

오류 차이를 활용한 가변 스텝 사이즈 LMS 알고리즘

Variable Step Size LMS Algorithm Using the Error Difference

우 홍 체*
(Hong-Chae Woo*)

*대구대학교 정보통신대학 정보통신공학부

(접수일자: 2009년 3월 6일; 수정일자: 2009년 4월 1일; 채택일자: 2009년 4월 18일)

통신과 신호처리 분야에서 다양한 LMS 적응 알고리즘이 단순성과 강인성 때문에 사용되고 있다. 하지만 LMS 알고리즘의 느리고 균일하지 못한 수렴 특성은 잘 알려져 있다. 수렴 속도를 높이기 위하여 여러 가지 가변 스텝 사이즈 LMS 적응 알고리즘이 제안되고 연구되어왔다. 스텝 사이즈를 조절하기 위하여 오류 차이를 활용한 가변 스텝 사이즈 LMS 알고리즘을 제안한다. 제안된 LMS 알고리즘은 다른 알고리즘과 비교하였을 때 실험 결과로 볼 때 수렴속도가 빨랐다. 또한 제안된 알고리즘에 대한 이론적 성능을 평형상태에 대하여 분석하였다.

핵심용어: 적응필터, 최소제곱오차 알고리즘, 적응 등화기, MSE 수렴

투고분야: 음향 신호처리 분야 (1.4)

In communications and signal processing area, a number of least mean square adaptive algorithms have been used because of simplicity and robustness. However the LMS algorithm is known to have slow and non-uniform convergence. Various variable step size LMS adaptive algorithms have been introduced and researched to speed up the convergence rate. A variable step size LMS algorithm using the error difference for updating the step size is proposed. Compared with other algorithms, simulation results show that the proposed LMS algorithm has a fast convergence. The theoretical performance of the proposed algorithm is also analyzed for the steady state.

Keywords: Adaptive Filter, LMS Algorithm, Adaptive Equalizer, MSE Convergence

ASK subject classification: Acoustics Signal Processing (1.4)

I. 서론

적응 등화기, 잡음제거 등 변화하는 통신시스템 환경에서는 신호의 통계적 특성이 바뀌거나 알지 못한다. 이러한 경우에 적응 알고리즘이 널리 사용되고 있다. 적응 알고리즘 중에서 가장 많이 사용되는 방식이 LMS (least mean square) 적응 알고리즘이다. LMS 적응 알고리즘은 그 단순성 때문에 필요한 계산이 간단하여지며, 환경 변화에 강인한 특성을 보인다 [1]. 그러나 일반 LMS 적응 알고리즘은 최적계수로의 접근이 상대적으로 느리고 수렴 특성 또한 균일하지 못한 단점을 가지고 있다.

LMS 적응 알고리즘에서 평형 상태의 최종 평균제곱오차 (mean square error, MSE)는 사용되는 스텝 사이즈에 따라 달라진다. 일반적으로 스텝 사이즈를 크게 하면

수렴 속도는 빨라지지만 최종 MSE 값도 크게 된다. 따라서 수렴속도와 최종 MSE 값을 절충하여 스텝 사이즈를 결정하게 된다. LMS 적응 알고리즘의 고정 스텝 사이즈는 경험적으로 결정하곤 한다. 이러한 고정 스텝 LMS 적응 알고리즘의 근원적인 문제점을 해결하기 위하여 스텝 사이즈를 바꾸는 가변 스텝 사이즈 (variable step size, VSS) LMS 적응 알고리즘이 많이 연구되어 왔다. VSS LMS 적응 알고리즘에서 스텝의 사이즈는 일반적으로 오류값의 크기, 기울기, 상관관계, 부호값 등의 다양한 접근 방식을 활용하여 스텝 사이즈를 가변한다 [2-5]. 가변 스텝은 LMS 적응 알고리즘의 수렴 속도를 높이기 위하여 초기 단계에서는 큰 값을 사용하고, 최적 계수에 가까워 나가 갈수록 스텝의 사이즈를 줄인다. 스텝의 사이즈를 가변함으로써 VSS LMS 적응 알고리즘은 빠른 수렴속도와 작은 최종 MSE 값을 얻을 수 있게 된다.

