



프리스트레스트 콘크리트 보를 위한 변형률 기반 전단강도 모델

강순필¹⁾ · 최경규²⁾ · 박홍근^{1)*}

¹⁾서울대학교 건축학과 ²⁾단국대학교 건축공학과

Strain-Based Shear Strength Model for Prestressed Beams

Soon-Pil Kang,¹⁾ Kyoung-Kyu Choi,²⁾ and Hong-Gun Park^{1)*}

¹⁾Dept. of Architecture, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea

²⁾Dept. of Architectural Engineering, Dankook University, Yongin 448-160, Korea

ABSTRACT An analytical model for predicting the shear strength of prestressed concrete beams without shear reinforcement was developed, on the basis of the existing strain-based shear strength model. It was assumed that the compression zone of intact concrete in the cross-section primarily resisted the shear forces rather than the tension zone. The shear capacity of concrete was defined based on the material failure criteria of concrete. The shear capacity of the compression zone was evaluated along the inclined failure surface, considering the interaction with the compressive normal stress. Since the distribution of the normal stress varies with the flexural deformation of the beam, the shear capacity was defined as a function of the flexural deformation. The shear strength of a beam was determined at the intersection of the shear capacity curve and the shear demand curve. The result of the comparisons to existing test results showed that the proposed model accurately predicted the shear strength of the test specimens.

Keywords : shear strength, prestressed concrete, compression zone, failure surface

1. 서 론

프리스트레스트 콘크리트 보에서는, 프리스트레스 압축력을 가함으로써, 인장응력의 발생을 줄이고, 부재의 휨 성능을 증가시킨다. 실험 결과에 의하면 프리스트레스 압축력은 보의 휨 성능뿐만 아니라 전단성능을 증가시키는 것으로 알려져 있다.¹⁾

현재까지의 실험 연구에 따르면, 철근콘크리트 보 또는 프리스트레스트 콘크리트 보의 전단파괴는 복부-전단 균열파괴와 휨-전단 균열파괴로 구분할 수 있으며,^{1,2)} 원칙적으로 모든 보에서는 이 두 가지 파괴 메커니즘을 모두 검토해야 한다.

복부-전단 균열파괴에서는, 복부에 경사인장균열이 발생하면서, 종국적으로는 대각 콘크리트의 압축파괴 (web crushing)에 의하여 전단파괴가 일어난다. 이러한 복부-전단 균열파괴는 비교적 얇은 두께의 복부를 갖는 I형 단면의 보와 경간이 짧아서 아치작용이 비교적 큰 보에서 나타난다. 이 복부-전단 균열파괴는, 균일한 전단력을 받는 패널에 대한 실험연구에 근거한 Vecchio and Collins³⁾의 수정압축장이론 (modified compression field theory)에

의하여 예측할 수 있다.

휨-전단 균열파괴에서는 휨-전단균열이 중립축까지 진전된 후, 압축대에서 경사인장균열에 의하여 전단파괴가 발생한다. 전단스팬비가 크고, 사각형의 단면을 갖는 세장한 보에서는 일반적으로 휨-전단 균열에 의해 전단파괴가 일어난다. 이 연구에서는 휨-전단 균열파괴강도의 예측에 초점을 둔다.

현행 설계기준 ACI 318-05⁴⁾는 각각 휨-전단 균열 강도 v_{ci} 와 복부-전단 균열 강도 v_{cw} 를 제안하고 있으며, 프리스트레스트 보의 전단강도는 이 중에서 작은 값으로 결정하고 있다 (Table 1). 휨-전단 균열 강도 v_{ci} 에서 프리스트레스 압축력의 영향은 균열 모멘트 M_{cre} 를 통해 반영되고 있다.

Eurocode 2⁵⁾는 휨과 축력, 그리고 프리스트레스를 받는 일반적인 보-기둥 부재에 대해 통합적으로 적용할 수 있는 전단강도 산정식을 균열단면과 비균열단면에 대해 각각 제시하고 있다. 균열단면의 전단강도는 크기효과계수 k 를 포함하고 있으며, 전단스팬비의 영향은 고려하고 있지 않다. Sozen et al.¹⁾의 식은 경사균열 발생 강도를 대상으로 경험적으로 개발되었다. 이 식은 콘크리트 인장강도와 전단스팬비의 영향을 고려하고 있으며, 콘크리트 인장강도는 I형 보의 복부 파괴 실험결과에 주응력 해석을 적용하여 추정하였다. Bazant and Cao⁶⁾는 전단파괴 시 부재의 모멘트 평형조건과 경험적 상수로써 정의

*Corresponding author E-mail : parkhg@snu.ac.kr

Received September 16, 2008, Revised November 21, 2008

Accepted November 21, 2008

©2009 by Korea Concrete Institute

Table 1 Existing shear strength models for prestressed concrete beams without web reinforcement

