

불규칙 경계면에 대한 중저주파수 간섭 반사 계수 유도

Derivation of Coherent Reflection Coefficient at Mid and Low Frequency for a Rough Surface

추 영 민*, 성 우 제*, 변 성 훈**, 김 시 문**

(Youngmin Chu*, Woojae Seong*, Sunghoon Byun**, Sea-Moon Kim**)

*서울대학교 조선해양공학과, **한국해양연구소/해양시스템안전연구소

(접수일자: 2008년 12월 15일; 수정일자: 2009년 2월 17일; 채택일자: 2009년 3월 1일)

경계면이 존재하는 해양에서의 수중 음파 전달 모델링 시 일반적으로 평평한 경계면을 가정하고 Rayleigh가 제안했던 반사 계수를 이용해 반사파를 계산할 수 있다. 하지만 해수면이나 해저면과 같은 실제 해양의 경계면은 불규칙적인 기질기를 가진다. 이러한 경계면에서의 반사 손실은 실험식이나 산란 이론에 기반한 간섭 반사 계수를 계산하여 구할 수 있다. 본 논문에서는 섭동 이론, Kirchhoff 근사법, 작은 기울기 근사법과 같은 산란 이론을 이용하여 유체-유체 경계면에 대한 간섭 반사 계수를 각각 유도한다. 이를 이용하여 임의의 거친기를 가지는 해수면과 해저면에 대한 각 산란 이론의 간섭 반사 계수를 계산하며, 이 결과를 Rayleigh 반사 계수와 비교하여 경계면의 거칠기에 따른 반사 손실을 분석한다. 또한, 섭동 이론과 Kirchhoff 근사법의 결과를 일반적으로 적용 범위가 넓은 작은 기울기 근사법의 결과와 비교하여 각 이론의 유효 범위에 대해 고찰한다.

핵심용어: 간섭 반사 계수, 섭동 이론, Kirchhoff 근사법, 작은 기울기 근사법

투고분야: 수중음향 분야 (5.2)

When we apply a propagation model to the ocean with boundaries, we can calculate reflected wave using reflection coefficient suggested by Rayleigh assuming the boundaries are flat. But boundaries in ocean such as sea surface and sea bottom have an irregular rough surface. To calculate the reflection loss for an irregular boundary, it is needed to compute the coherent reflection coefficient based on an experimental formula or scattering theory. In this article, we derive the coherent reflection coefficients for a fluid-fluid interface using perturbation theory, Kirchhoff approximation and small-slope approximation respectively. Based on each formula, we can calculate coherent reflection coefficients for a rough sea surface or sea bottom, and then compare them to the Rayleigh reflection coefficient to analyze the reflection loss for a random rough surface. In general, the coherent reflection coefficient based on small-slope approximation has a wide valid region. Comparing it with the coherent reflection coefficients derived from the Kirchhoff approximation and perturbation theory, we discuss a valid region of them.

Keywords: Coherent reflection coefficient, Perturbation theory, Kirchhoff approximation, Small-slope approximation

ASK subject classification: Underwater Acoustics (5.2)

I. 서론

실제 해양에서 소나를 운용할 때 해수면이나 해저면과 같은 불규칙적 경계면에 의한 산란의 영향으로 수신 신호의 크기가 일정하지 않은 경우가 있다. 음장 예측에 이러한 환경을 적절히 반영하기 위해서는 간섭 산란 영역(coherent scattered field)에서의 음장 모델링이 필요하다.

이 영역에서의 음압은 불규칙 경계면에 대한 간섭 반사 계수(coherent reflection coefficient)를 이용하여 예측할 수 있다. 간섭 반사 계수를 구하는 방법으로는 크게 분류하여 실제 해양 데이터를 기반으로 추정된 실험식을 이용하는 방법과 산란 이론에 기반한 이론식을 이용하는 방법이 있다. 특히, 산란 이론은 가정에 따라 섭동 이론(perturbation theory), Kirchhoff 근사법, 작은 기울기 근사법(small slope approximation) 등으로 나눌 수 있다.

섭동 이론은 일반적으로 불규칙 경계면에서의 RMS 파고가 음파의 파장에 비해 작을 때 유효한 것으로 알려져

책임저자: 성 우 제 (wseong@snu.ac.kr)

151 744 서울시 관악구 신림동 산 56-1 서울대학교 공과대학 조선해양공학과
(전화: 02-880-8359; 팩스: 02-888-9298)

있다. 섭동 이론은 Rayleigh-Rice 방법 [1]이나 소멸 정리 (extinction theorem) [2]를 이용하여 산란 음압 (scattered pressure)을 kh 차수에 대하여 전개하고 이러한 전개항의 합으로 표현한다 (여기서 k 는 음파의 파수이며 h 는 불규칙 경계면에서의 RMS 파고이다). Moe와 Jackson은 경계 조건을 적용하여 Rayleigh-Rice 섭동 이론으로부터 유도되는 전이행렬 (T-matrix)을 1차 항까지 정리하고 이를 이용하여 산란 강도 (scattering strength)를 구하였다 [3-4].

반면, Kirchhoff 근사법은 경계면의 표면 곡률의 반경이 음파의 파장에 비해 클 때 유효하다. 평면파가 Gaussian 스펙트럼을 가지는 경계면으로 입사할 때 Kirchhoff 근사법을 이용하여 경계면에 의한 간섭 산란 영역과 비간섭 산란 영역에서의 음장을 구할 수 있다 [5]. Jackson 등은 이러한 방법을 확장하여 경계면의 스펙트럼 형태가 powerlaw 일 때 산란 강도를 구하고 이를 실험 데이터와 비교하였다 [6]. Thorsos는 Pierson-Moskowitz 스펙트럼 (PM 스펙트럼)을 가지는 해수면에서 섭동 이론과 Kirchhoff 근사법을 이용하여 각각의 방법에 대한 간섭 반사 계수를 구하고 이를 정확한 해를 주는 적분 방정식 (Integral Equation) 수치 모델 결과와 비교하여 각 이론의 적용 범위에 대하여 논의 하였다 [7].

섭동 이론과 Kirchhoff 근사법은 적용된 가정으로 인해 해수면 특성이 각각 작은 크기 RMS 거칠기 (Small-scale RMS roughness)와 큰 크기 RMS 기울기 (Large-scale RMS slope)를 가질 때 이용할 수 있으며, 섭동 이론은 낮은 접지각 (grazing angle)에서 Kirchhoff 근사법은 높은 접지각에서 산란 강도를 잘 예측한다 [4].

한편, 작은 기울기 근사법은 Voronovich에 의해 처음으로 제안되었다 [8]. 작은 기울기 근사법은 일류적인 접근 방법으로서 전 접지각 범위에 대해 유효한 것으로 알려져 있다. 작은 기울기 근사법에서 산란 음장은 불규칙 경계면 기울기에 대한 차수의 합으로써 표현되고, 근사해가 안정적이기 때문에 높은 차수까지 고려하면 더 정확한 예측을 할 수 있다. Thorsos와 Broschat는 압력 소멸 경계에 대한 전이 행렬을 작은 기울기 근사법을 기반으로 유도한 바 있으며 [9], Broschat는 이러한 전이행렬 이용하여 PM 스펙트럼을 갖는 해수면의 간섭 반사 계수를 구하였다 [10]. Williams 등은 압력 소멸 경계 조건에서 앞서 언급한 산란 이론 기반의 간섭 반사 계수를 음선 이론과 결합하여 간섭 산란 영역에서의 음압을 구하였는데, 이 결과를 거친면 포물선 방정식 모델 (rough surface PE model)과 비교하여 작은 기울기 근사법 기반의 간섭 반사

계수가 다른 산란 모델에 비해 정확함을 밝혔다 [11].

일반적으로 해수면과 같이 압력 소멸 경계 조건이 성립하는 경계면이 다양한 기친기를 가진 때, 각 산란 이론은 기반으로 하여 유도된 간섭 반사 계수는 잘 알려져 있다 [7, 10-11]. 수중 도파관에서 간섭 산란 음장을 계산하기 위해서는 거친 해수면뿐만 아니라 거친 해저면에 의한 영향도 고려되어야 한다. 따라서 본 논문에서는 해저면을 모래나 진흙과 같이 유체의 특성을 가지는 물질로 구성되어 있는 매질로 가정하고, 유체-유체 경계면에 대해 각 산란 이론을 이용하여 간섭 반사 계수를 유도한다. 또한 이러한 결과를 이용하여 각기 다른 기친기를 갖는 해수면과 해저면에서 간섭 반사 손실을 구하고, 이 결과를 상호 비교하여 각 이론에서 도출된 간섭 반사 계수의 유효 범위를 고찰한다.

제 2장에서는 전이 행렬에 대한 정의를 설명하고 각각의 산란 이론을 기반으로 하여 유체-유체 경계면에 대해 유도된 전이 행렬을 이용하여 간섭 반사 계수를 구한다. 제 3장에서는 2장에서 유도된 식에 압력 소멸 조건을 적용한 후 Broschat [10]와 Williams [11]의 식과 비교하여 그 타당성을 검증한다. 또한 다양한 기친기를 가지는 해수면과 해저면에 대한 각 산란 이론의 간섭 반사 손실을 계산하며, 각 결과의 물리적 의미를 논의하고 이 결과로부터 각 산란 이론이 적용 가능한 유효 범위를 찾는다. 마지막으로 제 4장에서 결론을 맺는다.

