대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 19 권 제 2 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 19, No. 2, 207-231. May 2009

종횡비교분석을 통한 초등학교 수학의 문제해결에 대한 검토[1)]

장 혜 원*

본 연구의 목적은 수학교육에서 문제해결이 교육 목표, 교육 내용, 교수 방법 등으로 강조된 지 사반세기가 지나온 현 시점에서 우리나라 초등학교 수학에서 문제해결 교육을 검토하는 것이다. 이를 위해, 수학교육에서 문제 및 문제해결의 의미에 대해 재검토하고 우리나라 역대 교육과정 속에 포함된 문제해결 관련 내용의 변화를 통한 종적 비교 분석 및 국가 차원의 교육 과정이 마련된 싱가포르, 영국, 일본, 프랑스의 교육과정에 대한 횡적 비교 분석을 통해 열 개의 체를 도출함으로써 그 체를 이용하여 제7차 교육과정에 따른 수학 교과서를 분석하였다. 그 결과, 우리나라 초등학교 수학에서 문제해결은 매우 적극적 의미로 다루어짐을 확인할 수 있었고, 앞으로의 문제해결 교육과 관련한 몇 가지 시사점을 얻을 수 있었다.

I. 서 론

1980년대 Agenda for Action(NCTM, 1980)[2)]을 통해 문제해결이 수학교육의 주요 이슈로 자리 잡은 이후 오늘날까지도 문제해결은 학교수학에서 중심적 위상을 차지하고 있다. 이 영향을 받은 세계 각국의 수학교육 연구에서 90년대 중반까지는 문제해결 과정 자체와 그 전략에 초점이 맞추어져 왔으나 그 이후 문제해결은 고차적 사고, 나아가 자기반성 및 자기통제와 같은 메타인지적 차원까지 확장되며 광범위한 범위에서 수학교육을 특징짓는 중요한 활동이 된 것이 사실이다. 우리나라도 예외는 아니나라, 1980년대의 교육과정 이래 문제해결은 수학과의 목표로서 위상을 굳히게 되었다. 각 국의 문화, 교육 정책, 교육과정, 교실 문화의 차이에도 불구하고 수학 학습에서 문제해결에 대한 강조는 공통적인 현상으로 나타났다.

> 수학 문제해결은 세계적으로 학교수학의 초점이다(Yeap et al., 2006: Arcavi & Friedlander, 2007에서 재인용)

이러한 문제해결 강조 추세는 1990년 대 이후 수학교육 철학으로서 사회적 구성주의가 주목을 받으면서 더욱 강화되었다고 할 수 있다. 절대적 진리를 부정하고 인간 구성 활동의 결과물로서의 지식을 추구하는 관점에서 그 활동을 유발시키는 요인인 문제와 그 활동 자체인 문제해결은 수학교육에서 매우 중요한 위치를 차지하게 되었다. Ernest(1991)는 사회적 구성주의에 따른 교육 원리에 따른다고 한다면 학교 수학이 반영해야할 수학의 특징으로 수학 *문제*

* 진주교육대학교 hwchang@cue.ac.kr
1) 본 논문은 2008학년도 진주교육대학교 학술연구과제 연구비 지원을 받아 작성된 것임.
2) 이 소책자에 제안된 8개 권고 중 첫 번째가 '문제해결이 1980년 대 학교수학의 초점이어야 한다.'는 것이다.

제기[S1][3] 및 해결 활동을 들고 있다.

> 수학은 주로 인간의 수학적 문제 제기 및 해결, 모든 인간이 접근할 수 있는 활동으로 구성된다. 결과적으로, 만인을 위한 학교수학은 수학적 문제 제기와 해결에 중점적으로 관심을 두어야 하며, 그 자체의 오류 가능성을 반영해야 한다(p.265).

주어진 문제의 해결뿐만 아니라 문제를 스스로 구성하는 활동은 사회적 구성주의에서 추구하는 인간의 지식 구성 활동의 대표적인 것이며, 이것은 수학에서 그러하기 때문에 학교수학에서도 그러해야 한다는 입장을 보여준다.

이와 같이 문제해결이 수학교육에서 강조된지 사반세기의 시간이 흘렀다. 이 시점에서 Törner et al.(2007)는 세계적인 수학 문제해결 교육에 대한 정보를 얻기 위해 세계 14개국을 각기 대표하는 연구자의 글을 통해 각 국의 상황을 요약하는 ZDM 특집호를 마련하였다. 현재는 물론이거니와 과거의 모습도 엿볼 수 있는 기회를 제공한다는 점에서 매우 유익한 결과물이라 할 수 있다. 다만 이 저널에 우리나라의 문제해결에 대한 소개는 빠져 있어 아쉽다. 교육과정을 통해 국가적 차원에서 강조하고 있는 우리나라 수학교육에서의 문제해결 교육은 저널에 포함된 각 국의 관련 특징과 비교할 때 다른 어느 나라보다도 뒤지지 않으며, 따라서 좀 더 체계적으로 조망해볼 필요가 있다고 생각한다.

본 연구에서는 우리나라 수학교육에서 강조되고 있는 문제해결 교육의 현주소를 과거로부터의 흐름 속에서, 그리고 타 국가와의 관련 속에서 비교 검토하고자 한다. 특히 명시적인 교육과정의 내용으로 다루어지고 있는 초등학교 수학의 범위에서 검토할 것이다. 이를 위해 수학교육에서 문제 및 문제해결의 의미에 대해 재고하고, 우리나라의 역대 교육과정기를 통해 문제해결 교육의 변천 모습을 고찰하며, 몇몇 국가에서 현재 실행되고 있는 문제해결 교육의 상황을 비교·고찰한다. 그리고 그 결과로 얻은 문제해결에 대한 다양한 체를 이용하여 제7차 교육과정에 따른 초등수학 교과서를 분석하고 앞으로의 방향 및 가능성을 제안하고자 한다.

II. 문제 및 문제해결의 의미

I장에서 이미 언급한 수학교육에서 문제해결의 중요성에 대한 공통된 인식에도 불구하고 문제와 *문제해결에 대한 의미*[S2]는 상이하며 그러한 기본 생각의 차이로 인해 교육 실제의 양상도 달라지는 것이 자연스럽다.

> '문제'와 '문제해결'과 같이 자명해 보이는 꼬리표 아래 담긴 기본 아이디어는 여전히 다른 사람에게 다른 것을 의미할 수 있다(Arcavi & Friedlander, 2007: 356).

같은 맥락에서 Törner et al.(2007)가 주장하듯이, 여러 나라에서 사용하는 문제해결이라는 용어 자체의 의미를 하나로 정하기는 어렵다. 심지어는 같은 나라에서 조차 이 용어의 의미는 자주 변해왔다. 국가적 차원에서의 보고는 물론이고 개인적 차원[4]까지 들어간다면 문제해

3) 본 연구에서는 I, II, III, IV장에서 고찰한 문제해결의 다양한 측면을 기초로 현행 우리나라 초등수학 교과서를 재조명할 것이다. 선정된 측면들을 'S'(체를 뜻하는 Sieve의 약자)로 지칭하여 분석틀로 이용할 것인데, 고찰 중 등장할 때마다 강조하는 이탤릭체 및 [S#]로 표시하고 V장에서 그 표시에 따라 논의해 나갈 것이다.

4) Arcavi & Friedlander(2007)는 초등학교 교과서 개발 프로젝트를 담당한 다섯 개 팀에 대한 설문조사를 통해 수학에서 문제와 문제해결에 대한 정의가 다양함을 보였다.

결 활동의 교육적 가치에 대한 합의가 무색할 정도로 그 의미에 있어서는 차이가 있는 것 또한 사실이다. 수학 문제해결에 대한 논의를 위해 거기서 문제가 의미하는 바를 좀 더 명확히 하고자 수학교육자 및 수학교육 이론에 따른 문제 및 문제해결에 대한 견해를 검토한다.

수학 문제해결에 관한 대표적인 인물인 Polya(1962)는 다음과 같은 생각을 표명하였다.

> 문제해결이란 어려움으로부터 벗어나는 방법, 장애를 우회하는 방법을 찾아 즉각적으로 얻지 못하는 목표를 달성하는 것을 의미한다.
> 문제해결은 수영, 스키, 피아노 치기와 같은 실제적인 기술이다. 그래서 문제해결은 모방과 연습을 통해서만 배울 수 있다(p.v).

그는 문제해결을 장애 요인이 있는 목표지향적 행동으로 보고 모방과 연습이라는 교수·학습 방법까지 제시함으로써 문제해결에 대한 교육이론을 추구했음을 알 수 있다.

유사하게 Kilpatrick(1985)은 '심리학적 관점에서, 문제를 달성되어야 할 목적이 있는데 그 목적으로의 경로가 차단된 상황(p.2)'으로 정의하였다. Mayer(1985)는 '주어진 상황(주어진 상태)을 당면하여 다른 상황(목표 상태)을 원하는데 목표를 달성하는 명확한 방법이 없을 때 문제가 발생하며(p.123)' 문제해결을 '문제의 주어진 상태에서 목표 상태로 이동하는 과정(p.124)'이라고 정의하여 보다 상황 의존적이며 절차적인 정의를 하였지만, 이에 대해 Sowder(1985)는 그 정의를 충족하지 못하는 예를 들며 '연습문제, 정형화된 문제, 진짜 문제를 구분하는 것이 단순히 말장난인지에 대해 의문을 제기한다(pp.139-140).' 심지어 Grinstein & Lipsey(2001)는 수학교사에게 문제란 학교에서 학생이 수행하는 다양한 수학 과제로부터 해를 찾을 필요가 있지만 쉽게 이용가능한 절차를 갖지 못한 과제에 이르기까지 여러 유형의 수학 활동을 의미할 수 있어서 모호한 용어로 간주한다. 이와 같이 학자마다 유사하면서도 차이가 있는 다양한 정의를 보여주며, 그 의미의 모호성을 지적한다.

한편 Ernest(1991: 281-289)는 수학교육 철학적 관점으로부터 과학의 발전 과정에서 문제의 역할에 주목한다. 과학의 진보에서 철학자들이 인식한 문제의 중요성은 정당화의 맥락임을 지적하며, 그 외에 수학의 또 다른 측면인 발견의 맥락에서 문제의 역할을 중시하고 있다. 예컨대 Pappus가 구분한 분석적인 문제해결법 및 종합적인 문제해결법과 관련된다. 뿐만 아니라 내용주도적인 학교수학에 문제해결이 포함되어야 한다면 수학교육과정에 결부된 부가적 내용으로 다룰 것인지, 하나의 교수적 접근이자 학습 과정으로 볼 것인지가 수학교육 철학에 따라 달리 나타남을 설명하여 수학교육과정에 문제해결이 포함되는 두 가지 방식에 대해 재고하도록 한다.

다음은 수학교육의 제 이론에서 문제의 역할은 어떠하며, 문제해결로 의미하는 바를 고찰해보자. 오늘날 가장 대표적인 수학교육 이론이라 할 수 있는 현실주의 수학교육(Realistic Mathematics Education)과 교수학적 상황론(Theory of Didactic Situations)에서 문제해결의 역할에 관한 것이다.

