 면담에서는 제1수준에 해당하는 반응도 나타났지만 동일 도형에 대해 위치나 모양에 관계없이 일관되게 인식하지 못한다는 점에서 본 연구 대상의 기하학적 사고 수준을 제 0수준으로 부여하였다. 각각의 검사 결과 분석 및 면담에 근거한 기하학적 사고의 특징은 다음과 같다.

1) S₁

S₁은 주어진 도형의 모양을 인식하여 세모, 네모 등으로 말할 수 있다. 그러나 같은 도형에 대해 다른 이름을 붙이기도 하는데, 예컨대 동일한 평행사변형에 대해 시간 간격을 두고 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형 등의 여러 반응을 보였다. 변, 꼭짓점, 대각선 등의 도형의 구성 요소에 대해 알지 못한다. 직사각형이 아닌 평행사변형이나 사다리꼴의 경우는 사각형

이 아니라고 생각하며, 그 판단 기준이 이름에 사각형이라는 말이 포함되어야 한다는 것이다. 학생 스스로는 여러 가지 도형에서 정사각형과 직사각형을 찾는 문제를 이해하고 풀었다고 표시했지만, 면담 결과 정사각형과 직사각형이 정확하게 어떤 모양을 뜻하는지 모르고 있다.

2) S₂

S₂는 삼각형과 사각형을 구별하고 정사각형이 어떤 사각형인지 알고 있다고 하는 등 제1수준의 반응을 보였지만 검사 결과에 따르면 제0수준에 해당한다. 익숙한 형태의 사각형이나 삼각형은 올바르게 찾아내지만, 도형의 모양이나 놓인 위치가 자신이 '보아왔던 것과 조금 다르다'는 생각을 하게 되면 다른 도형으로 인식하는 경향이 있었다. 도형의 구성 요소가 아니라 '자신이 생각하는 일반적인 것', '한눈에 봤을 때 알게 된 것'에 의존하는 경향이 있었다. 스스로 이해하고 풀었다고 표시한 문제임에도 불구하고 시각적으로 파악되는 형태 위주로 문제를 풀었기 때문에 틀린 경우도 있었다. 또한 정사각형은 네 변의 길이가 같고 네 각이 직각인 사각형이라는 것을 알고 있어 제2수준의 특징도 간혹 보이지만 정사각형과 직사각형은 완전히 다른 도형으로 인식하는 등 직사각형과 정사각형의 포함 관계를 알지 못하였다.

3) S₃

S₃은 수학에 대한 자신감이 매우 결여되어 있는 상태이기 때문에 자신의 답에 대한 확신이 없었다. 교과서 '약속하기'에 있는 정의들을 암기하거나 교과서의 문제 유형을 외운 후 그것에 맞춰 문제해결을 하는 경향이 있어 검사시 문제의 조건에 맞는 도형을 그리면서 문제를 푸는 것을 꺼려하였다. 도형 각각의 정의를 외우려고만 할 뿐 그것이 의미하는 바가 무엇인지는 모

르기 때문에 시각적 판단에 따라 답하는 경향이 있지만 오로지 인식 이전 수준의 반응만을 보인 것은 아니다. 예컨대 삼각형과 사각형을 구별할 수 있었다. 그러나 도형이 비스듬하게 놓여있거나 익숙한 모양이 아닌 경우는 문제에서 요구하는 도형을 찾아내지 못하여 아직 완전하게 제1수준에 도달했다고는 볼 수 없다. 꼭짓점, 변, 대각선 등의 구성 요소를 알고 있으나 그에 따른 도형의 성질은 이해하지 못한다.

4) S₄

S₄는 길이를 재기 위해 자의 사용 가능 여부를 질문하여 구성 요소와 성질을 파악하는 제2수준에 대한 기대감을 주었으나 도구 사용이 미숙하고 각 도형의 정확한 정의를 알지 못하기 때문에 도구가 크게 도움이 되지 않는었다. 정사각형과 직사각형의 구분조차 어려워하였다. 정사각형을 찾는 문제에서는 정사각형과 직사각형 모두를 골랐으며, 정사각형은 없는 보기에서 직사각형을 찾는 문제에서는 모든 직사각형을 골랐다. '삼각형과 사각형이 왜 다른가'라는 질문에 대해 '그냥 딱 봤을 때 다르잖아요'라고 함으로써 형태에 의존하여 도형을 인식하는 제1수준의 특징도 나타나지만 검사 결과는 이에 미치지 못하였다. 또한 검사시 문항에 나오는 각 도형의 이름만으로는 머릿속에 이미지를 떠올리지 못하였기 때문에 문제 풀기가 어려웠다고 하였다.

5) S₅

S₅는 입학 후 줄곧 특수학급에 속해있었고, 특수학급의 수학 수업은 주로 연산영역에 국한되기 때문에 당시까지 도형영역에 관한 지도를 받은 적은 거의 없다. 따라서 도형에 관한 기초 지식이 매우 부족한 상태이지만 간단한 다각형에서 꼭짓점, 변을 표시할 수 있으며, 가끔

점, 선, 줄 등의 용어를 사용하기도 하였다. 또한 생활 경험에서 터득하여 세모는 삼각형, 네모는 사각형인 것 정도의 구별은 할 수 있으나, 직사각형과 정사각형을 다른 종류의 사각형으로 인식하지는 못하였다. 두세 개의 보기 중에서 특정 도형을 찾는 문제에서는 본 학급 환급 이후 배운 도형을 가끔 구분해내기도 하지만 네 개 이상의 보기가 제시되었을 경우에는 적절하게 인식하지 못하였다.

IV. 지도의 실제

1. 일시 및 시간

본 연구를 위한 보충학습은 2007년 10월 30일부터 2008년 2월 13일에 걸쳐 실시되었다. M 초등학교에서는 4학년의 경우 매주 화요일 6교시를 국어 및 수학학습 부진학생을 위한 보충학습 시간으로 정해놓고 주1회씩 지도하고 있다. 본 연구자는 이 시간을 ‘저널쓰기를 활용한 수학과 보충학습’ 시간으로 정하여 적어도 주1회의 수학과 부진학생 지도가 이루어질 수 있도록 하였다. 수업 시작시간은 동일하지만 저널쓰기를 마무리 하는데 걸리는 시간은 학생들마다 다르므로 수업 종료시간은 정해 놓지 않고 자유로운 분위기에서 학습한 내용을 정리할 수 있도록 배려하였다. 개인별로 차이는 있었지만 저널 작성을 위해 대략 20~30분 정도의 시간이 걸렸으며, S₁의 경우 한 시간 이상이 소요된 적도 있다.