여러 가지 다양한 방식의 VSS LMS 적응 알고리즘 방식들이 최근까지 제안되었다. 본 논문에서는 Aboulnasr과

책임저자: 우 홍 체 (hcwoo@daegu.ac.kr)
712-714 경북 경산시 전량읍 내리리 15번지 대구대학교 정보통신대학
정보통신공학부
(전화: 053-850-6618; 팩스: 053-850-6629)

Mayyas의 VSS LMS 적응 알고리즘을 기본으로 하여 오류값의 차이를 활용한 가변스텝 방식을 제안함으로 성능 향상을 얻고자한다 [4]. 또한 제안한 VSS LMS 적응 알고리즘의 특성을 수식적으로 분석하고자 한다.

II 가변 스텝 사이즈 LMS 알고리즘

일반적인 LMS 적응 알고리즘은 다음과 같이 수식적으로 나타낼 수 있다.

$$W(n+1) = W(n) + \mu e(n)X(n) \quad (1)$$

여기서 $W(n)$ 은 적응 알고리즘에서 시간에 따라 달라지는 계수 벡터이며, μ 는 고정 스텝 값이다. $e(n)$ 은 출력 오류 값이며, $X(n)$ 은 입력 신호 벡터다. $e(n)$ 식은 아래와 같다.

$$e(n) = d(n) - X^T(n)W(n) \quad (2)$$

여기에서 $d(n)$ 은 원하는 신호 값이며 식 (3)의 W_{opt} 는 최적 계수이며 $\xi(n)$ 는 측정 오류이다.

$$d(n) = X^T(n)W_{opt} + \xi(n) \quad (3)$$

최적 계수와 현재 계수 사이의 차 $\tilde{W}(n)$ 는 다음과 같다.

$$\tilde{W}(n) = W_{opt} - W(n) \quad (4)$$

가변 스텝 사이즈 (VSS) LMS 적응 알고리즘은 고정 스텝을 대신하여 시간의 함수인 $\mu(n)$ 으로 스텝을 나타낸다.

$$W(n+1) = W(n) + \mu(n)e(n)X(n) \quad (5)$$

지금까지 많은 VSS LMS 적응 알고리즘들이 연구되어 왔다. 오류값을 활용하여 가변스텝을 계산하는 대표적인 방식 몇 가지를 살펴본다. 오류값 $e(n)$ 은 적응 알고리즘이 동작할 때 초기에는 큰 값을 가지며, 최적계수에 가까워 가변 점점 작아진다. 오류값은 가변스텝을 예측할 수 있는 좋은 변수이지만 잡음에 매우 민감하다. 이러한 성질을 갖는 오류값을 예측하여 가변 스텝 계산에 활용하기 위한 다양한 방식들이 제안되어 왔다. 이들 방식 중에서

식 (6)의 NLMS (normalized LMS) 적응 알고리즘은 스텝 μ 가 입력 벡터 $X(n)$ 의 크기에 직접적으로 영향을 받는 일반적인 특성을 보완하기 위하여 고정 스텝 μ 을 입력 벡터 $X(n)$ 의 크기로 정규화하여 사용한다 [1].

$$W(n+1) = W(n) + \frac{\mu}{\|X(n)\|^2} e(n)X(n) \quad (6)$$

오류값을 가변스텝에 활용하는 방식 중에서 Kwong 방식에서는 식 (7)처럼 오류값의 제곱값 $e^2(n)$ 을 가변 스텝 사이즈 계산에 사용한다 [2].

$$\mu(n+1) = \alpha\mu(n) + \gamma e^2(n) \quad (7)$$

여기서 $0 < \alpha < 1$, $\gamma > 0$, 그리고 $\mu_{min} < \mu(n) < \mu_{max}$ 이다.