현실주의 수학교육에서 문제란 곧 실세계 문제를 의미하는 경향이 있다. 현실주의 수학교육에서 실세계 문제의 위상을 제대로 이해하기 위해 그 기저 이론인 Freudenthal의 수학화 이론에서 실세계 문맥의 역할을 먼저 파악할 필요가 있다. 수학화 이론에서 실세계 문맥은 시간차를 두고 두 가지 역할을 하며 등장한다. 우선 학습, 곧 수학화 과정의 출발점으로서 이다. 오늘날 다수의 교과서 및 수업은 아직 배

우지 않았고 바로 해당 차시의 교수 목표인 수학적 지식을 도구로 하여 해결할 수 있는 문제로 시작하는 경향이 있다. 제시된 문제를 해결하기 위한 도구가 새로 학습하고자 하는 지식이며 곧 수학화 과정에서 본질 또는 수단의 역할을 하게 된다. 다른 한편 실세계 문맥으로부터 출발하여 직관적 파악, 형식화 및 추상화의 단계를 거쳐 의도한 수학적 지식을 학습하고 난 후에는 그 지식을 다시 현실 문맥에 적용하는 단계로 마무리 짓는다. 본 수업에서 학습된 개념 또는 방법을 문제에 적용하여 해결함으로써 강화하는 것이다. Doorman et al.(2007)식으로 표현하면, 전자는 학생들에게 비형식적인 해결 전략을 개발하도록 하고 수학 개념 형성을 도와줄 기회를 제공하는 맥락 문제이고, 후자는 이미 개발된 개념을 강화하고 문제해결 전략을 개발하고 심화하는 문제이다.

한편 교수학적 상황론에서도 수학적 지식이 수학 문제해결 및 그 과정에서의 장애 극복으로부터 비롯된다는 인식론적 가정을 근거로 한다는 점에서 문제가 기본적인 역할을 하고 있지만 교사, 학생, 수학적 지식의 관계를 중시하는 설명 어디에서도 문제에 대한 별도의 명시적인 언급은 찾을 수 없다. 더욱이 이 이론에서의 문제해결은 Polya의 전통에서 강조되고 있는 일반적인 해결 전략이나 메타인지 능력의 발달을 목적으로 하지도 않는다. 심지어 그러한 일반 전략이나 메타적 관점에서의 어떤 유형의 발달을 목표로 하는 교육과정 개발에 대한 비판도 서슴치 않는다(Artigue & Houdement, 2007).

이러한 입장은 또 하나의 프랑스의 수학교육 이론인 교수학적 인류학(Anthropological Theory of Didactics)에서도 마찬가지이다. 이와 같이 프랑스 수학교육이 문제해결에 대해 비교적 미온적 입장을 취하는 이유로, Artigue & Houdement (2007)는 이론이 주장하는 바가 문제해결에 대해 적극적인 입장인 고전적 관점, 즉 수학 학습 과정을 심리-인지 과정으로 보는 관점과 구별되기 때문이라고 하였다.

이상의 이론들에서 차지하는 문제해결의 역할이 상이한 측면을 지니지만 공통점을 찾는다면 *문제해결이 수학학습의 출발점으로 역할한다*[S3]는 것이다. 그것이 현실을 바탕으로 한 실세계 문제이든, 혹은 교수학적 상황의 일부가 되어야 하는 문제이든 배워야할 수학이 그 문제에 대한 적절한 해법을 제공하는, 다시 말해 배워야할 수학이 그 문제해결의 수단이 되는 그러한 문제를 제공해야 한다는 것이다[5].

이상의 고찰에서 보듯, 문제해결에서의 문제에 대한 합의된 유일한 정의는 어려울지라도 많은 수학교육 연구자 및 실천가들이 동의할만한 문제의 의미에는 Polya(1962)가 주장한 장애, 즉 어려움의 요인이 포함되어야 할 것이다.

따라서 본 고에서의 문제해결은 소위 비정형 문제, 즉 해결자가 알고 있는 표준 해법을 즉각적으로 적용할 수 없는 문제를 푸는 것을 의미한다. 단번에 해를 얻을 수 없고, 무언가 탐구하고 궁리하면서 문제의 답을 찾아야하는 비정형적, 비알고리즘적 특징의 문제이다. 그런데 이러한 어려움 및 장애 요인은 해결자의 인지 수준이나 과거 경험에 따라 상대적으로 차이가 있다.

> 이것은 해결자에 따라 다를 수밖에 없다. 왜냐하면 한 사람에게 정형적인 것이 다른 사람에게는 새로운 접근을 요구할 수 있기 때문이다. 또한 정형적인 것과 알고리즘을 특징짓는 수학 교육과정에 따라서도 다르다(Ernest, 1991: 284).

같은 문제라 하더라도 해결자에 따라 문제가

5) 장혜원(2003)은 이러한 관점에서의 문제를 '상황문제'라 하여 수학학습에서의 그 역할에 주목하였다.

될 수도 있고 아닐 수도 있는 것이다. 따라서 교육적 논의에서 학습주체에 따른 문제 성립의 상대성 또한 간과해서는 안 될 것이며, 이는 교육 실제에서 교사가 다루어야 할 과제로 넘기기로 하자.

III. 종적 비교 - 역대 교육과정별 분석

우리나라 수학교육의 역사에서 문제해결에 대한 검토를 위해 그 논의가 본격화된 80년대와 시기적으로 동일선상에 있는 제4차 교육과정부터 고찰해야 할 것이다.

그 이전의 우리나라 초등 수학교육은 공식 문서상 1946년의 교수요목기로부터 확인할 수 있는데, 그 시기에는 말 그대로 가르쳐야할 내용만을 제시하고 있기 때문에 문제해결과 관련된 내용을 찾을 수 없으며, 제1차 교육과정에는 겉보기에 문제해결을 언급한 듯한 문구를 찾을 수 있지만 생활경험중심기라고 잘 알려진 것처럼 '문제의 해결과 실무'라는 영역에서 수량 관계 및 계산에 기초한 문제를 말한다. 제2차 교육과정 역시 1차 교육과정의 연장선상에서 문장제 위주로 다루되, 그 목적이 단순한 사고력의 함양이라고 표현되는 차이가 있다. 한편 제3차 교육과정기는 새수학의 영향이 있던 시기이므로 목표 진술이나 지도 내용에서 문제해결에 관한 언급은 전혀 발견되지 않는다(교육부, 2000 참조).

제4차 교육과정에는 산수과의 교과목표를 포괄하는 진술에 '수학의 초보적인 지식과 기능을 익혀, 일상생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다.'고 되어 있지만, 구체적인 지도 내용에 있어서는 '관계' 영역에서 '여러 가지 문장제에서 수량 사이의 관계를 알아보고, 이를 식으로 나타내어 해결할 수 있게 한다.'와 같은 활동 목표 아래 문장제 알아보기, 식세우기, 문제풀기, 방정식의 해법 등을 학년별로 적절하게 할당하여 수량관계에 대한 문장제 위주로 다루어졌음을 알 수 있다.

이 연장선 상에 있는 제5차 교육과정은 내용 요목에서는 구체적 언급을 찾아볼 수 없지만 지도 및 평가상의 문제점으로서 다음이 명시적으로 언급됨을 통해 이전보다 문제해결력에 대한 점진적인 강조를 확인할 수 있다.

> 문제해결력을 신장시키기 위해서는 문제에 대한 이해와 해결하기 위한 방법을 찾기 위한 다양한 전략이 학생 스스로 창의적으로 세워질 수 있도록 하여야 하며, 문제해결력은 전 영역에서 제시되는 여러 형태의 문제에서 지속적으로 지도되어야 하며, 이를 통하여 습득된 문제해결 전략이 실생활에서 활용될 수 있도록 하여야 한다.[…] 특히, 문제해결력에 대한 평가는, 결과뿐만 아니라 문제의 이해 능력과 문제를 해결하기 위한 사고 능력을 교사와 학생 간의 질의 응답, 면담, 관찰 등의 다양한 방법을 통하여 평가될 수 있도록 하여야 한다(교육부, 2000: 128-129).

제6차 교육과정에서부터는 문제해결을 수학교육의 중심으로 삼는다는 사실이 명료해진다. 이전과 마찬가지로 목표 영역의 진술이 보이며 이 교육과정에서 처음 등장한 수학과의 성격을 설명하는 데서 다음과 같이 설명된다.

> 수학과는 […] 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르게 하는 교과이다. 수학에서의 수량 관계나 도형에 관한 수학적 개념, 논리적 사고, 합리적인 문제해결능력과 태도는 과학을 비롯한 대부분의 교과들의 성공적인 학습을 위해 필요하다. […] 국민 학교 수학과는 […] 생활 현장에서 발생하는 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하도

록 하는 데 중점을 둔다. [⋯] 관계 영역에서는 통계, 방정식, 함수, 비에 관한 기초 개념과 문제해결 방법 등을 다룬다. 수학과는 기초 학습 능력과 합리적 근거에 의하여 문제를 해결할 수 있는 능력을 기르는 데 강조점을 둔다. 따라서 교수·학습에서는 계산과 문제 풀이 위주의 산수적 방법보다는, 기초 학습 능력의 신장, 수학적 사고력, 문제해결력의 육성에 주안점을 두고 지도해야 한다(ibid.: 130-131).

한편 지도 내용으로서 문제해결 방법을 다루고 있는 '관계' 영역에 <표 III-1>과 같은 내용이 포함된다.

또한 신설된 '방법'에서는 여덟 항목 중 두 개를 문제해결에 할당하여 다음을 피력한다.

라. 문제해결력을 신장시키기 위해서 문제해결 과정을 이해하고, 문제해결 방법을 찾는 다양한 전략이 학생 스스로의 노력으로 세워질 수 있도록 하여야 한다.

마. 문제해결은 전 영역에서 제시되는 여러 가지 형태의 문제(정형 문제 및 비정형 문제)를 통하여 지속적으로 지도되어야 하며, 여기서 얻어진 문제해결 전략이 실생활에서 활용될 수 있도록 한다(ibid.: 151).

문제해결력에 대한 '평가'와 관련해서는 '결과뿐만 아니라 문제의 이해 능력과 문제해결

<표 III-1>6차 교육과정의 문제해결 관련내용

	관계 영역 중 문제해결 관련
1학년	수학에 관련된 문제 상황을 그림이나 조작 활동을 통하여 문제해결에 관한 기초 경험을 가지게 한다. -문제 상황을 보고 식 만들기 -식을 보고 문제 상황 말하기
2학년	수학에 관련된 그림이나 문제 상황을 그림이나 조작 활동을 통하여 문제해결에 관한 기초 경험을 가지게 한다. -문제를 보고 식 만들기 -식을 보고 문제를 만들기 -간단한 적용 문제 풀기
3학년	문제해결 과정을 알게 하고, 문제해결을 위한 기초적 기능을 기르게 한다. -문제를 보고 식 만들기 -식을 보고 문제 만들기 -간단한 적용 문제 풀기 -주어진 문제를 단순화하여 풀기
4학년	문제해결 과정을 알게 하고, 문제해결을 위한 기초적 기능을 기르게 한다. -혼합계산이 적용된 식 만들기 -혼합계산이 적용된 문제 만들기 -과정 문제 풀기 -실생활과 관련된 적용 문제 풀기 -게임, 퍼즐
5학년	구체적인 문제해결 방법을 찾아내어 여러 가지 문제를 풀 수 있게 한다. -문제해결의 구체적 방법 알기 -문제해결의 방법을 이용하여 다양한 유형의 문제 풀기 -게임, 퍼즐
6학년	구체적인 문제해결 방법을 찾아내어 여러 가지 문제를 풀 수 있게 한다. -주어진 문제의 해결 방법을 모색하여 선택된 방법으로 문제 풀기 -주어진 문제를 다양한 방법으로 풀기 -문제해결 방법을 논의, 검토하기 -게임, 퍼즐

과정을 파악할 수 있는 주관식 평가를 위주로 한다.'고 상세화하였다.