2. 지도 내용

보충학습을 처음 실시한 2007년 10월 마지막 주의 정규 수업이 4-나 도형영역인 것에 비

해 다섯 명의 부진학생은 4-나 과정을 이해하는 데 필요한 사전지식 등이 매우 부족했기 때문에 4-가, 나 과정을 포함한 도형영역에서 12차시의 주제를 선정하였다. 현행 교육과정상 4-가, 나 단계의 도형영역은 제2수준에서 제3수준의 전이 단계의 설명이나 문제를 다루지만 본 연구 대상들의 기하학적 사고 수준은 제0수준에 있기 때문에 각 주제에 대한 교과서 내용을 학생의 수준에 맞도록 조작활동 중심으로 수업을 전개하고 반복 질문과 지도를 통한 숙달에 초점을 맞추었다. 12차시의 지도 내용 및 재구성 방향은 <표 IV-1>과 같다.

3. 지도 방법

다섯 명의 부진학생들은 하나의 소집단을 이루어 자신이 이해한 내용을 자유롭게 말하고 쓰는 데 충분한 시간을 가질 수 있도록 격려되었으며, 연구자는 소집단 논의에 참여하여 오류가 있을 경우 피드백 제공자의 역할을 하였다. 매 차시 수업 당일 아침에 학습 주제를 예고하였으며, 소집단 논의를 쉽게 하기 위해 책상을 마주 보게 배치하거나 큰 테이블에 둘러앉아 수업을 진행하였다. 자신의 수준보다 높은 내용을 학습해야하기 때문에 매시간 관련된 3학년 이하의 내용에 대한 복습이 더불어 이루어졌고 문답식으로 답을 끌어내고 반복 수행을 기본 지도 방침으로 하였다. 교실 맞은편에 위치한 어학실에는 개인별로 사용할 수 있는 PC가 있어서 더 공부하고 싶은 내용이 있는 경우에는 저널쓰기 도중 또는 이후에 사용하는 것을 허락하였다.

한편 교사는 모눈종이, 도형 카드, 지오보드, 성냥개비, 색종이 등의 다양한 구체물 자료를 준비하여 학생들의 구체적 활동을 장려하였다. 4학년 수학과 도형영역에서 제시되는 예가 각

도형의 전형적인 예만을 보여주는 데 반해(김원덕, 2007), 이 활동은 교과서에서 보지 못한 예를 제시하는 데 도움이 되었으며 새로 알게 된 내용을 말하고 듣고 쓰는 것으로 이어졌다. 교수·학습 과정은 van Hiele의 학습과정 5

단계에 기초하여 연구자의 필요에 따라 재구성 하였으며(<표 IV-2>), 통합단계에서 저널쓰기를 실시하되 마무리를 하는데 걸리는 시간에는 부진학생들 사이에서도 차이가 있음을 고려하여 제한을 두지 않고 자유롭게 쓰도록 하였다.

<표 IV-1> 차시별 학습주제 및 재구성 방향

차시	학습주제	재구성 방향
1	각, 각도, 각도기를 사용하여 주어진 크기의 각 그리기	자와 각도기 사용의 미숙이라는 장애를 극복하기 위해 도구의 관찰, 측정단계별 시연과 반복 시행
2	삼각형과 사각형의 내각의 합 알아보기	정규수업보다 조작활동(각 측정, 색종이로 잘라 모으기, 같은 모양의 삼각자 3개 이용, 플래시 이용 등) 중심
3	이등변삼각형 알아보기	색종이를 접어 이등변삼각형을 만들고 자신이 느낀 것과 발견한 것을 저널쓰기를 통해 반성
4	정삼각형 알아보기	색종이를 접어 정삼각형을 만들고 자신이 느낀 것과 발견한 것을 저널쓰기를 통해 반성
5	각도기를 사용하여 수선 굵기, 삼각자를 사용하여 수선 굵기	1-4차시의 복습 후, 1차시와 같이 작도 과정을 세분화하여 수행하도록 하고 자신의 방법을 자신의 말로 설명할 수 있을 때까지 교사가 반복 질문 및 지도
6	평행선 굵기	평행의 뜻을 설명한 후 교실 맥락에서 평행한 것 찾는 활동 후 의미 반성
7	사다리꼴 알아보기	평행의 의미 복습 후 ‘네모의 꿈’ 노래를 듣고 주변의 다양한 사각형 찾아보기. 여러 가지 사각형 모양으로 잘려진 카드, 모눈 종이 위의 그림, 자, 각도기, 지오보드 등의 자료를 활용하여 사다리꼴 찾기 게임과 사다리꼴 퍼즐 등의 활동을 통한 흥미유발
8	평행사변형 알아보기	7차시와 같은 맥락에서 활동하며, 개인차에 따라 예뉘넷, EBS교육방송, 새미학습을 활용한 자유탐구
9	마름모 알아보기	1-8차시를 복습하는 과정에서 마름모를 끌어내고자 함. 마름모의 정의 및 성질을 알아내고 색종이, 지오보드를 사용하여 마름모를 만들어 본 후 능숙한 아동의 경우 모눈종이에 그려봄
10	정사각형과 직사각형 알아보기	주어진 예로부터 공통점 찾기. 릴레이 사각형 활동(지오보드에 여러 가지 사각형을 만든 후 다음 학생은 두 꼭짓점만 옮겨 직사각형을 만들고, 그 다음 학생은 다시 정사각형을 만드는 게임)을 이용한 자유탐구
11	다각형과 정다각형 알아보기	관련된 EBS 어린이 드라마를 통한 도입. 하드보드지로 잘라놓은 도형카드 및 교과서 부록 도형카드를 활용하여 여러 가지 도형을 관찰하고 그 결과 공통점 및 차이점을 찾아본 후 기준을 정하여 분류해봄.(국어 시간에 배운 내용 응용)
12	대각선 알아보기	과제로써 교과서, 인터넷, 또래 학생 등을 활용하여 대각선의 의미를 스스로 찾아본 후, 발견한 바를 설명함. 플래시 게임 자료를 활용하여 여러 가지 다각형의 대각선이 어떻게 나타나는지 알아보고 그려봄