Mathews 방식에서는 식 (8)에서처럼 제곱 오류값에 대한 기울기 벡터를 활용하여 가변 스텝을 계산한다 [3].

$$\mu(n+1) = \mu(n) - \frac{\gamma}{2} \frac{\partial}{\partial \mu(n)} e^2(n) \quad (8)$$

식 (9)과 (10)의 Aboulnasr 방식에서는 인접한 오류값의 상관계수를 사용한다 [4].

$$\mu(n+1) = \alpha\mu(n) + \gamma p^2(n) \quad (9)$$

$$p(n) = \beta p(n-1) + (1-\beta)e(n)e(n-1) \quad (10)$$

Haweel 방식에서는 식 (11)과 같이 오류값의 부호값 즉 $sign(e(n))$ 을 사용하여 가변 스텝을 계산한다 [5].

$$\mu(n+1) = \alpha\mu(n) + \gamma sign(e(n)) \quad (11)$$

가변 스텝 계산에 필요한 계산량을 줄이기 위하여 Haweel 방식처럼 매우 단순한 방식을 사용하기도 하지만, 보다 복잡한 가변 스텝 사이즈 방식이 성능향상을 위해서 제안되고 있다. 하지만 계산량이 많아지는 문제점을 가지고 있다 [6]. 계산량 증가와 양호한 수렴특성 간의 적절한 절충을 얻을 수 있도록 Aboulnasr의 VSS LMS 적응 알고리즘을 개선하여 성능이 향상된 가변 스텝 사이즈 알고리즘을 제안하고자 한다. 제안하는 VSS LMS 적응 알고리즘은 Aboulnasr의 알고리즘에서 식 (10)이 식

(12)로 대체된다. 식 (12)에서는 가변 스텝 사이즈를 구하기 위하여 오류값의 차이를 활용한다. 오류값의 차이는 오류값의 기울기를 거칠게 근사하는 값으로 생각할 수 있다. Mathews 방식에서는 $e^2(n)$ 을 기울기 $\mu(n)$ 으로 미분하고 있는데 $\mu(n)$ 은 제곱 오류값 $e^2(n)$ 에 비하여 상당히 천천히 변한다. 따라서 제안한 방식의 오류값 차이가 Mathews 방식의 미분 방식 기울기 계산 방식을 근사하고 있다고 생각할 수 있다.

$$p(n) = \beta p(n-1) + (1-\beta)(e(n) - e(n-1))^2 \quad (12)$$

본 연구에서는 Aboulnasr 방식과 비교하기 위하여 Kwong 방식을 변형한 식 (13)의 방식을 사용한다. 식 (7)의 Kwong 방식에서는 가변 스텝 사이즈 계산식에 $e^2(n)$ 항이 바로 사용되고 있다. 변형 Kwong 알고리즘에서는 식 (9)와 식 (13)을 사용하며, $e^2(n)$ 항이 $p(n)$ 에서 사용된다. 이는 $p(n)$ 을 사용하는 Aboulnasr 방식과 같은 틀에서 적응 알고리즘의 성능을 비교하고자 함이다. 또한 Aboulnasr 방식의 $p(n)$ 계산에서 $e(n)e(n-1)$ 을 $e^2(n)$ 으로 대체하였을 때 성능도 살펴보기 위함이다.

$$p(n) = \beta p(n-1) + (1-\beta)e^2(n) \quad (13)$$

III 제안한 알고리즘의 성능분석

제안한 VSS LMS 적응 알고리즘 계수의 평균 수렴은 가변 스텝의 평균 $E\{\mu(n)\}$ 이 잘 알려진 조건인 $0 < E\{\mu(n)\} < \frac{2}{\lambda_{\max}}$ 구간에 있으면 보장된다 [1][4]. 여기서 λ_{\max} 는 입력신호의 상관 매트릭스 $R = E\{X(n)X^T(n)\}$ 의 최대 고유치이다. 적응 알고리즘 계수의 평균 수렴은 평균제곱오차 (MSE)의 수렴을 보장하지는 못한다. 이제 평균제곱오차의 수렴 조건을 수식적으로 분석하고자 한다. 적응 알고리즘의 MSE는 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$E\{e^2(n)\} = \epsilon_{\min} + \epsilon_{er}(n) \quad (14)$$

여기서 $\epsilon_{\min} = E\{\xi^2(n)\}$ 이며, $\epsilon_{er}(n)$ 은 초과 MSE이다. MSE 수렴의 조건은 식 (15)로 나타낼 수 있다 [2][4].