Investigator	Shear strength models (MPa)
ACI318-05 ⁴⁾	$v_c = 0.05 \sqrt{f'_c} + 4.8 \frac{V_u d}{M_u} (0.17 \sqrt{f'_c} \leq v_c \leq 0.42 \sqrt{f'_c})$ or the lesser of $v_{ci} = 0.05 \sqrt{f'_c} + \frac{V_d + (V_i M_{cre} / M_{max})}{bd} \geq 0.14 \sqrt{f'_c}$ and $v_{cw} = 0.29 \sqrt{f'_c} + 0.3 P_e / A_c + \frac{V_p}{bd}$ $M_{cre} = (I / y_i)(0.5 \sqrt{f'_c} + f_{pe} - f_d)$
	V_u = shear force, M_u = flexural moment V_d = shear due to unfactored dead load V_i, M_{max} = shear force and flexural moment due to externally applied loads f_{pe} = compressive stress in concrete due to effective prestress at extreme fiber of section where tensile stress is caused by externally applied loads f_d = stress due to unfactored dead load at extreme fiber of section where tensile stress is caused by external force
	In the cracked regions, $v_{Rd,c} = 0.12k(100\rho_p f'_c)^{1/3} + 0.15 \sigma_{cp}$ $\geq 0.035k^{3/2} \sqrt{f'_c} + 0.15 \sigma_{cp}$ $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0$, d in mm, $\rho_p \leq 0.02$
	In the uncracked regions, $v_{Rd,c} = (I / Sd) \sqrt{(f_{ctd})^2 + \sigma_{cp} f_{ctd}}$ $\sigma_{cp} = P_e / A_c < 0.2 f_{cd}$ in MPa f_{cd}, f_{ctd} = design value of concrete compressive and tensile strength
	Sozen, Zwoyer, and Siess ¹⁾ $v_c = \frac{(f'_t + P_e / A_c) a}{d}$ $f'_t = 6.9 / (1 + 41.4 / f'_c)$ in MPa
Bažant and Cao ⁶⁾ $v_c = \frac{0.33 \sqrt{f'_c} + 0.4 P_e / A_c}{a/d} \left(1 + \frac{d}{25d_a}\right)^{-1/2}$ d_a = maximum aggregate size (mm)	
Wolf and Frosch ⁷⁾ $v_{ci} = 0.42 \sqrt{f'_c} (c/d)$ c = depth of the compression zone	

$v_c = V_c / bd$ in MPa

d = effective depth of the reinforcement

A_c = area of concrete section

f'_c = specified compressive strength of concrete

P_e = effective prestressing force

된 공칭전단강도에 크기효과계수를 곱하여 전단강도를 산정하였다. Wolf and Frosch⁷⁾는 압축대 콘크리트의 전단강도에 근거하여 프리스트레스트 보의 강도를 평가하였다. 이 식에서, 프리스트레스트 압축력의 전단기여는 압축대 깊이를 통해 반영된다.

Fig. 1은 Sozen et al.¹⁾의 프리스트레스트 보 실험 결과와 기존 강도모델의 예측 결과를 비교하고 있다. ACI와

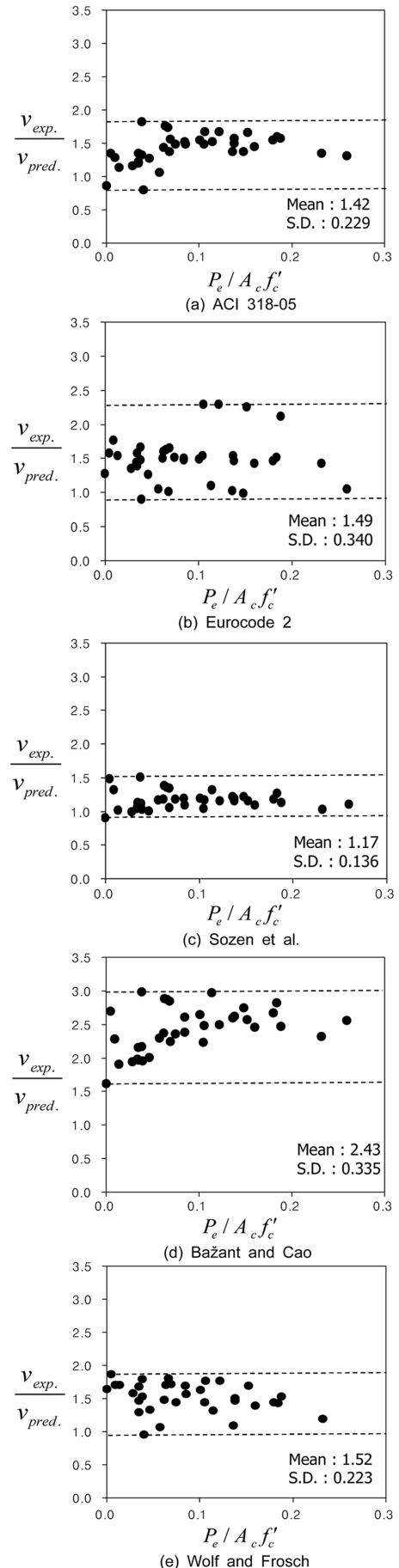


Fig. 1 Strength predictions for test specimens by existing design formulas (comparison with the measured ultimate shear strength)