II. 산란 이론 기반의 간섭 반사 계수

2.1. 전이 행렬

전이 행렬은 형상이 복잡한 불체에 의해 산란된 음장을 구하기 위해 제안되었다 [12]. 그림 1은 산란 면적 (scattering area)에 의해 음파가 산란되는 현상을 기하학적으로 도식화한 것이다. 입사 파수 벡터 \mathbf{k}_i 로 거친 경계면에 입사하

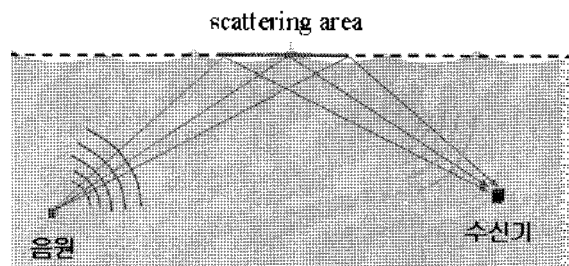


그림 1. 산란의 기하학적 형상
Fig. 1. Scattering geometry.

는 평면파에 대한 산란 음압 p_s 는 전이 행렬을 이용하여 아래 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$p_s(\mathbf{r}, \mathbf{K}_s) = \int d^2K_s \exp[i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}] T(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_i) \quad (1)$$

여기서 \mathbf{r} 은 음압의 관측 위치이고 \mathbf{k}_s 는 산란 파수 벡터, \mathbf{K}_s 와 \mathbf{K}_i 각각 산란 수평 파수 벡터와 입사 수평 파수 벡터를 나타낸다. $T(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_i)$ 는 전이 행렬이다. 경계면의 형상과 확률적 특성은 전이 행렬을 통해 반영된다. 식 (1)을 통해 관측 지점에서의 음압은 불규칙한 경계면에 의해 서로 다른 크기로 산란되는 평면파의 합으로 표현되는 것을 알 수 있다.

불규칙 경계면에 의한 산란 음압은 시공간에 따른 경계면의 변화에 의해 변동되며, 경계면에 대한 앙상블 평균(ensemble average)으로 구해지는 간섭 산란 음압과 시공간에 대한 경계면의 변화를 반영하는 비간섭 산란 음압의 합으로 표현된다. 간섭 산란 음압과 비간섭 산란 음압은 각각 간섭 반사 계수와 산란 강도를 통하여 그 크기를 알 수 있다. 본 논문에서는 산란 음압의 기준이 되는 간섭 산란 음압을 구하는 방법으로써 산란 이론에 기반한 간섭 반사 계수를 이용한다.

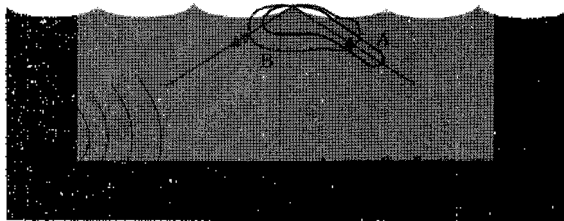


그림 2. 경계면 거칠기에 따른 음파 산란
Fig. 2. Scattering pattern corresponding to roughness of boundary.

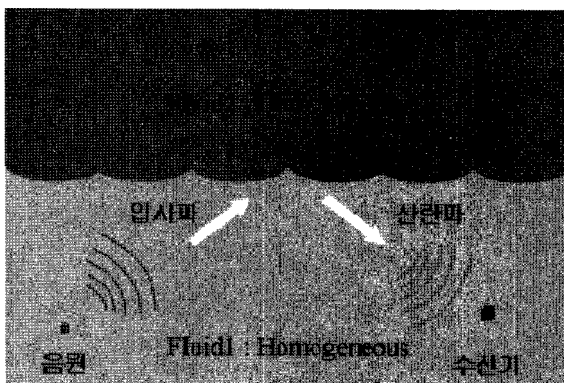


그림 3. 각 매질의 물리적 특성
Fig. 3. Physical properties of each fluid.

한편, 경계면의 불규칙한 특성은 전이 행렬에 반영되는데 이 때 전이 행렬과 간섭 반사 계수는 아래와 같은 관계를 가진다.

$$\langle T(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_i) \rangle = R_{coh}(\mathbf{K}_i) \delta(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}_i) \quad (2)$$

여기서 R_{coh} 은 간섭 반사 계수이며 불규칙 경계면을 가진 환경에서의 음파간의 간섭 효과를 반영한다. 경계면이 거칠수록 비간섭 영역이 지배적이므로 간섭 반사 계수가 작아진다. 그림 2는 경계면 거칠기에 따른 산란 에너지 분포를 나타낸 개략도이다.

본 장에서는 그림 3과 같이 두 매질이 각각 유체를 특성을 가지고 균질 할 때, 각 산란 이론에 대한 전이 행렬을 유도하고 이러한 전이 행렬을 이용하여 간섭 반사 계수를 구한다.

2.2. 섭동 이론 기반의 간섭 반사 계수

음파의 파수와 불규칙 경계면 RMS 파고를 각각 k 와 h 로 나타내면, $kh \ll 1$ 일 때 섭동 이론으로부터 산란 음장은 kh 에 대해 전개될 수 있다. Moe와 Jackson은 평면파가 불규칙한 형상을 가진 유체-유체 경계면에 의해 산란될 때 섭동 이론을 적용하여 1차 전이 행렬을 유도하고, 이 전이 행렬을 이용하여 산란 강도를 구하였다 [3]. 파고의 앙상블 평균이 0일 경우, 1차 전이 행렬은 0이 되어 경계면 거칠기가 간섭 산란 영역에 미치는 영향을 반영할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 유체-유체 경계면에 대해 2차 전이 행렬을 유도하여 섭동 이론 기반의 2차 간섭 반사 계수를 구하고 이를 통하여 경계면의 거칠기에 따른 간섭 반사 손실을 분석한다.

그림 3에서 각 매질의 음장을 속도 포텐셜 (velocity potential)로 표현할 경우 각각의 속도 포텐셜은 Weyl 표현법 [13]을 이용하여 식 (3)과 같이 파수 벡터 영역의 속도 포텐셜과의 관계를 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \psi_1(\mathbf{r}) &= \int [\Psi_1(\mathbf{K}) e^{i\mathbf{k}_{s,1}(\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}} + \Psi_s(\mathbf{K}) e^{i\mathbf{k}_{s,1}(\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}}] e^{i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{R})} d^2K \\ \psi_2(\mathbf{r}) &= \int \Psi_1(\mathbf{K}) e^{-i\mathbf{k}_{s,2}(\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}} e^{i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{R})} d^2K \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 ψ_1 와 ψ_2 는 각각 매질 1과 매질 2에서의 속도 포텐셜을 의미하며 Ψ_1, Ψ_s, Ψ_2 는 각각 입사파, 산란파, 투과파의 속도 포텐셜을 파수 영역으로 전환한 값이다. $k_{s,1,2}$ 는 각각 매질 1과 2에서 수직 파수이며 $k_{s,1,2} = [k_{x,1,2}^2 - |\mathbf{K}|^2]^{1/2}$ 로

나타낸다. 여기서 $k_{1,2}$ 은 각각 매질 1과 2의 파수 크기이다.

한편, 식 (3)의 Ψ_s 는 경계면에 맞고 되돌아 나오는 산란파만을 반영한다. 이는 섭동 이론이 Rayleigh 가설이 유효한 범위에서 성립하므로 경계면 사이의 2차 산란 영향을 무시할 수 있기 때문이다 [7]. 또한 식 (3)의 Ψ_s 는 식 (1)을 통해 Ψ_s 와 아래와 같은 관계식을 가진다.

$$\Psi_s(\mathbf{K}_s) = \int T(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K \quad (4)$$

특히, 평면파일 때 $\Psi_s(\mathbf{K})$ 는 $\delta(\mathbf{K} - \mathbf{K}_s)$ 이므로 Ψ_s 는 $T(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s)$ 이다.

파수 영역 산란 포텐셜 Ψ_s 는 경계 조건을 이용하여 구할 수 있고 이 값으로부터 전이 행렬을 유도할 수 있다. 식 (5)는 매질 1과 2가 유체일 때의 경계 조건이며 경계면에서 음압과 표면 수직 방향 속도의 연속성을 의미한다.

$$\begin{aligned} \rho_1 \psi_1(\mathbf{r})|_{z=f(\mathbf{R})} &= \rho_2 \psi_2(\mathbf{r})|_{z=f(\mathbf{R})} \\ \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \psi_1(\mathbf{r})|_{z=f(\mathbf{R})} &= \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \psi_2(\mathbf{r})|_{z=f(\mathbf{R})} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $\hat{\mathbf{n}}$ 은 표면 수직 벡터 (surface normal vector)이다.

식 (3)을 식 (5)에 대입하면 Ψ_s 와 Ψ_s 에 관한 연립 방정식을 얻을 수 있으며, 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned} \rho_1 \int [\Psi_s(\mathbf{K}) e^{i k_{z1}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R})} + \Psi_s(\mathbf{K}) e^{i k_{z1}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R})}] e^{i(\mathbf{K}\mathbf{R})} d^2 K \\ = \rho_2 \int \Psi_s(\mathbf{K}) e^{-i k_{z2}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R})} e^{i(\mathbf{K}\mathbf{R})} d^2 K \\ \int [k_{z1}(\mathbf{K}) [-\Psi_s(\mathbf{K}) e^{i k_{z1}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R})} + \Psi_s(\mathbf{K}) e^{i k_{z1}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R})}] \\ = \mathbf{K} \cdot \nabla f(\mathbf{R}) [\Psi_s(\mathbf{K}) e^{-i k_{z2}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R})} - \Psi_s(\mathbf{K}) e^{i k_{z1}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R})}] e^{i(\mathbf{K}\mathbf{R})} d^2 K \\ = \int [k_{z2}(\mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) e^{i k_{z2}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R})} + \mathbf{K} \cdot \nabla f(\mathbf{R}) \Psi_s(\mathbf{K}) e^{i k_{z2}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R})}] e^{i(\mathbf{K}\mathbf{R})} d^2 K \end{aligned} \quad (6)$$

$\rho_{1,2}$ 는 각각 매질 1과 2에서의 밀도를 의미한다.

