

# 영구자석의 overhang 길이 및 skew 효과를 고려한 LSM 추력함수 도출

논문  
58-6-8

## A Elicitation of Polynomial Equation of Thrust Coefficient for Linear Synchronous Motor by Experimental Design Method

장기봉\* · 표세호\*\* · 김규탁†  
(Jang Ki-Bong · Pyo Se-Ho · Kim Gyu-Tak)

**Abstract** - This paper deals with a polynomial thrust equation of a permanent magnet linear synchronous motor that is considered by a skew and overhang effects of permanent magnet. The skew length, the overhang length, the width and height of permanent magnet, the teeth length and air-gap length which effect to the flux density of air-gap are selected as variables of the polynomial thrust equation. Polynomial thrust equation is elicited by the 6 parameters. The results are satisfied that the values by polynomial thrust equation are compared ones by using 3-dimensional finite element analysis and experiment.

**Key Words** : Reduction of detent force, Thrust coefficient, 6 design parameter, skew and overhang effects of permanent magnet, experimental design method

### 1. 서론

철심형 선형전동기(LSM)는 높은 에너지 밀도와 효율을 가진다. 하지만, 치-슬롯 구조에 의한 공극에서의 자기 저항의 차와 단부 효과에 의해 디텐트력이 발생하게 된다. 디텐트력은 PMLSM의 운전 시 추력의 리플로써 소음·진동의 원인으로 작용하여 PMLSM의 운전특성 및 제어특성을 크게 저감 시킨다. 그러므로 추력의 리플로 작용하는 디텐트력을 저감시키기 위하여 보조 치 또는 보조 극 설치, 영구자석 또는 전기자 철심에 스큐(Skew)를 시행하는 방법, 영구자석의 폭 조절법, 전기자 슬롯의 형상 변화 등 많은 기법들이 적용되고 있다. 이 기법들 중 영구자석에 스큐를 시행하는 방법이 널리 사용되고 있다. 그러나, 영구자석에 스큐를 시행하는 방법은 디텐트력을 크게 저감시킬 수 있으나, LSM의 발생추력 역시 저감시키는 단점이 있다. 그러므로 영구자석에 스큐를 시행할 경우, 저감된 발생추력을 보상하기 위하여 철심길이보다 영구자석의 축 방향 길이를 더 크게 하는 방법, 즉 영구자석에 오버행(Overhang)을 시행하는 방법이 널리 사용된다[1][2].

재료의 비선형 및 형상의 복잡성을 쉽게 고려할 수 있는 2차원 유한요소 해석이 전기기기 특성 해석에 널리 사용되고 있다. 하지만, 영구자석에 스큐와 오버행이 동시에 시행된 모델의 경우 2차원 유한요소 해석을 통해서도 정확한 해석을 할 수 없기 때문에 3차원 유한요소 해석을 반드시 수

행하여야 한다[2]. 3차원 유한요소 해석의 경우, 해석의 정확성을 얻을 수 있는 반면, 고성능 하드웨어가 반드시 필요하며, 오랜 계산 시간을 요구한다. 이러한 단점을 해결하기 위해서 본 논문에서는 설계 변수를 선정하여 3차원 유한요소 해석 없이 LSM의 발생추력을 수식적으로 계산 가능한 추력방정식을 도출하였다. 추력 방정식의 도출을 위해 선정한 설계 변수는 선형직선기의 공극의 자속밀도에 영향을 주는 공극 길이( $l_g$ ), 영구자석의 폭( $W_{pm}$ ), 높이( $l_{pm}$ ), 스큐 길이( $l_{skew}$ ), 오버행 길이( $l_{oh}$ ), 치의 축 방향( $W_{core}$ ) 길이를 선정하였다. 각 설계 변수에 따른 발생 추력의 변화를 실험 계획법에 의거하여 최소한의 3차원 유한요소 해석을 통해서 LSM의 최대 발생 추력을 구하고, 각 설계 변수에 따른 추력의 변화의 가중치를 고려하여 추력방정식을 도출하였다[3][4]. 시작기를 제작하여 LSM의 최대 발생추력의 실험치와 도출된 추력방정식의 계산치를 비교하여 타당성을 확보하였다.