<표 IV-2> 10/12차시 교수·학습 과정안

일시	2007년 12월 28일 화요일 6교시	대상	4학년 보충학습 대상자 5명
장소	어학실	지도교사	○○○
관련 단원	4-나. 5 사각형과 도형 만들기	차시	10/12(4-나 5단원 4/10차시)
본시 주제	직사각형과 정사각형 알아보기		
학습목표	직사각형과 정사각형의 성질을 알고 다른 사각형과의 관계를 알 수 있다.		
학습자료	지오보드, 도형카드, 색종이, 가위, 풀, 학습지		
학습 단계	교수·학습 활동		학습 자료 및 지도상의 유의점
질의 안내 단계	<ul style="list-style-type: none"> ●학습 주제 상기 및 동기 유발 - 전 차시 학습 내용(마름모) 질문하기 - 공부하려고 한 주제를 기억하고 있는지 확인 질문하기 - 정규 수업에서 배웠던 내용에 대한 확인 - 여러 가지 사각형카드에 이름을 붙여 보자. - 교실에서 사각형 모양을 한 물건은 어떤 것들이 있는지 찾아보기 - 찾아낸 것들 중 창문, 칠판, 교과서, 색종이는 어떤 사각형이라고 할 수 있는가? - 색종이 모양과 교과서 모양의 같은 점과 다른 점은 무엇인가? ●공부할 문제 파악하기 직사각형과 정사각형의 성질을 알고 다른 사각형과의 관계를 알아보자. 		<p>자)사각형 카드 유) 생활 주변의 사각형을 스스로 찾아보도록 하며, 정규 수업시간에 배웠던 내용을 기억나는 대로 이야기해보게 한다. 다양한 생각을 수용한다.</p>
안내된 탐구 단계	<ul style="list-style-type: none"> ●활동 1. 여러 가지 사각형과 직사각형 분류하고 그려보기 - 직사각형이 무엇인가? 도형카드를 직사각형과 직사각형이 아닌 것으로 분류해보고, 분류한 이유를 설명해보자. - 직사각형에서 살펴 볼 수 있는 특징을 이야기 해보자. - 어떤 성질을 가지는 사각형을 직사각형이라고 하면 될까? - 지오보드나 모눈종이에 직사각형을 그려보고 자신이 그린 도형의 성질을 발표해보자. - 직사각형은 평행사변형이라고 할 수 있나요? 이유를 설명해보자. ●활동 2. 정사각형 분류하고 그려보기 - 정사각형은 무엇인가? 활동1에서 분류 한 직사각형들 중에서 정사각형을 찾아보자. - 정사각형을 자세히 관찰하고, 발견한 것들을 이야기 해보자. - 어떤 성질을 가지는 사각형을 정사각형이라고 할 수 있는가? - 지오보드나 모눈종이에 정사각형을 그려보자 자신이 그린 정사각형의 성질을 찾아서 발표해보자. - 정사각형은 직사각형이라고 할 수 있는가? 이유를 설명해보자. - 정사각형은 마름모라고 할 수 있는가? 이유를 설명해보자. - 다른 사각형에서는 찾을 수 없는 정사각형만의 성질은 무엇인가? 		<p>자) 색종이, 모눈종이, 도형카드, 삼각자 학생들의 다양한 생각을 수용하며, 직사각형과 정사각형의 성질을 발견하지 못하는 경우 각의 크기나 변의 길이를 재어보게 하며, 교사 발문을 통해 학생들의 탐구활동을 장려한다. 학생들의 생각을 자유롭게 나눌 수 있는 분위기를 조성한다.</p>
명료화 단계	<ul style="list-style-type: none"> ●활동 3. 약속하기 - 각자 만든 직사각형을 모두 모아서 공통점을 이야기해보자. - 약속하기 : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형을 직사각형이라고 한다. - 각자 만든 정사각형을 모두 모아서 공통점을 이야기 해보자. - 약속하기 : 네 변의 길이가 모두 같고, 네 각의 크기가 모두 같은 사각형을 정사각형이라고 한다. 		<p>유) 자신이 찾아낸 공통점을 자유롭게 이야기 할 수 있도록 지도한다.</p>
자유탐구	<ul style="list-style-type: none"> ●활동 4. 릴레이 사각형 만들기 - 먼저 개인 지오보드에 여러 가지 종류의 사각형을 만든다. 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형 어떤 종류의 사각형이라도 좋다. 사각형이 다 만들어진 지오보드는 오른쪽 사람에게 넘겨준다. - 받은 지오보드에서 두 개의 꼭짓점만 옮겨서 직사각형을 만들어봅니다. 이미 직사각형이 있는 지오보드는 다른 모양의 직사각형을 만들어 봅니다. 다 한 사람은 오른쪽 사람에게 넘겨준다. - 받은 지오보드에서 두 개의 꼭짓점을 옮겨서 정사각형을 만들어보자. - 위와 같은 방법으로 자신의 지오보드가 되돌아 올 때까지 제시된 사각형을 만들어보는 활동을 한다. ●활동 5. 익히기 문제 풀기 - 학습지에 제시된 익히기 문제를 해결해보자. 		<p>자) 지오보드. 학습지 유) 릴레이 사각형 만들기를 할 때 옆 사람을 재촉하지 않고 충분히 기다린 후 도와주도록 지도한다. 이때 정답을 알려주기 보다는 힌트를 주는 방향을 권한다.</p>
통합단계	<ul style="list-style-type: none"> ●활동 6. 저널쓰기 - 오늘 배운 내용을 저널쓰기를 통해 다시 한 번 정리해보자. ●차시예고 - 다각형과 정다각형에 대하여 알아보자. 		<p>자)크로키북, PC 유)쓰기방법, 시간은 자유. 인터넷활용</p>

4. 저널쓰기 방법

저널쓰기는 보충학습의 매시간 통합단계에서 쓰도록 하였다. 그 방법은 크게 제한하지 않고 다음과 같이 안내하였다.

첫째, 오늘 배운 내용 중 가장 중요한 것이 무엇인지 적는다.

둘째, 분량과 마무리하는 데 걸리는 시간은 자유이며 저널쓰기를 끝낸 후 선생님의 지도를 받은 후 귀가한다.

셋째, 알게 된 내용, 더 알아보고 싶은 내용, 인터넷 검색을 통해 알아본 내용, 새로운 문제 만들기, 공부를 마친 후의 느낌 등을 기록하면 된다. 교사가 예를 든 것을 반드시 다 적을 필요는 없으며 다른 방식이 생각나면 교사와 상의를 거쳐 써도 좋다.

넷째, 저널쓰기를 완성한 후 더 공부하고 싶은 학생은 어학실의 PC를 활용하여 개별학습을 해도 좋다.