섭동 이론을 적용할 경우 식 (6)의 $e^{i k_{z1}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R})}$ 는 테일러 전개를 이용하여 $e^{i k_{z1}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R})} \approx 1 \pm i k_{z1}(\mathbf{K}) f(\mathbf{R}) - \frac{1}{2} k_{z1}^2(\mathbf{K}) f^2(\mathbf{R})$ 로 표현할 수 있다. 또한 경계면 파고 $f(\mathbf{R})$ 은 푸리에 변환 (Fourier transform)을 이용하여 $f(\mathbf{R}) = \int F(\mathbf{K}) e^{i\mathbf{K}\mathbf{R}} d^2 K$ 로 표현된다. $F(\mathbf{K})$ 는 파고 불평수 영역으로 전환한 값이다. 이러한 관계식을 식 (6)에 대입하여 정리한 후, 이를 $e^{-i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{R}} / (2\pi)^2$ 을 곱하고 \mathbf{R} 에 대하여 적분하면 식 (7)과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \rho_1 [\Psi_s(\mathbf{K}_s) + \Psi_s(\mathbf{K}_s)] + i \rho_1 \int k_{z1} F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) [\Psi_s(\mathbf{K}) - \Psi_s(\mathbf{K})] d^2 K \\ - \frac{1}{2} \rho_1 \int k_{z1}^2 F^* F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) [\Psi_s(\mathbf{K}) + \Psi_s(\mathbf{K})] d^2 K \\ = \rho_2 \Psi_s(\mathbf{K}_s) - i \rho_2 \int k_{z2} F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K - \frac{1}{2} \rho_2 \int k_{z2}^2 F^* F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K \\ k_{z1}(\mathbf{K}_s) [\Psi_s(\mathbf{K}_s) - \Psi_s(\mathbf{K}_s)] + i \int k_{z1}^2 F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) [\Psi_s(\mathbf{K}) + \Psi_s(\mathbf{K})] d^2 K \\ - \frac{1}{2} \int k_{z1}^2 F^* F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K - \int (\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K \\ + \frac{1}{2} \int k_{z1}(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) F^* F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) [\Psi_s(\mathbf{K}) - \Psi_s(\mathbf{K})] d^2 K \\ - k_{z2}(\mathbf{K}_s) \Psi_s(\mathbf{K}_s) + i \int k_{z2} F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K + \frac{1}{2} \int k_{z2}^2 F^* F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K \\ - \int (\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K + \frac{1}{2} \int k_{z2}(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) F^* F(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K \end{aligned} \quad (7)$$

이 때, 파수 영역에서의 산란 및 투과 속도 포텐셜과 전이 행렬은 경계면의 거칠기에 의존적이므로 식 (8)와 같이 kh 에 대한 차수로 전개될 수 있다.

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{K}) &\approx \Psi^{(0)}(\mathbf{K}) + \Psi^{(1)}(\mathbf{K}) + \Psi^{(2)}(\mathbf{K}) \\ T(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s) &\approx T^{(0)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s) + T^{(1)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s) + T^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s) \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입하여 산란과 투과 음장을 kh 차수에 따라 나눌 수 있으며, 이로부터 각 차수에 해당하는 전이 행렬과 간섭 반사 계수들을 구할 수 있다.

2.2.1. 0 차 항

식 (8)을 식 (7)에 대입한 후 kh 에 대한 0차 항을 정리하면 $\Psi^{(0)}$ 와 $\Psi^{(0)}$ 에 관한 연립 방정식을 얻을 수 있다. 이 연립 방정식부터 $\Psi^{(0)}$ 와 $\Psi^{(0)}$ 가 식 (9)와 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \Psi_s^{(0)}(\mathbf{K}_s) &= \frac{\rho_2 / k_{z2}(\mathbf{K}_s) - \rho_1 / k_{z1}(\mathbf{K}_s)}{\rho_2 / k_{z2}(\mathbf{K}_s) + \rho_1 / k_{z1}(\mathbf{K}_s)} \Psi_s(\mathbf{K}_s) = R_s(\mathbf{K}_s) \Psi_s(\mathbf{K}_s) \\ \Psi_s^{(0)}(\mathbf{K}_s) &= \frac{\rho_1}{\rho_2} [\Gamma(\mathbf{K}_s) + 1] \Psi_s(\mathbf{K}_s) = G(\mathbf{K}_s) \Psi_s(\mathbf{K}_s) \end{aligned} \quad (9)$$

$\Psi_s^{(0)}$ 와 $\Psi_s^{(0)}$ 는 불규칙 경계면 파고에 대하여 독립적이며, 평평한 유체유체 경계면에 의한 반사와 투과를 의미한다. R_s 과 G 는 각각 반사 계수와 투과 계수이다.

2.2.2. 1차 항

식 (8)을 식 (7)에 대입한 후 kh 에 대한 1차 항을 정리하면 $\Psi_s^{(1)}$ 과 $\Psi_s^{(1)}$ 에 관한 연립 방정식을 얻을 수 있다. 이 연립 방정식부터 $\Psi_s^{(1)}$ 과 $\Psi_s^{(1)}$ 이 식 (10)와 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \Psi_s^{(0)}(\mathbf{K}_s) &= \int H(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) F(\mathbf{K}, -\mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K \\ \Psi_s^{(1)}(\mathbf{K}_s) &= \int I(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) F(\mathbf{K}, -\mathbf{K}) \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $H(\mathbf{K}_s, \mathbf{K})$ 와 $I(\mathbf{K}_s, \mathbf{K})$ 는 아래 식과 같다.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) &= \frac{[R_s(\mathbf{K}_s)+1][R_s(\mathbf{K})+1]}{2k_{z_s}(\mathbf{K}_s)} \left[k_z^2 - \frac{\rho_2}{\rho_1} k_z^2 + \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) \left[\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{K} - \frac{\rho_2}{\rho_1} k_{z_s}(\mathbf{K}_s) k_{z_s}(\mathbf{K}) \right] \right] \\ I(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) &= \frac{\rho_2}{\rho_1} \left[H(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) - i k_{z_s} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) [R_s(\mathbf{K})+1] \right] \end{aligned} \quad (11)$$

입사파가 평면파일 경우, $\Psi_s^{(0)}$ 과 $\Psi_s^{(1)}$ 는 각각 $H(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s) \times F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}_s)$ 와 $I(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s) \times F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}_s)$ 로 표현된다. $H(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s)$ 와 $I(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s)$ 는 평평한 경계면에 의해 반사되거나 투과된 파가 거친 경계면에 의해 다시 반사되거나 투과되어 나타나는 영향을 반영하며, 매질의 물리적 특성과 입사파와 산란파의 기하학적 특성이 복합적으로 나타난다. $F(\mathbf{K}, -\mathbf{K})$ 는 파고를 파수 영역으로 전환한 값으로써 경계면 형상의 특성을 반영한다.

2.2.3. 2차 항

식 (8)을 식 (7)에 대입한 후 kh 에 대한 2차 항을 정리 하면 $\Psi_s^{(2)}$ 와 $\Psi_s^{(3)}$ 에 관한 연립 방정식을 얻을 수 있다. 이 연립 방정식부터 $\Psi_s^{(2)}$ 가 식 (12)와 같이 구해진다.

$$\Psi_s^{(2)}(\mathbf{K}_s) = [T_1^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) + T_2^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) + T_3^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) + T_4^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K})] \Psi_s(\mathbf{K}) d^2 K \quad (12)$$

식 (12)의 $\Psi_s^{(2)}$ 는 크게 4가지 항으로 나누어 물리적 의미를 해석할 수 있으며, 각각의 항에는 평면에 의한 반사 및 투과 영향과 kh 에 대한 1차 파고에 의해 형성된 산란 및 투과의 영향이 복합적으로 나타난다. 식 (12)의 $T_1^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K})$ 는 아래와 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} T_1^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) &= L(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) F * F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}) \\ T_2^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) &= M(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) F * F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}) \\ T_3^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) &= \int N(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}') F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}') \Psi_s^{(1)}(\mathbf{K}', \mathbf{K}) d^2 K' \\ T_4^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) &= \int O(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}') F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}') \Psi_s^{(1)}(\mathbf{K}', \mathbf{K}) d^2 K' \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 식 (13)의 L, M, N, O 는 다음과 같다.

$$L(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) = -\frac{[R_s(\mathbf{K}_s)+1][R_s(\mathbf{K})+1]}{4k_{z_s}(\mathbf{K}_s)} \frac{\rho_2}{\rho_1} \left[\frac{\rho_2}{\rho_1} k_{z_s}(\mathbf{K}_s) k_{z_s}(\mathbf{K}) + k_{z_s}(\mathbf{K}) [k_z^2 - \mathbf{K} \cdot \mathbf{K}_s] \right]$$

$$\begin{aligned} M(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) &= \frac{[R_s(\mathbf{K}_s)+1][R_s(\mathbf{K})+1]}{4k_{z_s}(\mathbf{K}_s)} \frac{\rho_2}{\rho_1} \left[k_{z_s}(\mathbf{K}_s) k_{z_s}(\mathbf{K}) + k_{z_s}(\mathbf{K}) [k_z^2 - \mathbf{K} \cdot \mathbf{K}_s] \right] \\ N(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) &= \frac{[R_s(\mathbf{K}_s)+1]}{2ik_{z_s}(\mathbf{K}_s)} \left[\frac{\rho_2}{\rho_1} k_{z_s}(\mathbf{K}_s) k_{z_s}(\mathbf{K}) + k_z^2 - \mathbf{K} \cdot \mathbf{K}_s \right] F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}) \\ O(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}) &= \frac{[R_s(\mathbf{K}_s)+1]}{2ik_{z_s}(\mathbf{K}_s)} \left[k_{z_s}(\mathbf{K}_s) k_{z_s}(\mathbf{K}) + k_z^2 + \mathbf{K} \cdot \mathbf{K}_s \right] F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}) \end{aligned} \quad (14)$$

입사파가 평면파일 경우 $T_{1,2,3,4}^{(2)}$ 는 각각 $L(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s), M(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s), N(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s), O(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s)$ 을 통해 각 매질의 물리적 특성을 반영한다. 또한 $T_1^{(2)}$ 와 $T_2^{(2)}$ 는 각각 $F * F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}_s)$ 과 $F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}_s) \times F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}_s)$ 를 통해서 경계면의 수직적, 수평적 확률 특성을 반영한다.