### 2. 해석 모델 분석 및 실험

#### 2.1 해석 모델

본 논문에서는 스큐와 오버행이 적용되지 않은 기본모델과 스큐와 오버행이 적용된 스큐-오버행 모델을 선정하여 해석과 실험을 수행하였다. 스큐-오버행 모델의 경우, 디텐트력을 최소화하기 위해서 극간격의 1/3만큼 스큐와 추력의 감소분을 보상시키기 위해서 영구자석에 4[mm] 오버행을 시행한 모델이다. 그림 1(a)는 실험 장치를 나타내고, 그림 1(b), (c)는 기본모델과 스큐-오버행 모델의 영구자석 배열을 나타낸다. 기본모델과 스큐-오버행 모델의 영구자석을 제외한 모든 기계적인 치수는 동일하며, 철심 재료는 실리콘 스틸[S45C]를 사용하였다.

† 교신저자, 펠로우회원 : 창원대학교 전기공학과 교수

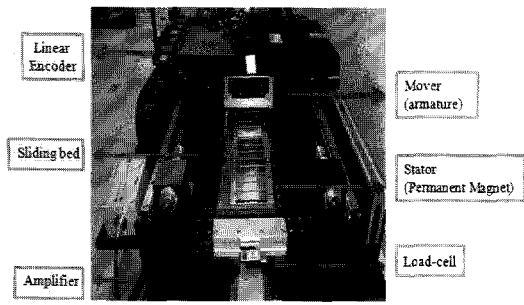
E-mail : gtkim@changwon.ac.kr

\* 정회원 : 창원대학교 공대 전기공학과 교수, 공박

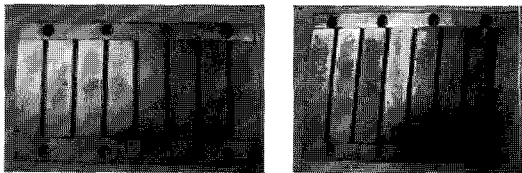
\*\* 준회원 : 창원대학교 공대 전기공학과 석사과정

접수일자 : 2008년 9월 18일

최종완료 : 2009년 4월 15일



(a) 실험장치



(b) 기본모델 영구자석 배열 (c) 스쿠-오버행 모델 영구 자석 배열

그림 1 시작기  
Fig. 1 Prototype machine

표 1 해석모델의 사양

Table 1 Specification of analysis model

	Item	Sym bol	Value	
Stator (Permanet magnet)	Residual magnetic flux density	$B_r$	1.36 T	
	Height of PM	$l_{pm}$	9.0 mm	
	Width of PM	$W_{pm}$	26.5 mm	
	Pole pitch		30 mm	
	Skew length of PM	Basic model	$l_{skew}$	0 mm
		Skew-overhang model		10 mm
	Overhang length of PM	Basic model	$l_{oh}$	0 mm
Skew-overhang model		4 mm		
Mover (Armature)	Turns per Phase		304	
	Height of teeth	$h_t$	16.95 mm	
	Length of teeth	$W_{core}$	93 mm	
	Width of teeth	$w_t$	14 mm	
	Slot pitch		40 mm	
	Rated current	$I$	6.53 A	
	Mechanical air-gap	$l_g$	1.4 mm	

2.2 3차원 유한요소 해석결과 와 실험결과 비교

그림 1(a)는 LSM의 디텐트력, 추력을 측정하기 위한 장비이다. 디텐트력의 측정은 로드셀[제조사: CAS, 모델명: SB-20L]의 한 쪽을 고정자가 설치되어 있는 슬라이딩 베드에 고정시키고, 다른 한 쪽은 측정 장비에 고정 시켰으며, 고정자가 설치되어 있는 슬라이딩 베드는 양 쪽에 리니어

가이드가 설치되어 있어 자유롭게 움직일 수 있다. 따라서 가동자의 변위를 이동시키면 작용-반작용 법칙에 의해 고정자에 가해지는 디텐트력이 로드셀에 의하여 측정된다. 이때 가동자의 위치를 리니어 엔코더를 이용하여 1[mm] 간격으로 변위를 이동 시키며 측정하였다. 이때, 리니어 엔코더의 오차 범위는 1[ $\mu m$ ]이다.