제7차 교육과정은 수학과의 성격, 목표 면에서 이전 교육과정과 유사하지만, 초등학교의 경우 '문자와 식' 영역에서 문제해결을 주로 다루므로 문제해결을 위한 영역을 별도로 마련한 것으로 볼 수 있다. <표 III-2>와 같다.

한편 교수·학습 방법에서는 문제해결력의 신장을 위한 유의점을 제시하였다.

사. 문제해결력을 신장시키기 위하여 교수·학습 과정에서 다음 사항에 유의한다.

(1) 문제해결력을 신장시키기 위하여 문제해결 과정(문제의 이해→해결 계획 수립→계획 실행→반성)에서 구체적인 해결 전략(그림 그리기, 예상과 확인, 표만들기, 규칙성찾기, 단순화하기, 식세우기, 거꾸로풀기, 논리적 추론, 반례들기 등)을 적절히 사용하며, 문제해결의 결과뿐만 아니라 해결 과정과 그 방법도 중시하도록 한다.

(2) 습득된 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 문제를 발견하고, 문제해결을 위한 전략을 자주적으로 세워 이를 해결해 나갈 수 있도록 한다.

(3) 문제해결은 전영역에서 정형 문제 및 비정형 문제를 통하여 지속적으로 지도되어야 하며, 여기서 습득된 문제해결 전략이 실생활의 문제해결에 활용될 수 있도록 한다.(교육부, 1998: 214)

더불어 평가에서도 제6차 교육과정과 동일한 내용을 담고 있다.

2007년 개정 교육과정은 2009년부터 초등학교 1,2학년에게 적용되는 교육과정이다. 제7차 교육과정의 취지가 이어지지만, 교육과정의 영역 구분 중 문제해결을 다룬 '문자와 식'을 '규칙성과 함수'와 통합하여 '규칙성과 문제해결'이라 지칭함으로써 문제해결에 대해 보다 명시적으로 드러내고 있다. 구체적인 지도 내용은 <표 III-3>과 같다.

<표 III-2> 7차 교육과정의 문제해결 관련 요목

<table>
<tr><th></th><th></th><th>문자와 식 영역 중 문제해결 관련</th></tr>
<tr><td>1단계</td><td>1-나</td><td>문제를 실제로 해보기, 그림그리기, 식만들기 등으로 해결하기</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2단계</td><td>2-가</td><td>식에 알맞은 문제 만들기</td></tr>
<tr><td>2-나</td><td>문장으로 된 문제를 보고, 이를 해결하기 위한 식 만들기
문제를 표만들기, 거꾸로 풀기 등 여러 가지 방법으로 해결하기</td></tr>
<tr><td>3단계</td><td>3-나</td><td>문제를 규칙찾기, 예상과 확인 등 여러 가지 방법으로 해결하기
문제해결의 과정 설명하기</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4단계</td><td>4-가</td><td>문제를 단순화하기 등 여러 가지 방법으로 해결하기
문제해결의 과정 설명하기</td></tr>
<tr><td>4-나</td><td rowspan="2">다양한 문제를 적절한 방법으로 해결하기
문제해결의 과정 설명하기</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5단계</td><td>5-가</td></tr>
<tr><td>5-나</td><td>문제해결의 여러 가지 방법을 비교하여 적절한 방법 선택하기
문제해결 과정에 대한 타당성 검토하기</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6단계</td><td>6-가</td><td rowspan="2">문제해결의 여러 가지 방법을 비교하여 적절한 방법을 선택하기
문제해결 과정을 정리하고 그 타당성 설명하기</td></tr>
<tr><td>6-나</td></tr>
</table>

교수·학습 방법에서는 다음과 같이 상세화하였다.

아. 문제해결력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.
(1) 문제해결은 전 영역에서 지속적으로 지도한다.
(2) 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 문제해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하게 한다.
(3) 다양한 방법으로 문제를 창의적으로 해결할 수 있게 한다.
(4) 문제해결의 결과뿐만 아니라 문제해결 방법과 과정, 문제를 만들어 보는 활동도 중시한다.
(5) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고, 이를 일반화하게 한다(교육인적자원부, 2007: 91).

요컨대 초등 수학교육과정에서 문제해결 관련 내용은 시간이 흐름에 따라 갈수록 점점 강화되고 구체화되어 왔다.

이상의 고찰에 기초할 때 교육과정 상에 지도 내용으로 문제해결에 대해 구체적으로 언급한 6차 이후 7차 교육과정에서도 문제의 의미는 비정형문제만이 아니라 정형문제도 포괄하는 넓은 의미의 것이었음을 알 수 있다. 그러나 명시적인 문제해결 전략이 문제해결 영역의 주요 내용으로 다루어졌음을 볼 때 비정형문제에 주목하는 것이 더 자연스럽다.

뿐만 아니라 각 교육과정기에서 문제해결의 의미를 백석윤(1993)에 따라 다음 세 가지 중의 하나에 할당할 수 있다. 그는 수학교육이라는 맥락 속에서 문제해결의 의미를 다음의 세 가지로 구분하였다.

- 수학교육의 이유나 목적으로서의 문제해결
- 수학교육에서 학습·지도되어야 할 과정적 지식으로서의 문제해결
- 수학학습에서 필요로 하는 기초기능으로서의 문제해결

4, 5차 교육과정기는 셋째 특징으로 볼 수 있다. 새수학의 실패로 인한 기초로의 복귀운동의 취지에 따라 기초기능 강화의 입장에서 기초 개념 및 계산력을 강화시켰지만 그것만으로는 부족함이 자명하게 드러났기 때문에 기초기능이 문제해결 능력까지도 포함하는 범위로 확대되는 시기이다.

한편 6차 교육과정기는 첫째 특징의 구체화로, 교육과정에 명시된 수학과의 목표가 이를 대변한다. 마지막으로 둘째 특징이 현행 7차 및 2007년 개정 교육과정기에서 문제해결 자체

<표 III-3> 2007년 개정 교육과정의 문제해결 관련 요목

	규칙성과 문제해결 영역 중 문제해결 관련
1학년	실제로 해보기, 그림 그리기, 식 만들기 등 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있다.
2학년	규칙 찾기, 거꾸로 풀기 등의 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있다.
3학년	표 만들기, 예상과 확인 등의 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있다.
4학년	단순화하기, 논리적 추론 등의 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있다. 문제해결 과정을 설명할 수 있다.
5학년	하나의 문제를 여러 가지 방법으로 해결하고, 그 방법을 비교할 수 있다. 주어진 문제를 해결하는 데 필요 없거나 부족한 정보를 찾을 수 있다. 문제해결 과정의 타당성을 검토할 수 있다.
6학년	여러 가지 문제해결 방법을 비교하여 문제 상황에 적절한 방법을 선택할 수 있다. 주어진 문제에서 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들고, 그 문제를 해결할 수 있다. 문제해결 과정의 타당성을 설명할 수 있다.

를 교육 내용 영역으로 삼고 문제해결 전략을 명시적인 지도 내용으로 다루는 상황으로 구현되었다고 할 수 있다[6].

이러한 사실은 수학교과서 분석에서도 드러난다. 4, 5차 교육과정기의 교과서에는 '여러 가지 문제'라는 단원이 있어 한 학기에 한 단원씩 다루지만 6차 교육과정기에는 한 학기에 '여러 가지 문제 (1)과 (2)'의 두 단원씩 다루어지는데, 전자에서는 해당 영역 및 문제해결 전략 중심으로, 후자에서는 종합 또는 발전적인 내용을 중심으로 구성된다(황치홍, 2001: 44). 한편 7차 교육과정기의 교과서에서는 '문제 푸는 방법 찾기'가 학기마다 한 단원으로 다루어질 뿐만 아니라 매 단원의 마지막 한 차시를 '문제를 해결하여 봅시다'로 할당하여 문제해결에 대한 교육과 문제해결을 이용한 단원 내용의 적용이라는 두 가지 의도를 추구하고 있다.

Ⅳ. 횡적 비교 - 국제 비교 분석

1980년대 문제해결 지향적 수학교육은 단지 우리나라에 국한된 것이 아님은 물론이고 세계 각국에서 여러 가지 형태로 구현되었다. 국가 차원의 교육과정이 마련되어 시행되는 싱가포르, 영국, 일본, 프랑스의 교육과정에 대해 고찰하고 비교함으로써 그 특성을 파악하고자 한다. 그 밖에 미국, 네덜란드, 이스라엘의 문제해결 교육에 대한 고찰도 포함한다.

1. 싱가포르의 교육과정에서 문제해결

PISA에서 연이어 좋은 성적을 거둠으로써 싱가포르의 수학교육은 세계적 관심을 받아왔다. 싱가포르 교육과정에서 문제해결이 학습 목표로서 중심 주제가 된 것은 1970년대이지만 1990년 개정안에서 문제해결에 대한 명확한 설명이 있었고 분명한 중심 위치를 차지하였다. 처음으로 *교육과정 상에 문제해결 전략이 명시*[S4]되었고, 특히 초등학생을 위한 것으로 직접 해보기, 그림 이용을 포함한 열한 가지가 있었다. 그 중 그림 이용 전략 또는 모델 방법이라 불린 전략은 서양 수학교육자들로부터 막대 모델링(bar modeling)이라 불리며 호기심을 자극할 정도로 싱가포르 교육과정의 명물이 되었다 (Fan & Zhu, 2007: 495-496).

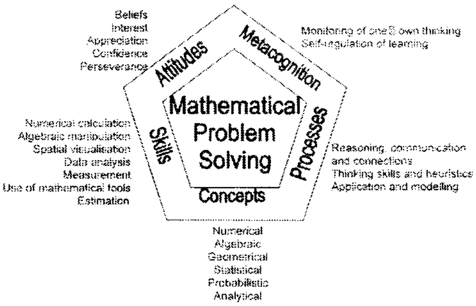
최근의 2006년 교육과정에서도 역시 문제해결은 수학교육의 중심에 있다.

> 수학 문제해결은 수학 학습에 중심이다. 그것은 비정형 문제, 열린 문제, 실세계 문제를 포함하여 광범위한 상황에서 수학적 개념과 기능의 획득과 적용을 포함한다(Ministry of Education, 2006: 6).

이러한 사실은 [그림 Ⅳ-1]에서 재확인된다. 수학교육의 주요소인 기능, 개념, 과정, 메타인지, 태도와 대등한 입장의 문제해결이 아니라 나머지 요소의 중심에 문제해결을 둠으로써 하나의 독립적 주제 영역이 아니라 핵심 목표로서 모든 영역의 수학 교수·학습에 통합한다는 입장이다. 따라서 교수요목에 포함된 문제해결 활동 역시 관련 내용을 포함하는 문장제 풀기나 통계 영역에서 자료 표현 방법으로부터 정보를 읽어내어 문제 푸는 활동 위주로 되어 있다. 1학년에서 6학년까지 총 36개의 항목 중 그림그래프, 막대그래프, 표, 그래프, 원그래프

6) 엄밀하게 말하면 6차 교육과정기에도 몇 가지 문제해결 전략이 지도되었다. 한 학기에 다루어진 두 단원 '여러 가지 문제 (1)과 (2)'에서 (1)에 문제해결 전략이 포함된 것은 4, 5차기의 특징을 겸비한 채 7차기로 넘어가는 과도기적 특성이 나타난 것으로 볼 수 있다.

