

■ 論 文 ■

# 단일할당 복합운송 허브 네트워크 설계 모형 개발

## A Single Allocation Hub Network Design Model for Intermodal Freight Transportation

**김 동 규**

(서울대학교 건설환경공학부 BK21 조교수)

**강 성 철**

(한국교통연구원 책임연구원)

**박 창 호**

(서울대학교 건설환경공학부 교수)

**고 승 영**

(서울대학교 건설환경공학부 교수)

### 목 차

- I. 서론
    - 1. 연구의 배경 및 목적
    - 2. 연구의 내용 및 범위
  - II. 기존 문헌 고찰
    - 1. 단일운송 허브 네트워크 설계
    - 2. 복합운송 허브 네트워크 설계
  - III. 단일할당 복합운송 허브 네트워크 설계 모형
    - 1. 비용요소
    - 2. 최적화 모형
  - IV. 모형의 분석
    - 1. 모형의 단순화
    - 2. 모형의 계산 복잡도
  - V. 결론 및 향후 연구과제
- 참고문헌

**Key Words :** 복합운송, 허브 네트워크 설계, 단일할당, 최적화 모형, 규모의 경제, 물류 시스템  
 Intermodal freight transportation, Hub network design, Single allocation, Optimization model, Economies of scale, Logistics systems

### 요 약

복합운송은 두 개 이상의 수송수단을 이용하는 기점에서 종점까지의 수송으로 정의될 수 있다. 복합운송이 허브 네트워크에 활용되면 집화된 수송량이 보다 적절한 수단들과 기술들에 의해 수송되기 때문에 네트워크 효율성이 제고될 수 있다. 이러한 장점에도 불구하고 문제의 복잡성 등으로 인하여 복합운송 허브 네트워크 설계 문제에 관한 연구는 그동안 활발하게 수행되지 않았다. 본 연구의 목적은 단일할당 전략을 이용하는 복합운송 허브 네트워크 설계 최적화 모형을 개발하는 것이다. 본 연구에서 개발된 모형은 수송비용, 재고비용, 서비스지체비용 등 복합운송 허브 네트워크에서 발생하는 다양한 비용요소들을 고려하는 한편, 운행빈도 변수를 사용함으로써 수송량 집화에 따른 수송 규모의 경제 효과를 내성적으로 결정할 수 있어 복합운송을 활용하는 실제 허브 네트워크의 특성들을 잘 반영할 수 있다. 개발된 모형은 비선형 정수 계획 문제의 복잡한 구조를 가지고 있기 때문에, 본 연구에서는 모형에 대한 해석적 연구를 통하여 모형을 단순화함으로써 향후 알고리즘을 개발하기 위한 이론적 출발점을 제시한다. 본 연구는 복합운송 허브 네트워크의 설계뿐만 아니라 기존의 물류시스템 평가에도 기여할 수 있을 것으로 사료된다.

Intermodal freight transportation is defined as the movement of freight from origins to destinations by two or more transportation modes. When implemented in hub networks, it could enhance the efficiency of the networks because consolidated flows are transported by more suitable modes and technologies. In spite of this advantage, the intermodal hub network design problem has received limited attention in the literature partly because of the complex nature of the problem. This paper aims to develop an optimization model for designing intermodal hub networks with single allocation strategy. The model takes into account various cost components of intermodal hub networks including transportation, stationary inventory, and service delay costs. Moreover, using transport frequency variables, it is capable of endogenously determining the transportation economies of scale achieved by consolidation of flows. As such, the model is able to realistically represent the characteristics of intermodal hub networks in practice. Since the model is a complicated nonlinear integer programming problem, we perform model simplification based on the analytical study of the model, which could facilitate the development of solution algorithms in the future. We expect that this study contributes to the design of intermodal hub networks as well as to the assessment of existing logistics systems.

이 논문은 2006년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 학술진흥재단의 지원(KRF-2006-214-D00205)과 2007년 정석물류학술재단의 지원에 의해 수행되었습니다.

## 1. 서론

### 1. 연구의 배경 및 목적

복합운송(intermodal freight transportation)은 도로, 철도, 항공, 내륙 수로 및 해운 등과 같은 두 개 이상의 수단을 이용하여 기점에서 종점까지 수송하는 것을 의미한다(Chang, 2007). 산업의 글로벌화 및 수송기술의 발달로 지난 20년 간 복합운송에 대한 연구들이 다양한 분야에서 진행되고 있다.

복합운송을 이용하면 집화된 수송량이 보다 적절한 수단 및 기술들을 활용하여 수송될 수 있기 때문에 전체 네트워크의 효율성이 제고된다. 나아가 허브 네트워크를 활용함으로써 상대적으로 적은 수의 링크를 통해 보다 많은 기종점 쌍의 수송량을 처리할 수 있다. 또한 허브 네트워크는 간선 수송밀도를 증가시켜 단위 수송비용을 줄여주며, 장비의 회전을 증대와 인건비 및 재고비용 절감 등을 가져올 수 있다(Muller, 1999).

복합운송에 대한 연구가 공학, 계획 및 정책 등 다양한 분야에서 수행되고 있음에도 불구하고(상세한 내용은 Bontekoning et al.(2004)을 참조하시오) 허브 네트워크를 활용한 복합운송에 관한 연구는 여전히 초기 단계이다. 허브 네트워크 설계와 관련한 중요한 두 가지 특징은 수송비용이 수송 규모의 경제(economies of scale)로 인하여 할인된다는 것과 기종점 통행량이 허브를 경유하여 이동한다는 것이다(Campbell, 1996a). 따라서 복합운송에 허브 네트워크를 적용하기 위해서는 "복합운송에서의 수송량 집화에 따른 규모의 경제 효과"와 "복합운송 허브시설 운영에 따른 추가적인 비용, 지체 및 용량제약"에 대한 상세한 연구가 필요하다. 허브 네트워크에서의 규모의 경제 효과를 반영하기 위한 기존의 여러 연구들에도 불구하고, 지금까지 이에 대한 명확한 이론적 분석은 수행되지 않았다. 또한 모형의 복잡성으로 인하여 복합운송 허브 네트워크의 비용요소들과 용량 제약들은 단순화되거나 심지어 무시되었다.

본 연구의 목적은 Kim et al.(2007)의 연구를 기반으로 복합운송 허브 네트워크 설계 모형을 개발하는 것이다. 모형은 운행빈도를 결정변수로 포함함으로써 수송량 집화에 따른 수송 규모의 경제 효과가 기존의 연구와는 달리 내생적으로 결정될 수 있도록 한다. 또한 현실과 유사한 모형을 개발하기 위하여 복합운송 허브 네트워크의 특성들과 관련된 다양한 비용요소 및 용량제약들을 모형에 포함한다.

## 2. 연구의 내용 및 범위

Aykin(1995)에서 언급되었듯이, 최적의 허브입지 선정과 비허브 노드(즉, 기종점 노드)의 할당 및 수송경로 결정을 위한 허브 네트워크 설계 모형은 허브 네트워크 정책에 따라 다양한 구조를 가진다. 허브 네트워크 정책은 기점에서 종점까지 직접 연결되는 직결 서비스를 허용하는 "비계약 허브정책"과 이를 허용하지 않는 "계약 허브정책"으로 나눌 수 있다. 나아가, 계약 허브정책은 각 비허브 노드가 하나의 허브에만 할당되는 "단일할당 전략"과 두 개 이상의 허브를 이용할 수 있는 "다중할당 전략"으로 구분된다.

단일할당 전략 하에서의 허브 네트워크 설계 문제는 상대적으로 단순한 구조를 가지고 있음에도 불구하고 허브 네트워크의 근본적인 특성들을 보유하고 있기 때문에 기존 연구에서 많이 다루어졌다. 이 문제에서는 각 비허브 노드로부터 나온 수송량이 단지 하나의 허브를 통해 수송되므로 수송량의 집화에 따른 비용 절감 효과를 피할 수 있는 반면, 특정한 비허브-허브 간 또는 허브 간 링크들에서 많은 혼잡이 야기될 수 있다. 따라서 다중할당 전략에 비하여 용량 제약이 허브 네트워크 설계 및 최적 허브입지 선정에 더 많은 영향을 미친다.