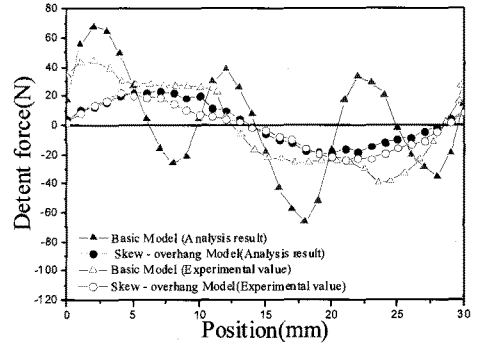
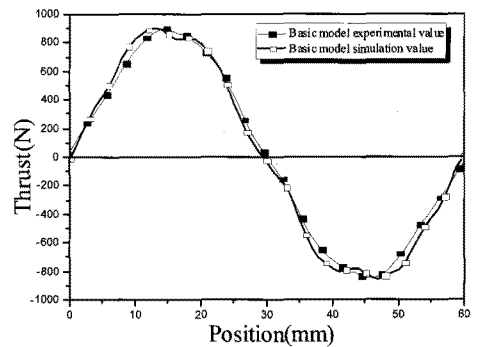
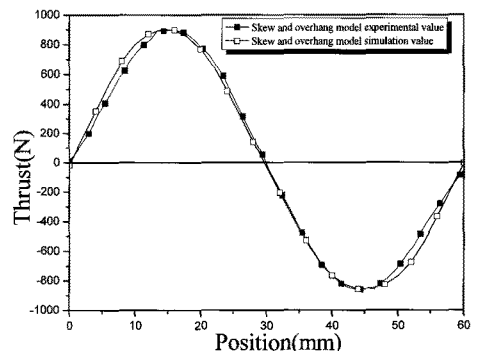


그림 2 디텐트력  
Fig. 2 Detent force

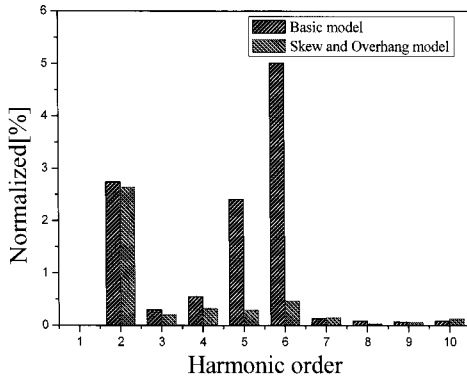
추력의 측정은 정격 전류 6.53[A]를 실효치를 고려하여, A상에 9.235[A], B·C상에 각각 -4.617[A]의 직류를 공급하여, 최대 추력이 발생하도록 하여 추력을 측정하였다. 전원을 인가하는 것과 측정 로드셀[제조사: CAS, 모델명: SB-200L]로 교환 한 것 외에는 디텐트력 측정 실험과 동일하다.



(a) 기본모델의 추력



(b) 스쿠-오버행 모델의 추력



(c) 고조파 분석

그림 3 추력 및 고조파 분석

Fig. 3 Thrust and harmonic order

그림 3는 기본모델과 스쿼-오버행 모델의 추력의 해석치와 실험치를 비교 한 것이다. 그림 4(a)의 기본모델의 경우, 최대 추력의 해석치는 899.99[N]이고, 실험치는 896.51[N]이다. 그림 3(b)의 스쿼-오버행 모델의 경우, 해석치는 898.82[N]이고, 실험치는 895.67[N]이다. 두 모델의 경우 실험 오차를 고려할 때, 해석치와 실험치의 크기와 주기가 거의 일치 하는 매우 양호한 결과를 얻었다.