로부터 자료를 읽어 문제 푸는 5개 항목을 제외한 나머지는 모두 교과 내용인 'ㅇㅇ과 관련한 *문장제 풀기*'[S5]가 압도적이다.



[그림 IV-1] 싱가포르 수학교육과정에서 문제해결의 위상

한편 1990년 개정안보다 하나 많은 열두 개의 전략을 명시적으로 제시하는데, 단순히 전략을 나열하는 데 그치지 않고 다음과 같은 네 가지 범주로 분류함으로써 교사가 문제해결 전략을 지도하기 쉽도록 하였다(Fan & Zhu, 2007: 497, Ministry of Education, 2006: 8).

- -표현 제공: 그림 그리기, 표 만들기, 식 세우기
- -계산에 의한 추측: 시행착오, 패턴 찾기, 가정하기
- -과정 경험: 실제로 해보기, 거꾸로 풀기, 전후 관계
- -문제 변화: 문제의 재진술, 단순화, 문제의 일부 해결

역시 지도 전략을 명시적으로 제시한 우리나라 2007년 개정교육과정과 비교할 때 이 중 많은 것이 중복되지만, 전후 관계를 우리의 논리적 추론으로 보더라도 가정하기, 문제의 재진술, 문제의 일부해결 등의 전략이 추가로 포함되어 있음을 알 수 있다.

2. 영국의 교육과정에서 문제해결

영국에서 국가 차원의 교육과정이 적용된 것은 2000년부터이다. 학교교육을 네 개의 단계로 구분하는데 그 중 초등학교에 해당하는 것이 key stage 1과 2이다. key stage 1은 1-2학년, key stage 2는 3-6학년을 말한다.

교육과정에 포함된 여섯 가지의 핵심기능(key skills)이 있다. 핵심기능이란 학습자가 교육, 활동, 생활에서 학습과 수행을 증진시키도록 돕는다는 의미에서 설정된 것으로, 수학을 통해 개발할 수 있는 핵심기능으로 의사소통, 수의 적용, IT, 협동 작업, 스스로의 학습과 실행을 증진, 문제해결을 포함한다.

> 문제해결이란 핵심기능은 학생들이 학습과 생활 속에서 당면하는 문제를 해결하도록 도울 수 있는 기능과 전략을 개발하는 것을 포함한다. 문제해결은 문제를 명확히 하고 이해하는 기능, 문제 푸는 방법을 계획하는 기능, 문제를 다루는 과정을 감시하는 기능, 문제의 해법을 검토하는 기능을 포함한다. 모든 교과는 학생들에게 문제의 도전에 반응하고 특정 결과를 성취하는 데 필요한 과정을 계획하고 검사하고 수정할 기회를 제공한다(Department of Education and Employment, 1999).

영국에서 수학 문제해결은 여섯 가지 핵심기능 중 하나로서 그 중요성이 인정되고 있으며, key stage 1과 2에서는 배워야할 핵심기능의 첫 번째로 제시된다. 문제해결과 관련하여 학생들이 배워야 하는 영역별 구체적인 학습 내용은 <표 IV-1>과 같다.

구체적인 교수요목에서는 어려움의 극복, 유연성, 다양성, 결정력, 수학 내 또는 타학문과의 연결성, 암산, 적절한 도구 활용, 검토 등 문제

해결 교육을 조장하는 문구들을 발견할 수 있다. 이로써 문제의 정의와 관련하여 어려움의 극복이라는 점에서 비정형 문제에 초점이 맞추어져 있고, 다양한 방법으로 접근하고 적절한 도구 및 전략을 선택하는 활동뿐만 아니라 어림, 검산 등의 계산 능력이나 복잡한 문제를 간단한 단계로 자르는 일, 풀이에 필요한 정보를 명확히 하는 일 등에 대해서도 포괄적으로 언급하고 있음을 알 수 있다.

특히 *ICT를 포함한 수학적 장비와 자료의 선택*[S6]은 수학 교육과정 전반에서 명시적으로 강조되고 있는 내용 중 하나이다. 계산기, 컴퓨터 등의 교육 공학 도구가 수학 문제해결을 위해 적극적으로 활용될 수 있다는 것은 세계적인 추세[7]이지만 영국의 경우처럼 명시적이고 구체적으로 관련 내용을 기술한 경우는 흔치

<표 IV-1> 영국 교육과정에서 문제해결 관련 내용

stage	영역	문제해결 관련 내용
1	수와 대수	1. 해야 할 필요가 있는 것을 명확히 하기 위해 수 및 다양한 형태로 제시된 데이터를 포함하는 문제에 접근한다. 2. 문제해결에의 유연한 접근을 개발하고 어려움을 극복하기 위한 방법을 찾는다. 3. 어떤 조작과 문제해결 전략을 사용해야 하는지에 대해 결정한다. 4. 학생들의 활동을 조직하고 검토한다.
	도형, 공간, 측정	1. 도형과 공간 문제를 풀 때 다양한 접근을 시도하고 어려움을 극복하는 방법을 찾는다. 2. 측도 또는 측정을 포함한 문제를 풀 때 적절한 수학 장비(equipment)를 선택하고 사용한다. 3. 도형과 공간 문제를 풀 때 적절한 장비와 자료(materials)를 선택하고 사용한다.
2	수와 대수	1. 수학에서 연결을 하고, 수학 교육과정의 다른 부분에서 문제를 풀 때 수치적 기능과 지식을 사용할 필요성을 인식한다. 2. 해결을 시도하기 전에 보다 복잡한 문제나 계산을 간단한 단계로 자른다. 과제를 수행하는 데 필요한 정보를 명확히 한다. 3. ICT를 포함하여 적절한 수학적 장비를 선택하여 사용한다. 4. 어떠한 어려움도 극복하기 위해 문제에 접근하는 다양한 방법을 찾는다. 5. 계산에 대한 답을 암산으로 어림하고, 결과를 검산한다.
	도형, 공간, 측정	1. 측정의 표준 단위의 필요성을 인식한다. 2. 기하 문제를 풀기 위해 적절한 계산 기능을 선택하고 이용한다. 3. 어려움을 극복하기 위해 대안적인 접근을 시도하는 것을 포함하여, 공간 문제에 유연하게 접근한다. 4. 기하 문제의 결과가 합리적이라는 사실을 확인하기 위해 검토 절차를 이용한다.
	데이터 처리	1. 교육과정의 다른 영역, 특히 과학에서 문제를 풀 때 데이터 처리 기능을 선택하고 이용한다. 2. 어려움을 극복하기 위해 대안적 접근을 시도하는 것을 포함하여 문제에 유연성 있게 접근한다. 3. 주어진 문제를 푸는 데 필요한 데이터를 분명히 한다. 4. 데이터를 포함하는 문제를 풀기 위해 적절한 계산 기능을 선택하고 이용한다. 5. 결과를 검토하여 풀이가 그 문제의 맥락에서 합리적임을 확실히 한다.

7) 네덜란드(Doorman et al., 2007: 415), 싱가포르(Ministry of Education, 2006: 11), 포르투갈(da Ponte, 2007: 427)은 각각 (그래픽) 계산기, 컴퓨터와 같은 새로운 공학 도구가 수학교육에서 문제해결을 위한 새로운 기회를 창출하고, 교수・학습 및 평가에서 계산 기능과 문제해결 기능에 대한 강조 사이의 평형을 잘 이룰 수 있으며, 탐구 및 조사 활동을 위한 잠재력을 지닌다고 말한다.

않다.

예컨대 교육과정 문서상 'ICT 기회'라고 명시하여 stage1의 도형영역의 2번 항목에서 '학생들은 무게나 시간을 측정하기 위한 디지털 장치와 아날로그 장치를 이용할 수 있다(ibid.: 19).'고 기술하였다. 또한 stage2의 도형영역의 3번 항목에서는 '학생들은 테셀레이션과 같은 반복 패턴을 창출하기 위해 소프트웨어를 이용할 수 있다(ibid.: 25).'고 하였다.

3. 일본의 교육과정에서 문제해결

일본 역시 수학교육의 세계적 동향 속에서 문제해결이 강조되어 왔지만 교육과정에서 목표 진술에 문제해결이 포함된 것은 1951년의 것이 유일하다(Hino, 2007). 그렇다고 일본 수학교육에서 문제해결을 등한시해왔다고 말하는 것은 위험하다. 문제해결보다는 *수학적 사고력* [S7]이라는 표현에 초점이 맞추어져 왔기 때문이다. 세계적으로 문제해결 교육이 본격화된 80년대에도 일본 교육과정에서는 새수학의 잔재인 창의성과 수학적 사고력의 신장이라는 본질적인 아이디어가 이어졌고, 그 과정에서 교수 학습 방법으로서 문제해결이 주목받게 되었다. 또는 문제해결 과정을 면밀히 검토함으로써 학생의 사고를 평가하기 위한 방법을 제공할 수 있다는 점에 초점이 맞추어졌다. 다시 말해 문제해결은 수학교육의 목표라기보다는 목표 달성을 위한 교실에서의 교수 방법, 평가도구 정도로 여겨진 것이다. 양자 사이의 구별을 '수학적 사고는 수학적 개념, 법칙, 알고리즘 등을 창출하고 형성하는 데 관련되는 것으로 간주한 반면, 문제해결은 그러한 개념과 알고리즘을 유연하고 효과적으로 사용하고 적용하는 데 관련되는 것으로 간주하였다(ibid.: 504).'라고 함으로써 문제해결의 도구적 측면을 강조하는 취지를 읽을 수 있다. 실제로 현행 교육과정에서도 문제해결에 대한 언급은 별로 보이지 않는다. 최근 개정의 특징인 각 학년에 연관된 '산수적 활동'에서 문제해결 관련 활동을 유추할 수 있고, 목표 진술 중 '일상에 대해 통찰을 갖고 조리를 세워 생각하며 표현하는 능력을 기른다.'와 관련하여 다음과 같은 설명이 있다.

> 문제를 해결하기 위한 새로운 방법을 만들어 결과를 얻으려고 할 때 매우 조리 있게 통찰하여 생각할 필요가 있다. 해결을 위한 방법과 결과에 대한 통찰을 가지려고 할 때, 문제 각각의 요소와 전체적인 상황을 관찰하거나 스스로 시행하고 실험하는 일이 도움될 때가 많다. 더욱이 몇 개의 구체적인 예를 조사해서 공통성을 찾아내는 귀납적 사고와, 유사한 장면으로부터 추측하는 유추적 사고를 사용하는 일도 있다. 통찰을 지니는 것은 문제해결을 적절하게 또한 합리적으로 추진해가는 이상으로 중요한 것이다.
> 문제해결의 방법과 결과가 옳은지 확실하게 보이기 위해서는 통찰을 세워서 생각하는 것이 요구된다. 그것은 근거를 밝히면서 한걸음씩 나아간다고 하는 생각이다. 주어진 전제를 기초로 하여 설명해가는 연역적 사고가 대표적인 것이지만, 아동이 산수를 학습해가는 동안에는 귀납적 사고와 유추적 사고도 역시 근거가 되는 사항을 보인다고 하는 점에서 통찰을 세운 사고의 하나라고 말할 수 있다(文部科學省, 2008: 20).