본 논문에서는 단일할당 전략 하에서 복합운송 허브 네트워크의 특수성을 모사하는 최적화 모형을 개발하고자 한다. 이 모형에서 수송량은 최대 2개의 허브를 통해 수송되는 것으로 가정한다(즉, 기점-허브-종점 또는 기점-허브-허브-종점). 이는 세 개 이상의 허브를 경유하는 경로를 허용할 경우 모형 내에서 고려해야 하는 경로의 수(즉, 변수의 수)가 상당히 증가하는 반면 이와 같은 경로들이 최적해 내에 나타나는 빈도는 매우 제한적일 것으로 예상되기 때문이다(Racunica and Wynter, 2005).

본 논문은 단일할당 복합운송 허브 네트워크 설계시 고려되어야 하는 여러 가지 비용요소와 용량제약을 비롯한 다양한 제약식들을 바탕으로 허브입지를 선정하고 비허브 노드들을 허브에 할당하는 최적화 모형을 개발하는 것에 초점을 맞춘다. 따라서 모형의 최적해 또는 근사해를 찾는 알고리즘의 개발은 본 논문에 포함하지 않는 반면 모형의 특성 분석을 바탕으로 적용 가능할 것으로 판단되는 해법에 대한 간략한 방향을 제시한다.

본 논문은 총 5개의 장으로 구성된다. II장에서는 단일운송 및 복합운송 허브 네트워크 설계에 관한 기존 연

구들을 규모의 경제 효과와 복합운송 비용요소들에 초점을 맞추어 개발한다. III장에서는 단일할당 복합운송 허브 네트워크 설계를 위하여 본 논문에서 고려하는 다양한 비용요소들을 설명한 후 최적화 모형을 구축한다. IV장에서는 구축된 최적화 모형에 대한 이론적 검토를 토대로 모형을 단순화함으로써 모형의 해법에 대한 해석적 접근을 제시한다. V장에서는 결론 및 향후 연구과제를 제시하며 글을 맺는다.

## II. 기존 문헌 고찰

### 1. 단일운송 허브 네트워크 설계

허브 네트워크의 핵심적 특성은 수송량의 집화에 따른 규모의 경제 효과이다. 기점 노드들에서 출발한 수송량은 허브로 이동하여 재그룹화된 후 다른 허브 또는 각 수송량의 종점으로 이동한다. 따라서 같은 기점에서 나온 다른 종점들을 가진 수송량은 허브 시설로 들어가는 경로에서 집화되며, 다른 기점을 가지지만 같은 종점을 가진 수송량은 동일한 허브 시설에서 함께 떠난다.

허브입지 문제는 O'Kelly(1987)에 의해 이차 정수 계획 문제(quadratic integer programming problem)로 최초로 공식화되었다.<sup>1)</sup> 그는 수송량 집화에 따라 허브 간 링크에서 발생하는 비용 절감 효과를 반영하기 위하여 허브 간 비용 할인 인자를 모형에 포함하였다. 할인 인자는 외생적으로 결정되었으며 허브 간 링크의 수송비용은 수송량의 크기에 무관한 상수값으로 가정되었다.

Aykin(1994)은 허브 간뿐만 아니라 기점-허브 간 및 종점-허브 간에도 수송 규모의 경제 효과가 존재한다고 판단하여 각각 서로 다른 상수 할인율을 적용하였다. O'Kelly and Bryan(1998)은 비선형 오목 비용 함수를 이용하여 허브 간 링크에서 발생하는 규모의 경제를 설명하는 FLOWLOC 모형을 개발하였다. 이 모형에서 허브 간 링크의 수송비용은 해당 링크의 수송량 크기에 의존하며 수송량이 증가함에 따라 단위비용이 감소하는 형태를 가진다.

Bryan(1998)은 O'Kelly and Bryan(1998)의 모형을 4가지(최대 수송량 조건, 최소 수송량 조건, 개통 허브 수의 내생적 결정 및 비허브-허브 간 링크의 수송

량 의존 비용함수)로 확장하는 모형을 제시하였고 그 계산 결과를 보였다.

Horner and O'Kelly(2001)는 규모의 경제 효과를 반영하기 위하여 BPR 함수를 적용하였으며, Racunica and Wynter(2005)는 비선형 오목 비용 함수를 표현하기 위하여 허브 간 링크 및 허브-종점 간 링크에 대하여 각각 지수가 0.5와 0.6인 수송량 지수함수를 이용하였다. Chang(2007)은 오목한 형태의 조각 선형(concave piecewise linear) 함수를 링크의 수송비용 함수로 사용함으로써 수송량에 따라 다양한 단위비용 절감 효과를 반영하였다.

Kim et al.(2007)은 단일운송 허브 네트워크 설계 모형에 운행빈도를 결정변수로 포함함으로써 내생적으로 수송비용 할인율이 결정될 수 있도록 하였다. <표 1>은 단일운송 허브 네트워크 설계와 관련된 기존 연구들을 비허브 노드의 할당 정책, 고려되는 비용요소, 용량제약 여부 및 수송비용 할인율 형태 등에 따라 정리하였다.

허브 네트워크 설계와 관련한 많은 기존 연구에도 불구하고 허브 네트워크의 수송비용 절감 효과에 대한 명확한 이론적 분석은 아직 미진한 상태이다. 많은 연구자들이 최적 허브입지 결정 및 비허브 노드의 할당은 수송비용 할인율의 크기에 의해 영향을 받는다고 제시한 반면, 할인율의 어떠한 크기와 형태가 적절한지에 대한 연구는 미흡하였다.

기존 연구들의 한계점은 다음과 같이 정리할 수 있다. 첫째, 수송 규모의 경제 효과에 따른 할인율의 크기는 O'Kelly(1987) 등의 상수 할인율  $\alpha$ , O'Kelly and Bryan(1998)의 비용함수 기울기, Racunica and Wynter(2005)의 지수값, Chang(2007)의 수송량 구간별 고정비용과 단위비용 등 "외생적이며 임의로 선택되는 모수"를 기반으로 결정되었다. 이러한 경우 외생적 인자의 크기와 적용 구간을 어떻게 설정하는가에 따라 허브 네트워크에서 발생하는 수송 규모의 경제 효과가 달라질 수 있으며, 따라서 허브 네트워크를 설계할 경우 최적의 허브입지 선정 및 비허브 노드의 할당 결과에 영향을 미침으로써 연구 결과의 객관성이 저하될 수 있다는 단점이 있다.

둘째, 대부분의 연구들은 단지 허브 간 링크를 통과하는 수송량만이 집화에 따른 규모의 경제를 얻을 수 있다고 가정하였다. 그러나 기점에서 허브까지의 링크 또는 허브에서 종점까지의 링크는 각각 같은 기점에서 출발하

1) 평면상의 어떤 지점도 허브가 될 수 있는 연속적 허브입지에 관한 연구는 O'Kelly(1986)에서 수행된 바 있다. 하지만 저자가 언급하였듯이 현실 상황에서 허브입지는 대부분 이산적 후보지들 중에서 선택되기 때문에 이후 연구들은 주로 이산적 허브입지 문제를 고려하였다. 따라서 O'Kelly(1987)를 허브입지 연구의 최초 출발점으로 보는 것이 중론이다.

〈표 1〉 단일운송 허브 네트워크 설계에 관한 연구

기존 연구	할당 정책	목적 함수	용량 제약	할인 율	할인된 링크
O'Kelly(1987)	S	T	N	C	허브 간
Klincewicz(1991)	S	T	N	C	허브 간
Aykin and Brown (1992)	S	T	N	C	허브 간
Campbell(1994)	M/S	T, (H,L)	N	C	허브 간
Skorin-Kapov and Skorin-Kapov (1994)	S	T	N	C	허브 간
Aykin(1994)	M	T,H	HC	C	모든 링크
Aykin(1995)	M/S	T,H	N	C	모든 링크
Campbell(1996b)	M/S	T	N	C	허브 간
Ernst and Krishnamoorthy (1996)	S	T	N	C	허브 간
Klincewicz(1996)	M	T,H	N	C	허브 간
Skorin-Kapov et al.(1996)	M	T	N	C	허브 간
Sohn and Park (1997)	M/S	T	N	N	-
Abdinnour-Helm and Venkataramanan (1998)	S	T,H	N	C	허브 간
Ernst and Krishnamoorthy (1998)	M	T	N	C	허브 간
O'Kelly and Bryan(1998)	M	T	N	V	허브 간
Horner and O'Kelly(2001)	S	T	N	V	모든 링크
Klincewicz(2002)	M	T	N	V	허브 간
Racunica and Wynter(2005)	M	T,H	N	V	허브 간 허브-종점
Chang(2007)	M	T	N	V	모든 링크
Kim et al.(2007)	S	T,H,L I,D	HC LC	V	모든 링크

