

변환행렬법을 이용한 케이블 권선형 배전용 변압기 권선의 진동모드 해석

(A Vibration Mode Analysis of Cable-type Winding for Distribution Power Transformer
by using Transfer Matrix Method)

신판석* · 정현구 · 윤구영

(Pan-Seok Shin · Hyun-Koo Chung · Koo-Young Yoon)

요 약

본 논문에서는 배전계통에 사용되는 케이블 권선형 변압기에 전력계통에서 발생하는 서지나 고장전류에 의해서 변압기의 고압측 코일에 유도되는 전자력의 크기를 유한요소 전자계해석 프로그램(FLUX2D)을 이용하여 해석하고, 기계진동방정식을 이용하여 케이블형 권선의 고유진동주파수를 분석하였다. 변압기모델로서 1[MVA], 22,900/220[V] 단상 외철형 Cable형을 선정하여, 권선의 각방향의 전자력을 분석하고, 고유진동 mode를 Transfer Matrix Method를 이용하여 계산하고 상용 프로그램(ANSYS)을 이용하여 분석한 결과와 비교하였다. 진동모드의 분석한 결과 제시한 수치해석 방법은 공학적인 오차범위 안에서 충분히 수용할 정도의 정확도를 보여주었다. 변압기 권선의 전자력과 진동모드 분석결과는 변압기의 절연설계 및 단락기계력에 의한 절연 구조 설계를 위한 유용한 자료로 활용될 수 있다.

Abstract

This paper proposes a simulation method of the internal winding fault to calculate the short-circuit current, electromagnetic force and vibration mode in a distribution power transformer by using FEM program(FLUX2D) and analytic algorithm. A usage of the Transfer matrix method is also presented for the vibration mode analysis of the cable-type winding of power transformer. The equations of the winding are approximated by the series expansions of the distributed mass model and Timoshenko's beam theory. The simulation examples are provided for the cable type winding of the transformer(22.9[kV]/220[V], 1,000[kVA]) to verify the method. The proposed Transfer Matrix Method is also verified by the ANSYS program for the vibration mode of the transformer winding. The method presented may serve as one of the useful tools in the electromagnetic force and vibration analysis of the transformer winding under the short circuit condition.

Key Words : Electromagnetic Force, Internal Winding Fault, Power Transformer, Vibration mode,
Transfer Matrix method

* 주저자 : 홍익대학교 전기공학과 교수

Tel : 041-860-2593, Fax : 041-863-7605, E-mail : pssshin@hongik.ac.kr

접수일자 : 2008년 9월 11일, 1차심사 : 2008년 9월 24일, 심사완료 : 2008년 11월 17일

1. 서 론

전력계통에서 운용중인 배전용 변압기에 고장이 발생하면 수용가 측의 피해는 계통이 복잡해지고 부하가 다양화 되면서 더욱 증가하고 있다. 배전계통의 안정도 증가와 고장방지를 위해서 변압기의 내부 고장의 정확한 해석과 고장의 원인이 되는 권선진동에 대한 분석이 필요하게 되었다.

본 연구에서는 단상 배전용 변압기를 유한요소 전자계 해석 프로그램(FLUX2D)을 이용하여 변압기 권선이 단락될 경우 권선간의 전자력을 계산하고, 권선의 진동특성을 해석하기 위하여 기계진동방정식을 이용하여 진동모드를 분석하였다. 배전용 변압기의 모의해석을 위한 모델로서 1[MVA], 22,900/220([V]) 단상 내철형 케이블형 변압기를 선정하여 단락시 권선간의 힘의 분포와 전자력을 통해 변압기에 미치는 영향을 분석하였다. 누설자속과 단락회로의 전류의 상호작용에 의한 전자력발생은 유한요소법(FEM)을 기초로 한 맥스웰 스트레스법을 사용하여 계산할 수 있으며, 권선간의 진동모드는 변환행렬법(Transfer Matrix Method)에 의해 계산될 수 있다[1-2]. 변환행렬법은 나선형 권선으로 된 전력용 변압기의 진동문제에 용이하게 적용할 수 있으며, 변압기 권선의 전자력과 진동모드 분석결과는 변압기의 신뢰도 향상을 위하여 권선의 기계적 구조설계나 절연설계를 위한 유용한 자료로 활용될 수 있다.