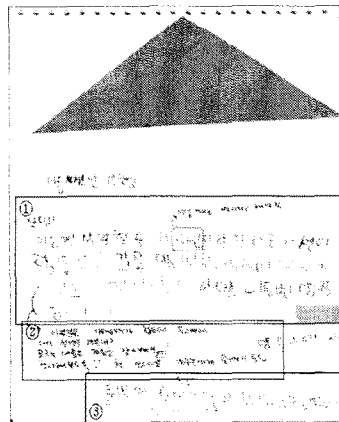
V. 결과 및 분석

저널쓰기를 통한 보충학습 후 기하학적 사고 수준 검사를 실시한 결과, 인식 이전 수준에 있던 다섯 명의 부진학생 중 1명이 제2수준으로, 2명은 제1수준으로 이동하였다. 그러나 나머지 2명은 보충학습 실시 후에도 인식 이전 수준에 머물렀다. 사후 기하학적 사고 수준도 사전 검사와 마찬가지로 검사지 점수와 부진학생과의 면담내용을 참고하여 정하였다.

1. S₁, S₃: 인식 이전 수준

S₁은 변, 직선 등의 용어를 사용하지만 그 의미를 제대로 알지 못하였고, 도형을 설명하기

위해 용어 대신 ‘이것’, ‘저것’이라 표현하였다. 자신이 작성한 저널([그림 V-1])에서 색종이로 만든 이등변삼각형에 대해 ①과 같이 ‘이등변삼각형은 한 직선이랑 또 다른 직선이랑 똑같은 각을 이등변삼각형이라고 한다. 변도 또 변이랑 더하면 이등변삼각형이라고 할 수 있다’고 표현하는 가운데 잘못 사용된 용어들이 등장한다. 연구자는 S₁이 작성한 문장에 피드백을 주고 ②) 다시 공부할 것을 요구하였다. 이후 S₁은 동료 S₂와 S₃의 도움을 받아 ③과 같이 ‘두 변의 길이가 같은 삼각형을 이등변삼각형이라고 한다’라고 수정한 문장을 적었다. 자신이 무엇을 모르는가에 대한 표현을 하지 않았기 때문에 연구자는 S₁에게 질문하거나 저널 내용의 분석을 통해 이해 정도를 파악해야 했다.



[그림 V-1] S₁의 수학저널

S₁은 사후 검사에서도 사전 검사 때와 같은 인식 이전 수준에 머물렀다. 수업 중 다른 학생들에 비해 이해 속도가 느린 편이었으며 다른 학생들의 도움을 가장 많이 받은 경우이다. 또한 각 도형의 개념을 파악했다고 할지라도 기억이 오래 지속되지 않아서 1~2주 후 전 차시 학습을 상기하기 위한 질문을 했을 때 대답을 하지 못하는 경우가 종종 있었다. 다음은

‘평행사변형 알아보기’의 보충학습에 앞서 전 차시에 학습한 사다리꼴과 정규 수학시간에 배운 평행사변형에 관한 문답이다.

교사 : (일주일 전 S₁이 그렸던 사다리꼴을 가리키며) 이 사각형의 이름은 무엇이지?

S₁ : 평행사다리(평행사변형은 정규수업시간에 이미 배웠으며, 보충학습 전에 수업 주제로 예고된 바 있다. S₁은 사다리꼴과 평행사변형이 모두 평행인 변을 가지고 있다는 점을 혼동하였다.)

S₃ : (옆에서 지켜보다가 끼어든다.) 아닌데 그거 두 개 떼어 내.

S₂ : 맞아 두 개가 한꺼번에 들어갔어.

S₁ : 아! 사다리꼴.

교사 : 옳지. 그럼 이 도형은 왜 사다리꼴이라고 말할 수 있는 거지?

S₁ : 마주보는 사각형이 사다리꼴이니까.

S₂ : 마주보는 뭘 어떻게 되는데?

S₄ : 사각형이 마주보면 네모가 두 개 있다는 말인데?

S₁ : 아! 평행!

교사 : 다시 한 번 설명해 볼래?

S₁ : (손가락으로 평행인 한 쌍의 변을 가리키며) 이거.

교사 : 그 부분이 어떻다는 것이지?

S₁ : 평행? 맞아? 직선? 수직?

(이제껏 배웠던 모든 용어들을 나열하기 시작함)

이와 같이 S₁은 도형영역에서 사용되는 여러 가지 용어들을 매우 낯설게 느끼고 어려워하였다. 꼭짓점, 변, 직선 등 여러 용어들에 대한 이해가 부족했으며, 심지어 전 차시에 배운 수직, 평행 등도 혼동하며, 보충수업 때 받은 많은 질문에서 수직 아니면 평행이라고 대답하였다.

<표 V-1>은 S₁의 검사지에 대한 분석 중 일

<표 V-1> S₁의 사후 기하학적 사고 수준 검사 분석 결과

문항	평가 내용	문항 수준	정(O),오(x) 여부	문항에 대한 학생의 반응
★3	직사각형 찾기	1	○	S ₁ : 이거(사각형)는 모양을 보니까 이쪽하고 이쪽하고는(두 개의 직사각형)은 맞는데 이거는(사다리꼴) 아니에요. 교사 : 이것(사다리꼴)은 왜 직사각형이 아니지? S ₁ : 그냥……. 모양이…….이쪽이(직각이 아닌) 한각을 가리키며) 이상해요.
4	여러 가지 사각형과 정사각형 구분하기	1	×	정사각형과 직사각형을 다른 종류의 사각형이라고 생각하지 못해서 직사각형도 정사각형이라고 생각하고 있음
7	직사각형의 성질 구분하기	2	×	S ₁ : (자신이 푼 검사지를 살펴보다니)항상 옳은 것이 아닌 것은? 아~ 나는 항상 옳은 것이라고 생각하고 문제 풀었는데, 그래서 (수줍은 듯이) <u>직사각형은 변이 네 개잖아요. 그래서 2번이라고 썼거든요.</u> 교사 : 그럼 지금 다시 한 번 더 대답을 해볼래? S ₁ : (한참 생각을 하더니) 네 개의 직각이 있고, 네 개의 변이 있고, (머뭇거리다가) 선생님, 자로 재어 봐도 되요? 교사 : 아니, 이걸 이 직사각형 아니라 다른 직사각형에도 해당되는 모든 설명을 고르는 문제니까 자를 쓰지 않고서도 알 수 있어야해. S ₁ : 답을 잘 모르겠는데요.
8	마름모의 성질 구분하기	2	×	S ₁ : 여기(보기)에 나오는 설명들이 다 무슨 말인지 모르겠어요. 말이 썩 어려워서. 교사 : 하나라도 이해되는 것이 없니? S ₁ : 4번 마주보는 두각의 크기는 같은 것 같아요. 교사 : 같다고 해야 하니? 같은 것 같다고 해야 하니? S ₁ : 어…….같다.