기본 모델의 왜형률은 6.25[%]로써, 추력의 리플로써 작용하는 디텐트력이 크게 작용하여 추력특성 곡선이 크게 찌그러짐을 확인 할 수 있다. 스쿼-오버행 모델의 경우, 왜형률이 스쿼의 시행으로 인해서 디텐트력이 크게 감소하여 왜형률이 2.75[%]로 크게 줄어 추력파형이 깨끗하게 출력됨을 확인 할 수 있다. 이는 그림 3(c)의 고조파 분석을 통해서 확인 할 수 있다. 기본모델의 제2,5,6고조파 중에서 스쿼의 시행으로 인해서 추력의 제5,6고조파가 크게 줄어 왜형률이 개선되었음을 확인 할 수 있다. 하지만, LSM의 단부효과에 의한 디텐트력이 존재하기 때문에 스쿼-오버행 모델에서도 2.75[%]의 왜형률을 가지게 된다.

기본모델과 스쿼-오버행모델의 해석치와 실험치를 비교를 통하여, 3차원 유한요소 해석의 타당성을 확보하였다.

### 3. 추력 방정식 도출

#### 3.1 설계변수

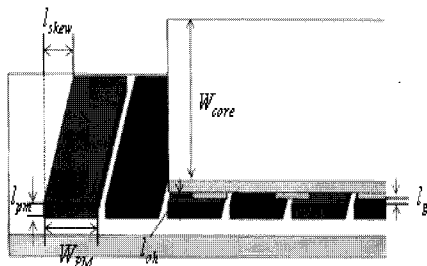


그림 4 설계변수

Fig. 4 Design parameters

그림 4는 추력 방정식 도출을 위해 선정한 6개의 설계변수를 나타낸다. 6개의 설계변수는 공극부의 자속밀도에 영향을 주는 공극 길이[ $l_g$ ], 영구자석의 폭[ $W_{pm}$ ], 높이[ $l_{pm}$ ], 스쿼 길이[ $l_{skew}$ ], 오버행 길이[ $l_{oh}$ ], 치의 축 방향[ $W_{core}$ ] 길이를 선정 하였다. 또한 표 2는 각 설계변수와 가변길이를 나타낸다.

표 2 설계변수 및 가변길이

Table 2 Design parameters and variable range

Item	Symbol	Variable range[mm]	Interval [mm]
공극 길이	$l_g$	0.6 - 2.2	0.4
영구자석 높이	$l_{pm}$	8 - 10	0.5
영구자석 오버행 길이	$l_{oh}$	0 - 4	1
치 길이	$W_{core}$	91 - 95	1
영구자석 폭	$W_{pm}$	25.5 - 27.5	0.5
영구자석 스쿼 길이	$l_{skew}$	0 - 20	5

#### 3.2 실험계획법

실험계획법(experimental design)은 제품의 특성에 영향을 미치는 여러 가지 인자(factor)를 선정하고 이들의 관계를 알아보기 위한 실험을 실시하여 최적의 제조조건을 찾아내는 실험 방법을 의미한다. 실험계획법은 직교배열법을 기초로 한다. 직교란 어떤 인자가 어떤 수준에 대해서나 다른 인자의 수준이 같은 횡수씩 나타나는 상태를 의미한다. 직교배열법은 각 열이 직교가 되게 미리 만들어 놓은 표이다. 즉, 어떤 수준에 대해서나 다른 열의 전체 수준이 같은 횡수씩 나타나도록 구성되어 있다. 직교배열법을 이용하게 되면 다수의 실험 없이 최소의 실험으로 최대의 정보를 얻을 수 있는 방법이다. 본 논문에서는 6개의 인자를 5개의 수준으로 실험을 하였다. 직교배열법을 이용하지 않을 경우,  $6^5=7776$ 회의 실험을 하여야 하나,  $L_{25}(5^6)$  직교배열법을 사용할 경우 25회의 실험만으로 각 인자의 정보를 수집할 수 있다. 표 3은 직교배열법에 의한  $L_{25}(5^6)$  직교배열표와 직교배열표에 의한 3차원 유한요소 해석치를 나타낸다.