2. 본 론

2.1 전자력 해석

케이블형 권선 변압기의 권선에서 발생하는 전자력은 축(Axial)방향과 방사(Radial)방향의 힘으로 계산될 수 있다. 누설자속에 의하여 발생하는 축방향의 전자력은 그림/busy.html 1과 같이 바깥쪽 권선은 바깥쪽으로 안쪽 권선은 안쪽으로 발생되고, 식 (1)으로 계산할 수 있다. 축 방향 전자력은 잔여기자력법(Residual Ampere-turn method)를 이용하여 식 (2)와 (3)을 통하여 계산할 수 있다[3].

$$P_{rw} = \frac{2\pi(ni)^2}{10^{11}} \times \frac{\pi D_w}{h} [tons] \quad (1)$$

$$B_r = \frac{4\pi}{10} \times \frac{a(ni)}{2h_{eff}} [gauss] \quad (2)$$

$$P_A = \frac{2\pi a(ni)^2}{10^{11}} \times \frac{\pi D_m}{h_{eff}} [tons] \quad (3)$$

2.2 1[MVA] 변압기 모의 해석 모델

변압기의 권선의 고장을 모의하기 위한 모델로 표 1과 같이 1[MVA], 22,900/220([V]) 외철형 변압기를 선택하였다. 변압기 권선의 전자력계산은 FEM을 이용하여 계산하며 국내외적으로 많은 연구가 있었다 [4]. 변압기의 해석은 그림 2와 같이 모델링하여 표현하였으며, 권선의 형태는 원통형으로 고압측은 케이블형 권선으로 저압측은 몰드형태로 되어 있다.

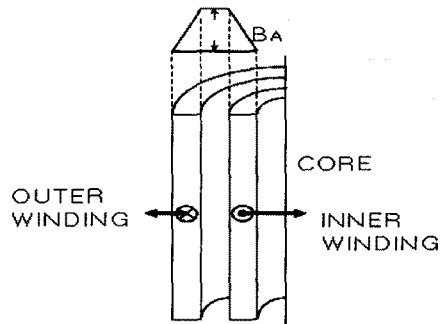


그림 1. 원통형 권선의 Radial 전자력 방향
Fig. 1. Electromagnetic force(radial) of the cylindrical winding

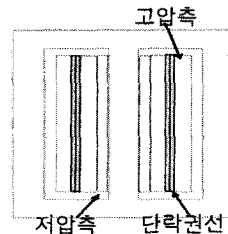


그림 2. 변압기 해석 모델
Fig. 2. Simulation model of the transformer

표 1. 모델 변압기 사양
Table 1. Specification of the model transformer

분 류	설 명
정격 용량	1[MVA], 60[Hz]
코어형태	외철형
정격 전압	2,2900 / 220 ([V])
정격 전류	44 / 4545 (A)
상수	단상
코어재질	$B_s = 1.9[T]$
권선비	104:1

2.3 1차측 권선 단락시 모의 해석

변압기의 권선단락(turn-to-turn)을 모의하기 위하여 그림 3과 같이 권선의 아래부분을 단락부위로 선정하였다. 이 부위가 대체적으로 단락이 많이 발생하는 부분이며, 이것은 권선법에 의하여 윗방향으로 순차적으로 권선을 하고 다시 내려와서 권선이 끝나게 되면 두 권선간의 전위차가 가장 많이 나타나기 때문이다. 설명한 바와 같이 권선간의 전자력 계산과 힘의 분포를 알아보기 위하여 고압측의 권선 중 가장 아래 단락의 권선인 221번째 권선과 330번째 권선간의 단락을 스위칭 시간을 조절하여 모의하였다.