2.2.4. 섭동 이론 기반의 간섭 반사 계수

불규칙 경계면에 의한 산란은 경계면의 형상 및 확률 분포에 의존적이다. 특히, 2차 간섭 산란 영역은 불규칙적인 파고의 파워스펙트럼 (power spectrum)과 RMS 파고를 이용하여 해석할 수 있다. 본 논문에서는 파고 $f(\mathbf{R})$ 의 확률이 Gaussian 분포이며 $\langle f(\mathbf{R}) \rangle = 0$ 이라 가정한다. 경계면의 확률 분포를 이용하여 전이 행렬의 양상블 평균을 구하면 식 (15)와 같으며, 이 때 전이 행렬은 kh 차수에 따라 전개된다.

$$\begin{aligned} \langle T^{(0)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s) \rangle &= R(\mathbf{K}_s) \delta(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}_s) \\ \langle T^{(1)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s) \rangle &= 0 \\ \langle T^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s) \rangle &= \left[\frac{[R_s(\mathbf{K}_s)+1][R_s(\mathbf{K}_s)+1]}{4k_{z_s}(\mathbf{K}_s)} \frac{\rho_2}{\rho_1} k_{z_s}(\mathbf{K}_s) \left[\frac{\rho_2}{\rho_1} k_{z_s}(\mathbf{K}_s) + k_{z_s}(\mathbf{K}_s) \right] + k_z^2 - k_z^2 \right] h^2 \\ &+ \frac{[R_s(\mathbf{K}_s)+1]}{2ik_{z_s}(\mathbf{K}_s)} W(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}_s) \left[\frac{\rho_2}{\rho_1} k_{z_s}(\mathbf{K}_s) k_{z_s}(\mathbf{K}_s) + k_z^2 - \mathbf{K}_s \cdot \mathbf{K}_s \right] W(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s) \right] d^2 K \\ &\times \delta(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}_s) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 W 는 경계면의 파워스펙트럼으로 $W(\mathbf{K}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \langle f(\mathbf{R}_s) f(\mathbf{R}_s + \mathbf{R}) \rangle e^{-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}} d^2 R$ 이다.

$\Psi_s^{(0)}$ 의 간섭 산란 영역은 파고에 대한 영향이 없으므로 평평한 면에 반사되어 나타나는 Rayleigh 반사 계수와 동일하다. $\Psi_s^{(1)}$ 는 F 을 포함하고 $\langle f(\mathbf{R}) \rangle = 0$ 이므로, 1차 전이 행렬이 0이 되어 간섭 영역에 영향을 주지 않는다. $\Psi_s^{(2)}$ 는 파고에 대한 2차 항을 포함하며 $\Psi_s^{(0)}$ 와 $\Psi_s^{(1)}$ 의 영향이 복합적으로 나타나는데, $kh \ll 1$ 의 가정에 의해 $\langle T^{(2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_s) \rangle$ 의 첫 번째 항은 두 번째 항에 비해 작으므로 무시할 수 있다.

간섭 반사 계수 $R_{s,sa}(\mathbf{K}_s)$ 는 식 (15)을 정리한 후, 식 (2)와 비교하여 구할 수 있으며 아래 식과 같이 표현된다.

$$R_{\text{tot}}(\mathbf{K}_i) = R(\mathbf{K}_i) \left[\frac{R(\mathbf{K}_i) + 1}{2k_z(\mathbf{K}_i)} \right] \left[\theta(\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{K}_i) \left[\frac{\rho_1}{\rho_2} k_{z1}(\mathbf{K}_i) k_{z2}(\mathbf{K}_i) + k_z^2 - \mathbf{K}_i \cdot \mathbf{K}_i \right] H(\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{K}_i) \right] \Big|_{d^2 K} \quad (16)$$

2.3. Kirchhoff 근사법 기반의 간섭 반사 계수

산란 음압을 구하는 다른 방법은 Kirchhoff 근사법을 이용하는 것이다. Kirchhoff 근사법은 경계면의 곡률의 반경이 입사파의 파장보다 클 때 성립한다. 이 때 경계면은 입사파에 대해 부분적으로 평평하다고 간주할 수 있으며 경계점에서의 음압과 속도는 Rayleigh 반사 계수를 이용하여 계산할 수 있다. Green 정리를 기반으로 유도된 Kirchhoff-Helmholtz 적분식에 Kirchhoff 근사법을 적용하면 일반적 형상에 의해 산란된 음압을 구할 수 있는데, 해수면이나 해저면과 같이 경계면이 거칠고 불규칙인 경우에도 이러한 적분식을 활용할 수 있다. Ishinaru는 이와 같은 방법으로 거친 해수면이나 해저면에 의해 형성된 산란 음압을 계산하였다 [5]. 본 전에서는 이러한 산란 음압을 Wely 표현법을 이용하여 나타내고, 이를 식 (1)와 비교하여 전이 행렬을 유도한다. 이러한 전이 행렬을 통하여 Kirchhoff 근사법 기반의 간섭 반사 계수를 구한다. 산란 음압 p_s 는 Kirchhoff-Helmholtz 적분식에 기반하여 아래 식과 같이 쓸 수 있다. 이 때 산란 면적 S 는 경계면의 확률적 특성, 포함할 만큼 크다고 가정한다.

$$p_s(\mathbf{r}, \mathbf{K}_i) = \int_S \left[p(\mathbf{r}') \frac{\partial G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} - G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial p(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right] d^2 s' \quad (17)$$

여기서 \mathbf{r} 과 \mathbf{r}' 는 각각 관측 지점과 경계점이며, $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 는 Green 함수로서 $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = [\exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)] / (4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ 으로 표현할 수 있다. $\partial/\partial n'$ 는 경계점에서 수직 미분 (normal derivative)를 의미한다. 식 (17)에서 경계값 $p(\mathbf{r}')$ 와 $\frac{\partial p(\mathbf{r}')}{\partial n'}$ 는 Kirchhoff 근사법에 의해 Rayleigh 반사 계수를 이용하여 식 (18)과 같이 표현된다.

$$p(\mathbf{r}') = p_i(\mathbf{r}') (1 + R_s) \\ \frac{\partial p(\mathbf{r}')}{\partial n'} = ik \cdot \hat{n} p_i(\mathbf{r}') (1 - R_s) \quad (18)$$

여기서 $p_i(\mathbf{r}')$ 는 경계점에서의 입사파를 나타내며 R_s 는 경계점에서의 Rayleigh 반사 계수이다. 식 (18)의 두 번째 식은 경계점에서 물리량의 이동을 반영하며 속도와 연관된다.

원거리 조건을 가정하고 식 (18)을 식 (17)에 대입하면, 아래 식과 같이 정리된다.

$$p_s(\mathbf{r}, \mathbf{K}_i) = \frac{i \exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} E \int_S R_s \exp(-iv \cdot \mathbf{r}') dx' dy' \quad (19)$$

여기서 $\mathbf{v} = \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i$ 이며 $E = -|v|^2 / v_z$ 이다. v_z 는 벡터 \mathbf{v} 의 z 방향 성분이다. 또한 경계면을 따른 파고의 변화가 크지 않다고 가정하면 모든 경계점에서 반사 계수는 $R_s(\mathbf{k}_i)$ 로 근사할 수 있다.

식 (19)의 $\exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) / 4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ 을 Wely 표현법을 이용하여 다시 정리하면 아래 식과 같다.

$$p_s(\mathbf{r}, \mathbf{K}_i) = \int \frac{E \cdot R_s(\mathbf{k}_i)}{8\pi^2 k_z(\mathbf{K}_i)} \left[\exp(-iv \cdot \mathbf{r}') dx' dy' \times \exp(i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) d^2 K_s \right] \quad (20)$$

식 (20)을 식 (1)과 비교하여 전이 행렬을 구할 수 있다. 특히, 경계면 파고의 양상불 평균이 0 이고 확률 분포가 Gaussian 분포를 가질 때 전이 행렬의 양상불 평균은 아래 식과 같이 표현된다.

$$\langle T(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_i) \rangle = -\frac{E}{2k_z} R_s(\mathbf{K}_i) \exp\left(-\frac{v_z^2 h^2}{2}\right) \delta(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}_i) \quad (21)$$

이 때, 간섭 반사 계수 R_{tot} 는 식 (2)와 식 (21)를 비교하여 구할 수 있으며, 식 (22)와 같이 표현된다.

$$R_{\text{tot}}(\mathbf{K}_i) = R_s(\mathbf{K}_i) \exp\left(-\frac{v_z^2 h^2}{2}\right) \quad (22)$$

여기서 R_{tot} 는 $\exp(-\frac{v_z^2 h^2}{2})$ 항을 통해 경계면의 거칠기를 반영는데, 경계면의 RMS 파고가 클수록 경계면에 입사하는 파는 전 방향으로 산란되어 간섭 산란 음장의 크기가 작아진다.