M : 다중할당            S : 단일할당            T : 수송비용  
H : 허브건설비용       L : 링크 건설비용       I : 재고비용  
D : 처리비용            C : 상수할인율         V : 가변할인율  
N : 미고려                HC : 허브 용량제약     LC : 링크 용량제약

는 수송량 또는 같은 종점으로 도착하는 수송량을 집화할 수 있는 능력을 가지고 있다. 나아가 Campbell(1996b)이 지적하였듯이, 어떤 최적해에서는 비허브-허브 간 링크의 수송량이 허브 간 링크의 수송량을 초과할 수 있으며, 따라서 허브 간 링크보다 더 큰 규모의 경제 효과가 비허브-허브 간 링크에서 발생할 수도 있다. 따라서 허브 간 링크뿐만이 아닌 비허브-허브 간 링크에서 발생하는 수송비용 절감 효과도 모형에 의해 모사될 수 있어야 한다. 셋째, 일부 링크 또는 허브로 과다하게 수송량이 집화

되는 경우 혼잡과 지체가 야기되는 수송 규모의 불경제(diseconomies of scale)에 대한 고려가 상대적으로 미비하였다. 규모의 불경제 효과를 고려하지 않는 모형들은 O'Kelly(1987), Skorin-Kapov et al.(1996) 및 O'Kelly and Bryan(1998)에서와 같이 하나 또는 두 개의 허브 간 링크로 과다하게 수송량이 몰리는 비현실적인 해를 산출할 수 있다. 수송수단별 다양한 적재 규모와 용량을 가지고 있는 복합운송에 허브 네트워크를 적용하기 위해서는, 혼잡 및 지체를 반영하는 비용요소들과 허브 또는 링크에 대한 수송용량 제약을 포함할 필요가 있다.

## 2. 복합운송 허브 네트워크 설계

복합운송 허브 네트워크 설계에 관해서는 단일운송의 경우에 비하여 상대적으로 연구의 범위 및 내용이 한정되어 있다. 대부분의 연구들이 복합운송 허브 네트워크 설계를 위한 모형 구축보다는 주어진 네트워크에서 발생하는 비용요소 분석에 주안점을 두었다.

Newman and Yano(2000)는 열차 수송 스케줄을 결정하고 컨테이너들을 열차에 할당하는 문제를 공식화하면서, 각 열차의 고정비용, 각 컨테이너의 가변수송 및 처리비용과 야드재고비용을 목적함수에 포함하였다. Choong et al.(2002)은 공 컨테이너의 수송, 보관 및 외부이동비용을 최소화하기 위한 공 컨테이너 관리를 연구하였다.

Groothedde et al.(2005)은 O'Kelly and Bryan(1998)의 허브 간 링크의 수송비용뿐만 아니라 허브에서의 처리 및 환적비용에서 발생하는 규모의 경제 효과도 모형화하였다. 허브를 경유하는 수송량의 물류비용은 수송비용뿐만 아니라 선적 및 적하시간비용, 수송시간비용, 처리비용, 재고비용 및 계획/관리비용으로 구성되었다. 최근 Janic(2007)은 Daganzo(2005)에서 제시된 비용 모형항을 토대로 복합운송에서 소요되는 통행비용, 시간비용, 처리비용 및 외부비용을 모형화하여 도로운송 네트워크에서 소요되는 비용과 비교하였다. 〈표 2〉는 복합운송 네트워크의 다양한 비용요소들에 대한 최근 연구들을 보여준다.

복합운송 허브 네트워크 설계는 단일 수단에 비하여 허브에서의 소요비용 및 시간에 대한 보다 정밀한 분석을 필요로 한다. 이는 복합운송 허브 네트워크를 실용화하기 위해서는 보다 적절한 수단을 통해 재화들이 수송될 수 있어야 하며 수송량 집화를 위하여 추가적으로 발생하는 화물 처리비용 및 경로 우회비용이 수송 규모의 경제에 의해 보상될 수

〈표 2〉 복합운송 네트워크의 비용요소 연구

기존 연구	수단	비용요소
Nozick and Morlok(1997)	철도-트럭	- 수송비용 - 컨테이너처리비용
Newman and Yano(2000)	기타-철도	- 컨테이너 보관비용 - 창고비용 - 고정 및 가변수송비용 - 컨테이너 재배치, 재거비용
Choong et al.(2002)	항만-도로, 철도	- 외주비용 - 컨테이너 보관비용 - 운반비용
Arnold et al.(2004)	철도-도로	- 수송비용
Groothedde et al.(2005)	일반 수단	- 선적 및 수송시간비용 - 재고 및 환적비용 - 수송비용
Janic(2007)	철도-트럭	- 소요시간비용 - 수송비용 - 처리비용

있어야 하기 때문이다. 따라서 Héjji(1983), Ferreira and Sigut(1995)과 Woxenius(1998) 등은 복합운송을 위한 새로운 환적 기법에 대한 개발 및 비교 연구들을 수행하였다. Racunica and Wynter(2005)는 복합운송 허브 네트워크를 고려하였지만, 복합운송의 특수성을 반영하는 모형 구축보다는 유럽의 복합운송 네트워크의 적용 측면에 초점을 맞추었다.

이상에서 볼 수 있듯이 복합운송을 고려한 허브 네트워크 설계 최적화 모형 구축은 기존 연구에서 거의 다루어지지 않았다. 따라서 본 연구는 전술한 여러 가지 비용요소들을 바탕으로 최적화 모형을 구축함으로써 기존 연구와 차별을 두고자 한다.

### III. 단일할당 복합운송 허브 네트워크 설계 모형

I 장에서 기술한 바와 같이 허브 네트워크에서 단일할당은 각 비허브 노드가 하나의 허브에만 연결되어야 함을 의미한다. 복합운송 허브 네트워크에서는 여러 개의 수송수단이 사용될 수 있기 때문에 단일할당의 정의에도 이를 반영해야 한다. 즉, 복합운송 허브 네트워크에서 단일할당은 각 비허브 노드가 하나의 허브에 하나의 수송수단에 의해서만 연결되어야 하며 허브 간 수송에도 하나의 수단만 이용되어야 함을 의미한다.

이 장에서는 단일할당 복합운송 허브 네트워크 설계를 위한 최적화 모형을 구축한다. 모형은 복합운송 허브 네트워크의 다양한 제약조건들을 만족시키면서 총 비용을

를 최소화하도록  $p$ 개의 허브입지들을 선정하고 각 비허브 노드를 어느 허브에, 어떤 수송수단을 이용하여 연결할지를 결정한다.

1절에서는 우선 모형의 목적함수를 구성하는 다양한 비용요소들을 구체적으로 설명하며, 2절에서 목적함수에 제약조건들을 추가함으로써 최적화 모형을 완성한다. 후술할 내용에서는 아래와 같은 기호를 사용하여 최적화 모형의 비용요소 및 제약조건들을 상세히 설명하도록 한다.