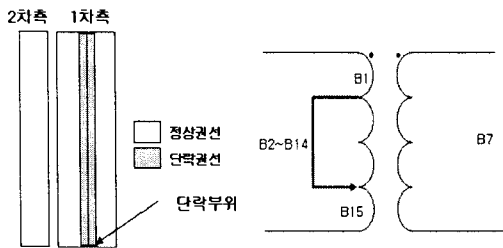


그림 3. 1차 측 권선단락 회로도
Fig. 3. Short circuit diagram of the primary winding

모델변압기를 모의 해석한 결과 그림 4와 같이 전류가 크게 증가한 것을 볼 수 있으며 결과 값은 표 2에 정리하였다. 모의해석결과와 이론치가 거의 일치하며, 방사방향 힘의 계산결과에는 약간의 오차가 있다. 단락시 자속밀도는 정상시에 비하여 크게 증

가하였고, 특히 단락 권선 부근에서의 누설자속밀도가 크게 증가하여 권선단락에 의한 누설이 많이 발생함을 알 수 있다.

표 2. 각 권선의 전류와 전자력
Table 2. Current and magnetic force of the winding

구 분	Simulation	이론치
정상상태	Pspice : 58[A]	62[A]
	FEM : 54[A]	
단락전류	Pspice : 26.2[kA]	26.4[kA]
	FEM : 25.6[kA]	
축 방향 힘	4[N]	3.9[N]
방사방향 힘	930[N]	778[N]

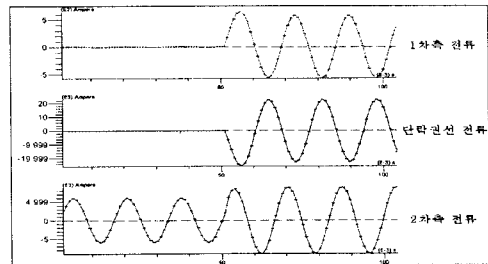


그림 4. 정상시와 단락시 권선의 전류
Fig. 4. Winding current at the steady state and the short circuit

자속밀도와 전류밀도로 인하여 축 방향과 방사방향으로 힘이 발생하게 된다. 그림 5는 단락권선의 가장 아래쪽 코일의 축방향 전자력과 방사방향 전자력을 나타낸 그래프로 매우 크게 발생되었다.

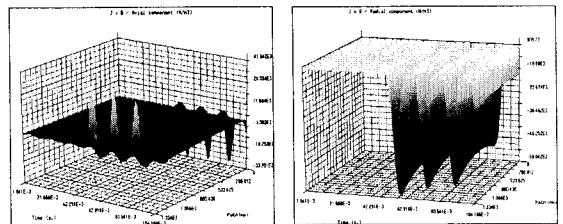


그림 5. 단락권선의 축 방향과 방사방향 전자력 밀도 분포도
Fig. 5. Distribution of magnetic force density of the shorted winding

변환행렬법을 이용한 케이블 권선형 배전용 변압기 권선의 진동모드 해석

3. 권선의 진동 mode 해석

3.1 권선의 진동 mode 운동방정식

변압기 권선단락 시 권선에서 발생하는 전자력으로 인해 권선의 진동이 발생하게 되며, 권선이 고유진동과 공진이 발생하게 되면 진동은 더욱 커져서 권선의 절연구조물에 손상을 주게 된다. 이와 같이 권선의 진동은 변압기내부의 절연물과 기계구조물에 많은 영향을 줄 뿐만 아니라 변압기의 외함과 공진하게 되면 변압기전체의 진동에 의해서 고장을 초래하는 원인이 될 수 있다. 본 논문에서 사용된 변압기의 권선은 케이블형으로 기계적 운동방정식을 이용하여 진동모드를 계산할 수 있다.

케이블형 권선의 운동방정식은 Timoshenko beam 이론[5]에 기초하고 있고 접선 벡터(t), 법선 벡터(n)와 종법선 벡터(b)에 의하여 서로 수직관계에 있다.