Eurocode 2는 부재의 강도를 안전측으로 평가하지만 정확도에 한계가 있다. Sozen et al.의 산정식은 경험식이지만 주어진 실험체의 강도를 정확히 예측한다. 준 이론식으로 개발된 Bažant and Cao, Wolf and Frosch의 전단강도 산정식은 실험체의 강도를 안전측으로 평가하며, Bažant and Cao의 모델의 경우, 부재의 강도를 과소평가하는 경향이 있다.

Park et al.⁸⁾과 Choi et al.⁹⁾은 변형률 기반 전단강도 모델을 개발하였다. 이 모델은 압축대 콘크리트의 전단성능에 근거하여 휨-압축파괴가 일어나는 보의 전단강도를 평가한다. 따라서 압축대의 깊이와 이 압축대에 작용하는 압축응력의 크기가 콘크리트 보의 전단강도를 결정하는 주요한 변수이다. 이 연구에서는 철근콘크리트 보의 전단강도 추정을 위해 개발된 기존의 변형률 기반 전단강도 모델을 프리스트레스트 콘크리트 보에 적용하였으며, 그 결과를 바탕으로 철근콘크리트와 프리스트레스트 콘크리트에 대한 통합모델로서의 변형률 기반 전단강도 모델의 적용성을 검증하였다. 프리스트레스트 압축력의 영향은 압축대의 깊이와 압축응력에 직접 반영되므로, 기존의 강도모델을 프리스트레스트 콘크리트 보에 직접 적용할 수 있을 것으로 예상된다. 제안된 모델은 부착 강선을 사용하고, 직사각형단면을 가진 전단무보강 프리스트레스트 콘크리트 보를 대상으로 개발되었다.

2. 휨변형에 따른 균열단면의 전단성능

Park et al.⁸⁾ Zararis and Papadakis,¹⁰⁾ 그리고 Tureyen and Frosch¹¹⁾의 최근 연구에 따르면, 휨-전단파괴가 일어나는 세장한 콘크리트 보에서는 사균열 발생 이후, 균열에 의해 손상되지 않은 압축대 콘크리트가 주로 전단에 저항한다. 인장균열이 발생한 이후, 균열면에서의 전단 미끄러짐이 압축대의 콘크리트에 의해 억제되므로, 압축대의 콘크리트가 파괴되기 전까지는 전단 미끄러짐 과정에서 유발되는 골재 맞물림과 휨철근 또는 긴장재의 다우얼 효과가 크게 발생하지 않는다. 따라서 이 연구에서는 압축대의 성능에 근거하여 보의 전단성능을 평가하였다.

압축대의 콘크리트에는 휨에 의한 압축응력과 전단응력이 작용하므로, 압축대의 전단성능을 구하기 위해서는 두 응력의 상호작용을 고려해야 한다. 이 연구에서는 Rankine의 최대 응력 파괴 기준¹²⁾으로부터 전단 성능 응력을 유도하였다. 즉, 압축대의 콘크리트에 작용하는 주 인장응력이 콘크리트의 인장강도 f_t 에 도달하면 인장파괴가 일어나고, 주 압축응력이 콘크리트의 압축강도 f_c 에 도달하면 압축파괴가 일어난다.

$$\sigma_2 = -\frac{\sigma_u}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_u}{2}\right)^2 + \nu_u^2} = f_t \quad (1a)$$

$$\sigma_1 = -\left(\frac{\sigma_u}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{\sigma_u}{2}\right)^2 + \nu_u^2} = -f_c \quad (1b)$$

여기서, σ_1, σ_2 = 주 압축, 인장응력; σ_u, ν_u = 수직압축응력과 전단응력이다.