$$0 < \frac{E\{\mu^2(\infty)\}}{E\{\mu(\infty)\}} < \frac{2}{3\text{tr}(R)} \quad (15)$$

식 (15)의 $E\{\mu^2(\infty)\}$ 과 $E\{\mu(\infty)\}$ 는 $E\{\mu^2(n)\}$ 과 $E\{\mu(n)\}$ 을 구한 후 평형상태 값으로 얻게 된다. $E\{\mu^2(n)\}$ 과 $E\{\mu(n)\}$ 을 얻기 위하여 오류 $e(n)$ 신호는 상호 상관되지 않았다고 가정한다. 즉 $E\{e(n-i)e(n-j)\} = 0, \forall i \neq j$ 이 된다. 가변 스텝 사이즈 계산식 (9)에서 사용하는 γ 는 매우 작은 양수 값이므로 γ^2 을 갖는 곱항은 $E\{\mu^2(n)\}$ 얻는 과정에서 버릴 수 있다 [4]. 이제 식 (9)와 (12)로부터 몇 번의 계산과정을 거치면 $E\{\mu^2(n)\}$ 과 $E\{\mu(n)\}$ 에 대하여 다음 식들을 얻을 수 있다.

$$E\{\mu(n+1)\} = \alpha E\{\mu(n)\} + \gamma(1-\beta)^2 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \beta^{2i} [E\{e^4(n-i)\} + E\{e^4(n-i-1)\}] \quad (16)$$

$$E\{\mu^2(n+1)\} \approx \alpha^2 E\{\mu^2(n)\} + 2\alpha\gamma(1-\beta)^2 E\{\mu(n)\} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \beta^{2i} [E\{e^4(n-i)\} + E\{e^4(n-i-1)\}] \quad (17)$$

식 (16)과 (17)에서 $E\{e^4(n-i)\}$ 과 $E\{e^4(n-i-1)\}$ 은 $0 < E\{\mu(n)\} < \frac{2}{\lambda_{\max}}$ 조건을 만족할 때 식 (18)을 사용하여 그 값을 얻을 수 있다 [2].

$$E\{e^4(n)\} = 3(\epsilon_{\min} + \epsilon_{er}(n))^2 + 6G^T(n)G(n) \quad (18)$$

여기서 $G(n)$ 은 $E\{AV(n)V^T(n)\}$ 의 대각선 요소를 갖는 벡터이며, $V(n) = Q^T \tilde{W}(n)$ 이며 입력 벡터의 상관 매트릭스 $R = QMQ^T$ 로 나타낼 수 있다. 적응 알고리즘의 계수가 변하지 않는 (stationary) 조건 하에서 평형상태 즉 $n \rightarrow \infty$ 인 때 식 (4)로부터 $\tilde{W}(\infty) = 0$ 으로 생각할 수 있다. 따라서 식 (18)에서 $E\{e^4(\infty)\}$ 는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$E\{e^4(\infty)\} \approx 3(\epsilon_{\min} + \epsilon_{er}(\infty))^2 \quad (19)$$

식 (16), (17), (19)를 사용하여 약간의 수식적 과정을 거치면 $E\{\mu(\infty)\}$ 과 $E\{\mu^2(\infty)\}$ 에 대한 다음 식을 얻을 수 있다.

$$E\{\mu(\infty)\} \approx \frac{6\gamma(1-\beta)(\epsilon_{\min} + \epsilon_{er}(\infty))^2}{(1-\alpha)(1+\beta)} \quad (20)$$

$$E\{\mu^2(\infty)\} \approx \frac{72\alpha\gamma^2(1-\beta)^2(\epsilon_{\min} + \epsilon_{er}(\infty))^4}{(1-\alpha^2)(1-\alpha)(1+\beta)^2} \quad (21)$$

이로서 식 (15)의 MSE 수렴에 필요한 모든 식들이 구하여졌다.