부이다. 7, 8번 문항이 틀리기는 했지만, 사전 검사에서는 시도하지 않았던 도형의 구성 요소에 대해 언급하는 등의 발전을 보여준다. 그러나 여전히 정사각형과 직사각형을 구별하지 못하였으며, 사다리꼴은 모자모양, 마름모는 다이아몬드 모양으로 기억하는 등 일상에서 친숙한 대상을 통해 도형을 인식하는 경향이 있었다. 그래서 각 도형의 정의를 말하는 것에도 어려움을 표현했다.

S₁이 (S₅를 제외한) 다른 학생들과 달리 기하학적 사고 수준이 상승되지 않은 것에 대해 연구자는 적어도 한 가지 원인을 찾아 낼 수 있었다.

3월부터 또는 이전 학년부터 누적되어온 S₁의 학습 부진 정도가 심각하고 다른 부진학생들에 비해서도 학업성취 속도가 늦기 때문에 저널쓰기를 활용한 보충학습이 시작되기 전 연구와는 별도로 상담교육 전공 교사에게 S₁의 지능 검사를 요청한 적이 있었다. S₁의 K-WISK III 지능 검사결과 전체 IQ 점수는 75로 나타났다. 이는 보통의 기준치(100)에 비해 상당히 낮은 수치이며, 특수교육을 받을 수 있는 경계선 상에 있다고 할만하다. 12차시의 수업이 시작되기 전에 실시한 결과이지만 S₁의 지능이 3개월 만에 크게 향상되지는 않았을 것이라고 생각하며, 이를 고려할 때 12차시의 보충학습만으로 기하학적 사고 수준을 상승시키기에는 어려움이 있었다고 판단된다.

한편 S₅는 수학저널(그림 V-2)에서 수직과 평행을 배우면서 자신이 이해한 내용을 그림과 함께 설명한다.

S₅ : 이거는요(①중 왼쪽에서 첫 번째 그림). 사다리고요. 이거(두 번째)는 길에, 도로에 줄고어져 있는 거 있잖아요. 그거고요. 세 번째는 다리에 이음매예요. 전부 평행선이 들어있어요.

교사 : 와~ 과학시간에 배운 것 까지 생각해냈

구나. 마지막 그림도 설명해줄래?

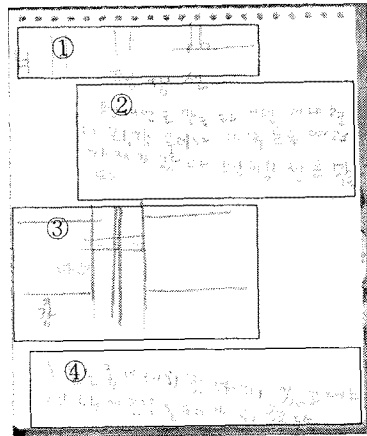
S₅ : 이거는 수직이에요.

교사 : 무엇을 그린 건데?

S₅ : 땅하고 나무! 나무가 땅에 서있는 건데 (수직으로 만나는 부분에 직각표시를 하면서) 이렇게 수직이에요.

교사 : 여기(수직인 부분을 가리키며)가 몇 도가 되는 거지?

S₅ : (자신 있게) 90도!



[그림 V-2] S₅의 수학저널

S₅는 이 설명에 이어 ‘평행선은 많다. 어떤거냐면 다리, 강물이나 나무 등등 여러 가지가 있다. 평행선은 많다(②)’와 같이 자신의 생각을 기록하였다. 평행과 수직이 무엇인지 그림이나 사물을 보고 알 수 있지만, 그 정의를 자신의 용어로 설명하기에는 아직 부족하였다. ②의 설명을 뒷받침하기 위한 그림이 ③이다. 도구 사용은 미흡하였지만 여러 가지 표현 방식을 채택한다는 점이 주목할 만하다. ③까지 마무리하고 난 후 ④와 같이 학습을 하고 난 후의 느낌을 어려움, 재미, 노력 등으로 간단하게 기록하였다.

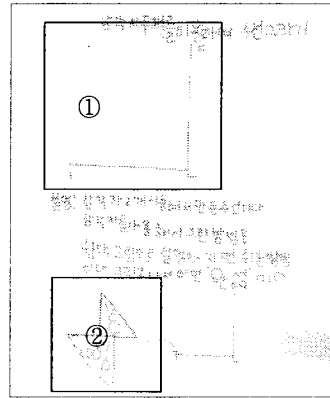
S₅는 잦은 가정 폭력으로 겨울방학 중에 OO시 소재의 아동 보호센터로 옮겨졌으므로 마지막 두 차시 수업 및 사후 기하학적 사고 수준

검사를 실시하지 못하였다. 그러나 수업의 관찰과 저널쓰기 결과물 및 면담을 분석한 결과, S₃가 인식 이전 수준에서 제1수준으로 완전하게 이동하지는 못했을 것이라고 판단된다. 그 이유는 도형영역의 학습 경험이 절대적으로 부족한 데서 찾을 수 있다. 12차시의 수업으로 S₃가 한 단계 더 높은 수준으로 이동하기에는 학습량 및 시간이 부족했을 것이라고 추정된다.

2. S₃, S₄: 제1수준

S₃은 수선 긋기 학습 후 두 쪽에 걸쳐 수선을 그리는 방법에 대해 작성하였다. 한 쪽에는 각도기를 사용하여 수선을 그리는 방법을 단계별로 기록하였으며, 다른 쪽(그림 V-3)에는 두 개의 삼각자를 사용하여 수선을 긋는 방법

을 그림 ②와 함께 설명하였다. 자신이 그린 도형에 기호를 사용한 것(①)을 볼 수 있다.