이 진술 역시 문제해결 자체에 대한 강조라기보다는 문제해결 과정에서 필요한 수학적 사고에 대한 설명에 가깝다.

교육 실제와 훨씬 가까운 교과서에서도 문제해결에 대한 강조는 보이지 않는다. 국정이 아니라 교과서마다 차이가 예상되기는 하지만 전국에서 사용 빈도가 높은 것으로 알려진 清水靜海 외(2004)에서는 단원별 또는 학기별 마지막에 심화문제를 제공하거나 '마법사의 수학'이

라는 코너를 통해 실생활 문제를 다루는 정도이다.

수학적 사고를 통해 수학적 지식을 구성한 다음 그것을 적용하는 단계를 문제해결과 연결짓는 일본의 입장은 문제해결 자체를 수학교육의 중심에 위치시킨 그 밖의 나라들과 뚜렷이 구별된다. 후자의 나라들은 오히려 문제해결 활동을 통해 그 과정에서 귀납과 유추 등의 수학적 사고를 개발한다고 보기 때문이다.

4. 프랑스의 교육과정에서 문제해결

프랑스의 현행 교육과정은 2002년 개정본이다. 프랑스의 초등학교 체계는 CP, CE1, CE2, CM1, CM2의 다섯 개 학년인데 그중 유치원과 CP는 주기 1, CE1과 CE2는 주기 2, CM1과 CM2는 주기 3으로 하여 학년별이 아닌 주기별로 교수요목이 정해져 있어서 학교내지는 교사에게 많은 자율성을 부여함으로써 융통성 있는 운용에 대한 취지를 담고 있다.

프랑스 교육과정 역시 싱가포르와 마찬가지로 문제해결을 수학교육의 중심으로 간주하고 있다. 교육과정의 도입부분에서 '문제해결을 위한 중심적 위상'이라는 제목 하에 수학 교수·학습에서 문제해결의 위상을 결정적으로 설정하고 있다.

> 수학은 예측하고 결정하기 위한 수단 및 도구를 제공하는 것으로 존재해와야 했다. 수학을 한다는 것은 진정한 문제를 해결하도록 허용하는 그러한 도구를 정교하게 하는 것이다. 그리고나서 그 도구들을 더 잘 알아가고 새로운 문제에서 작동하게 하기 위해 사용하는 것을 연습하는 것이다(MJER[8], 2002).

이와 같은 대전제 아래 지식의 구성, 지식의 재투자, 연구 문제, 개별적 또는 전문적 해법, 실제 상황 설정의 항목별로 보다 상세하게 설명을 제공하고 있다.

<표 IV-2> 프랑스 교육과정에서 문제해결 관련 능력

주기	문제해결에서 요구되는 능력
2	- 개인적인 해결 절차에 참여하고 완수한다. - 경우에 따라서는 자신의 탐구에 의존하여, 사용된 방법을 말로 설명한다. - 자신이 생각한 것과 다른 절차가 존재함을 인정하고 그것을 이해하려고 노력한다. - 제기된 질문에 대한 답을 작성한다. - 문제에서 오류를 찾아낸다.
3	- 문제를 처리하기 위해 자신의 지식을 이용한다. - 구하는 문제에서 원래 해를 찾는다. - 추론하고, 해결의 여러 단계를 분명히 한다. - 자신의 방법과 결과를 써서 형식화하고 의사소통하며 그것을 구어적으로 표현한다. - 해의 적절성이나 진실성을 조절하고 논의한다. - 해결하는 데 관여하는 절차로부터 선택적인 것들을 구별해내면서 풀이에서 오류를 밝혀낸다. - 자신의 또는 친구의 해법의 타당성에 대해 토론한다.(이것은 학생들이 방법이 유일하다고 생각하지 않으며, 따라서 교사는 여러 방법을 허용한다는 것을 제안한다.)

8) Ministère de la Jeunesse, de 'Education nationale et de la Recherche의 약자로 청소년, 교육, 연구를 담당하는 세 개의 행정 부처를 말함.

주기별로 할당된 '내용, 능력, 해설'에서도 첫 주제가 '주기 2(또는 3)의 수학 학습에서 문제해결의 위상'이다. 주기 2는 두 쪽에 걸쳐 상세하게 다루고 있어 예컨대 문제에서 주어진 수치의 크기가 아동이 선택하는 절차에 영향을 미치는 주요 변인을 이룬다는 설명을 포함할 정도이다. 한편 주기 3은 주기 2와 많은 부분이 공통적이어서 문제 상황 및 표현 방식 등을 다루며 한 쪽에 걸친 설명으로 이루어져 있다. 프랑스에서는 문제해결을 내용 요소가 아닌 능력으로 보기 때문에 문제해결에서 성취해야할 능력을 <표 IV-2>와 같이 제시한다.

수학교육과정 전반에 걸친 문제해결에 대한 강조와 더불어 <표 IV-2>에서 발견되는 특징은 의사소통, 표현, 논의, 타당성과 같은 단어에서 추출할 수 있는 해법의 *타당성에 대한 토론* [S8]을 강조한다는 점이다. 토론 문화의 기초가 두터운 사회인 프랑스에서의 교육의 특징적인 단면을 보여주는 듯하다. II장에서 교수학적 상황론과 관련하여 이미 지적했듯이 일반 해결 전략의 개발에 대한 내용은 보이지 않는다.

5. 그 밖의 상황

미국은 80년대 수학교육에서 문제해결을 강조한 주창국으로서 국가 차원의 교육과정은 의도하지 않지만 그에 버금가는 규준이 되고 있는 NCTM(2000)속에서 문제해결에 대한 강조를 확인할 수 있다. 학교수학에서 가치를 두어야 하는 열 가지 규준을 제시하는 바, 학생들이 수학 수업에서 알아야하고 할 수 있는 것으로 학생들이 배워야 하는 내용 규준 다섯 가지와 이를 획득하고 활용하는 방법인 과정 규준 다섯 가지를 말한다. 후자인 과정 규준의 첫째가 바로 문제해결이며 다음을 제시한다.

- 문제해결을 통해 새로운 수학적 지식을 만들어낼 수 있다.
- 수학과 다른 교과상황에서 나타나는 문제를 해결할 수 있다.
- 문제를 해결하기 위하여 다양하고 적절한 전략을 적용하고 채택할 수 있다.
- 수학 문제해결 과정을 관찰하고 반성할 수 있다.(NCTM, 2000: 62)

네덜란드 역시 국가 차원의 교육과정은 없지만 수학교육 전반이 현실주의 수학교육론에 기초하여 이루어지고 있기 때문에 '현실주의 수학교육의 원리에 기초한 문제지향 교육과정 (Doorman et al., 2007: 405)'이라고 표현할 정도로 현실주의 수학교육을 전개하기 위한 토대로 문제해결을 이용하는 것이 사실이다. 그럼에도 불구하고 네덜란드 초등학교 수학에서는 문제해결에 대해 명시적으로 언급하지 않는다. 적어도 초등수학에서는 문제해결 활동이 부족하고, 수학 내적인 문제없이 다만 실생활 문장제 문제를 푸는 데 초점이 맞춰진 것으로 알려진다.

이탈리아는 1985년부터 초등수학교육에 문제해결이 도입되었으며 국가차원의 교육과정이 있지만 교육실제에 대한 통제는 느슨하기 때문에 문제해결에 관한 연구가 활성화된 것에 비해 실제에 미치는 영향은 상대적으로 적은 것으로 말해진다(Boero & Dapueto, 2007). 특히 흥미로운 상황은 *조건이 부족한 문제*[S9]와 관련한 것이다. 교육과정을 가장 신속하고 충실하게 따르는 것이 교과서일 것인데, 실제로는 교육과정의 정신을 '따르는' 것이 아니라 훼손시킨 경우를 보여주는 사례이다. 이탈리아 교육과정에 포함된 '문제해결에 본질적인 데이터가 부족한 것을 골라내어 완성시키기'라는 문구를 실현하기 위해 교과서에서는 부족한 데이터를 찾고 문제를 완성하는 것을 목표로 하는 문제들을 하나의 단원으로 설정하여 훈련시킨 것이다. 진정한 문제해결 활동이 연습문제로 전락

해버린 경우이다.

한편 이스라엘은 국가 차원에서 전 학년의 교수요목을 정하지만, 6~7개의 초등학교 교육과정 프로젝트(교과서, 익힘책, 지도서, 교구, 평가지 포함)가 개발되어 교육부의 검정을 받은 후 학교가 그 중 하나를 선택하게 되어 있다(Arcavi & Friedlander, 2007). 2005-2006학년도에 채택된 새로운 교수요목에 따른 초등 교육과정 프로젝트 팀은 모두 다섯 개인데 그 중 두 팀이 강조하는 것으로 역 모델링(inverse modeling)이 있다(Ibid.: 359). *역 모델링*[S10]은 말로 제시된 상황을 수학적 모델로 번역할 것을 요구하는 문장제와 정반대로 주어진 수치 데이터를 이용하여 그들 간의 관계를 설정하고 그것을 말로 표현하는 것을 지칭한다.

이상의 고찰에 따르면, 수학적 사고를 특히 강조하는 일본을 제외한 모든 나라에서 문제해결은 수학교육의 중심적 위상을 차지하고 있음을 알 수 있다. 그러나 그러한 기본 생각을 구현하는 과정에서 드러나는 특징들은 다양하게 표출되어왔다. 그 중 문제해결 전략의 명시적인 지도, 문장제의 강조, ICT의 활용, 해법의 타당성에 대한 토론, 조건이 부족한 문제, 역 모델링 등이 이후 우리나라 초등 교과서의 분석틀로 이용될 것이다.

V. 논의 - 선정된 체를 통한 초등수학 교과서 분석

PISA 2003(Doorman et al., 2007: 408)에 따르면 우리나라는 수학 자체의 점수에 비해 일반적인 분석적 논증 능력을 다룬 문제해결 점수가 뛰어나다는 결과를 얻은 나라 중 하나이다. 구체적인 요인 분석은 이루어지지 않았지만 적어도 문제해결 분야의 높은 성취를 인정할 수 있다.

실제로 앞서 고찰한 외국의 수학교육과정에서 문제해결을 다루는 수준과 비교할 때 우리나라 교육과정에서 의도하는 문제해결 교육은 매우 강도 높은 수준이라는 결론에 이르게 된다. 더욱이 교육 현장에서 교사는 교육과정보다 교과서에 더 의존하는 경향이 있다[9]. 이에 앞선 고찰에서 추출한 문제해결 교육의 다양한 특징을 체(S1~S10)로 삼아 우리나라 제7차 교육과정에 따른 초등수학 교과서를 걸러봄으로써 우리나라 문제해결 교육의 측면을 다각적으로 분석할 것이다.

1. S1: 문제 제기

문제 제기, 즉 문제 만들기 활동은 문제해결의 매우 적극적인 측면을 보여준다. 주어진 문제를 푸는 수동적 태도에서 나아가 스스로 문제를 만들어 풀어봄으로써 관련 지식에 대한 구조를 파악할 수 있을 것이 기대되기 때문이다. 교과서에서 발견되는 문제 제기 활동의 유형은 다음과 같다.