적용 알고리즘의 불일치 (misadjustment)는 다음과 같이 정의 된다.

$$M = \frac{\epsilon_{ex}(\infty)}{\epsilon_{min}} \quad (22)$$

식의 단순화를 위하여 $\epsilon_{ex}(\infty) \ll \epsilon_{min}$ 을 가정 한다 [4]. 그러면 식 (20)과 (21)에서 다음 식을 얻는다.

$$y \approx \frac{E\{\mu^2(\infty)\}}{E\{\mu(\infty)\}} \quad (23)$$

$$y \approx \frac{12\alpha\gamma\epsilon_{min}^2(1-\beta)}{(1-\alpha^2)(1+\beta)} \quad (24)$$

Aboulnasr 방식에서는 y 가 식 (25)으로 표현된다 [4]. 이것은 제안한 방식과는 정수배 차이를 가진다.

$$y \approx \frac{2\alpha\gamma\epsilon_{min}^2(1-\beta)}{(1-\alpha^2)(1+\beta)} \quad (25)$$

변형 Kwong 방식에 대하여서도 제안한 방식과 같은 지금까지의 수식 과정을 거치면 식 (26)을 얻을 수 있다. 이것 또한 Aboulnasr 방식의 y 식과는 정수배 차이를 가지고 있다.

$$y \approx \frac{6\alpha\gamma\epsilon_{min}^2(1-\beta)}{(1-\alpha^2)(1+\beta)} \quad (26)$$

작은 불일치 (misadjustment) 값에서는 $\sum_j y\lambda_j \ll 1$ 이다. λ_j 는 R 의 고유치이다. 그러면 불일치 (misadjustment)는

몇 가지 계산 과정을 거쳐서 식 (27)로 표현 된다 [4].

$$M \approx \frac{y}{2} tr(R) + \frac{L\sigma_n^2}{2E\{\mu(\infty)\}\epsilon_{min}} \quad (27)$$

L 은 적응 알고리즘 계수의 차수이며, σ_n^2 은 시변 계수인 경우에 더해지는 잡음의 평방편차 (variance)이다. 식 (20)과 $\epsilon_{ex}(\infty) \ll \epsilon_{min}$ 조건을 사용하면 식 (27)에서의 $E\{\mu(\infty)\}$ 는 더욱 간략화 된다.

$$E\{\mu(\infty)\} \approx \frac{6\gamma(1-\beta)\epsilon_{min}^2}{(1-\alpha)(1+\beta)} \quad (28)$$

시불변 계수의 적응 알고리즘에서는 $\sigma_n^2 = 0$ 이므로 불일치 (misadjustment)는 식 (29)의 간략화 형태로 된다.

$$M \approx \frac{y}{2} tr(R) \quad (29)$$

식 (14)와 식 (22)를 사용하면 평형상태일 때 적응 알고리즘의 MSE는 식 (30)으로 나타낼 수 있다.

$$E\{e^2(\infty)\} = (1+M)\epsilon_{min} \quad (30)$$

IV 실험 결과

제안한 VSS LMS 적응 알고리즘의 성능을 적응 등화기에 적용하여 성능을 실험하였다.

그림 1에서 입력 $x(n)$ 은 랜덤 비트열로서 $x(n) = \pm 1$ 값을 가지면 평균은 0이며, 분산은 1이다. 사용한 통신채널의 임펄스 응답 모델은 raised cosine 식으로 식 (31)과 같이 나타낼 수 있다 [1].

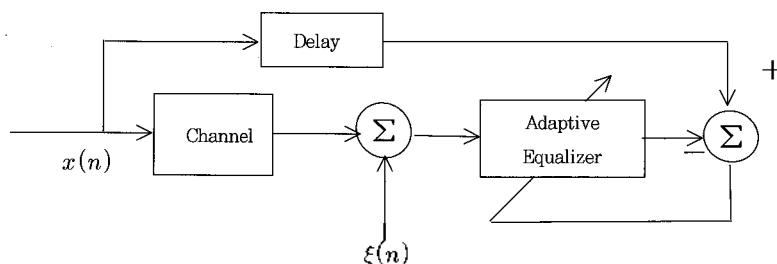


그림 1. 적응등화기의 구성도
Fig. 1. Block diagram of adaptive equalizer.