[그림 V-3] S₃의 수학저널

S₃의 사후 검사 결과는 제1수준에 해당하지만 제2수준의 반응을 보이기도 했다. 또한 여

<표 V-2> S₃의 사후 기하학적 사고 수준 검사 분석 결과

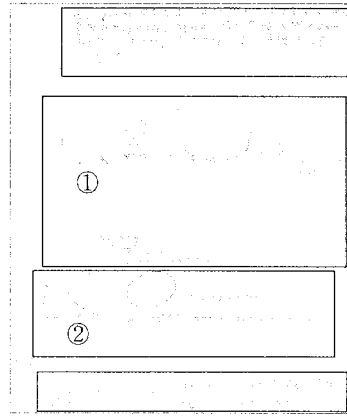
문항	평가 내용	문항수 준	정(○),오(x) 여부	문항에 대한 학생의 반응
★1	여러 가지 도형에서 정사각형 찾기	1	○	S ₃ : 정사각형은 첫 번째 것, 나머지는 아니에요. 특히 두 번째 도형은 사각형도 아니잖아요. 교사 : 그림 마지막 것은 왜 정사각형이 아니지? S ₃ : (길이)가 다른 두 변을 가리키며) 여기랑 여기가 서로 달라요. 길이가.
★2	여러 가지 도형에서 삼각형 찾기	1	○	S ₃ : 일단 (나)는 여기가 볼록 튀어 나와서 삼각형이 될 수 없고, (가)는 사각형이잖아요. 그리고 나머지는 삼각형이 맞아요.
★4	여러 가지 사각형과 정사각형 구분하기	1	○	S ₃ : 두 번째 사각형만 정사각형이에요. 직사각형하고, 정사각형을 구별하려면 변의 길이를 살펴보면 되요. 남아있는 것(다, 라)도 정사각형은 아니에요.
7	직사각형의 성질 구분하기	2	× 상 담 후 ○ 로 수 정	S ₃ : (자신의 검사지를 살펴보다니) 아 옳은 것을 답으로 적었네요. 항상 옳은 것? 네 개의 직각이 있고, 네 개의 변이 있고, 대각선의 길이가 같고, 마주보는 변의 길이가 같고, 그러면 전부 맞는 건데, 아, 5번이다.
8	마름모의 성질 구분하기	2	×	S ₃ : 항상 옳은 것, 모두 참이다. 이런 거 나오면 엄청 어려워요. 그런데 옳은 것이 아닌 것 이런 것 까지 되면 (어렵다는 듯이)으……마름모는 그냥 네 변의 길이가 같은 사각형 이까지는 알겠는데……. 이 문제는 말이 썩 어렵죠. 선생님? 그런데 보기 몇 개는 알겠는데 몇 개는 이해가 안돼서…….
9	이등변삼각형의 성질알기	2	×	S ₃ : 참인 것은? 맞는 설명 찾는 거예요? (보기1번을 읽으며) 세변의 길이가 같다는 정삼각형, 세 각의 크기가 모두 같다는 정삼각형, 그런데 이등변삼각형에도 맞으니까…… 보기 2, 4번은 잘 모르겠어요. 선생님이 설명해주세요.

러 가지 도형의 정의를 설명할 수 있으나, 사각형의 포함관계에 대해서는 어렵다는 반응을 보였다. 문항에 제시된 문장의 길이가 길다고 느끼거나 보기에 그림이 그려져 있지 않은 경우 등 문자로 기록된 도형의 성질에 대해 옳고 그름을 가려내지 못하는 경우가 있었다. <표 V-2>의 1, 4, 7, 8, 9번 문항에 대한 반응을 살펴보면 각 도형의 구성 요소인 변, 대각선, 각의 측도에 대해 언급하면서 도형을 설명(제2수준)하였다. 그러나 검사 결과 및 면담에 근거할 때 S₃은 아직 제2수준에 완전히 도달하지는 못했기 때문에 제1수준을 부여하였다.

한편 다각형과 정다각형 알아보기에 대한 S₄의 수학 저널(그림 V-4)에 따르면, S₄는 다각형과 정다각형을 정의할 수 있으며 다각형에 이름을 붙이는 방법을 이해하고 있다. 다각형 그림은 수학 익힘책 부록을 수학시간에 사용하고 난 후 챙겨 놓았다가 저널쓰기 할 때 붙여서 사용하였다.

여러 가지 다각형을 붙이고 난 후 알고 있는 규칙에 따라 도형의 이름을 적었으며, 자신이

붙인 도형들을 정다각형과 정다각형이 아닌 것으로 분류하였다. 정다각형이 아닌 다각형은 정다각형이 아닌 이유를 ‘각의 크기가 달라서’와 ‘4변의 길이가 같지 않고(①)’라고 썼다. 마지막으로 다각형이 아닌 도형을 스스로 그린 후, 그것이 다각형이 아닌 이유를 ‘각이랑 선분이 없어서’와 ‘이쪽 부분이 각이 아니고 선이 되어 있어서 그리고 각의 크기가 안 맞아서(②)’라고 설명하였다.



[그림 V-4] S₄의 수학저널

<표 V-3> S₃의 사후 기하학적 사고 수준 검사 분석 결과

문항	평가 내용	문항수준	정(O),오(x) 여부	문항에 대한 학생의 반응
★1	여러 가지 도형에서 정사각형 찾기	1	○	S ₄ : (어깨를 으쓱거리며) 아, 이런 것쯤이야. 당연히 (가)가 정사각형이잖아요. 교사 : 왜 당연한 건데? S ₄ : 딱 보니까 알겠구만, (정사각형의 네 변을 가리키며) 여기, 여기, 여기 전부 길이가 같잖아요.
★3	직사각형 찾기	1	○	S ₄ : 이것도 전부 직각인거 찾으면 (직사각형 두 개를 가리키며)여기 두 개.
★4	여러 가지 사각형과 정사각형 구분하기	1	○	S ₄ : (자신 있다는 듯이) 솔직히 이까지는 진짜 쉬운데 당연히 (나) 밖에 없잖아요. 교사 : 왜 (나)가 정사각형이지? S ₄ : 아까도 정사각형 설명 다했는데. 변 네 개의 길이가 같고, (생각을 하더니)아…… 직각인거는 (나)밖에 없어요.
5	평행사변형 찾기	1	×	S ₄ : (약간 짜증 섞인 투로) 아~ 이 첫 번째 것은 그림이 왜 삐딱하게 그려져 있어요? 사람 헛갈리게.
9	이등변삼각형의 성질알기	2	○	S ₄ : 이등변삼각형은 두변의 길이가 같은데 두 각도 크기가 같으니까

S₄는 1~4번의 문제는 매우 자신 있게 풀었으며, 굉장히 쉽다는 반응을 보였다. 주어진 도형을 보고 대부분 이름을 정확하게 붙였으나, 도형이 놓인 위치가 자신이 기억하는 것과 다른 경우에는 어려움을 표현하기도 했다. 또한 그림 없이 구성 요소의 성질을 설명하는 것, 문장으로만 제시된 문항의 경우 그 문장에서 의미하는 도형이 무엇인지 알아내는 것 등을 어려워하였다. 그러나 여러 가지 도형의 정의를 교사의 도움 없이 스스로 말할 수 있었으며, 주어진 도형을 보고 도형의 구성 요소에 대해 언급하기도 했다. 몇 가지 도형의 성질을 이해하는 등 제1수준 이상의 반응을 보이기도 했지만 제2수준의 특징은 미비하여 역시 제1수준에 해당한다고 볼 수 있다.