2.4. 작은 기울기 근사법 기반의 간섭 반사 계수

작은 기울기 근사법에서 산란 음장은 경계면의 기울기에 관련된 항에 대해 전개되고 이 항들의 합으로 구해진다. Voronovich는 유한한 거친 경계면이 수평 혹은 수직으로 이동할 때 이로 인한 산란파의 변화를 $\exp(-iv \cdot \mathbf{r})$ 항을 이용해 나타내고 이를 입사파와 산란파 및 파고에 의존하는 함수와 곱한 후 경계면에 따라 적분하는 방식으

로 전이 행렬을 표현하였다. 또한 이를 섭동 이론과 비교하여 그 크기를 계산하였다 [8]. 이 후 Thorsos와 Broschat는 Kirchhoff-Helmholtz 적분식과 압력 소멸 조건을 이용하여 해수면에 대한 전이 행렬을 체계적으로 유도 하였다 [9]. 이 때 전이 행렬은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$T(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t) = \frac{1}{8\pi^2 k_z(\mathbf{K}_s)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\mathbf{v}\cdot\mathbf{R}} \Phi(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t, \mathbf{R}, [F]) d^2 R \quad (23)$$

여기서 Φ 는 Φ_0 의 체계적 전개 (systematic expansion)에 대한 합으로써 $\Phi = \sum \Phi_i$ 로 표현된다(Φ_i 는 파수 영역의 경계면 파고 F 에 대해 전개되는 항이다). 작은 기울기 근사법의 전이 행렬은 일반적으로 식 (23)과 같은 형태로 표현되어, 경계면의 일반적 기울기 (general slope)에 대해 전개된다. 또한 식 (23)의 Φ 는 경계 조건에 의해 결정된다.

본 절에서는 식 (23)을 불규칙 경계면의 파고에 대한 차수로 정리한 후 이를 앞서 구한 섭동 이론과 비교하여 유체유체 경계 조건에 대한 작은 기울기 기반의 간섭 반사 계수를 구한다. 이 때, 작은 기울기 근사법의 0차 전이 행렬은 아래 식과 같다.

$$T^{(0)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t) = \frac{\Phi_0(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t)}{8\pi^2 k_z(\mathbf{K}_s)} \int e^{-i\mathbf{v}\cdot\mathbf{R}} e^{-i\mathbf{v}_z f(\mathbf{R})} d^2 R \quad (24)$$

여기서 Φ_0 는 Φ 를 $[F]$ 에 대하여 전개하였을 때 가장 낮은 차수를 나타내며 \mathbf{R} 에 대하여 독립이다. \mathbf{v} 는 산란 파와 입사파의 수평 차수 벡터 차로써 $\mathbf{v} = \mathbf{K}_s - \mathbf{K}_t$ 이다. $e^{-i\mathbf{v}_z f(\mathbf{R})}$ 을 테일러 전개를 이용하여 $-i\mathbf{v}_z f(\mathbf{R})$ 에 따라 전개한 후 식 (24)에 대입하여 다시 정리하면 식 (25)와 같이 경계면 파고에 대해 전개된다.

$$T^{(0)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t) = \frac{\Phi_0(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t)}{2k_z(\mathbf{K}_s)} \delta(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}_t) - i \frac{\mathbf{v}_z \Phi_0(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t)}{2k_z(\mathbf{K}_s)} F(\mathbf{K}_s, -\mathbf{K}_t) + \dots \quad (25)$$

이를 섭동 이론에 대한 전이 행렬과 비교하면 Φ_0 를 구할 수 있으며 그 값은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \Phi_0(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t) &= 2k_z(\mathbf{K}_s) R_s(\mathbf{K}_t) & \mathbf{K}_s = \mathbf{K}_t \\ \Phi_0(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t) &= \frac{2ik_z(\mathbf{K}_s)}{v_z} H(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t) & \text{for all } \mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t \end{aligned} \quad (26)$$

여기서, Φ_0 가 $\mathbf{K}_s = \mathbf{K}_t$ 에서 일관성을 유지하기 위해서는 $H(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t) = -2ik_z(\mathbf{K}_s) R_s(\mathbf{K}_t)$ 을 만족해야 한다. 식 (11)

의 H 는 이러한 조건을 만족한다. 식 (26)을 식 (24)에 대입하여 0차 전이 행렬을 같이 구할 수 있다. 특히, 파고의 앙상블 평균이 0이고 확률 분포가 Gaussian 일 때 0차 전이 행렬의 앙상블 평균은 아래 식과 같다.

$$\langle T^{(0)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t) \rangle = -i \frac{H(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_t)}{2\pi^2 v_z} \exp(-\frac{v_z^2 h^2}{2}) \delta(\mathbf{K}_s - \mathbf{K}_t) \quad (27)$$

간섭 반사 계수는 $R_{coh}(\mathbf{K}_t)$ 식 (2)와 식 (27)를 비교하여 구해지며, 식 (28)과 같이 표현되는데, 이 값은 Kirchhoff 근사법의 결과와 동일하다.

$$R_{coh}(\mathbf{K}_t) = R_s(\mathbf{K}_t) \exp(-\frac{v_z^2 h^2}{2}) \quad (28)$$

III. 반사 손실의 수치 결과

3.1. 해수면의 간섭 반사 계수

본 절에서는 해수면과 같은 압력 소멸 경계 조건을 각 산란 이론 기반의 간섭 반사 계수를 적용하고, 이를 Broschat [10] 혹은 Williams [11]의 식과 비교하여 본 논문에서 유도한 각 간섭 반사 계수의 타당성을 검증한다. 또한 해수면의 파워스펙트럼이 PM 스펙트럼을 가질 때, 각 산란 이론에 따라 도출된 간섭 반사 손실을 계산하고 이를 상호 비교한다. 불규칙 경계면을 갖는 2차원 공간의 수중 도파관에서 진행되는 음파의 반사 손실을 분석하기 위해 Williams에 의해 간소화 된 1차원 PM 스펙트럼을 적용하며 이는 아래 식과 같이 표현된다 [11].

$$\begin{aligned} W(K) &= \left[\frac{\alpha}{8|K|^3} \right] C(K) & \text{for } |K| < K_t \\ W(K) &= \left[\frac{\alpha}{8|K|^3} \right] & \text{for } |K| > K_t \end{aligned} \quad (29)$$

여기서 $C(K)$ 는 식 (30)과 같다.

$$C(K) = \frac{2}{\pi} \left[\arcsin\left(\frac{|K|}{K_t}\right) - \frac{|K| \sqrt{K_t^2 - K^2}}{K_t^2} \right] \quad (30)$$

K 는 해수면 파수이며 $K_t = \sqrt{\beta g/U^2}$ 이다. U 는 해수면으로부터 19.5 m에서의 풍속이며 g 는 중력 가속도로 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ 이다. α 와 β 는 실험으로부터 결정된 상수

로써 각각 0.0081과 0.74이다.

한편, 식 (15)의 섭동 이론 기반의 전이 행렬을 해수면에 적용할 때 물의 밀도가 공기에 비해 크므로 식 (15)에서 투과에 의해 나타나는 항 G, I 는 근사적으로 0이다. 따라서 해수면에 대한 섭동 이론 기반의 간섭 반사 계수는 아래 식과 같이 정리된다.

$$R_{coh}(K_1) = -1 + 2\lambda_1(K_1) \int W(K_1 - K') \sqrt{k^2 - |K'|^2} d^2K' \quad (31)$$

또한, 해수면에 대한 Kirchhoff 근사법과 작은 기울기 근사법의 간섭 반사 계수는 식 (22)와 식 (28)에 압력 소멸 경계 조건을 적용하여 구할 수 있으며, 그 결과는 아래와 같다.

$$R_{coh}(K_1) = -\exp\left(-\frac{v_s^2 h^2}{2}\right) \quad (32)$$

식 (31), (32)는 Broschat가 섭동 이론과 Kirchhoff 근사법을 기반으로 각각 유도한 간섭 반사 계수와 동일하다 [10]. 특히, 식 (32)는 Williams가 유도한 작은 기울기 기반의 0차 간섭 반사 계수와 동일하며, 본 논문에서와 같이 Kirchhoff 근사법의 결과와 일치한다.

한편, Broschat는 경계면이 압력 소멸 경계 조건을 가질 때 식 (23) 형태의 전이 행렬을 섭동 이론의 전이 행렬

과 비교하여 작은 기울기 근사법 기반의 1차 간섭 반사 계수를 유도하였다. 이 때 작은 기울기 근사법 기반의 1차 간섭 반사 계수는 아래 식과 같이 표현된다 [10].

$$R_{coh}(K_1) = \exp\left[\frac{v_s^2 h^2}{2} \left[1 - \frac{v_s^2 h^2}{2} + 2\lambda_1(K_1) \int W(K_1 - K') \sqrt{k^2 - |K'|^2} d^2K' \right]\right] \quad (33)$$

본 논문에서는 각 산란 이론 기반의 간섭 반사 계수를 해수면에 적용하여 풍속에 따른 반사 손실을 계산하고 이 결과를 상호 비교하였다. 특히, 해수면에 대한 작은 기울기 근사법 기반의 간섭 반사 계수는 Broschat가 유도한 식 (33)을 이용하여 계산하였다. 이 때, 간섭 반사 손실 R_L 은 $R_L = -20 \log |R_{coh}|$ 으로 정의한다.