- 그림 보고 문제 만들기(1-나: 60)[10]
- 주어진 식에 알맞은 문제 만들기(1-나: 120, 3-가: 64)에서는 식이 주어지고 식에 알맞은 문제를 만드는 것을 다룬다. 역 모델링(S10)과의 통합이라 할 수 있다. 예를 들어, '5+3'에 대해 '토끼 5마리가 있습니다. 또, 강아지 3마리를 사왔습니다. 모두 몇 마리입니까?'와 같은 보기를 제시한다.
- '이와 비슷한 문제를 만들어 풀어 보시

9) 이는 우리나라에서만의 상황은 아니다. 프랑스에서도 마찬가지 현상이 있음을 지적하고 있다(Artigue & Houdement, 2007: 377).
10) 일반 참고문헌 인용과 달리 교과서 인용시 편의상 (단계: 쪽수)로 나타내었다.

오.'(5-가: 138)

- '문제의 숫자를 바꾸어 새로운 문제를 만들어 보시오.'(6-가: 15, 83)
- '생활 주변에서 비례배분이 적용되는 예를 찾아보고, 문제를 만들어 풀어보시오.'(6-나: 126)
- '보기를 참조하여, 다음 생활 장면에서 나타나는 문제를 직접 만들어보고, 해결하여 보시오.'(6-나: 138)
- '글을 읽은 다음, 문제를 만들고 풀어 보시오.'(3-가: 88)

이는 주어진 식으로부터 문장제를 만드는 활동, 문제해결의 가장 마지막 단계에서 유추나 수치 변환을 통해 새로운 문제를 만드는 활동, 학습 주제의 적용 사례를 생활에서 찾아 그것을 소재로 문제를 만드는 활동, 주어진 생활 장면을 이용하여 문제를 만드는 활동으로 분류할 수 있다. 나아가 '여러 가지 시간표를 모아 보고, 시간셈 문제를 만들어 풀어 보시오(3-가: 120)'와 '주어진 여러 가지 자료를 이용하여 문제를 만들고 풀어보시오(6-가: 137-138)'와 같이 프로젝트형의 문제 제기 활동도 다루어진다.

문제 제기 전략으로 보다 친숙한 것은 주어진 문제에서 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들어보는 경험이다. 이와 같은 방침이 2007년 개정 교육과정의 6학년에 '주어진 문제에서 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들고'라고 제시되어 있다. 초등학생들로 하여금 현재보다 적극적인 의미로 문제해결 활동을 경험시킬 것이 기대된다.

2. S2 : 문제해결의 의미

III장에서 보았듯이 역대 교육과정기를 통해 우리나라 수학교육에서 문제해결의 의미는 적잖이 변해왔고 제7차 교육과정 및 2007년 개정 교육과정의 관점은 문제해결을 하나의 영역으로 다룸으로써 교수요목, 즉 교육내용으로 다루고 있음을 알 수 있다. 그러나 교과서 구성을 보면 양면성을 지닌다. 내용인 동시에 과정이다. 다시 말해 문자와 식이라는 영역 속의 초등학교에서의 주요 내용으로 다루어지는 것은 1-나 단계부터 나오는 마지막 단원 '문제 푸는 방법 찾기'와 관련된다. 이 단원은 문제해결에 대한 교육을 위한 장이므로 적절한 문제를 선정하여 각 전략의 지도, 전략 선택, 여러 방법의 비교 등을 다룬다. 한편 과정으로서의 문제해결은 각 단원의 말미에 나오는 코너 '문제를 해결하여 봅시다.' 또는 '실생활에 적용하여 봅시다.'를 통해서이다. 여기서는 단원 내용을 학습하기 위한 목적으로 문제해결이 도구, 즉 기능 및 적용 측면에서 이용되는 것이다. 예를 들어, 6-나 단계(p.21)에서 분수의 나눗셈을 배운 후, 넓이와 가로가 주어진 직사각형 모양의 꽃밭에 대해 세로를 묻는 문제를 제시한 후 해결 과정을 단계별로 발문하는 형식[11])을 띤 경우도 있다.

3. S3: 수학 학습의 출발점으로서 실생활 문제

현실주의 수학교육에서는 현실 맥락으로, 수학교수학적 상황론에서는 상황으로 표현된 이 문제는 가르치고자 하는 지식을 도구로 하여 해결할 수 있는 문제를 말한다. 우리 교과서에서는 대부분의 차시 도입부에 제시된 '생활에서 알아보기'에 해당한다. '생활에서 알아보기'에서 주어진 문제를 이용하여 본 활동을 전개한다. 즉 출발 문제는 본 활동에서 가르치고자 하는

11) '문제 푸는 방법 찾기' 단원에서 학습한 바에 따라 Polya의 문제해결 단계에 근거한 과정, 즉 구하려고 하는 것과 주어진 것을 묻고, 그림 그리기와 식 세우기 전략을 이용하여 세로를 구한 후, 검토 및 유사 문제 만들기까지의 과정을 따라가도록 발문하였다.

목표 지식을 알지 못해도 학생 나름의 방법으로 해결할 수도 있는 문제이다. 그러나 그것을 풀기에 적절하고 효과적인 개념이나 연산 방법(연산 영역에서는 대부분 표준 알고리즘에 해당) 등이 본 활동을 통해 학습되어야할 학습 목표인 것이다. 문제에 담긴 실생활 맥락이 인위적이지 않고 진정한 현실 맥락인가의 여부는 차치하고라도 수학 학습의 출발점으로서의 실생활 문제를 충실하게 구현하고 있는 부분이다.

예를 들어 3-나에서 첫 차시(p.6)는 네 자리 수와 세 자리수의 합을 구하는 방법을 알아보는 내용이다. 생활에서 알아보기는 축구장에 입장한 남자 1976명과 여자 345명이 모두 몇 명인지 알아보는 문제로 되어 있다. 일의 자리부터 받아올림하면서 더해가는 표준 계산방법을 지도하기에 앞서 1976과 345의 합을 여러 가지 방법으로 알아보도록 하는 탐구 활동으로 시작하여 수모형을 이용하여 표준 계산방법으로 전개된다. 이때 생활에서 알아보기를 해결하기 위한 하나의 도구가 본 수업 내용이며 이미 세 자리 수끼리의 합을 배웠기 때문에 명시적인 지도 없이도 각자의 방법으로 주어진 문제의 해결을 시도해볼 수 있는 것이다.

한편 수학화 활동을 통한 학습에서 마지막 단계인 실생활에의 적용 역시 우리 교과서에서 구현되는 부분이 있다. 두 가지로 나타나는데, 하나는 일부 차시의 맨 마지막에 '생활에서 활용하기'라는 문제 제시를 통해 이루어지고 다른 하나는 각 단원의 마지막 부분에 나오는 '실생활에 적용하여 봅시다' 수업을 통해서이다. 전자에 비해 후자가 보다 광범하고 종합적인 사고를 요구하는 적용 문제에 해당한다.

4. S4: 명시적인 전략 지도의 방법

프랑스를 제외한 여러 나라에서 다양한 문제해결 전략의 지도에 대해서는 찬성하지만 그 방법에 있어서는 의견이 엇갈린다. 이러한 전략을 명시적으로 강조하여 문제해결을 수나 도형 같이 하나의 독립적인 내용 영역으로 다룰 것인지, 또는 타 내용 속에 통합하여 가르쳐야 할 것인지, 그렇다면 어떻게 통합해야 하는 것인지에 대한 것이다.

NCTM(2000)은 초등학교의 경우 교사로 하여금 학생들이 전략을 표현하고 범주화하며 비교하도록 도울 것을 권고한다. 그러나 교육과정의 여러 내용 영역에 걸쳐 전략을 활용할 기회를 자연스럽게 포함시켜야 한다고 하였다 (p.64).

싱가포르에서는 2000 중등 수학교육과정에서 문제해결이 독립적인 교수 내용으로 다루어졌으나 2007 교육과정에서는 적절할 때마다 수업에 통합되어야 한다고 함으로써 문제해결의 역할에 대한 새로운 이해를 반영하고 있다(Fan & Zhu, 2007: 496).

한편 Arcavi & Friedlander(2007)는 이스라엘의 문제해결 교육 역시 특정 주제를 가르치려는 목적을 제시할 필요 없는 문제를 포함함으로써 해결 전략 및 반성(메타인지)의 지도 가능성을 암묵적으로 시사하고 있지만, 수학 내용 자체보다는 덜 중요한 것으로 여기고 있다고 하였다.

우리나라의 경우 제6차 교육과정기를 기점으로 문제해결 전략이 지도 내용으로 등장하여 7차 교육과정과 더불어 2007년 개정 교육과정에서는 명시적인 내용 요소로서 실제로 해보기, 그림 그리기, 식 만들기, 규칙 찾기, 거꾸로 풀기, 표 만들기, 예상과 확인, 단순화하기, 논리적 추론 전략에 대해 명시적인 지도를 포함하는 것으로 정하고 있다. 별도의 단원에서 해당 전략을 이용하기에 적절한 문제를 제시하고 전략까지 제안함으로써 해결 전략을 경험시키는

것이다. 물론 각 단원의 마지막 차시를 이용한 통합적 방법도 이용되고 있다. 본 연구에서의 고찰 중 Ernest(1991), NCTM(2000), 교수학적 상황론, 프랑스의 교육과정, 싱가포르의 교육과정 변화에 따르면 문제해결 전략을 별도의 내용 영역으로 다루는 것에 대해서는 재고의 여지를 남겨야 할 것이다. 좀 더 많은 관심과 연구가 요구되는 문제이다.

5. S5: 문장제의 우세

문장제란 무엇인가? 문자 그대로 하자면, 문장, 즉 말로 표현된 문제이다. 그러나 김진숙(1997)이 지적하고 있듯이, '단순히 말로 진술된 것을 뜻하는 것은 아니며 어느 정도의 말(word) 개입 정도냐 보다는 문제(problem)의 특성에 관심이 있고', 적어도 초등학교 수준에서의 문장제는 실생활 관련 소재를 다룬 문장제로서 수학적 모델링의 요소를 포함한 것으로 볼 수 있다. 이는 Arcavi & Friedlander(2007)에서도 유지되는 개념이다. 그들은 문장제를 보통 실생활 맥락에 나타나는 문제로서 문장제를 풀기 위해 다음과 같은 활동을 필요로 한다고 보았다(p.359).

-적절한 데이터를 확인하기
-맥락의 세세한 것들을 제거하기
-적절한 언어 정보를 수학적 모델로 번역하기
-그 모델 내에서 조작하고 수학적 결과를 얻기
-그 결과를 주어진 상황으로 해석하기

문제해결을 위한 문제가 반드시 문장제일 필요는 없고 문제 표현상의 한 종류이므로 문장제는 문제보다 하위 개념이지만 거의 동일한 개념으로 다루어지고 있다. 그 이유로는 실생활 문제를 강조하는 측면에서 수학 외적 문제를 표현해야 하기 때문이라는 점과 다른 한편 계산은 잘 하지만 그 계산기능을 요구하는 문장제는 어려워하므로 장애 요인을 지녀야 한다는 문제의 조건에 잘 들어맞는다는 점을 생각해볼 수 있다. 실제로 1980년대 수학교육에서 문제해결을 강조한 미국 수학 교실에서의 문제해결이란 문장제 해결을 의미하는 것일 정도이다(Schoenfeld, 2007: 543). 국내에서도 양자를 동일시한다는 증거를 밝힌 연구들이 있다(백석윤, 1993; 김진숙, 1997). 실제로 초등수학 교과서 중 많은 문제가 문장제인 것이 확인되며 문장제가 아닌 문제들은 도형 영역(예컨대, 6-나: 75)이나 측정 영역(예컨대 3-나: 73)과 같이 주로 수와 연산 영역 이외에서 실행, 게임, 퀴즈 등의 형식으로 발견된다.