$$h(n) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{B}(n-2)\right) \right], & n=1, 2, 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (31)$$

식 (31)에서 계수 B 는 통신채널에서 신호 크기에 대한 왜곡을 통제한다. B 값이 증가하면 왜곡도 커진다. B 값은 실제 적응 등화기 입력의 상관 매트릭스의 고유값 분산을 통제한다. 그림 1의 양극 신호입력 $x(n)$ 이 채널을 통과한 후 가우시안 잡음 $\xi(n)$ 이 더해진다. VSS LMS 적응 알고리즘이 적용된 적응 등화기는 채널의 왜곡을 보상하여 준다. 원하는 신호 $d(n)$ 은 $x(n)$ 의 지연된 신호값으로부터 얻는다.

VSS LMS 적응 알고리즘의 성능을 평가하기 위해 사용하는 학습 곡선 (learning curve)은 대표적인 평가기준이다. 식 (32)의 학습 곡선은 실험 입력 샘플을 여러 번 반복하여 실현한 후 그 오류값을 평균하여 얻는다. 시간 평균 $J(n)$ 은 식 (30)의 $E\{e^2(\infty)\}$ 을 근사한다.

$$J(n) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K e_i^2(n), \quad n=1, \dots, N-1 \quad (32)$$

식 (32)에서 N 은 사용한 샘플 수를 나타내며, $e_i^2(n)$ 은 i 번째 실현 샘플일 때 시간 n 에서 제곱 오류값이다. K 는 반복 실현 회수를 나타낸다. 본 실험에서는 $K=100$ 으로 하였다. 성능평가를 위하여 VSS LMS 적응 알고리즘에서 사용한 각 상수 값들은 $\alpha = 0.97$, $\beta = 0.999$, $\mu_{\min} = 10^{-5}$, $\mu_{\max} = 10^{-1}$, $B = 3.1$ 이다. α 와 β 값은 Aboulnasr이 사용한 값과 비교하여 적절히 선택하였다. γ 값은 실험하는 적응 알고리즘들이 같은 불일치 (misadjustment) M 값을 갖도록 선택하였으며, 이는 식 (32)의 평형상태 $J(n)$ 값이 같아지도록 한다. 같은 M 값을 위하여서는 식 (24), (25) 그리고 (26)의 y 가 같은 값을 가지면 된다. 이들 식에서 y 는 서로 정수배 차이를 가지므로 제안한 적응 알고리즘에서는 $\gamma=0.08$, 변형 Kwong 적응 알고리즘은 $\gamma=0.24$, 그리고 Aboulnasr의 적응 알고리즘은 $\gamma=0.48$ 로 하였다. NLMS 방식을 제외한 3개의 적응 알고리즘에서의 초기 스텝 사이즈 $\mu(0)$ 은 0.01로 선택하였고 통신채널에 더해지는 가우시안 잡음 $\xi(n)$ 의 분산은 10^{-3} 로 하였다. 적응 등화기의 차수는 11이다. NLMS 방식에는 평형상태에서 $J(n)$ 값을 같게 하기 위하여 $\mu(0) = 0.1$ 로 하였다. 본 실험의 적응 등화기에서 식 (31)의 통신채널에서 나오는 적응 등화기 입력에 관한 $tr(R)$ 값은 더해지는 매우 작은 잡음 $\xi(n)$ 을 무시하면 12.7248이다 [1]. 적응 알고

리즘에 사용된 계수들을 식 (29)에 넣어서 M 을 계산하면 식 (30)으로부터 $E\{e^2(\infty)\} \approx 10^{-3}$ 을 얻는다. 여기서 $E\{e^2(\infty)\} < 10^{-3}$ 이며, $E\{e^2(\infty)\}$ 는 평형상태에 도달할 때 수식적으로 예측할 수 있는 최종 MSE 값이다.

그림 2는 샘플 수 $N=3000$ 일 때, 제안한 방식, 변형 Kwong 방식, Aboulnasr 방식 그리고 NLMS 방식의 LMS 알고리즘을 적응 등화기에 적용하였을 때의 학습곡선이다.