그림 4는 음원이 1 kHz인 때 해수면의 거칠기에 따른 반사 손실이다. 음파는 거친 해수면에 의해 반사 에너지가 손실되며, 간섭 반사 손실은 이러한 현상을 반영한다. 해수면의 거칠기는 풍속에 의해 결정되며, 풍속이 높을 수록 RMS 파고는 커진다. 1, 3, 5, 7 m/s 풍속에 따른 각각의 kh 는 0.02, 0.20, 0.56, 1.09이다. 풍속 1 m/s 일 때 각 산란 이론으로 계산된 간섭 반사 손실의 결과는 상호 유사하며, 그 크기는 평평한 면에 대한 반사 손실과 가깝다.

풍속 1 m/s와 3 m/s의 해수면과 같이 kh 가 작을 때 섭동 이론과 작은 기울기 근사법의 간섭 반사 손실이 상

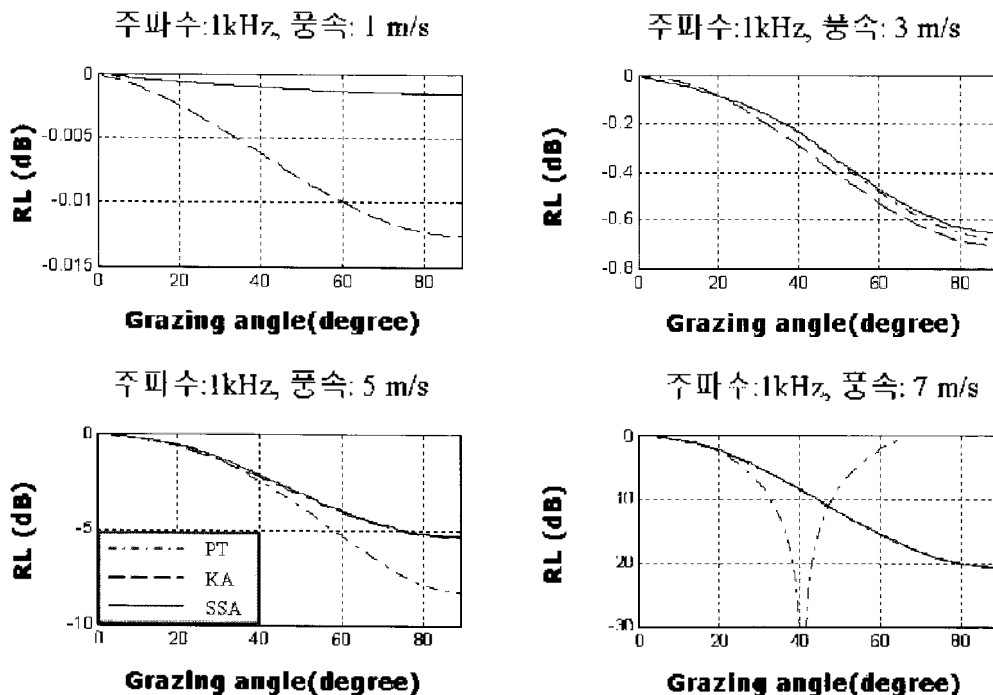


그림 4. 풍속에 따른 간섭 반사 손실
Fig. 4. Coherent reflection loss corresponding to wind speed.

호 유사함을 확인할 수 있다. 또한 그림 5와 같이 해수면의 거칠기가 클 때 낮은 접지각에서 각 산란 이론에 대한 간섭 반사 손실을 비교해 보면, 섭동 이론과 작은 기울기 근사법의 결과가 서로 비슷한 경향과 값을 가진다. 이는 $kh \sin \theta \ll 1$ 일 때와 같이 섭동 이론이 유효한 범위에서, 작은 기울기 근사법의 전이 행렬을 섭동 이론의 전이 행렬과 비교하여 구하기 때문이다 (여기서 θ 는 경계면으로 입사하는 음파의 접지각이다).

한편, 경계면의 거칠기가 클수록 경계면에 의해 산란되는 에너지가 많아지며 간섭 영역으로 진행되는 음파의 에너지가 줄어든다. 따라서 풍속이 높을수록 반사 손실이 증가한다. 또한 풍속 5 m/s 혹은 7 m/s 와 같이 거친 해수면을 가질 때, 섭동 이론과 작은 기울기 기반의 간섭 반사 손실이 상호 유사한 범위가 줄어든다. 이는 kh 가 커질수록 섭동 이론의 유효 범위가 작아지기 때문이다. 반면 v, h 가 클 때, 식 (33)의 작은 기울기 근사법의 첫 번째 항의 영향이 다른 항에 비해 커진다. 따라서 높은 접지각에서 Kirchhoff 근사법과 작은 기울기 근사법의 간섭 반사 손실은 비슷한 크기를 가진다.

이러한 결과로부터 섭동 이론과 Kirchhoff 근사법의 간섭 반사 계수가 각각 낮은 접지각과 높은 접지각에서 유효함을 알 수 있다. 이는 Jackson이 각 산란 이론을 이용하여 유도한 산란 강도의 유효 범위에 대해 논의한 결과와 유사하다 [4].

한편, 풍속 7 m/s 일 때 40° 부근에서 섭동 이론의 간섭 반사 계수가 증가하기 시작한다 (이 때, $kh \sin \theta \approx 0.7$ 이다). 풍속과 주파수에 따라 간섭 반사 계수가 증가하기 시작하는 $kh \sin \theta$ 를 구해보면 $kh \sin \theta \geq 0.7$ 의 값을 가진다. 따라서 식 (29)와 같은 간소화된 PM 스펙트럼을 가지는 해수면에 대한 섭동 이론의 간섭 반사 손실은 $kh \sin \theta < 0.7$ 의 범위에서 물리적 의미를 가진다. 따라서 이러한 스펙트

럼의 해수면에 대해서 주파수와 풍속에 상관 없이 0.7 미만의 값을 기준으로 정하고, $kh \sin \theta$ 가 기준값 이상의 범위에서 Kirchhoff 근사법을 적용하고 기준값 이하의 범위에서 섭동 이론을 적용하면 각각의 산란 이론으로 구한 간섭 반사 손실에 비해 정확한 값을 예측할 수 있다. 그림 6은 음원이 1, 2, 3, 4 kHz 주파수 일 때, 기준을 0.3으로 정하고 섭동 이론과 Kirchhoff 근사법을 이용하여 구한 간섭 반사 계수와 작은 기울기 근사법의 간섭 반사 계수를 비교한 결과이다. 주파수에 따른 각각의 kh 는 0.56, 1.12, 1.68, 2.23이다. 그림 6을 통해서 두 방법을 기반으로 구한 간섭 반사 손실이 각각의 산란 이론으로 구한 값에 비해 정확함을 확인할 수 있다.

앞서 언급한 바와 같이 특정 $kh \sin \theta$ 이상을 가지는 범위에서 섭동 이론 기반의 간섭 반사 손실은 증가하는데, 그 이유는 다음과 같이 설명될 수 있다. 섭동 이론은 kh 에 대해 전개되는데, $kh \sin \theta$ 가 커질수록 고차 항이 저차 항보다 커지며 이로 인해 전체 항의 합이 발산하기 때문이다. 또한 $kh \sin \theta$ 가 클 때 Rayleigh 가설이 성립되지 않으며, 이러한 환경에서 식 (3)을 이용하는 섭동 이론으로부터 구해진 산란 음압은 경계면 사이에 존재하는 고차 산란 영향을 고려하지 못하고, 이로 인한 오차가 발생하여 음압이 발산하는 경우가 생기기 때문이다.

3.2. 해저면의 간섭 반사 계수

해저면은 바닥층을 이루는 물질적 특성에 따라 유체, 고체 등으로 분류될 수 있다. 본 논문에서는 해저면 매질의 특성을 유체로 가정한다. 해저면의 간섭 반사 손실은 불규칙한 유체-유체 경계면에 대해 섭동 이론과 Kirchhoff 근사법, 작은 기울기 근사법을 기반으로 각각 유도된 간섭 반사 계수 식 (16), (22), (28)를 이용하여 계산되었다.

해저면의 파워스펙트럼은 1차원 본 칼만 스펙트럼

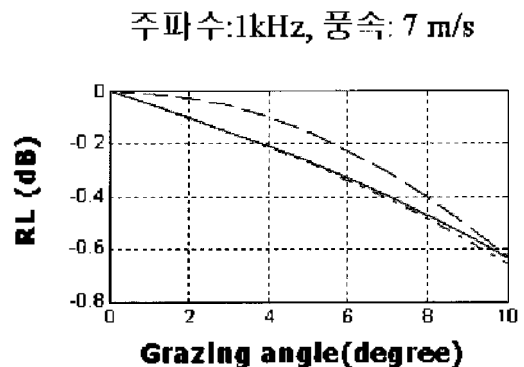
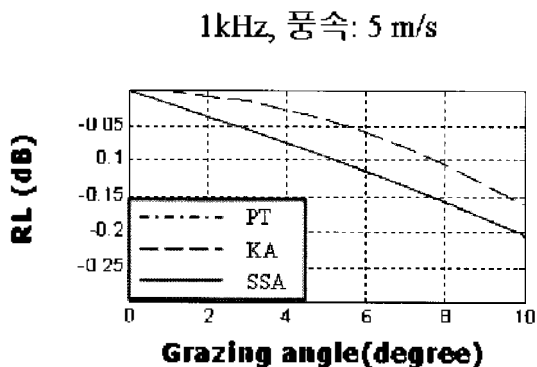


그림 5. 낮은 접지각에서의 반사 손실
Fig. 5. Reflection loss for low grazing angle.