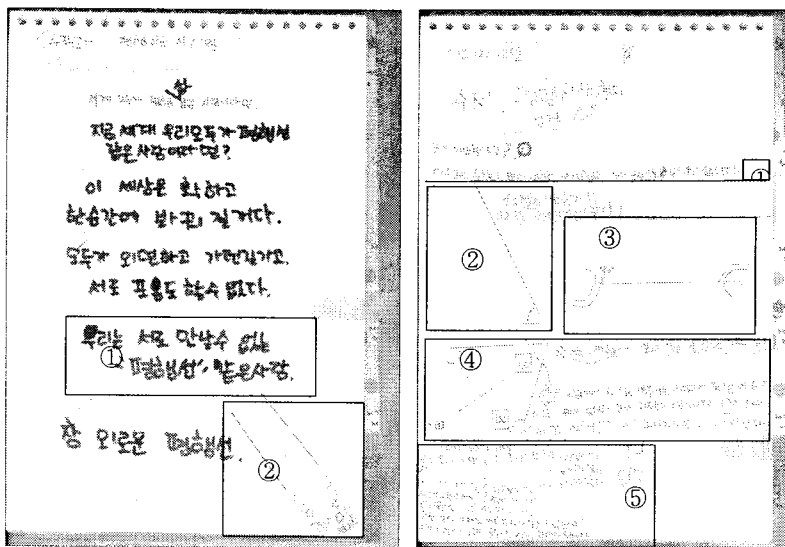
3. S₂: 제2수준

S₂는 가장 적극적으로 보충학습에 참여했던 학생이다. 매차시 학습한 내용을 꼼꼼하게 기록하였으며, 자신의 쓰기 활동을 마치고 난 후

자신보다 이해가 느린 친구들을 돕는 것에도 적극적인 모습을 보였다.

S₂는 평행선 긋기 학습 후 [그림 V-5]의 왼쪽처럼 자신이 알아낸 내용을 ‘세계 모두가 평행선 같은 사람이라면’이라는 제목의 시로써 표현하였다. S₂는 평행선의 의미를 알고 있었으며, ①처럼 평행선의 의미를 비유적으로 표현하였다. ②는 시를 다 쓰고 난 후 삼각자를 사용하여 평행선을 작도한 후 간단한 설명을 덧붙인 것이다.

한편 평행사변형 알아보기 학습 후 작성한 수학저널([그림 V-5]의 우)에서는 ①처럼 평행사변형의 정의를 쓸 수 있었으며, 잘라서 겹쳐보거나 대변의 길이와 대각의 크기를 재어보는 등의 관찰과 실험을 통해 도형의 성질을 파악하고자 하였다. ②는 대각의 크기가 같음을 알아보기 위해 평행사변형을 자른 후 마주보는 각 끼리 겹쳐 놓은 것을 붙인 것이며, 이 활동을 통해 ‘평행사변형에서 마주보는 각의 크기는 같다’라고 알아낸 것을 기록하였다. ③은 평행사변형을 이등분한 후 이웃하는 각을 연결해서



[그림 V-5] S₂의 수학 저널

붙여 놓은 것이다. 이 활동을 통해 S₂는 ‘평행 사변형에서 옆에 있는 각을 합하면 180도가 된다’는 것을 알아냈다(④). ⑤는 평행사변형의 성질을 정리한 것이다.

사후 검사 결과, S₂는 제2수준에 해당한다. S₂는 문제를 풀 때 자신 있는 문제를 빨리 풀 어내겠다는 생각에서 오답을 적은 것이 두 문제 있었다. 면담을 통해 S₂가 2번과 9번 문제는 확실하게 알고 있었음에도 불구하고 실수한 것이기 때문에 정답을 맞힌 것으로 인정하였다. 그래서 면담 전 채점결과는 제1수준이었지만, S₂와의 면담 결과 및 평소 수업에서 보인 반응 등을 고려하여 제2수준을 부여하였다. S₂는 각 도형의 정의를 정확하게 알고 있었으며, 자신이 풀이한 문제를 설명할 때에도 정의를 사용하였다. 구성 요소의 성질에 따라서 도형을 인식할 수 있었으며, 주어진 도형의 구성 요소를 관찰하여 모양을 비교한 후 다른 도형들과 구별해냈다. 또한 S₂는 <표 V-4>에서 보듯이(5번) 제3수준의 특징인 사각형의 포함관계에 대해서도 부분적으로 이해하고 있었다.

VI. 결 론

본 연구는 수학학습 부진학생들에게 도형영역을 중심으로 수학저널 쓰기를 활용한 van Hiele의 5단계 학습과정에 따른 보충학습을 실시함으로써 기하학적 사고 수준에 어떠한 영향을 미치는지 알아보려고 하였다.

연구 결과, 저널쓰기를 활용한 van Hiele의 5단계 학습과정에 따른 보충학습은 기하학적 사고 수준의 변화를 야기시켰다. 연구에 참여한 다섯 명의 부진학생 중 기하학적 사고 수준이 상승된 학생은 세 명이고(1 또는 2수준) 지능이 떨어지는 부진학생 두 명의 사고 수준은 향상되지 않았다. 이 두 학생의 기하학적 사고 수준이 12차시의 수업만으로 상승될 것을 기대한 것은 무리였으며, 좀 더 많은 시간을 지속적으로 투입할 필요성이 제기된다. 또한 지능이 떨어지는 학생의 경우에는 목표수준을 좀 더 낮추고 쉬운 과제부터 시작하여 단계적으로 수준을 높일 수 있도록 지도할 필요가 있다는 것을 알 수 있었다.

<표 V-4> S₂의 사후 기하학적 사고 수준 검사 분석 결과

문항	평가 내용	문항 수준	정(O),오(X) 여부	문항에 대한 학생의 반응
★1	여러 가지 도형에서 정사각형 찾기	1	○	S ₂ : 정사각형은 마름모처럼 네 변의 길이가 같아야 되니까 첫 번째 사각형이 정사각형이 맞아요. 각도 전부 90도이고……. 나는 직각 삼각형이고, 다는 직사각형입니다.
★2	여러 가지 도형에서 삼각형 찾기	1	× 상답 후○로 수정	S ₂ : 아~ 이거(길쭉한 형태의 삼각형)는 언뜻 보고 지나갔더니 삼각형이 아닌 줄 알았나 봐요. 지금 다시 보니 삼각형은 (다)과 (라) 두 개가 있었네요.
★5	평행사변형 찾기	1	○	S ₂ : 전부 평행사변형이에요. 가는 마름모라고 해도 되는데 마름모는 평행사변형도 되거든요.
★6	정사각형의 성질 구분하기	2	○	S ₂ : (연필을 잡더니 보기에 제시된 기호를 읽을 때 연필로 그 부분을 표시해 가면서 읽는다. 전략) 보기 2번을 보면 이렇게 대각선을 그었을 때 만나는 이 부분이 수직으로 만나잖아요. 90도 지난번에 수업시간에 색종이 놓고 관찰하기 할 때도 발견 했던 거예요. (후략, 나머지 보기에 대해서도 설명을 잘해냄)
★9	이등변삼각형의 성질알기	2	× 상답 후○로 수정	S ₂ : 엇! 선생님 이 문제는 제가 잘못 보고 푼 것 같아요. 아~ 이거 답은 3번인데…….