#### - 데이터

- $p$  : 허브의 개수
- $O$  : 기점 노드의 집합
- $D$  : 종점 노드의 집합
- $H$  : 허브 후보 노드의 집합
- $M$  : 이용 가능한 수단의 집합
- $cf$  : 분석대상기간 환산계수
- $tv$  : 재화의 시간가치
- $dp^H$  : 허브시설의 내구연수
- $dp^L$  : 링크시설의 내구연수
- $uc_k^H$  : 허브  $k$ 의 건설비용
- $ut_k^{SD}$  : 단위재화 당 허브  $k$ 에서의 평균 서비스 시간
- $uc_k^{DT}$  : 단위재화 당 허브  $k$ 에서의 분류환적비용
- $uc_L^m$  : 수단  $m$ 의 단위거리 당 링크건설비용
- $uc_{TR}^m$  : 수단  $m$ 의 단위거리-운행빈도 당 수송비용
- $W_{ij}$  : 기점  $i$ 에서 종점  $j$ 로 가는 수송량
- $d_{rs}^m$  : 노드  $r$ 에서 노드  $s$ 까지 수단  $m$ 의 수송거리
- $v_{rs}^m$  : 노드  $r$ 에서 노드  $s$ 까지 수단  $m$ 의 속도
- $q_{rs}^m$  : 노드  $r$ 에서 노드  $s$ 까지 수단  $m$ 의 1회 수송 용량
- $\overline{f}_{rs}^m$  : 노드  $r$ 에서 노드  $s$ 까지 수단  $m$ 의 최대 가능 운행빈도

#### - 결정변수

- $x_k$  : 허브 후보  $k \in H$ 가 허브로 선택되면 1, 그렇지 않으면 0
- $z_{ik}^m$  : 노드  $i \in OUD$ 가 허브  $k$ 에 수단  $m$ 에 의해 할당되면(즉, 연결되면) 1, 그렇지 않으면 0
- $z_{kl}^m$  : 허브  $k$ 와 허브  $l$  간에 수단  $m$ 이 사용되면 1, 그렇지 않으면 0
- $f_{rs}^m$  : 노드  $r$ 에서 노드  $s$ 까지 수단  $m$ 의 운행빈도

### 1. 비용요소

물류 시스템에서 발생하는 제 비용의 분류는 여러 연구들에 의해 제시된 바 있다. 그 중에서 우리는 Kim et al.(2007)과 Blumenfeld et al.(1985)의 물류비용 분류를 기반으로 허브 네트워크의 건설 및 운영비용을 정량화하되, 복합운송 허브 네트워크의 특성을 반영할 수 있도록 허브건설비용, 링크건설비용, 수송비용, 재고비용, 운송재고비용, 분류환적비용 및 서비스지체비용 등으로 세분화한다.

#### 1) 허브건설비용 및 링크건설비용

복합운송 허브를 건설하는 데에는 토지임대, 건축 및 시설설치비용 등이 포함되는데 본 논문에서는 이 비용 ( $uc_k^H$ )이 허브의 위치( $k$ )에만 관련되는 것으로 가정한다. 허브의 건설비용이 허브 내구연수 동안 정률로 감가상각되는 것으로 가정하면 분석대상기간 동안의 총 허브 건설비용은 다음과 같다.

$$C^{HC} = \frac{1}{cf \cdot dp^H} \sum_{k \in H} uc_k^H x_k \tag{1}$$

링크건설비용은 링크 연장에 비례하며, 수단별 단위거리 당 링크건설비용( $uc_L^n$ )과 노드 간 수단별 수송거리( $d_{r,s}^n$ )를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$C^{LC} = \frac{1}{cf \cdot dp^L} \left[ \sum_{i \in O} \sum_{k \in H} \sum_{m \in M} uc_L^n d_{ik}^m z_{ik}^m + \sum_{k \in H} \sum_{\ell \in H} \sum_{m \in M} uc_L^n d_{k\ell}^m z_{k\ell}^m + \sum_{j \in D} \sum_{\ell \in H} \sum_{m \in M} uc_L^m d_{j\ell}^m z_{j\ell}^m \right] \tag{2}$$

총 허브건설비용과 마찬가지로 총 링크건설비용도 분석대상기간에 맞게 조정되었다.

위에서 볼 수 있듯이 본 논문에서는 허브건설비용과 링크건설비용 모두 허브를 경유하는 수송량의 크기에 대하여 독립인 고정비용으로 가정한다. 참고로 허브 네트워크 건설과 관련된 비용이 수송량의 함수일 경우 그 비용의 증가는 일반적으로 수송량에 비례하는 선형이 아닌 계단형으로 이루어진다. 이러한 비용의 불연속 특성으로 인하여 수송량이 증가할 때 밀도 증가에 따른 단위비용의 감소가 발생하며,

이 때 허브 네트워크는 직결 수송 네트워크에 비하여 단위 고정비용을 절감하는 혜택을 얻을 수 있다. Dodgson et al.(2004)은 이러한 단위비용 절감을 규모의 경제와 구분되는 밀도의 경제(economies of density)로 설명하기도 하였다.

#### 2) 수송비용

복합운송 허브 네트워크에서 수송경로는 기점-허브 간, 허브 간, 그리고 허브-종점 간 링크의 세 구간으로 구분될 수 있다. 수송량 집화에 따른 수송비용의 절감은 허브 네트워크의 대표적인 특성이기 때문에 기존 연구들은 수송 규모의 경제 효과를 반영하기 위하여 다양한 형태의 수송비용 함수들을 적용하였다.

본 연구에서는 단위 수송비용을 상수로 가정하지 않고 수송량의 크기에 따라 변화하도록 하여, 수송 규모의 경제 효과를 최적화 모형에서 내생적으로 결정되도록 한다. 이를 위하여 각 링크의 수단별 운행빈도( $f_{r,s}^m$ )를 결정 변수로 모형에 포함시키고, 총 수송비용은 수단별 운행빈도, 수단별 단위거리-운행빈도 당 수송비용( $uc_{TR}^m$ ) 및 노드 간 수단별 수송거리( $d_{r,s}^n$ )를 이용하여 다음과 같이 계산한다.

$$C^{TR} = \sum_{i \in O} \sum_{k \in H} \sum_{m \in M} uc_{TR}^m d_{ik}^m f_{ik}^m + \sum_{k \in H} \sum_{\ell \in H} \sum_{m \in M} uc_{TR}^m d_{k\ell}^m f_{k\ell}^m + \sum_{j \in D} \sum_{\ell \in H} \sum_{m \in M} uc_{TR}^m d_{j\ell}^m f_{j\ell}^m \tag{3}$$

Daganzo(2005) 및 Janic(2007)에서도 식(3)과 같은 수송비용이 고려된 바 있다.

#### 3) 재고비용

재고비용은 재화가 출발 노드에서 수송수단에 의해 노드를 떠날 때까지 기다리는 시간을 비용으로 환산한 것이다. 재고비용은 일반적으로 수송수단의 차두시간의 함수로 공식화되는데 차두시간의 역수가 운행빈도이므로 재고비용은 운행빈도의 함수로 표현될 수 있다. 운행빈도가 증가하면 재화의 수송비용은 증가하지만 재고비용은 감소하고, 운행빈도가 감소하면 반대의 경우가 발생한다. 또한 재고비용은 직결 수송 서비스의 경우 단지 기점 노드에서만 발생하는 반면 허브 네트워크에서는 경유되는 모든 노

드에서 발생한다. 각 링크의 수단별 운행빈도( $f_{rs}^m$ )를 이용하여 총 재고비용은 다음과 같이 표현된다.2)

$$C^{SI} = \frac{tv}{2} \left[ \sum_{i \in O} \sum_{k \in H} \sum_{m \in M} \frac{z_{ik}^m \sum_{j \in D} W_{ij}}{f_{ik}^m} + \sum_{k \in H} \sum_{\ell \in H} \sum_{m \in M} \frac{z_{k\ell}^m \sum_{j \in D} \sum_{m_i \in M} \sum_{m_j \in M} z_{ik}^{m_i} z_{j\ell}^{m_j} W_{ij}}{f_{k\ell}^m} + \sum_{j \in D} \sum_{\ell \in H} \sum_{m \in M} \frac{z_{j\ell}^m \sum_{i \in O} W_{ij}}{f_{j\ell}^m} \right] \quad (4)$$

4) 운송재고비용

운송재고비용(pipeline inventory cost)은 재화가 허브 네트워크에 포함된 노드 간을 이동할 때 운송에 소요되는 시간을 비용화한 것이다.3)

허브 네트워크에서는 수송량 집화에 따른 수송 규모의 경제 효과를 얻을 수 있는 반면 허브를 경유하여 수송되어야 하기 때문에 경로를 우회하는 데에 소요되는 시간 손실비용이 발생할 수 있다. 각 허브를 경유함에 따라 얻을 수 있는 비용 절감 효과와 함께 그 허브를 경유하기 위하여 운송 중에 소요되는 시간비용을 고려함으로써 비허브 노드들이 할당되는 허브의 입지를 현실적으로 결정할 수 있다.