권선의 진동모드를 계산하기위한 운동방정식을 단위 길이당 관성 모멘트와 힘으로 표현하면 다음과 같다.

$$p_i^{(in)} = -\rho A \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} \quad m_i^{(in)} = -\rho I_i \frac{\partial^2 \Omega_i}{\partial t^2} \quad (i = t, n, b) \quad (4)$$

윗 식에서 p 는 단위길이당 내부힘, m 은 단위길이당 관성모멘트, ρ 는 질량, A 는 권선의 단면적, U 는 변위, I 는 inertia모멘트, Ω 는 회전을 각각 나타낸다.

스프링 축 상의 프레네(Frenet) 단위벡터의 관계식에 의해서 3축(t, n, b)의 관계는 프레네공식에 따라 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dt}{ds} = \chi n, \quad \frac{dn}{ds} = \tau b - \chi t, \quad \frac{db}{ds} = -\tau n \quad (5)$$

여기서 χ 는 곡률, τ 는 비틀림 정도를 나타낸다. 스프링축 상의 한 점에서 미소변위와 응력변형은 식 (6), (7)과 같이 표현되며 식 (5)로부터 단위 길이당 변위와 각 회전 벡터의 위치에 따른 시간함수를 구하고, t, n, b 의 축강도와 비틀림 강도를 행렬식으로 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \Omega^*}{\partial s} = \omega^*, \quad \frac{\partial U^*}{\partial s} + t \times \Omega^* = y^* \quad (6)$$

$$\omega^* = D^{-1} \cdot M^*, \quad y^* = C^{-1} \cdot T \quad (7)$$

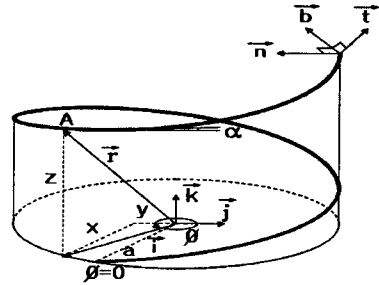


그림 6. 나선형 권선의 수학적 해석 모델
Fig. 6. Analyzing model of the helical winding

그림 6과 같은 나선형 권선일 때의 매개방정식은 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x = a \cos \phi, \quad y = a \sin \phi, \quad z = h \phi \quad (8)$$

$$c = \sqrt{(a^2 + h^2)} = a \sqrt{(1 + \tan^2 \alpha)} = a / \cos \alpha$$

$$h = c \sin \alpha = a \tan \alpha$$

$$ds = c d\phi$$

$$\chi = \cos^2 \alpha / a = h / c^2 = \text{constant} \quad (9a)$$

$$\tau = \cos \alpha \cdot \sin \alpha / a = h / c^2 = \text{constant} \quad (9b)$$

나선형 계산을 위하여 프레네공식의 식 (5)는 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$$\frac{dt}{d\phi} = \left(\frac{a}{c}\right)n, \quad \frac{dn}{d\phi} = \left(\frac{h}{c}\right)b - \left(\frac{a}{c}\right)t, \quad \frac{db}{d\phi} = \left(\frac{h}{c}\right)n \quad (10)$$

식 (8)과 곡선의 곡률과 비틀림 정도를 나타내는 식 (9)를 식 (11)의 파라미터들을 이용하면 힘, 모멘트, 변위 및 회전을 계산할 수 있게 된다.

$$T_i = \frac{c^2}{E I_n} T_i, \quad M_i = \frac{c}{E I_n} M_i, \quad U_i = \frac{1}{c} U_i, \quad \Omega_i = \Omega_i \quad (i = t, n, b) \quad (11)$$

최종적으로 이 식들을 정리하면 나선형 권선의 자

유진동 방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dT_t}{d\phi} = -\frac{\omega^2 \rho A c^4}{EI_n} U_t + \frac{a}{c} T_n \quad (12a)$$

$$\frac{dT_n}{d\phi} = -\frac{\omega^2 \rho A c^4}{EI_n} U_n - \frac{a}{c} T_t + \frac{h}{c} T_b \quad (12b)$$

$$\frac{dT_b}{d\phi} = -\frac{\omega^2 \rho A c^4}{EI_n} U_b - \frac{h}{c} T_n \quad (12c)$$