한편 기하학적 사고 수준의 변화 외에 수업 관찰을 통해 여러 가지 학습 특성을 도출할 수 있었다. 부진학생들은 소그룹 형태로 진행되는 수업에서 다른 학생들이나 교사의 말에 더 귀를 기울일 수 있었으며 가장 뚜렷한 변화는 의사소통 능력의 개선이다. 본 학급에서 소외되기 쉬웠던 부진학생들은 동질집단 내의 자유로운 분위기에서 도형 관찰 및 발견 내용을 자신 있게 표현하는 능력을 향상시킬 수 있었다. 먼저 동시 다발적인 언어 표현과정에서 오류 수정이 가능했기 때문에 저널쓰기 즉 문자나 기호 표현 과정에서는 이전의 활동을 돌아보면서 자신의 사고를 정리하고 자신을 평가할 수 있는 기회를 가질 수 있었다. 또한 부진학생들 사이에서도 이해 수준이 높은 학생이 이해 수준이 낮은 학생을 도와주는 동료 멘토링이 이루어지는 것을 확인하였었다. 수학저널 쓰기는 부진학생이 학습을 통해 알게 된 내용을 스스로 재구성해 볼 수 있는 기회를 제공하였으며, 수학 부진학생의 수학적 의사소통 능력에 긍정적인 영향을 미친 것으로 드러난다.

교사는 저널쓰기 이전 단계의 활동에서 이루어지는 언어 표현에서는 발문을 통해 수학학습 부진학생의 의사소통에 도움을 주거나 오개념을 수정할 수 있었고, 이후 작성한 저널을 검토함으로써 수학학습 부진학생의 학습 상태 및 개념 이해 정도를 파악하여 즉각적인 피드백을 할 수 있었으며, 이는 다음 차시의 교수 방법 구상에도 도움이 되었다.

이를 바탕으로 후속 연구가 이루어지기 위해서는 본 연구에서 실시한 도형 이외의 영역에서 부진학생 지도를 위한 저널쓰기의 적용 가능성에 대한 탐색이 있어야 할 것이다. 또한 본 연구의 S₅처럼 특수학급에서 본 학급으로 환급된 학생의 학력 수준 상승 및 본 학급 적응을 위한 프로그램 제공에 대한 연구도 필요

하며, 그를 위한 저널쓰기의 활용가능성도 모색해야 할 것이다. 마지막으로 부진학생들의 부진 요인을 객관적으로 판단할 수 있는 검사지 및 부진 요인에 따라 다르게 적용할 수 있는 보충학습 프로그램의 개발이 요구된다.

참고문헌

- 교육인적자원부(2007). **수학과 교육과정**. 대한 교과서 주식회사.
- 김원덕(2007). **탐구학습을 위한 교과서 재구성에 관한 소고 : 초등학교 4학년을 중심으로**. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김혜정(2006). **초등학교에서 수학 일지쓰기 활동이 수학 학습 부진아에게 미치는 영향**. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 박성익(1986). **학습 부진아 교육**. 서울 : 한국 교육 개발원.
- 백은자(2006). **초등수학에서 유시스킨의 반 헬레 수준 검사지의 문제점 분석 및 개선 연구**. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 석지현(2003). **마인드맵을 활용한 수학 부진아 지도방안**. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 수학사랑(2000). **수학사랑 제23호**. 서울 : 사단법인 전국 수학교사 모임.
- 이길섭(2004). **초등학교 기하학습 향상을 위한 지도방안의 개발과 적용에 관한 연구**. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이상명(2001). **수학 저널쓰기를 통한 문제 해결 활동이 유아의 수학 개념에 미치는 효과**. 중앙대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이화진·부제율·서동엽·송현정(2008). **초등학**

- 교 학습부진아 지도 프로그램 개발.
<http://www.kice.re.kr/kice/contents/a100585/view>
- 한국교육과정평가원(2006). **2006년 국가수준 기초학력 진단평가**. 서울: 한국교육과정평가원.
- Cook, J. W., & Craig, C.(1991). *Writing Mathematics*. MS : Mississippi State Department of Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 352269)
- Fulwiler, T. (1987). *The journal book*. Portsmouth, NH: Boyton/Cook.
- Fuys, D., Geddes, D. & Tischler, R.(1988). *The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents*. NCTM.
- NCTM(2000). Principles and standards for school mathematics.
<http://standards.nctm.org/document/chapter3/comm.htm>
- Usiskin, Z.(1982). *van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry*. Final Report of the CDASSG Project, University of Chicago.
- van Hiele, P.M.(1986). *Structure and insight: a theory of mathematics education*. Academic press.

Case Study on Change in the Geometrical Thinking Levels of the Under Achievers by Using Mathematical Journal Writing

Ha, Eun Young (Geochang Mari Elementary School)

Chang, Hye Won (Chinju National University of Education)

This study investigated the development of geometrical thinking levels of the under achievers at mathematics through supplementary classes according to van Hiele's learning process by stages using mathematical journal writing.

We selected five under achievers at mathematics among the fourth graders. We examined their geometrical thinking levels in advance and interviewed them to collect basic data related to their family backgrounds and their attitude toward mathematics and their characteristics.

Supplementary classes for the under achievers were conducted a couple of times a week during 12 weeks. Each class was

conducted through five learning stages of van Hiele and journal writing was applied to the last consolidating stage. After 12th class had been finished, posttest on geometrical thinking levels was conducted and the journals written by the pupils were analyzed to find out changes in their geometrical thinking levels. The result is that three out of five under achievers showed one or two level-up in their geometrical thinking levels, though the other two pupils remained at the same level as the results by the pretest. Moreover we found that mathematical journal writing could provide the pupils with opportunities to restructure the content which they study through their class.

* key words : mathematical journal writing(수학 저널 쓰기), geometrical thinking levels(기하학적 사고 수준), under achievers at mathematics(수학학습 부진학생)

논문접수 : 2009. 1. 30

논문수정 : 2009. 3. 4

심사완료 : 2009. 3. 12