그림을 2를 살펴보면 제안한 방식이 가장 빠른 속도로 최적 계수에 수렴되고 있으며, 그 다음으로 변형 Kwong 방식, Aboulnasr 방식, 그리고 NLMS 방식 순이다. NLMS 방식은 적응 알고리즘을 비교할 때 사용하는 대표적인 기준 방식이다. 평형상태에서 각 적응 알고리즘이 실현한 MSE 값의 평균인 $J(n)$ 은 $10^{-2.9}$ 정도이다. 이는 그림 1의 통신채널 출력에 더해지는 잡음 $\xi(n)$ 의 분산으로부터 알 수 있는 평형상태의 이상적인 MSE 값인 10^{-3} 과는 약간의 오차를 가지고 있다. 그림 2의 학습곡선들은 $n=1500$ 이후에는 평형상태에서 같은 값에 수렴하고 있음을 보여주고 있다.

그림 3은 각 적응 알고리즘에 해당되는 가변 스텝 사이즈의 변화를 보여준다. 제안한 방식이 가장 빠르게 스텝 사이즈가 상승한 후 점진적으로 하강하고 있다. 그 다음으로 변형 Kwong 알고리즘의 가변 스텝이 사이즈가 상승 후 점진적으로 내려가고 있다. 이는 그림 2의 학습곡선 특성 차이를 설명해주고 있다. 가변 스텝의 변화는 그림 2의 $J(n)$ 에 비하여 상당히 느리게 변화하고 있다. 이것은 제안한 방식의 오차값 차이가 Mathews 방식의 기울기 계산을 근사하고 있다고 생각할 수 있게 한다. NLMS 방식의 스텝 값 계산에서는 고정 스텝값을 정규화하기 위하

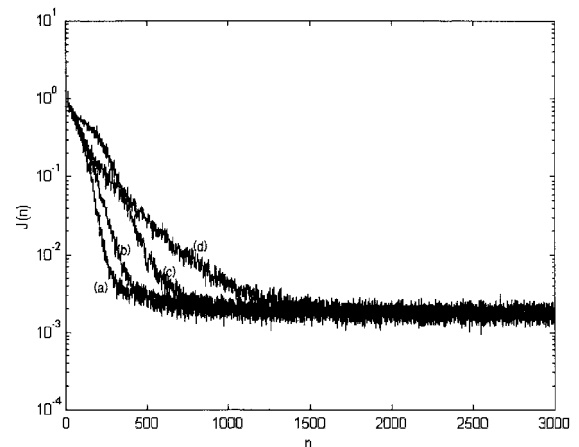


그림 2. VSS LMS 알고리즘의 학습곡선 비교 (a) 제안한 방식 (b) 변형 Kwong 방식 (c) Aboulnasr 방식 (d) NLMS 방식
Fig. 2. Comparison of learning curves in VSS LMS algorithm (a) Proposed method (b) Modified Kwong's method (c) Aboulnasr's method (d) NLMS method.

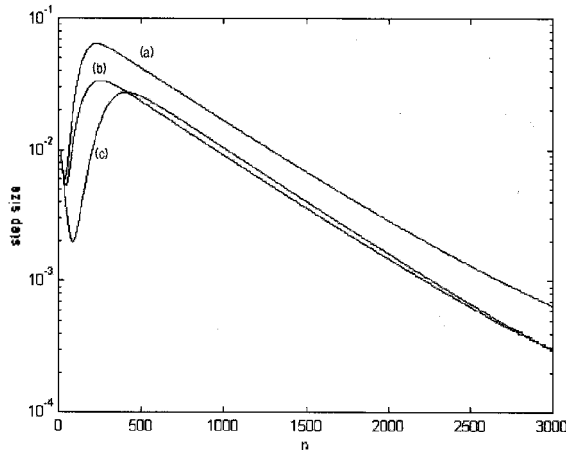


그림 3. VSS LMS 알고리즘의 스텝 사이즈 곡선 (a) 제안한 방식 (b) 변형 Kwong 방식 (c) Aboulnasr 방식
 Fig. 3. Step size curves of VSS LMS algorithm (a) Proposed method (b) Modified Kwong's method (c) Aboulnasr's method.