관성모멘트 M , 변위 U 와 Ω 에 대해서도 동일한 방법으로 각각 3 개의 방정식이 유도되어 모두 12개의 자유진동 방정식이 되며, 이것은 상수계수를 갖는 1차선형 미분방정식이다. $\phi = 0$ 의 상태벡터와 ϕ 로 정의되는 다른 상태벡터와의 관계행렬식은 동적 전달행렬(dynamic transfer matrix)이라고 하며, 상태벡터 $\{S\}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{S(\phi)\} = [F(\phi, \omega)]\{S(0)\} \quad (13)$$

$\phi = 2\pi n$ 에 대한 $[F]$ 를 형성한 후에 특별한 경계 조건에 따라 구해진 부분행렬식(determinant of the minor)의 특이 값 ω 를 구해서 주파수들을 계산할 수 있다. $[F]$ 는 동적전달행렬, $[D]$ 의 다항식으로 나타낼 수 있으며, $[D]$ 는 일정한 단면적을 가진 원주나선형 시스템에서는 상수가 된다. $[D]$ 의 특성 방정식은 Cayley-Hamilton 정리에 의하여,

$$[D]^{12} - p_1 [D]^{11} - p_2 [D]^{10} - \dots - p_{11} [D] - p_{12} [I] = 0 \quad (14)$$

나타내어질 수 있고 Faddeev-Leverrier이론에 기초하여 $[D]$ 특성방정식의 계수 p_k 를 구할 수 있다[1]. 식 (13)를 이용하여 $[D]$ 의 행렬을 다시 쓰면 아래와 같이 표현되어지고,

$$\{S^*(\phi)\} = \{U_t, T_b, T_t, \Omega_n, M_b, M_t, T_n, U_b, U_t, M_n, \Omega_b, \Omega_t\} \quad (15)$$

$[D]$ 에 대한 4개의 서브행렬은 아래와 같이 표현가능하다.

$$[D^*] = \begin{bmatrix} [0] & [D_2] \\ [D_3] & [0] \end{bmatrix}_{(12 \times 12)} \quad (16)$$

위의 구성식 식 (13)에 식 (12)을 이용하여 0이 아닌 값을 갖는 $[D]$ 의 서브행렬의 요소를 다음과 같이 나타낼 수 있다. 두 개의 상태방정식 사이의 관계식인 변환행렬(transformation matrix) $[T]$ 는 다음과 같은 관계로 정의 내려질 수 있다.

$$\{S^*\} = [T]\{S\}, \quad \frac{d\{S\}}{d\phi} = [D]\{S\} \quad (17)$$

$[T]$ 의 왼쪽의 행렬로부터 다음의 식이 계산되어지고 식 (10)~(17)에서 정의되어진 $[D]$ 와 $[T]$ 의 행렬 표현으로 다음의 계산들을 수행할 수 있다. $[D]$ 행렬 정의에 의해 아래의 다항식 형태를 얻을 수 있고,

$$[F] = e^{\phi[D]} = [I] + \phi[D] + \frac{\phi^2 [D]^2}{2!} + \frac{\phi^3 [D]^3}{3!} + \dots \quad (18)$$

식 (12)의 다항식을 Cayley-Hamilton 정리[1]를 이용하여 더 간소화시킬 수 있으며, 최종적인 상태방정식에 대한 고유값을 구하여 케이블형 권선의 진동 모드를 구하게 된다[7-8].