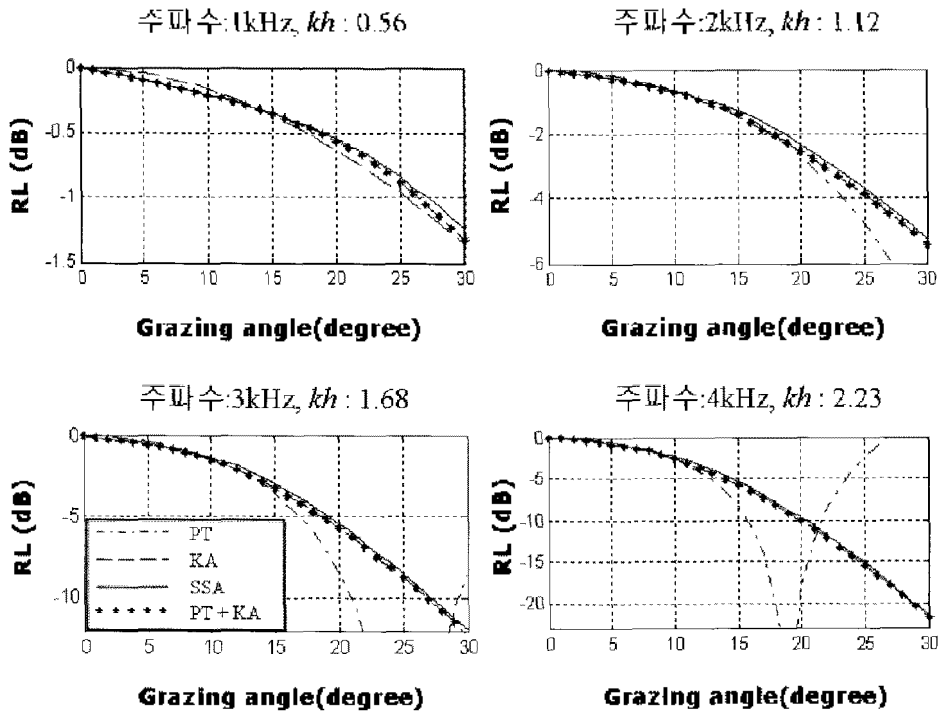


그림 6. 주파수에 따른 간섭 반사 손실: PT+KA vs. SSA
 Fig. 6. Coherent reflection loss corresponding to frequency: PT+KA vs. SSA.

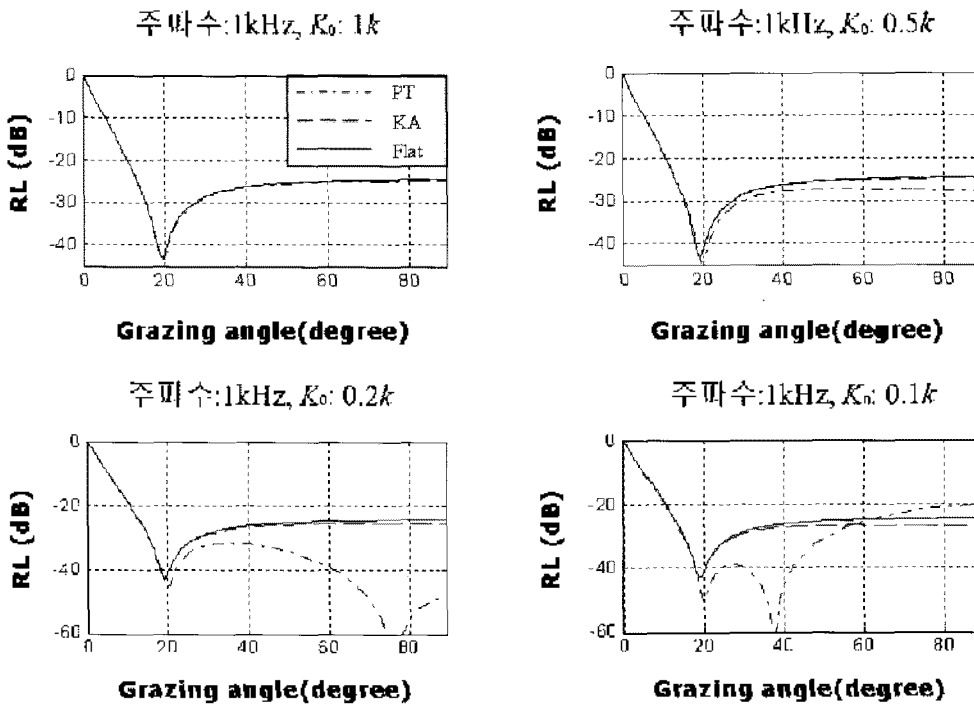


그림 7. 해저면 거칠기에 따른 간섭 반사 손실 (모래)
 Fig. 7. Coherent reflection loss corresponding to bottom roughness (sand).

(von Karman spectrum)을 적용하였다 [7].

$$W(k) = \frac{w}{(k^2 + K_0^2)^{5/2}} \quad (34)$$

여기서 w, γ, κ_n 는 해저면의 거칠기에 따라 결정되는 상수이다. 특히, κ_n 는 섭동 이론과 Kirchhoff 근사법이 적용되는 범위를 나누는 기준이 된다.

본 논문에서는 경계면의 거칠기와 해저면을 구성하고

있는 매질에 따라 각 산란 이론의 간섭 반사 손실을 계산하고 이 결과를 상호 비교하였다. 평평한 해저면의 반사 계수는 두 매질의 임피던스와 접지각에 의존적이다. 일반적으로 바닥의 매질의 대부분이 진흙으로 구성되어 있는 경우 음파의 전파 속도가 물에 비해 느리며 특정 각도에서 완전 투과가 일어나는 브루스터 각도 (Brewster's angle)가 존재한다. 반면 매질의 대부분이 모래로 이루어져 있을 때 바닥의 전파 속도가 물보다 빠르며 완전 반사가 나타나는 임계각이 존재한다. 진흙과 모래의 경우 전달력을 견디기 어려우며 매질을 전파하는 에너지의 대부분이 종파로 전달되기 때문에 매질의 물리적 특성이 유체와 유사하다. 해저층이 진흙이나 모래로 구성되어 있으며 해수와의 경계가 불규칙 할 때의 반사 계수를 계산하였다. 각 매질의 물리적 특성과 경계면의 거칠기 인자는 APL-UW 논문집 [14]을 참고하였다.

그림 7은 음원의 주파수가 1 kHz이며 해저층이 진흙으로 구성되어 있을 때, 경계면 거칠기에 따른 반사 손실이다. kh 는 0.06, 0.13, 0.24, 0.37이다. 작은 기울기 근사법의 0차 간섭 반사 계수는 Kirchhoff 근사법의 결과와 같다. 20° 부근에서 완전 투과가 일어나며 간섭 반사 손실이 그 부근에서 급격히 변화한다. kh 가 작을 때 평면에 대한 반사 손실과 각 산란 이론 기반의 간섭 반사 손실은 상호 유사하다. $kh \ll 1$ 일 때, 경계면에 의해 산란된 에너지는 간섭 영역에 집중되기 때문이다. 그림 2과 같이 kh 가 클

수록 전 방향으로 에너지가 흩어지며 반사에 의한 에너지 손실이 커진다. K_0 가 0.2k와 0.1k 일 때 78°와 38°에서 섭동 이론의 간섭 반사 손실은 발산하기 시작한다. kh 가 클수록 섭동 이론의 간섭 반사 계수는 더 낮은 각도에서 발산하며 그 유효 범위가 줄어든다. 이는 앞서 언급한 바와 같이 kh 가 커질수록 고차 항에 의한 오차가 증가하고 Rayleigh 가설이 성립하지 않기 때문이다.

그림 8은 음원의 주파수가 1 kHz이며 해저층이 모래로 구성되어 있을 때, 경계면 거칠기에 따른 반사 손실이다. kh 가 0.12, 0.19, 0.33, 0.51이다. 같은 K_0 에 대해 모래의 RMS 파고가 진흙에 비해 크다. 이는 모래가 진흙보다 거칠므로 경계면의 거칠기를 결정하는 상수 결정하는 w 와 γ 가 더 크기 때문이다. kh 가 클수록, 비간섭 산란 영역으로 전파되는 음파의 에너지가 증가하여 간섭 반사 손실이 커진다. K_0 가 0.2k와 0.1k 일 때 42°와 31°에서 섭동 이론의 간섭 반사 계수가 발산하기 시작한다.