표 3 직교배열표

Table 3 Orthogonal Array

$l_g$	$l_{pm}$	$l_{oh}$	$W_{core}$	$W_{pm}$	$l_{skew}$	3차원 유한요소 해석치[N]
1	1	1	1	1	1	1008.31
1	2	2	2	2	2	1012.52
1	3	3	3	3	3	1004.55
1	4	4	4	4	4	981.22
1	5	5	5	5	5	935.01
2	1	2	3	4	5	799.43
2	2	3	4	5	1	996.84
2	3	4	5	1	2	1005.12
2	4	5	1	2	3	946.12
2	5	1	2	3	4	854.13
3	1	3	5	2	4	844.8

3	2	4	1	3	5	757.98
3	3	5	2	4	1	942.41
3	4	1	3	5	2	880.46
3	5	2	4	1	3	878.22
4	1	4	2	5	3	819.77
4	2	5	3	1	4	803.99
4	3	1	4	2	5	704.49
4	4	2	5	3	1	878.48
4	5	3	1	4	2	836.65
5	1	5	4	3	2	829.87
5	2	1	5	4	3	766.01
5	3	2	1	5	4	705.07
5	4	3	2	1	5	673.88
5	5	4	3	2	1	837.51

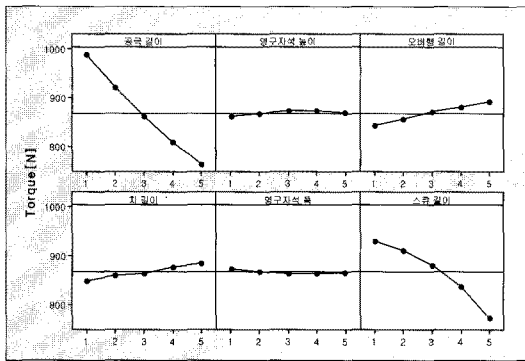


그림 5 설계변수에 따른 최대추력  
Fig. 5 Peak thrust of parameters

그림 5와 표 4는 표 3의 직교배열법에 의해서 LSM의 최대 추력을 6개의 설계 변수를 가변 시키며, 3차원 유한요소 해석을 하였다. 이를 다구찌법에 의해서 각 설계변수에 따른 추력 특성을 도출하였다. 그림 5를 통해서 영구자석 높이, 영구자석 폭은 발생 추력에 영향을 거의 미치지 않음을 확인 할 수 있다. 또한, 스큐와 공극의 길이가 발생 추력에 큰 영향을 미치는 요소임을 확인 할 수 있고, 스큐 길이의 경우 스큐 길이가 늘어날수록 발생추력은 2차 함수의 형태로 발생 추력이 급격히 감소함을 확인 할 수 있다. 공극의 길이와 오버행, 치 길이는 선형적으로 변함을 확인 할 수 있다.

표 4 설계 변수의 수준에 따른 최대 추력  
Table 4 Torque for all levels of all factors

Setting of factor	1	2	3	4	5
$T_g$	988.3	920.3	860.8	808.7	762.5
$T_{pm}$	860.4	867.5	872.3	872	868.3
$T_{oh}$	842.7	854.7	871.3	880.3	891.5
$T_{core}$	850.8	860.5	865.2	878.1	8885.9
$T_{pm}$	873.9	869.1	865	865.1	867.4
$T_{skew}$	932.7	912.9	882.9	837.8	774.2

3.3 설계 변수의 영향력

추력 방정식의 도출을 위해서는 각 설계변수가 LSM의 추력에 미치는 영향력의 정도를 파악하는 작업이 필요하다. 이는, 평균 분석(ANOM)과 분산 분석(ANOVA)을 통해서 확인 할 수 있다.