운송재고비용은 노드 간 수송거리와 수송량의 곱을 수송속도로 나눈 후 재화의 시간가치  $tv$ 를 곱하여 얻을 수 있으며, 복합운송 허브 네트워크에서는 수송수단의 속도( $v_{rs}^m$ )를 반영하여 다음과 같이 계산한다.

$$C^{PI} = tv \left[ \sum_{i \in O} \sum_{k \in H} \sum_{m \in M} \frac{d_{ik}^m z_{ik}^m \sum_{j \in D} W_{ij}}{v_{ik}^m} + \sum_{k \in H} \sum_{\ell \in H} \sum_{m \in M} \frac{d_{k\ell}^m z_{k\ell}^m \sum_{j \in D} \sum_{m_i \in M} \sum_{m_j \in M} z_{ik}^{m_i} z_{j\ell}^{m_j} W_{ij}}{v_{k\ell}^m} + \sum_{j \in D} \sum_{\ell \in H} \sum_{m \in M} \frac{d_{j\ell}^m z_{j\ell}^m \sum_{i \in O} W_{ij}}{v_{j\ell}^m} \right] \quad (5)$$

5) 분류환적비용

분류환적비용은 허브에 도착한 재화들을 다음 수송을

위하여 분류 및 환적하는 데에 소요되는 노동력 및 설비 운영비용을 의미한다.

Crainic et al.(1984)에서 제시되었듯이 네트워크를 설계하고 운영계획을 수립하는 단계에서 이러한 비용은 허브를 경유하는 수송량의 크기에 선형으로 비례하는 것으로 가정할 수 있다. 따라서 허브  $k$ 에서의 단위재화 당 분류환적비용( $uc_k^{DT}$ )를 이용하면, 허브 네트워크의 총 분류환적비용은 다음과 같다.

$$C^{DT} = \sum_{k \in H} \sum_{i \in O} \sum_{j \in D} \sum_{m_i \in M} \sum_{m_j \in M} uc_k^{DT} (z_{ik}^{m_i} + z_{jk}^{m_j}) W_{ij} \quad (6)$$

6) 서비스지체비용

허브시설에서 처리할 수 있는 재화의 양에 대한 제약 없이 수송량에 대하여 선형적으로 비례하는 분류환적비용만 반영할 경우 일부 허브에 수송량이 과다하게 집중될 수 있다. 이와 같은 바람직하지 않은 현상을 방지하기 위한 방편으로 허브에서의 서비스지체비용을 도입한다. 즉, 서비스지체비용은 허브의 용량제약을 우회적으로 반영한다.

서비스지체비용은 재화가 허브에서 수송되기 전에 거치는 프로세스의 소요시간과 재화의 시간가치의 곱으로 정의된다. 단위 재화 당 허브에서의 평균 소요시간을 산정하기 위하여 본 논문에서는 Crainic et al.(1984)에서와 같이 M/M/1 대기행렬 이론을 원용한다.

우선 허브  $k$ 에 대한 재화의 평균 도착률은 허브에 도착하는 분석대상기간 당 수송량이다. 즉,

$$\lambda = \sum_{i \in O} \sum_{j \in D} \sum_{m_i \in M} \sum_{m_j \in M} (z_{ik}^{m_i} + z_{jk}^{m_j}) W_{ij}$$

재화의 평균 서비스율이  $\mu \equiv 1/ut_k^{SD}$ 이므로 재화 당 평균소요시간은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{ut_k^{SD}}{1 - ut_k^{SD} \left\{ \sum_{i \in O} \sum_{j \in D} \sum_{m_i \in M} \sum_{m_j \in M} (z_{ik}^{m_i} + z_{jk}^{m_j}) W_{ij} \right\}} \quad (7)$$

식(7)에 허브  $k$ 에서 처리되는 수송량을 곱하고 재화

2) 2절 최적화 모형에서 다시 설명하겠지만 모든 링크  $(r, s)$ 에서 만약  $f_{rs}^m = 0$ 이면 반드시  $z_{rs}^m = 0$ 이다. 따라서 식(4)에서 0/0인 항목들이 발생하는 데 이들은 모두 0으로 처리하도록 정의한다. 만약 0/0이 발생하는 경우를 피하고 싶으면 식(4)에서 모든  $f_{rs}^m$ 를  $f_{rs}^m + \epsilon$ ,  $\epsilon \ll 1$ , 으로 대체하면 된다.

3) Daganzo(2005)

의 시간가치  $tv$ 를 곱하면 그 허브의 서비스지체비용이 계산된다. 따라서 허브 네트워크에서의 총 서비스지체비용은 아래와 같이 주어진다.

$$C^{SD} = tv \sum_{k \in H} x_k \left[ \frac{ut_k^{SD} \left\{ \sum_{i \in O} \sum_{j \in D} \sum_{m_i \in M} \sum_{m_j \in M} (z_{ik}^{m_i} + z_{jk}^{m_j}) W_{ij} \right\}}{1 - ut_k^{SD} \left\{ \sum_{i \in O} \sum_{j \in D} \sum_{m_i \in M} \sum_{m_j \in M} (z_{ik}^{m_i} + z_{jk}^{m_j}) W_{ij} \right\}} \right] \quad (8)$$

M/M/1 대기행렬 이론에 바탕을 둔 식(8)이 의미를 가지려면 각 허브에서의 평균 서비스율이 평균 도착율보다 커야한다. 즉,

$$1 > ut_k^{SD} \left\{ \sum_{i \in O} \sum_{j \in D} \sum_{m_i \in M} \sum_{m_j \in M} (z_{ik}^{m_i} + z_{jk}^{m_j}) W_{ij} \right\} \quad (9)$$

이 조건은 다음 절의 최적화 모형에 제약식으로 포함될 것이다.

## 2. 최적화 모형

앞에서 기술한 다양한 비용요소들의 합을 목적함수로 하는 단일할당 복합운송 허브 네트워크 설계 최적화 모형은 다음과 같다.

$$\text{minimize } C^{HC} + C^{LC} + C^{TR} + C^{SI} + C^{PI} + C^{DT} + C^{SD} \quad (10)$$

subject to

$$\sum_{k \in H} x_k = p \quad (11)$$

$$\sum_{k \in H} \sum_{m \in M} z_{ik}^m = 1, \quad \forall i \in OUD \quad (12)$$

$$\sum_{m \in M} z_{ik}^m \leq x_k, \quad \forall i \in OUD, k \in H \quad (13)$$

$$\sum_{m \in M} z_{kl}^m \leq x_k x_l, \quad \forall k \in H, l \in H \quad (14)$$

$$f_{ik}^m \geq z_{ik}^m \frac{\sum_{j \in D} W_{ij}}{q_{ik}^m}, \quad \forall i \in O, k \in H, m \in M \quad (15)$$

$$f_{ik}^m \leq z_{ik}^m \overline{f_{ik}^m}, \quad \forall i \in O, k \in H, m \in M \quad (16)$$

$$f_{kl}^m \geq z_{kl}^m \frac{\sum_{i \in O} \sum_{j \in D} \sum_{m_i \in M} \sum_{m_j \in M} z_{ik}^{m_i} z_{jl}^{m_j} W_{ij}}{q_{kl}^m}, \quad \forall k \in H, l \in H, m \in M \quad (17)$$

$$f_{kl}^m \leq z_{kl}^m \overline{f_{kl}^m}, \quad \forall k \in H, l \in H, m \in M \quad (18)$$

$$f_{j\ell}^m \geq z_{j\ell}^m \frac{\sum_{i \in O} W_{ij}}{q_{j\ell}^m}, \quad \forall j \in D, \ell \in H, m \in M \quad (19)$$

$$f_{j\ell}^m \leq z_{j\ell}^m \overline{f_{j\ell}^m}, \quad \forall j \in D, \ell \in H, m \in M \quad (20)$$

$$ut_k^{SD} \sum_{i \in O} \sum_{j \in D} \sum_{m_i \in M} \sum_{m_j \in M} (z_{ik}^{m_i} + z_{jk}^{m_j}) W_{ij} \leq 1 - \epsilon, \quad \forall k \in H \quad (21)$$

$$x_k \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in H \quad (22)$$

$$z_{ik}^m \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in OUD, k \in H, m \in M \quad (23)$$

$$z_{kl}^m \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in H, l \in H, m \in M \quad (24)$$

$$f_{ik}^m \geq 0 \text{ 그리고 정수}, \quad \forall i \in OUD, k \in H, m \in M \quad (25)$$

$$f_{kl}^m \geq 0 \text{ 그리고 정수}, \quad \forall k \in H, l \in H, m \in M \quad (26)$$

제약식(11)은  $p$ 개의 허브가 선택되어야 함을 나타낸다. 제약식(12)는 각 비허브 노드가 하나의 허브에 하나의 수송수단에 의해서만 연결되어야 하는 단일할당 제약을 의미한다. 제약식(13)은 선택된 허브에만 비허브 노드가 할당되도록 제약한다. 제약식(14)는 허브  $k$ 와 허브  $l$ 이 모두 선택된 경우에만 두 허브 간 수송수단이 사용될 수 있음을 나타낸다.