한편, 주파수와 해저면의 거칠기에 따라 섭동 이론의 간섭 반사 계수가 증가하는 $kh \sin \theta$ 를 구하면, $kh \sin \theta \geq 0.21$ 의 값을 가진다. 따라서 1차원 본 칼만 스펙트럼을 가지는 해저면에 대한 섭동 이론의 간섭 반사 손실은 $kh \sin \theta < 0.21$ 의 범위에서 물리적 의미를 가진다. 따라서 이러한 스펙트럼의 해저면에 대해서 0.21 미만의 값을 기준으로 정하고, 주파수와 해저면의 거칠기에 상관 없이 $kh \sin \theta$ 가 기준 값 이상의 범위에서 Kirchhoff 근사법을 적용하고 기준

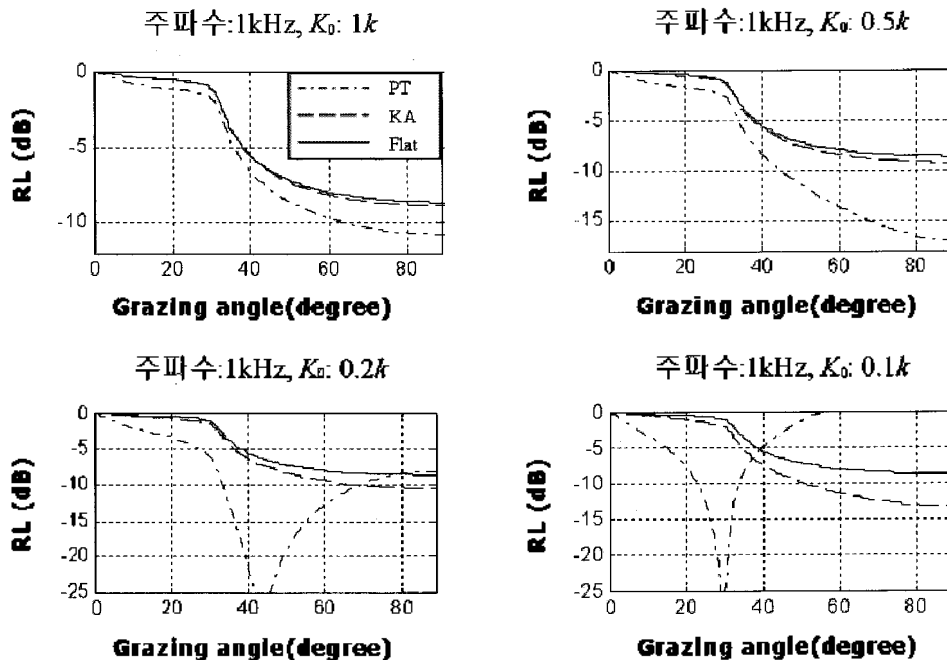


그림 8. 해저면 거칠기에 따른 간섭 반사 손실 (진흙)
 Fig. 8. Coherent reflection loss corresponding to bottom roughness (silt).

값 이하의 범위에서 섭동 이론을 적용하면 각각의 산란 이론으로 구한 간섭 반사 손실에 비해 정확한 값을 예측할 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 해수면과 일부 해저면과 같이 유체유체 경계 조건과 불규칙 형상을 가지는 경계면에 적용 가능한 간섭 반사 계수를 산란 이론 기반으로 유도하였다. 또한 이를 이용하여 해수면과 해저면의 거칠기에 따른 간섭 반사 손실을 구하고 상호 비교하였다.

섭동 이론의 간섭 반사 계수는 $kh \sin \theta \ll 1$ 일 때 작은 기울기 근사법의 간섭 반사 계수와 같으며 $kh \sin \theta$ 가 커질수록 고차 항에 의한 오차로 인해 그 값이 다른 산란 이론에 비해 크게 떨어지거나 혹은 발산하는 양상을 보인다. 또한 섭동 이론 기반의 간섭 반사 계수가 발산하는 범위는 경계면의 파워 스펙트럼에 의존한다. 작은 기울기 근사법과 Kirchhoff 근사법의 간섭 반사 손실 차이는 $kh \sin \theta$ 가 작을 때를 제외하고 작은 기울기 근사법과 섭동 이론의 차이보다 작다. Kirchhoff 근사법의 간섭 반사 계수는 kh 가 큰 범위나 높은 접지각에서 작은 기울기 근사법의 간섭 손실과 상호 유사하다.

본 논문에서 각기 다른 풍속의 해수면에 대한 간섭 반사 손실을 수치적으로 계산하였으며, 이 때, 산란 이론과 Kirchhoff 근사법 기반의 간섭 반사 손실은 각각 낮은 접지각과 높은 접지각에서 상대적으로 정확한 값을 가진다. 섭동 이론과 Kirchhoff 근사법의 간섭 반사 계수가 더 정확한 값을 가지는 범위는 $kh \sin \theta$ 에 의존적이며, 이러한 $kh \sin \theta$ 는 앞서 언급한 바와 같이 경계면의 파워 스펙트럼에 의해 결정된다. 두 산란 이론을 이용하여 더 정확한 간섭 산란 손실을 계산하기 위해서는 경계면의 파워 스펙트럼에 따라 $kh \sin \theta$ 을 결정해야 하며, 이를 바탕으로 각 산란 이론의 적용 범위를 나눈다.

본 논문에서와 같이 상대적으로 kh 가 작은 경우, Kirchhoff 근사법과 작은 기울기 근사법의 간섭 반사 손실 차이가 0.1 dB 이내였다. 이러한 경우, Kirchhoff 근사법 기반의 간섭 반사 계수를 음파 전달 이론과 결합 하여 간섭 산란 음장을 모의 하는 것이 더 효율적이다.

또한 앞서 유도된 각 산란 이론 기반의 간섭 반사 계수는 경계면의 거칠기가 크기 않을 때 음선 이론과 같은 음파 전달 모델과 결합되어 간섭 산란 음장을 계산할 수 있으며, 이러한 결과로부터 경계면 거칠기에 따른 전달

손실 양상을 관측할 수 있다. 경계면의 거칠기가 클 때 그림 2와 같이 산란에 의해 에너지가 전 방향으로 전파하며, 이러한 경우 전체 음장을 고려하기 위해서는 산란 강도를 이용하는 비간섭 산란 음장 모델링이 필요하다.

감사의 글

본 연구는 한국해양연구원의 연구 지원에 의해 수행되었습니다.

참고 문헌

1. S.O. Rice, "Reflection of electromagnetic waves from slightly rough surfaces," *Commun. Pure Appl. Math.*, vol. 97, no. 2-3, pp. 351-378, 1951.
2. M. Neito-Vesperinas and N. Garcia, "A detailed study of the scattering of scalar waves from random rough surfaces," *Opt. Acta.*, vol. 28, no. 12, pp. 1651-1672, 1981.
3. J.E. Moe and D.R. Jackson, "First-order perturbation solution for rough surface scattering cross section including the effects of gradients," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 96, no. 3, pp. 1748-1754, 1994.
4. D.R. Jackson and M.D. Richardson, *High-frequency seafloor acoustic*, Springer, NewYork, 2007.
5. A. Ishimaru, *Wave propagation and scattering in random media, Volume 2, Multiple scattering, turbulence, rough surfaces, and remote sensing*, Academic, NewYork, 1978.
6. D.R. Jackson, D.P. Winebrenner and A. Ishimaru, "Application of the composite roughness model to high-frequency bottom backscattering," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 79, no. 5, pp. 1410-1422, 1986.
7. E.I. Thorsos, "Acoustic scattering from a "Pierson-Moskowitz" sea surface," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 88, no. 1, pp. 335-349, 1990.
8. A. G. Voronovich, *Wave scattering from rough surfaces*, Springer, Berlin, 1994.
9. E.I. Thorsos and S.L. Broschat, "An investigation of the small slope approximation for scattering from rough surfaces, Part I, Theory," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 97, no. 4, pp. 2082-2093, 1995.
10. S.L. Broschat, "The small slope approximation reflection coefficient for scattering from a "Pierson-Moskowitz" sea surface," *IEEE Trans. Geosci. Remote. Sens.*, vol. 31, no. 5, pp. 1112-1114, 1993.
11. K.L. Williams, E.I. Thorsos and W.T. Elam "Examination of coherent surface reflection coefficient (CSRC) approximations in shallow water propagation," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 116, no. 4, pp. 1975-1984, 2004.
12. P.C. Waterman "New formulation of acoustic scattering," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 45, no. 6, pp. 1417-1429, 1969.
13. A.J. Devaney and G.C. Sherman, "Plane-wave representation for scalar wave field," *SIAM Rev.*, vol. 15, no. 4, pp. 765-786, 1973.
14. C. Eggen and K. Williams, "APL-UW high-frequency ocean environmental acoustic models handbook," Applied Physics Laboratory-University of Washington, Tech. Rep., 1994.

저자 약력

• **추 영 민 (Youngmin Chu)**

2005년: 서울대학교 조선공학과 (학사)
현재: 서울대학교 조선해양공학과 박사과정
*관심분야: 음전달 모델링, 진동음 모델링, 소란 모델링

• **성 우 재 (Woojae Seong)**

1982년: 서울대학교 조선공학과 (학사)
1990년: M.I.T. 해양공학과 (박사)
현재: 서울대학교 조선해양공학과 교수
*관심분야: 음전달 모델링, 지음향역산, 정합장차단, AUV

• **변 성 훈 (Sunghoon Byun)**

1998년: 서울대학교 조선해양공학과 (학사)
2000년: 서울대학교 조선해양공학과 (석사)
현재: 한국해양연구원 연구원
*관심분야: 수중음향통신 및 신호처리

• **김 시 문 (Sea-Moon Kim)**

1992년: 한국과학기술원 기계공학과 (학사)
1994년: 한국과학기술원 기계공학과 (석사)
2001년: 한국과학기술원 기계공학과 (박사)
현재: 한국해양연구원 선임연구원
*관심분야: 수중음향 채널모델링, 수중음향통신, 수중 위치 탐지