$$m = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} T_i \quad (\text{ANOM})$$

표 5 평균 분석 결과

Table 5 Overall Mean

	$T_{ave}$
M(overall mean)	868.12

평균 분석을 통해서 전체 변수에 따른 평균값은 868.12[N]이다. 이 추력의 평균값을 이용하여 각 변수와 각 인자에 따른 영향력을 확인하기 위해서 분산분석을 실시한다. 평균값을 기준으로 하여 공극의 길이의 편차 제곱합(Sum of Squares:SS)은 아래식을 통해서 계산한다.

$$SS \text{ of } l_g = 5 \sum_{i=1}^5 (T_g - m)^2 \quad (\text{ANOVA})$$

SS를 통해서 각 설계변수의 변화에 따라 LSM의 발생 추력 변화가 정도를 가능 할 수 있다. 나머지 설계변수 역시 동일한 방식으로 편차 제곱합을 구한다. 표 6을 통해서 공극의 길이와 스큐의 길이가 다른 요소에 비해서 설계변수의 변화에 따라 급격한 토크 변화를 가짐을 확인 할 수 있다. 또한, 오버행과 치 길이 역시 가변 길이에 따라 토크 변화가 발생하지만, 영구자석 높이와 영구자석 폭은 설계변수를 변화 하여도 추력에 미치는 영향이 미비함을 확인 할 수 있다.

표 6 설계변수에 따른 영향력

Table 6 Effects of design parameter

Item	SS	설계변수 영향력[%]
공극 길이	158673	46.17
영구자석 높이	205	2.44
영구자석 오버행 길이	7593	9.97
치 길이	3848	7.17
영구자석 폭	143	1.82
영구자석 스큐 길이	76915	32.4

표 6의 설계변수의 영향력과 그림 5의 설계변수에 따른 토크의 변화 양상을 고려하여 LSM의 최대추력함수를 도출하였다.

$$F = \frac{18.537 \times 1.005 \times \frac{26.5l_{pm}}{W_{pm}} \times (1.35l_{oh} + W_{core}) - 6.59 \times 1.25^{\frac{l_{skew}}{5}} \times l_{skew}}{[0.3234l_g + 1.55]}$$

도출 된 함수를 이용해서 LSM의 최대추력을 손쉽게 구할 수 있다. 3차원 유한 요소 해석을 시행하여 이를 시작기를 통한 실험치와 비교 하여 그 타당성을 입증하였다.

**표 7** 추력방정식, 3-D 유한요소 해석치, 실험치 결과 비교  
**Table 7** Compare the results by thrust equation, 3-D FEA, and experiment

Items [mm]						Peak Thrust[N]		
$l_g$	$l_{pm}$	$l_{oh}$	$W_{core}$	$W_{pm}$	$l_{skew}$	FEA	Equation	Experiment
0.6	9	0	93	26.5	0	1032.63	1033.86	
2.2	9	0	93	26.5	0	796.22	797.30	
1.4	8.5	0	93	26.5	0	895.80	898.06	
1.4	9	2	93	26.5	0	930.29	926.44	
1.4	9	4	93	26.5	0	951.13	952.58	
1.4	9	0	93	26.5	10	848.1	848.89	844.8
1.4	9	0	93	26.5	0	899.99	900.30	896.51
1.4	9	0	93	26.5	5	882.41	879.74	
1.4	9	0	93	26.5	20	734.42	739.65	
1.4	9	4	93	26.5	10	898.82	901.16	895.67
1.4	9	0	93	26.5	25	648.91	649.26	
0.6	9	0	93	26.5	10	979.70	974.81	
1	9.5	2	92	27	5	957.93	959.66	
1	9	0	93	26.5	15	853.81	859.41	
1.8	9	0	93	26.5	5	830.40	826.36	
1.8	9	3	93	26.5	15	795.44	791.96	