3.2 권선의 진동 mode 계산(예)

변환행렬법을 이용한 변압기 권선의 진동모드 계산을 위하여 표 3의 1[MVA] 나선형 권선을 선정하였다. 나선형권선의 단면도와 사양을 그림 7에 나타내었다. 선정한 나선형권선의 고유 진동주파수를 구하고, 다양한 조건하에서의 고유 진동주파수를 ANSYS 프로그램의 계산결과와 비교하였다. 표 4는 단일권선(Single-turn)인 경우의 고유 진동주파수로서 초기 10개의 고유 진동주파수를 비교한 결과 두 가지 방법에 의한 계산결과가 아주 잘 일치함을 알 수 있다. 그림 8은 ANSYS 프로그램을 이용하여 권선이 20턴(turn)일 때의 고유진동모드를 분석한 결과를 보여주고 있으며, 이때 8000개의 요소로 분할하여 계산한 것이다. 반면에 동일한 권선을 변환행렬법으로는 120개의 요소로 계산이 가능하였다. 표 5는 20턴일 경우의 두 가지 방법에 의한 계산결과를

변환행렬법을 이용한 케이블 권선형 배전용 변압기 권선의 진동모드 해석

표시한 것으로 거의 일치함을 알 수 있으며, 변환행렬법을 이용하였을 경우 적은 요소로 훨씬 빠른 시간에 계산할 수 있음을 확인하였다.

표 3. 케이블형 권선 사양
Table 3. Specification of the cable-type winding

분 류	설 명
Coil pitch	1[°]
Poisson's ratio	0.33
Young's modulus	$1.24 \times 10^{11} ([N/m^2])$
도체 밀도	0.749([kg/cm])

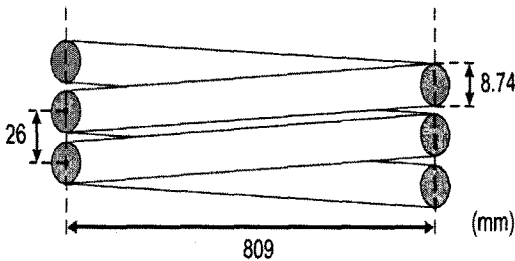


그림 7. Cable형 권선의 해석 모델
Fig. 7. Analyzing model of the cable-type winding

표 4. 고유진동주파수 계산결과와의 비교(1 턴, (Hz))
Table 4. Frequency modes of the single-turn winding(Hz)

Frequency Modes	Transfer Matrix Method	ANSYS
1	3.21	3.19
2	4.50	4.48
3	7.34	7.36
4	12.65	12.62
5	16.47	16.56
6	26.80	26.78
7	30.67	30.83
8	45.49	45.53
9	49.41	49.64
10	68.64	68.75

표 5. 고유진동주파수 계산결과와의 비교(20턴, (Hz))
Table 5. Natural frequencies of the 20-turns winding(Hz)

Mode	Fixed-Fixed		Fixed-Hinged	
	TMM	ANSYS	TMM	ANSYS
1st	0.1718	0.1714	0.0969	0.0949
2nd	0.1971	0.1977	0.1156	0.1162
5th	0.3435	0.3424	0.3043	0.3160
7th	0.5070	0.5088	0.4387	0.4109

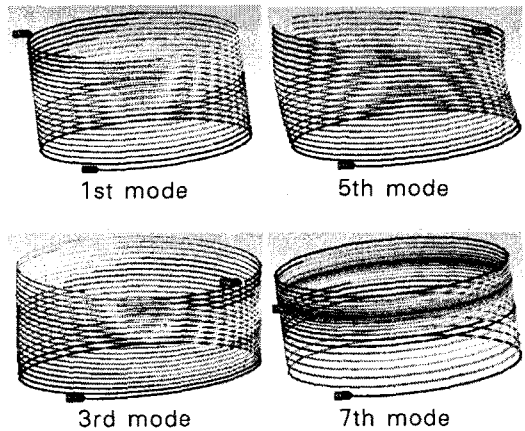


그림 8. 20 턴의 권선의 진동 모드
Fig. 8. Vibration modes of the 20-turns winding

4. 결 론

변압기의 권선단락에 의한 전자력의 크기와 방향을 계산하고 분석하기 위하여 유한요소 프로그램을 이용하였으며, 변압기 권선의 진동모드 계산은 기계적인 운동방정식을 간략화한 변환행렬법을 이용하여 계산하였다.