여 $\|X(n)\|^2 = \text{tr}(R) \approx 12.7248$ 를 사용하는데, 본 적응 등화기에서는 거의 일정하여 입력 벡터의 크기에 따라서는 스텝 값이 거의 변하지 않으므로 그림 3에 포함하지 않았다.

그림 4는 적응 등화기의 통신채널 특성이 갑자기 달라졌을 때 제안한 적응 알고리즘의 학습곡선을 나타내고 있다. 사용한 전체 샘플 수는 $N=10000$ 이며, $n=5000$ 샘플 일 때 통신채널을 특성을 바꾸기 위하여 식 (31)에서 $B=2.7$ 로 바꾸어 적응 등화기의 입력을 변화시켰다. 제안한 알고리즘은 급격한 시스템 변화에도 가장 잘 적응하고 있음을 그림 4는 보여주고 있다. 변형 Kwong 방식과 Aboulnasr 방식은 그림 4에서 비슷한 특성을 보이고 있다.

V. 결론

오류 차이를 활용한 가변 스텝 사이즈 LMS 적응 알고리즘을 제안하고, 그 수렴 특성을 이론적으로 분석하였다. 제안한 알고리즘을 적응 등화기에 적용하여 다른 알고리즘과 비교하였을 때 가장 빠른 수렴속도를 보였다. 제안한 알고리즘은 또한 시스템의 급격한 변화에도 잘 적응하였다.

감사의 글

이 논문은 2008학년도 대구대학교 학술연구지원 (혹은 일부지원)에 의한 논문임.

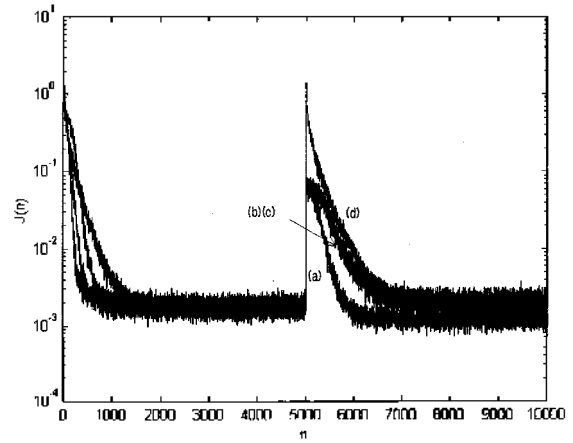


그림 4. 급격한 시스템 변화시의 VSS LMS 알고리즘의 학습곡선 비교 (a) 제안한 방식 (b) 변형 Kwong 방식 (c) Aboulnasr 방식 (d) NLMS 방식
 Fig. 4. Comparison of learning curves of VSS LMS algorithm in abrupt system change. (a) Proposed method (b) Modified Kwong's method (c) Aboulnasr's method (d) NLMS method.

참고 문헌

1. S. Haykin, *Adaptive filter theory*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2002.
2. R. H. Kwong and E. W. Johnston, "A variable step size LMS algorithm," *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 40, no. 7, pp. 1633-1642, 1992.
3. V. J. Mathews and Z. Xie, "A stochastic gradient adaptive filter with gradient adaptive step size," *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 41, no. 6, pp. 2075-2087, 1993.
4. T. Aboulnasr and K. Mayyas, "A robust variable step-size LMS-type algorithm: analysis and simulations," *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 45, no. 3, pp. 631-639, 1997.
5. T. I. Haweel, "A simple variable step size LMS adaptive algorithm," *Int. J. Circ. Theor. Appl.*, vol. 32, no. 6, pp. 523-536, 2004.
6. D. I. Pazaitis and A. G. Constantinides, "A novel kurtosis driven variable step-size adaptive algorithm," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, no. 3, pp. 864-872, 1999.

저자 약력

•우 홍 채 (Hong-Chae Woo)



1980년 2월 경북대학교 전자공학과 학사
 1979년 12월 ~ 1985년 12월 국방과학연구소 연구원
 1988년 12월 Texas A&M 대학교 석사
 1991년 12월 Texas A&M 대학교 박사
 1992년 3월 ~ 현재 대구대학교 정보통신공학부 교수