6. S6: 문제해결을 위한 수학적 장비와 자료의 활용(ICT 포함)

ICT를 포함한 공학도구의 사용은 문제해결을 위한 새로운 가능성을 제공한다고 주장되어 왔다. 기존의 지필 환경과는 다른 성격의 탐구 환경 및 발견의 맥락을 마련하기 때문이다. 이러한 맥락에서 중등 수학교과서에서는 다양한 소프트웨어를 이용하려는 의도가 보인다. 한편 초등수학에서는 실생활 문제에서 수치가 복잡하여 계산이 번거로울 때 '계산기를 사용하여 구하시오.'라고 명시화함으로써 계산기를 도구로 적극 활용하거나(5-나: 68, 116, 123 등), 기상청 홈페이지에 여러 가지 기상 자료가 있음을 소개하고 그 중 일부를 이용하거나 혹은 그것을 통해 자료를 수집한 후 해결할 수 있는 문제를 제시하기도 한다. 인터넷을 이용한 학습이다.

자기가 살고 있는 지역의 기상 자료를 수집하고, 평균 기온을 구하여 보시오.
일상생활에서 평균이 이용되는 경우를 찾아 자

료를 수집하고, 평균을 구하여 보시오.(5-나: 123)

이런 유형의 문제들은 도구 사용이나 자료 수집이라는 과제의 특성, 과제 수행에 필요한 시간 등의 요인 때문에 프로젝트형 문제해결 활동으로 주어지게 된다.

전반적으로 영국의 교육과정에서 각 영역의 내용 요소 중 적합한 것에서 ICT 활용 기회를 구체적으로 서술한 것에 비하면 다소 미흡한 점이 있다.

7. S7: 수학적 사고와의 관계

일본 교육과정에서는 문제해결보다 상위의 목표로 수학적 사고가 중요시되었다. 우리 교육과정에서는 수학과 목표에 '수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다(교육부, 1998: 175).'라고 하여 마치 수학적 사고 능력을 기르는 이유를 최종의 목표인 문제해결 능력 및 태도를 기르기 위한 것으로 해석할 수 있다. 사실 양자를 거의 동시에 언급하고 있기는 하지만 교과서를 보면 문제해결이 명시적으로 지도되는 것에 반해 수학적 사고는 여러 가지 문제해결 활동을 통해 암묵적으로 다루어질 뿐이다.

예컨대 규칙찾기 전략을 이용하는 문제들은 귀납적 사고에 의존하게끔 되어 있다. 예컨대 제시된 경기 방식대로 경기를 할 때 반의 수가 2, 3, 4일 때의 경기 수를 알아본 다음 반의 수가 하나씩 늘어날 때마다 경기 수의 증가 규칙을 찾아 몇 반일 때의 경기 수를 찾는 과정에는 귀납의 사고가 요구된다(6-나: 135).

한편 6-가(p.64)의 쌓기나무 단원의 문제로, '쌓기나무 3개를 면끼리 연결하여 쌓는다면, 서로 다른 모양을 모두 몇 가지 만들 수 있는지 알아보시오.'에 대해 다양한 경우가 있기 때문에 세 단계를 제시해 준다. 모양의 높이가 1층인 경우, 2층인 경우, 3층인 경우의 세 가지이다. 이 과정에서는 목표 상황에 체계적으로 접근하고자 하는 조직화의 사고가 발휘되어야 한다. 또한 이 문제에 이어 곧바로 나오는 문제는 쌓기나무 4개를 같은 방법으로 만드는 경우의 수를 구하는 것이다. 3개인 경우로부터 유추적 사고를 발휘할 것이 기대되는 학습 장면이다.

저학년에서는 분류 활동을 통해 공통점을 찾는 활동(1-나: 36)이나 젖소라는 실제 대상을 ○와 △로 나타내고 다시 숫자로 표현하는 활동(1-나: 119)에서 추상화의 사고를 신장시키며, 세 사람의 무게 관계를 주어진 둘씩의 관계로부터 추론해내는 추이 관계에 대한 사고(1-가: 93)도 찾을 수 있다.

8. S8: 타당성에 대한 토론

수학에서 타당성은 정당화의 맥락에서 매우 중요하지만 학교수학에서의 타당성에 대한 관심은 의사소통 능력 및 비판적 사고에 대한 강조와 더불어 강화되고 있다고 할 수 있다. 제7차 교육과정에서는 5-나 단계 이후로 해결 과정에 대한 타당성을 설명한 것을 요구하며, 2007년 개정 교육과정에서는 5학년에 문제해결 과정의 타당성에 대한 검토 능력과 6학년에 타당성을 설명하는 능력을 요구한다.

그러나 현행 교과서에서는 관련 내용을 찾기 어렵다. 해당 학년의 활동은 주로 문제해결 과정에 대한 설명이나 문제해결 방법의 비교에 할애된다. 오히려 3-나의 '문제를 해결하고, 그 과정을 설명하여 봅시다.'에서 개수 또는 길이가 증가하는 몇 개의 사례로부터 규칙찾기 활동 후, '왜 그렇게 생각했습니까?'라는 발문을

통해 결과에 대한 이유 및 활동의 근거에 대해 설명할 것을 요구한(pp.114-115) 것이 보다 가까운 내용이다.

9. S9: 조건 부족 또는 여분의 조건 문제

Polya(1957: 8)는 문제 이해 단계에서 교사가 학생을 도울 수 있는 발문으로 '이것이 합리적인 문제인가?'를 포함하였다. 이것으로 의미하는 바를 '미지의 것을 결정하는 데 조건이 충분한가?'라고 하였다. 실제로는 지금껏 문제해결 과정에서 이러한 질문은 거의 필요하지 않았다. 학생들이 경험한 문제는 이를 벗어난 적이 없었고, 따라서 학생들은 문제 이해 단계에서 문제의 조건의 충분함에 대해 검토할 필요성을 느끼지 못하는 것이다.

조건의 부족과 관련한 사태에 대한 경험 부족과 달리 여분의 조건에 대한 내용은 교과서에서 다수 발견된다.

> 어느 오래 된 성에 **고양이 15마리**와 쥐 72마리가 살고 있었습니다. 그런데 쥐 13마리는 고양이가 무서워 도망갔습니다. 남아 있는 쥐는 몇 마리입니까?(2-가: 57)

> 경수네 학교 3학년 **학생 426명**을 대상으로 가장 좋아하는 운동을 조사하였습니다. 축구를 좋아하는 학생은 216명, 야구를 좋아하는 학생은 157명입니다. 축구를 좋아하는 학생은 야구를 좋아하는 학생보다 몇 명 더 많습니까?(3-가: 30)

> 오늘은 월요일이고 **1일**입니다. 오늘부터 100일 후가 운동회날이라면, 운동회날은 무슨 요일인지 알아보시오.(4-가: 113)

> 어느 프로 야구 선수의 지난 시즌 타율이 2할 8푼 8리였습니다. 올해에는 지난 시즌보다 더 좋은 성적을 올리려고 합니다. 이 선수가 올해 약 **140경기**에 출전하여 500번 정도 타석에 선다면, 최소한 몇 개 이상의 안타를 쳐야 합니까?(6-가: 96)

이상의 문제는 학생들이 여분의 조건을 의식하지 못할 수도 있는 경우이지만 다음 문제에서는 문제해결 단계에 따른 발문으로 '구하려고 하는 조건이 무엇입니까? 주어진 조건은 무엇입니까?'에 이어 '불필요한 조건이 있습니까?'와 같이 발문함으로써 여분의 조건이 있을 수 있다는 사실을 의도적으로 의식시키고 있다.

> 아침 8시 30분에 출발하여 기차로 $2\frac{1}{4}$시간, 버스로 $1\frac{1}{3}$시간, 걸어서 10분이 걸렸습니다. 할머니 댁에 가는 데에 모두 몇 시간이 걸렸습니까?(5-가: 84)

더욱이 2007년 개정 교육과정에는 명시적인 언급이 있다. <표 III-3>에서 보듯이, '주어진 문제를 해결하는 데 필요 없거나 부족한 정보를 찾을 수 있다.'가 포함된다. 사실 S9는 현재까지 우리 수학교육에서 그다지 익숙한 주제가 아니었다. 실례로 본 연구자가 예비 초등교사 111명을 대상으로 둘째 문제와 넷째 문제를 제시하고 그 공통점을 찾기를 요구했을 때 26명(약 23.4%)의 학생만이 여분의 조건이 있는가라는 관점에서 문제를 파악할 수 있었다. 그러나 '선장의 나이(l'âge du capitaine)' 현상(Baruk, 1985)[12]과 같은 극단적인 교수 현상을 방지하고, 학생들의 메타인지적 측면의 활성화와 문제 이해 측면의 강화를 위해 한층 주목해야할 부분이다.

12) 프랑스 그르노블의 수학교육연구회(IREM)가 1980년 CE1, CE2 학생 97명에게 '배 위에 양 26마리와 염소 10마리가 있다. 선장의 나이는 몇 살인가?'라는 문제를 냈는데, 그 중 76명이 문제의 수치를 적당히 조합(특히 26과 10의 합)하여 답을 했다는 일화에 기인하여 이름 붙여진 현상을 말한다.

10. S10: 역 모델링

문장제를 풀 때 요구되는 수학적 모델링과 반대 방향의 활동이라는 점에서 역 모델링이라 불린 이 유형의 문제는 정해진 답이나 풀이 알고리즘이 없으므로 비정형적 문제라는 문제해결의 특징 및 해법의 다중성에 대한 태도를 경험시키고, 사고의 유연성에 힘입어 원래 방향인 문장제 해결에도 도움을 줄 것이며, 쓰기와 같은 표현 능력을 증진시킬 것이기 때문에 주목된다. 따라서 우리 교육과정으로 본다면 2007년 개정 교육과정의 기본 이슈인 의사소통의 능력 신장에도 유익하다고 할 수 있다.

교과서에서는 1-가 단계에서 한 개 또는 두 개의 수를 주고 그것을 이용하여 이야기를 만드는 '알맞게 이야기해 보시오.'로부터 출발한다. 이어 덧셈식과 뺄셈식을 배우고 나서 주어진 식에 대해 알맞은 이야기를 해보는 활동이 있다. 1-가의 보기로 주어진 예는 '7-2=5'에 대해 '동물원에 원숭이가 7마리, 코끼리가 2마리 있습니다. 원숭이는 코끼리보다 5마리가 더 많습니다(p.80).'와 같은 것이다. 1-나에서는 부등식이 주어지고 이야기를 만들 것을 요구하는 문제(p.20)와 뺄셈식과 덧셈식으로부터 문장제를 만드는 문제(p.86)가 포함된다. 저학년에서 주로 다루어진 이 활동은 이야기를 만드는 활동이므로 국어의 기본 기능인 쓰기 교육과도 통합하여 교육적 효과를 배가시킬 것이다.