해석모델은 22.9[kV] 1[MVA] 케이블권선형 변압기를 선정하였으며, 단락시 전자력은 이론적인 방법과 수치해석에 의한 방법으로 계산하여 그 결과를 분석하고 비교하였다. 전자력 계산결과와의 검증을 위하여 회로기법으로 시뮬레이션하였고, FEM결과와 아주 근접한 계산결과를 득하였다. 권선의 진동 mode 해석은 기계적인 운동방정식을 근사화한 변환행렬법(Transfer Matrix Method)을 이용하여 계산하였다. 권선의 진동모드해석결과 검증을 위하여 1

턴과 20턴의 권선에 대한 진동모드를 상용프로그램인 ANSYS 프로그램으로 시뮬레이션하여 그 결과를 본 논문의 알고리즘결과와 비교하였다. 그 결과가 아주 근소한 오차범위 내에서 두 가지의 계산결과가 일치하였으며, 계산시간은 본 논문에서 제안한 방법이 훨씬 짧아서 유용한 알고리즘임을 알 수 있다. 향후 이 알고리즘을 이용하면 전자력에 의한 권선의 강제 진동모드 해석과, 진동에 의한 가진력의 크기도 계산이 가능해질 것이다.

본 논문은 지식경제부의 한국에너지자원 기술기획평가원 (KETEP)에서 지원한 전력변환시스템기술 연구센터 (과제번호 2007-0192)의 사업으로 수행되었습니다.

References

[1] Vebil Yildirim, "Investigation of parameters affecting free vibration frequency of helical springs", International journal for numerical methods in engineering, VOL. 39, pp.99-114(1996).

[2] V.Yildirim and N. Ince, "Natural Frequencies of Helical Springs of Arbitrary Shape", J. of Sound and Vibration(1977), 204(2), pp.311-329.

[3] M. Waters, "The Short-Circuit Strength of Power Transformers" MacDonald & Co., 1966.

[4] H. Wang, K. L. Butler, "Finite Element Analysis of Internal Winding Faults in Distribution Transformer", power delivery, IEEE Transactions, VOL. 16, NO. 3, JULY 2001.

[5] J. Lee and W. Schultz, "Eigenvalue Analysis of Timoshenko beams and axisymmetric Mindlinplates bt the pseudospectral method", J. of sound and vibration 269, 2004 pp.609-621.

[6] 하정우, 신판석, 한성진; "권선단락에 의한 초고압 변압기 권선의 전자력 계산 연구", 대한전기학회 하계학술대회논문집 pp.747-745, 2006.

[7] Pan Seok Shin; Jinhee Lee; Jung Woo Ha; "A Free Vibration Analysis of Helical Windings of Power Transformer by Pseudospectral Method" Magnetics, IEEE Transactions on Volume 43, Issue 6, pp.2657 - 2659, June 2007.

[8] 정현구, 우성현, 신판석. "Pseudospectral를 이용한 케이블 권선형 배전용 변압기 권선의 진동모드 해석" 대한전기학회 추계학술대회 논문집 pp. 83-85, 208.

◇ 저자소개 ◇

신판석 (申判錫)

1953년생. 1977년 서울대학교 공과대학 졸업. 1986년 미국 R.P.I. 전기공학 졸업(석사). 1989년 R.P.I. 전기공학 졸업(박사). 1980~1993년 한국전기연구원 선임연구원. 1993년~현재 홍익대학교 전기공학과 교수.

정현구 (鄭賢九)

1981년생. 2008년 홍익대학교 전기전자공학과 졸업. 2008년 동대학원 석사과정 재학 중.

윤구영 (尹救永)

1970년생. 1984년 서울대학교 공과대학 졸업. 1989년 (미)Purdue University 졸업(박사). 1994년~현재 홍익대학교 기계정보공학과 교수.