제약식(15)-(20)은 운행빈도를 이용하여 허브 네트워크에 포함된 링크들에서의 수송용량 제약을 설정한다. 제약식(15)에서는 기점-허브 간 링크의 수단별 운행빈도의 최소값을 설정하는데, 이 최소값은 매 운행 시 수단별 최대량( $q_{ik}^m$ )을 수송할 경우 이 링크의 수송량( $\sum_{j \in D} W_{ij}$ )을 처리하는데에 필요한 운행빈도이다. 제약식(16)은 기점-허브 간 링크의 수단별 운행빈도의 최대 가능값을 설정한다. 이 값( $\overline{f_{ik}^m}$ )은 수송수단 또는 수송링크의 물리적 특성 또는 운영 특성에 의해 결정될 수 있다. 또한 제약식(16)은  $z_{ik}^m = 1$ 인 경우에만 운행빈도  $f_{ik}^m$ 가 양의 값을 가질 수 있도록 제약한다. 다시 말해 만약  $f_{ik}^m = 0$ 이면 반드시  $z_{ik}^m = 0$ 이다.

같은 방식으로 제약식(17)-(18)은 허브 간 링크의 수단별 운행빈도의 최소, 최대값 제약을, 제약식(19)-(20)은 허브-종점 간 링크의 수단별 운행빈도의 최소, 최대값 제약을 나타낸다.

앞 절에서 허브에서의 서비스지체비용을 산정할 때 M/M/1 대기행렬 이론이 사용되었고, 이 비용산정이 의미를 가지려면 식(9)가 성립해야 한다고 언급하였다. 좌변이 우변보다 크다는 부등 관계(strict inequality)를



포함하는 식(9)를 최적화 모형에 제약식으로 사용하기 위하여 식(21)의 형태로 변형하였다. 여기서  $\epsilon$ 은 0에 아주 가까운 양의 상수, 즉  $0 < \epsilon \ll 1$  이다.

참고로 제약식(13)-(14)는 다음의 제약식(13\*)-(14\*)로 대체할 수 있다.

$$z_{ik}^m \leq x_k, \quad \forall i \in \text{OUD}, k \in \text{H}, m \in \text{M} \quad (13^*)$$

$$z_{k\ell}^m \leq x_k x_\ell, \quad \forall k \in \text{H}, \ell \in \text{H}, m \in \text{M} \quad (14^*)$$

하지만 제약식(13\*)-(14\*)를 사용할 경우, 결정변수의 정수조건 (22)-(26)을 실수조건으로 완화(relax)했을 때 최적화 모형의 실행 가능해 영역(feasible region)이 제약식(13)-(14)를 사용할 때 보다 커지는 단점이 있다.<sup>4)</sup> 이러한 이유로 제약식(13)-(14)가 제약식(13\*)-(14\*)에 비해 우수한 모형식(better formulation)을 유도한다.<sup>5)</sup>

## IV. 모형의 분석

### 1. 모형의 단순화

위에서 제시된 최적화 모형은 비선형 정수 계획 문제(nonlinear integer programming problem)로 특히 목적함수뿐만 아니라 제약조건에서도 결정변수들이 비선형 형태로 나타난다. 이러한 경우 일반적으로 최적해를 구하기가 상당히 힘들기 때문에, 알고리즘을 개발하기에 앞서 모형의 분석을 통해 가능하다면 모형을 단순화하는 작업을 수행하는 것이 바람직하다.

수단별 운행빈도( $f_{rs}^m$ ) 변수는 목적함수 중 수송비용  $C^{TR}$ 과 재고비용  $C^{SI}$ 에만 영향을 준다. 어떤 링크( $r, s$ )에서 수송수단  $m$ 이 사용되고  $C_{rs}^{TR}$ 과  $C_{rs}^{SI}$ 를 각각 그 링크의 수송비용과 재고비용이라 하자. 즉,

$$C_{rs}^{TR} = uc_{TR}^m d_{rs}^m f_{rs}^m, \quad C_{rs}^{SI} = \frac{tv}{2f_{rs}^m} Q_{rs}^m$$

여기서,

$$Q_{rs}^m = \begin{cases} \sum_{j \in \text{D}} W_{rj} & \text{if } r \in \text{O}, s \in \text{H} \\ \sum_{i \in \text{O}} \sum_{j \in \text{D}} \sum_{m_i \in \text{M}} \sum_{m_j \in \text{M}} z_{ir}^{m_i m_j} W_{ij} & \text{if } r \in \text{H}, s \in \text{H} \\ \sum_{i \in \text{O}} W_{ir} & \text{if } r \in \text{D}, s \in \text{H} \end{cases}$$

우리는 수송비용과 재고비용의 합  $C_{rs}^{TR} + C_{rs}^{SI}$ 를 최소화하는 최적 운행빈도  $f_{rs}^{m*}$ 를 구하고자 한다.

산술평균은 기하평균보다 크다는 사실을 이용하여  $C_{rs}^{TR} + C_{rs}^{SI}$ 의 하한 경계(lower bound)를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_{rs}^{TR} + C_{rs}^{SI} &= uc_{TR}^m d_{rs}^m f_{rs}^m + \frac{tv}{2f_{rs}^m} Q_{rs}^m \\ &\geq \sqrt{2tv \cdot uc_{TR}^m d_{rs}^m Q_{rs}^m} \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 식(27)의 부등식은  $f_{rs}^m$ 가 다음의 값을 가질 때 등식이 된다.

$$b_{rs}^m \equiv \sqrt{\frac{tv Q_{rs}^m}{2uc_{TR}^m d_{rs}^m}}$$

최적 운행빈도  $f_{rs}^{m*}$ 는 정수이어야 하고  $Q_{rs}^m / d_{rs}^m \leq f_{rs}^{m*} \leq \overline{f_{rs}^m}$  조건(즉, 제약조건 (15)-(16), (17)-(18) 또는 (19)-(20))을 만족해야 하므로  $b_{rs}^m$  값에 따라  $f_{rs}^{m*}$ 는 다음과 같이 결정된다.

먼저  $b_{rs}^m \in [Q_{rs}^m / d_{rs}^m, \overline{f_{rs}^m}]$ 인 경우를 생각하자. 만약  $b_{rs}^m < Q_{rs}^m / d_{rs}^m$ 이면  $f_{rs}^{m*} = \lceil Q_{rs}^m / d_{rs}^m \rceil$  이고,  $b_{rs}^m > \overline{f_{rs}^m}$  이면  $f_{rs}^{m*} = \overline{f_{rs}^m}$  이다. 그리고  $b_{rs}^m \in [Q_{rs}^m / d_{rs}^m, \overline{f_{rs}^m}]$ 의 경우에는  $f_{rs}^{m*}$ 는  $\lfloor b_{rs}^m \rfloor$  과  $\lceil b_{rs}^m \rceil$  중에  $C_{rs}^{TR} + C_{rs}^{SI}$ 를 작게 만드는 값이다. 따라서 만약

$$\begin{aligned} uc_{TR}^m d_{rs}^m \lfloor b_{rs}^m \rfloor + tv / (2 \lfloor b_{rs}^m \rfloor) Q_{rs}^m \\ \leq uc_{TR}^m d_{rs}^m \lceil b_{rs}^m \rceil + tv / (2 \lceil b_{rs}^m \rceil) Q_{rs}^m \end{aligned} \quad (28)$$

이 성립하면  $f_{rs}^{m*} = \lfloor b_{rs}^m \rfloor$  이고, 그렇지 않으면  $f_{rs}^{m*} = \lceil b_{rs}^m \rceil$  이다. 식(28)을 간단히 하면

$$b_{rs}^m \leq \sqrt{\lfloor b_{rs}^m \rfloor \lceil b_{rs}^m \rceil}$$

가 되므로 최적 운행빈도는 다음과 같이 정리된다.