**5. 결 론**

본 논문에서는 LSM의 디텐트력에 의한 추력의 리플을 저감 시키기 위한 방법 중 대표적인 방법인 스큐를 시행하고, 스큐의 시행으로 인해서 저감 된 발생 최대추력을 보상하기 위해 오버행이 시행 된 모델의 경우 설계 및 해석시 3차원 유한요소 해석이 반드시 수행 되어져야한다. 3차원 유한요소 해석은 고성능의 하드웨어와 오랜 시간을 요구하는 단점이 있다. 본 논문에서 이러한 단점을 제거하기 위해 공극부 형상에 영향을 주는 6개의 설계 변수를 선정하여 실험 계획법에 의거하여 3차원 유한요소 해석을 하여 각 설계 변수의 가중치를 고려 한 LSM의 발생 최대 추력방정식을 도출 하였다. 3차원 유한요소 해석치와 시작기의 실험치를 비교 하여 3차원 유한 요소 해석의 타당성을 입증 하였다. 또한 도출 된 추력방정식에 의한 계산치와 3차원 유한요소 해석치, 그리고 시작기를 통한 실험치를 비교하여 그 타당성을 검토하였다.

본 논문에 제시된 추력방정식을 사용 할 경우 3차원 유한요소해석 없이 LSM의 발생 최대 추력의 근사치를 설계변수만으로 손쉽게 계산할 수 있으므로, 3차원 유한요소 해석에 소요 되는 막대한 시간을 줄일 수 있을 것으로 사료된다.

**감사의 글**

본 논문은 2007년도 창원대학교 연구비에 의하여 연구되었으며, 이 연구에 참여한 연구자는 「2단계 BK21 사업」에서 일부 지원비를 받았음

**참 고 문 헌**

[1] In-Cheol Hwang, Ki-Bong Jang and Gyu-Tak Kim, " A study on the characteristics analysis according to overhang and skew of permanent magnet in PMLSM",

IEEE Trans. *Electrical Machines and System*, 2007. *ICEMS, International Conference on*, pp. 1255-1258, Oct. 2007  
 [2] Ki-Chan Kim and Ju Lee, "A Study on the Overhang Coefficient for the Design and Analysis of Permanent Magnet Machine by simulation DOE", *IEEE Trans. Magnetics.*, Vol. 43, No. 6, pp. 2483-2485, June. 2007  
 [3] Sung-Il Kim, Ji-Young Lee, Young-Kyoun Kim, Jung-Pyo Hong, "Optimization for Reduction of Torque Ripple in Interior Permanent Magnet Motor by Using the Taguchi Method", *IEEE Trans. Magnetics.*, Vol. 41, No. 5, pp. 1796-1799, May. 2005  
 [4] Del phi Res. Labs, Shelby Township, "Robust torque and torque-per-inertia optimization of a switched reluctance motor using the Taguchi methods", *Industry Applications, IEEE Transactions on*, Vol. 42, No. 2, pp. 473-478, March. 2006

**저 자 소 개**



**장 기 봉 (張 基 鳳)**

1970년 5월 25일생. 1994년 한양대학교 공대 전기공학과 졸업. 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2005년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 2005년~2006년 한국전선교통기술평가원 선임 연구원. 현재 창원대학교 공대 전기공학과 교수.  
 Tel : 055-213-3639  
 Fax : 055-263-9956  
 E-mail : kbjang@changwon.ac.kr



**김 규 탁 (金 奎 卓)**

1961년 11월 12일생. 1982년 한양대학교 공대 전기공학과 졸업. 1984년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1991년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 1996년~2000년 일본 早稲田大 客員研究員. 현재 창원대학교 공대 전기공학과 교수.  
 Tel : 055-213-3635  
 Fax : 055-263-9956  
 E-mail : gtkim@changwon.ac.kr



**표 세 호 (表 世 虎)**

1982년 7월 15일생. 2008년 창원대학교 공대 전기공학과 졸업. 현재 동 대학원 전기공학과 석사과정  
 Tel : 055-213-3640,  
 Fax : 055-263-9956  
 E-mail : pyoseho@changwon.ac.kr