Ⅵ. 맺음말

이상의 교육과정 종횡 비교 분석을 통해 우리나라에서는 제6차 교육과정기 이후에 문제해결이 수학교육의 목표이자 초점이 되어 왔고, 오늘날 많은 나라에서 문제해결이 학교수학의 중심에 위치한다는 사실을 확인할 수 있었다. 그럼에도 불구하고 배경 문화 및 교육체제와 정책 등의 차이로 인해 구체적인 실행 양상에서의 차별화를 볼 수 있었다. 그 과정에서 추출한 열 개의 체를 통해 우리나라의 초등수학 교과서를 분석한 결과, 강약의 정도 차이는 있지만 체를 통해 다양한 측면을 고찰할 수 있었다는 사실로부터 우리나라 초등학교 수학에서 문제해결은 다른 어느 나라보다도 매우 적극적으로 다루어지고 있음을 재확인할 수 있었다.

그러나 다수의 측면을 포괄하려는 의도는 내부적으로 모순적인 양상을 암시하거나 중요한 부분을 상대적으로 소홀하게 다루게 되는 약점을 낳기도 한다. 문제해결 전략을 명시적인 지도 내용으로 취급할 정도의 적극성에 비해 정형문제까지도 문제해결의 대상으로 포괄하는 것은 유사한 적극성을 보이면서도 비정형문제, 열린 문제, 실세계 문제를 명시한 싱가포르의 교육과정과 비교할 때 교육과정에서 수학 문제해결을 생각하는 기본 생각 및 범위에 대해 모호하게 한다. 또한 문제해결을 학교수학 전체 내용 속에 통합하여 지도될 것을 옹호하는 입장과 차별화하여 그것도 강조하지만 별도의 내용 영역으로서도 다루는 양면적 접근은 우리나라 문제해결 교육의 가장 큰 특성으로 비춰질 것이고 문제해결을 매우 강조하는 입장이라는 강한 인상을 줄만한 특성이지만 한편 그 적절성에 대해서는 재고할 필요가 있음을 이미 제안하였다(S4 참조).

한편 비교 분석에서 우리나라 문제해결 교육 중 상대적으로 미흡한 것으로 파악된 측면은 ICT를 포함한 공학도구 활용의 부진(S6), 수학적 사고와의 관련성(S7), 문제해결 과정에서 결과의 타당성에 대한 토론(S8), 조건 부족의 문제에 대한 취급(S9) 등이다.

문제해결을 위해 새로운 공학도구의 활용 가능성은 무궁무진하며, 어느덧 진부하게 느껴질 수도 있는 문제해결의 르네상스를 가능하게 할 새로운 잠재인자가 바로 공학도구일 듯 싶을 정도다. 그러나 교육과정에 '[…] 문제해결력 향상 등을 위하여 가능하면 계산기나 컴퓨터를 적극 활용하도록 한다(교육부, 1998: 214).'는 한 마디를 제외하고는 그 관련성이 고려되지 않는 상황에서, 공학도구가 새로운 문제 상황을 고안하는 데 의미 있는 아이디어를 제공한다면 좀 더 적극적인 활용 방안을 모색해야 할 것이다.

한편 수학적 사고는 문제해결에 비해 암묵적으로 지도되는 상황이라 볼 수 있고, 그에 비해 해법의 타당성 설명에 대한 요구는 명시적임에도 불구하고 교과서에서는 명쾌하게 드러나지 않는 측면이었다. 초등수학에서 타당성의 설명에 대한 요구는 엄밀한 의미의 연역적 증명이라기보다는 귀납의 결과에 대해 스스로 이유를 생각해 보고 개연적 추론 결과에 대해 타당성을 검토해야 할 필요를 인식시키는 차원에서 이루어져야 할 것이다. 발견의 맥락에서 추측에 대한 타당성을 주장하고 타인의 주장을 듣고 그 타당성을 검토하거나 추측에 대한 반례를 제시하면서 토론할 수 있는 능력은 의사소통의 관점에서도 적극 장려되는 활동이라 할 수 있기 때문에 2007년 개정 교육과정에 따른 교과서에서 어떻게 구현될 수 있을지 기대된다.

조건의 여분 및 부족 문제와 관련해서는 특히 후자에 대한 관심이 요구된다. 실제로 교과서에서 여분의 조건을 포함한 문제는 여럿 발견되었지만 조건이 부족한 문제는 다루어지지 않았다. 2007년 개정 교육과정에 따른다면 곧 개발될 5학년 수학 교과서에는 그러한 문제가 포함되어야 한다. 조건이 부족하면 문제를 풀 수 없으므로 그 상황을 학생들에게 적합한 문제로 어떻게 구현할 것인지에 대한 연구가 선행되어야 할 것이다. 이탈리아의 경우처럼 조건의 부족 문제만을 별도의 공간에 다룸으로써 그 또한 연습 문제로 격하시켜버리는 어리석음도 타산지석이 될 것이다. 조건 여분 및 부족의 문제가 문제해결에서 중요한 이유는 그러한 사실을 인식할 수 있다는 사실 자체에 있기 때문이다.

이번 분석틀로 이용되지는 않았지만 이 외에도 고려해야할 함의점으로 문제 고안을 들 수 있다. 문제해결자에 따른 문제 성립의 상대성을 고려한다면, 문제해결을 격려하기 위한 문제의 고안은 학교 현장에서 무엇보다 중요할 것이다. 학생들에게 의미 있는 문제 제공을 위해 어떤 문제를 만들어야 할 것인지 말이다. 수학적으로 적절한가, 독창적인가, 비일상적인가를 생각해야하고, 실생활 문제뿐만 아니라 수학 자체도 문제의 좋은 근원이 될 수 있다는 사실을 간과하지 않아야 할 것이다. 또한 실생활 문제라면 그것이 문제해결을 위해 꾸며낸 거짓 실생활 문제가 아니라 진정한(authentic) 실생활 문제인가에 대한 검토가 요구된다.

참고문헌

교육부(1998). **초등 학교 교육 과정.** 대한교과서주식회사

교육부(2000). **수학과 교육과정 기준**(1946~1997).

교육인적자원부(2002). **수학 2-가.** 대한교과서주식회사

____________(2007). **수학과 교육과정.** 대한교과서주식회사

____________(2007). **수학 3-가.** (주)천재교육

____________(2007). **수학 3-나.** (주)천재교육

______________(2007). 수학 5-나. (주)천재교육
______________(2007). 수학 6-가. (주)천재교육
______________(2007). 수학 6-나. (주)천재교육
______________(2008). 수학 1-가. (주)두산
______________(2008). 수학 1-나. (주)두산
______________(2008). 수학 4-가. (주)두산
______________(2008). 수학 4-나. (주)두산
______________(2008). 수학 5-가. (주)천재교육

김진숙(1997). 초등수학교과서 문장제 분석을 위한 모형 탐구. **대한수학교육학회논문집 제7**(1).

백석윤(1993). 수학 문제해결 교육과 연구에 대한 반성적 일고. **대한수학교육학회 논문집** 제3권 2호.

장혜원(2003). 수학 학습을 위한 상황문제의 활용. **대한수학교육학회지 학교수학 제4권** 3호. 483-494

황치홍(2001). **수학교육에서 문제해결의 교육과 연구 경향의 분석.** 서울교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.

文部科學省(2008). 小學校 學習指導要領解說 算數編.

淸水靜海, 船越俊介(2004). わくわく算數 1-6. 啓林館

Arcavi, A., Friedlander, A.(2007). Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects. *ZDM Mathematics Education* 39: 355-364

Artigue, M., Houdement, C.(2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. *ZDM Mathematics Education* 39: 365-382

Baruk, S.(1985). *L'âge du capitaine.* Seuil

Boero, P, Dapueto, C.(2007). Problem solving in mathematics education in Italy: dreams and reality. *ZDM Mathematics Education* 39: 383-393

da Ponte, J.P.(2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. ZDM Mathematics Education 39: 419-430

Department of Education and Employment (1999). *Mathematics, the national curriculum for England,* http://www.nc.uk.net/webdav/harmonise?Page/@id=6004&Subject/@id=22

Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., van den Heuvel-Panhuizen, M., de Lange, J., Wijers, M.(2007). Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands. *ZDM Mathematics Education* 39: 405-418

Ernest, P.(1991). *The philosophy of mathematics education.* The Falmer Press.

Fan, L., Zhu, Y.(2007). From convergence to divergence: the development of mathematical problem solving in research, curriculum, and classroom practice in Singapore. *ZDM Mathematics Education* 39: 491-501

Grinstein, L.S., Lipsey, S.I.(2001). *Encyclopedia of mathematic education* II. RoutledgeFalmer

Hino, K.(2007). Toward the problem-centered classroom: trends in mathematical problem solving in Japan. *ZDM Mathematics Education* 39: 503-514

Kilpatrick, J.(1985). A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem solving. In Silver, E.A.(ed). *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives.* LEA

Mayer, R.E.(1985). Implication of cognitive psychology of instruction in mathematical problem solving. In Silver, E.A.(ed). *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives.* LEA

Ministère de la Jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche(2002). http://www.cndp.fr/doc_administrative/

Ministry of Education(2006). http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/

NCTM(1980). *Agenda for action: Recommendations for school mathematics in the 1980s.* National Council of Teachers of Mathematics

NCTM(2000). *Principles and standards for school mathematics.* 류희찬 외 역(2007). 학교수학을 위한 원리와 규준. 경문사.

Polya, G.(1957). *How to solve it.* Doubleday & Company, Inc.

________(1962). *Mathematical Discovery.* volI. John Wiley & Sons, Inc.

Schoenfeld, A.H.(2007). Problem solving in the United States, 1970-2008: research, and theory, practice and politics. *ZDM Mathematics Education* 39: 537-551

Sowder, L(1985). Cognitive psychology and mathematical problem solving: a discussion of Mayer's paper. In Silver, E.A.(ed). *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives.* LEA

Törner, G., Schoenfeld, A.H., & Reiss, K.M.(2007). Problem solving around the world: summing up the state of the art. *ZDM Mathematics Education* 39: 353

Study on Problem Solving in Elementary School Mathematics through Comparative Analysis

Chang, Hye Won (Chinju National University of Education)

The purpose of this study is to examine the state of problem solving in Korean elementary mathematics. To do this, we considered the meaning of problem and problem solving in mathematics education, and analyzed the mathematics curricula in the longitudinal - latitudinal dimensions respectively. The longitudinal one consists in examining and comparing the all-time Korean elementary mathematics curricula. Meanwhile the latitudinal one consists in examining and comparing the elementary mathematics curricula of Singapore, the United Kingdom, Japan, and France.

As a result of analysis, we selected ten sieves for analysing Korean elementary mathematics textbooks according to the 7th mathematics curriculum. By the analysis, we conclude that we teach problem solving quite positively in school mathematics relative to another countries, in particular we have to reconsider some issues including dealing problem solving as a independent content not a process integrated in other contents.

* Key words : problem solving(문제해결), elementary school mathematics(초등수학), longitudinal analysis(종적 분석), latitudinal analysis(횡적 분석)

논문접수: 2009. 4. 1
논문수정: 2009. 5. 15
심사완료: 2009. 5. 25