4) 실행 가능해 영역이 커질 경우 relaxation을 바탕으로 최적해를 구하는 과정의 효율성이 저하될 수 있다.  
5) 우수한 모형식(better formulation)에 대해서는 Wolsey(1998)를 참조하시오.

$$f_{rs}^{m*} = \begin{cases} \lceil \frac{Q_{rs}^m}{q_{rs}^m} \rceil, & \text{if } b_{rs}^m < \frac{Q_{rs}^m}{q_{rs}^m} \\ \lfloor b_{rs}^m \rfloor, & \text{if } \frac{Q_{rs}^m}{q_{rs}^m} \leq b_{rs}^m \leq \overline{f_{rs}^m} \text{ and} \\ & b_{rs}^m \leq \sqrt{\lfloor b_{rs}^m \rfloor \lceil b_{rs}^m \rceil} \\ \lfloor b_{rs}^m \rfloor, & \text{if } \frac{Q_{rs}^m}{q_{rs}^m} \leq b_{rs}^m \leq \overline{f_{rs}^m} \text{ and} \\ & b_{rs}^m > \sqrt{\lfloor b_{rs}^m \rfloor \lceil b_{rs}^m \rceil} \\ \overline{f_{rs}^m}, & \text{if } b_{rs}^m > \overline{f_{rs}^m} \end{cases}$$

위의 과정에 의하여 목적함수 중  $C^{TR} + C^{SI}$ 를

$$C^* = \sum_{r \in O} \sum_{U \cup H} \sum_{s \in H} z_{rs}^m \left( uc_{TR}^m \alpha_{rs}^m f_{rs}^{m*} + \frac{tv}{2f_{rs}^{m*}} Q_{rs}^m \right)$$

으로 대체하고 동시에 제약조건 (15)-(20)을 모형에서 제거할 수 있다. 따라서 최적화 모형은 다음과 같이 단순화된다.

$$\text{minimize } C^{HC} + C^{LC} + C^* + C^{PI} + C^{DT} + C^{SD} \quad (29)$$

subject to

$$\sum_{k \in H} x_k = p \quad (30)$$

$$\sum_{k \in H} \sum_{m \in M} z_{ik}^m = 1, \quad \forall i \in O \cup D \quad (31)$$

$$\sum_{m \in M} z_{ik}^m \leq x_k, \quad \forall i \in O \cup D, k \in H \quad (32)$$

$$\sum_{m \in M} z_{kl}^m \leq x_k x_l, \quad \forall k \in H, l \in H \quad (33)$$

$$ut_k^{SD} \sum_{i \in O} \sum_{j \in D} \sum_{m_i \in M} \sum_{m_j \in M} (z_{ik}^{m_i} + z_{jk}^{m_j}) W_{ij} \leq 1 - \epsilon, \quad \forall k \in H \quad (34)$$

$$x_k \in \{0,1\}, \quad \forall k \in H \quad (35)$$

$$z_{ik}^m \in \{0,1\}, \quad \forall i \in O \cup D, k \in H, m \in M \quad (36)$$

$$z_{kl}^m \in \{0,1\}, \quad \forall k \in H, l \in H, m \in M \quad (37)$$

## 2. 모형의 계산 복잡도

허브 네트워크 설계 모형 (29)-(37)의 계산 복잡도 (computational complexity)를 분석하기 위하여 우선 다음의 UFLP(uncapacitated facility location problem)를 고려하자.

$$\text{minimize } \sum_{j \in J} f_j x_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_{ij} y_{ij}$$

subject to

$$\sum_{j \in J} y_{ij} = 1, \quad \forall i \in I$$

$$y_{ij} \leq x_j, \quad \forall i \in I, j \in J$$

$$x_j, y_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I, j \in J$$

여기서  $I$ 는 고객의 집합,  $J$ 는 시설 후보의 집합.  $f_j$ 는 시설  $j$ 의 건설비용,  $d_{ij}$ 는 고객  $i$ 를 시설  $j$ 에 할당하는데 소요되는 비용,  $x_j$ 는 만약 시설  $j$ 가 건설되면 1 그렇지 않으면 0,  $y_{ij}$ 는 만약 고객  $i$ 가 시설  $j$ 가 할당되면 1 그렇지 않으면 0이다.

UFLP는 NP-hard 문제인 것으로 알려져 있다. (Mirchandani and Francis, 1990). 만약 건설할 수 있는 시설의 수에 관한 제약이 포함되어  $\sum_{j \in J} x_j = p$ 를 제약식에 추가할 경우 UFLP는  $p$ -UFLP라 불린다.  $p$ -UFLP도 NP-hard 문제인데 그 이유는 만약  $p$ -UFLP를 푸는 다항 시간(polynomial-time) 알고리즘이 존재한다면  $p$ 를 1에 서부터  $|J|$ 까지 변화시키면서  $p$ -UFLP의 해를 찾는 방식으로 UFLP의 최적해를 다항시간 내에 구할 수 있기 때문이다 (Mirchandani and Francis, 1990).

우리는 복합운송 허브 네트워크 설계 모형 (29)-(37)이  $p$ -UFLP와 유사한 것에 착안하였다. 그런데 모형 (29)-(37)은  $p$ -UFLP와 비교하여 추가적인 제약식과 비용항을 갖고 있으므로 최적해를 구하기가 최소한  $p$ -UFLP만큼 힘들다. 이는 모형 (29)-(37)도 NP-hard 문제임을 의미하며 따라서 그의 최적해를 찾아낼 수 있는 다항시간 알고리즘은  $P \neq NP$ 인 한 존재하지 않는다.

따라서 모형 (29)-(37)의 최적해를 구하기 위해서는 전수나열법(total enumeration method)이나 분지한계법(branch-and bound method) 등 지수시간(exponential-time) 알고리즘을 사용해야 한다. 실제 대형 네트워크에 본 모형을 적용할 경우 지수시간 알고리즘의 수행을 위해서는 상당한 시간이 소요될 것이다. 따라서 적당한 시간 내에 최적해에 가까운 근사해를 찾아낼 수 있는 근사 알고리즘 (approximation algorithms)<sup>6)</sup>의 개발이 특별히 바람

6) 근사 알고리즘은 두 가지 특징을 갖는다. 첫째, 실행시간이 다항시간인 알고리즘이다. 둘째, 구한 해가 (알려지지 않은) 최적해와 비교하여 얼마나 차이가 있는지에 대한 성능 보증(performance guarantee)을 제공한다. 휴리스틱 알고리즘은 이러한 해의 성능 보증을 제공할 수 없다는 측면에서 근사 알고리즘과는 다르다.

직할 것으로 보이며, 모형의 결정변수들이 이진변수(binary variable)이므로 근사 알고리즘을 개발하는 데에 사용되는 여러 기법들 중 rounding 기법이나 primal-dual 기법이 유망할 것으로 사료된다7).

### V. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서 개발한 단일할당 복합운송 허브 네트워크 설계 모형의 특징은 다음과 같이 정리할 수 있다.

첫째, 운행빈도를 모형의 결정변수로 포함함으로써 각 링크의 수송량 집화에 따른 규모의 경제 효과를 내생적으로 결정할 수 있다. 따라서 기존 모형에서와 같이 링크별, 수단별 할인율을 외생적으로 결정할 필요가 없기 때문에 허브의 입지 결정과 비허브 노드의 할당에 따른 비용 절감 효과를 객관적으로 비교할 수 있다. 나아가 허브 간 링크뿐만 아니라 기점-허브 간 링크와 허브-종점 간 링크에서 발생하는 규모의 경제 효과도 모형에 반영된다.

둘째, 복합운송 허브 네트워크에서 발생하는 다양한 비용요소를 포함하여 모형을 구성하였다. 기존 연구에서 고려되었던 수송비용과 허브 및 링크의 건설비용 이외에도 재고비용, 운송재고비용, 분류환적비용 및 서비스지체비용이 목적함수에 포함되었다. 이를 통해 운행빈도에 의해 결정되는 기점 및 허브에서의 대기시간비용과 수송량 집화를 위하여 허브를 경유하는 데 소요되는 손실시간비용이 모형의 비용요소로 포함되며, 또한 허브시설에서의 분류/환적을 위한 소요비용 및 대기시간비용도 반영된다.

셋째, 일부 허브 및 링크로 수송량이 과다하게 집중되는 바람직하지 않은 현상을 방지하기 위하여 허브시설 및 링크의 용량제약을 고려하였다. 허브시설의 서비스지체비용을 통하여 허브에서 처리할 수 있는 최대 수송량 제약을 반영하도록 하였으며 링크의 운행빈도를 이용하여 최대 및 최소 운행빈도 제약을 모형에 포함하였다.

본 연구에서 수행된 복합운송 허브 네트워크 설계 모형의 개발과 그에 대한 해석적 연구는 모형식의 불필요한 복잡성을 제거하면서 허브 네트워크의 특수성을 왜곡 없이 반영하는 데에 기여할 수 있다. 특히 수송량 집화에 따른 수송 규모의 경제 효과와 허브 경유를 위해 우회하는 소요시간비용 간의 trade-offs, 허브 시설 운영에 따른 혼잡 지체, 링크 용량 제약을 가진 수송계획의 수립

등 기존 모형들에서 반영할 수 없었던 현실 허브 네트워크의 다양한 현상들을 보다 신뢰성 있게 모사할 수 있을 것으로 판단된다.

나아가 NP-hard인 본 모형식을 해결하기 위한 다양한 알고리즘의 개발과 병행함으로써 효율적이고 합리적인 허브 네트워크 설계의 이론적 기반을 형성하는 한편, 현재 및 장래의 물류 시스템에 대한 평가에도 기여할 수 있을 것으로 사료된다.

### 참고문헌

1. Abdinnour-Helm, S. and M. A. Venkataramanan (1998). "Solution approaches to hub location problems." *Annals of Operations Research* 78(1-4): pp.31~50.
2. Arnold, P., D. Peeters, and I. Thomas (2004). "Modelling a rail/road intermodal transportation system." *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 40(3): pp.255~270.
3. Aykin, T. (1994). "Lagrangian relaxation based approaches to capacitated hub-and-spoke network design problem." *European Journal of Operational Research* 79(3): pp.501~523.
4. Aykin, T. (1995). "Networking policies for hub-and-spoke systems with application to the air transportation system." *Transportation Science* 29(3): pp.201~221.
5. Aykin, T. and G. F. Brown (1992). "Interacting new facilities and location-allocation problems." *Transportation Science* 26(3): pp.212~222.
6. Blumenfeld, D. E., L. D. Burns, J. D. Diltz, and C. F. Daganzo (1985). "Analyzing trade-offs between transportation, inventory and production costs on freight networks." *Transportation Research Part B: Methodological* 19(5): pp.361~380.
7. Bontekoning, Y. M., C. Macharis, and J. J. Trip (2004). "Is a new applied transportation research field emerging?—A review of intermodal

7) Rounding, primal-dual 및 기타 근사 알고리즘에서 사용되는 기법에 대해서는 Vazirani(2003)를 참조하시오.

- rail-truck freight transport literature." *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 38(1): pp.1~34.
8. Bryan, D. (1998). "Extensions to the hub location problem: formulations and numerical examples." *Geographical Analysis* 30(4): pp.315~330.
  9. Campbell, J. F. (1994). "Integer programming formulations of discrete hub location problems." *European Journal of Operational Research* 72(2): pp.387~405.
  10. Campbell, J. F. (1996a). "Hub location and network design." INFORMS Meeting, Atlanta.
  11. Campbell, J. F. (1996b). "Hub location and the p-hub median problem." *Operations Research* 44(6): pp.923~935.
  12. Chang, T.-S. (2007). "Best routes selection in international intermodal networks." *Computers & Operations Research* 35(9): pp.2877~2891.
  13. Choong, S. T., M. H. Cole, and E. Kutanoglu (2002). "Empty container management for intermodal transportation networks." *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 38(6): pp.423~438.
  14. Crainic, T., J.-A. Ferland, and J.-M. Rousseau (1984). "A tactical planning model for rail freight transportation." *Transportation Science* 18(2): pp.165~184.
  15. Daganzo, C. F. (2005). *Logistics Systems Analysis*. Springer-Verlag, New York.
  16. Dodgson, J., J. M. Rodriguez, J. P. van der Veer, S. Gibson, J. Hernandez, and B. Veronese (2004). *Economics of Postal Services: Final Report*. NERA, London.
  17. Ernst, A. T. and M. Krishnamoorthy (1996). "Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem." *Location Science* 4(3): pp.139~154.
  18. Ernst, A. T. and M. Krishnamoorthy (1998). "Exact and heuristic algorithms for the uncapacitated multiple allocation p-hub median problem." *European Journal of Operational Research* 104(1): pp.100~112.
  19. Ferreira, L. and J. Sigut (1995). "Modelling intermodal freight terminal operations." *Road and Transport Research* 4(4): pp.4~16.
  20. Groothedde, B., C. Ruijgrok, and L. Tavasszy (2005). "Towards collaborative, intermodal hub networks: A case study in the fast moving consumer goods market." *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 41(6): pp.567~583.
  21. Héjji, E. (1983). "Analysis and comparison of rail and road intermodal freight terminals that employ different handling techniques." *Transportation Research Record: Journal of Transportation Research Board* 907: pp.8~13.
  22. Horner, M. W. and M. E. O'Kelly (2001). "Embedding economies of scale concepts for hub network design." *Journal of Transport Geography* 9(4): pp.255~265.
  23. Janic, M. (2007). "Modelling the full costs of an intermodal and road freight transport network." *Transportation Research Part D: Transport and Environment* 12(1): pp.33~44.
  24. Kim, D. K., C. H. Park, and T. J. Kim (2007). "Single allocation hub network design model with consolidated traffic flows." In *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 2008: pp.51~59.
  25. Klincewicz, J. G. (1991). "Heuristics for the p-hub location problem." *European Journal of Operational Research* 53(1): pp.25~37.
  26. Klincewicz, J. G. (1996). "A dual algorithm for the uncapacitated hub location problem." *Location Science* 4(3): pp.173~184.
  27. Klincewicz, J. G. (2002). "Enumeration and search procedures for a hub location problem with economies of scale." *Annals of Operations Research* 110(1-4): pp.107~122.
  28. Mirchandani, P. B. and R. L. Francis (1990).

- Discrete Location Theory. John Wiley & Sons, New York.
29. Muller, G. (1999). Intermodal Freight Transportation. Eno Transportation Foundation, Inc. Washington, DC.
  30. Newman, A. M. and C. A. Yano (2000). "Scheduling direct and indirect trains and containers in an intermodal setting." *Transportation Science* 34(3): pp.256~270.
  31. Nozick, L. K. and E. K. Morlok (1997). "A model for medium-term operations planning in an intermodal rail-truck service." *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 31(2): pp.91~107.
  32. O'Kelly, M. E. (1986). "The location of interacting hub facilities." *Transportation Science* 20(2): pp.92~106.
  33. O'Kelly, M. E. (1987). "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities." *European Journal of Operational Research* 32(3): pp.393~404.
  34. O'Kelly, M. E. and D. L. Bryan (1998). "Hub location with flow economies of scale." *Transportation Research Part B: Methodological* 32(8): pp.605~616.
  35. Racunica, I. and L. Wynter (2005). "Optimal location of intermodal freight hubs." *Transportation Research Part B: Methodological* 39(5): pp.453~477.
  36. Skorin-Kapov, D. and J. Skorin-Kapov (1994). "On tabu search for the location of interacting hub facilities." *European Journal of Operational Research* 73(3): pp.502~509.
  37. Skorin-Kapov, D., J. Skorin-Kapov, and M. E. O'Kelly (1996). "Tight linear programming relaxations of uncapacitated p-hub median problems." *European Journal of Operational Research* 94(3): pp.582~593.
  38. Sohn, J. and S. Park (1997). "A linear program for the two-hub location problem." *European Journal of Operational Research* 100(3): pp.617~622.
  39. Vazirani, V. V. (2003). *Approximation Algorithms*. Springer-Verlag, Berlin.
  40. Wolsey, L. A. (1998). *Integer Programming*. John Wiley & Sons, New York.
  41. Woxenius, J. (1998). *Development of Small-Scale Intermodal Freight Transportation in a Systems Context*. Ph.D. Dissertation, Department of Transportation and Logistics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.

✉ 주 작 성 자 : 김동규  
 ✉ 교 신 저 자 : 강성철  
 ✉ 논문투고일 : 2008. 8. 14  
 ✉ 논문심사일 : 2009. 1. 19 (1차)  
                   2009. 2. 18 (2차)  
 ✉ 심사판정일 : 2009. 2. 18  
 ✉ 반론접수기한 : 2009. 6. 30  
 ✉ 3인 익명 심사필  
 ✉ 1인 abstract 교정필