Kupfer et al.¹³⁾의 실험 연구에 의하면 압축-인장 응력을 받는 콘크리트는 직교방향의 압축응력 σ_1 에 의해서 인장강도가 저하된다. 콘크리트 보의 압축대에는 큰 압축응력이 작용하기 때문에 이로 인한 콘크리트 인장강도의 저하를 고려해야 한다. 저하된 콘크리트 인장강도는 주응력 비율에 따라 다음과 같이 근사적으로 표현 할 수 있다.¹⁴⁾

$$\frac{f'_t}{f_t} = \left[1 - 0.5\left(\frac{f_t}{f'_c}\right)\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)\right]^{-1} \leq 1 \quad (2)$$

여기서 $\sigma_1 \leq 0, \sigma_2 \geq 0, f_t$ = 콘크리트의 직접인장강도 (direct tensile strength)이고, 이 연구에서는 Macgregor et al.¹⁵⁾에 의해 제안된 $f_t = 0.292\sqrt{f'_c}$ (MPa)값을 사용한다. 압축대의 콘크리트가 주 인장응력방향으로 인장과괴 되므로 식 (2)에서 주인장응력은 $\sigma_2 = f'_t$ 이다. 따라서 압축대 콘크리트의 인장강도는 주압축응력의 크기에 따라 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{f'_t}{f_t} = 1 + 0.5\left(\frac{\sigma_1}{f'_c}\right) \quad (3)$$

콘크리트 압축대에 작용하는 수직압축응력 σ_u 는 휨모멘트에 의해 발생하므로, 지점으로 부터의 수평거리 x 와 중립축으로 부터의 수직거리 z 에 따라 변화한다. 압축응력 $\sigma_u(x, z)$ 가 재하 되는 압축대 각 지점에서의 전단응력 성능 (허용할 수 있는 최대전단응력, shear stress capacity)은 식 (1)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

인장지배 전단응력성능

$$\begin{aligned} \nu_{ut}(x, z) &= \sqrt{f'_t [f'_t + \sigma_u(x, z)]} \\ &= \frac{1}{1 + 0.5f_t/f'_c} \sqrt{f_t [f_t + \sigma_u(x, z)]} \left[1 - \frac{\sigma_u(x, z)}{2f'_c}\right] \end{aligned} \quad (4a)$$

압축지배 전단응력성능

$$\nu_{uc}(x, z) = \sqrt{f'_c [f'_c - \sigma_u(x, z)]} \quad (4b)$$

식 (4a)의 인장지배 전단응력성능은 식 (3)의 인장강도 식을 식 (1)에 대입함으로써 유도된다. 압축변형률이 콘크리트 압축강도 f'_c 에 해당하는 변형률 ϵ_0 (≈ 0.002)보다 크면 ($\epsilon > \epsilon_0$) 콘크리트는 휨 압축응력에 의해 압축연화 (softening)를 겪게 된다. 연화가 일어난 콘크리트는 이미 압축파괴기준을 만족하므로 더 이상의 전단응력에 저항할 수 없기 때문에, 전단응력성능은 0이 된다.

Fig. 2(a)~(c)는 각각, 콘크리트 보의 단면, 휨 변형률 분포, 이에 해당하는 압축응력의 분포를 나타내고 있다. Fig. 2(d)는 이 압축응력분포에 해당하는 지배전단응력성

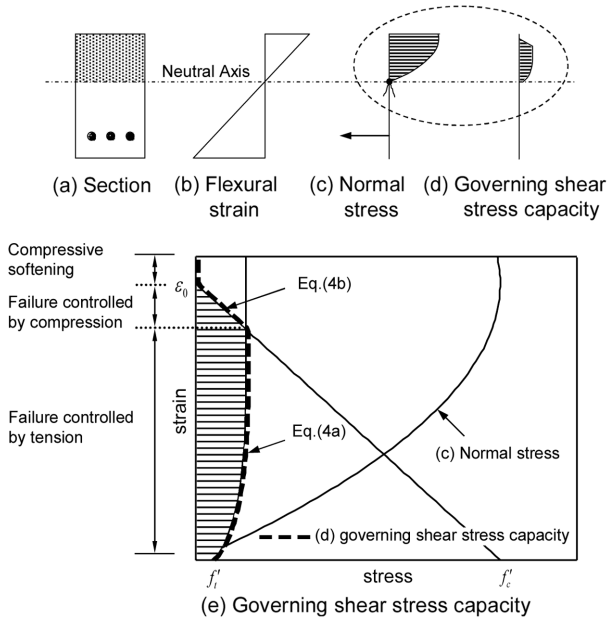


Fig. 2 Distribution of governing shear stress capacity in compression zone

능을 나타내고 있다. 단면의 각 위치에서 지배전단응력 성능은 식 (4a)의 인장지배 전단응력성능과 식 (4b)의 압축지배 전단응력성능 중에서 작은 값으로 결정된다. Fig. 2(e)는 이 지배전단응력성능의 분포를 확대하여 나타내고 있다. Fig. 2(e)에 나타난 바와 같이, 콘크리트 압축대에서 변형률이 작은 구간 (중립축에 가까운 구간)에서는 인장지배 전단파괴가 일어나고, 변형률이 큰 구간 (압축단부에 가까운 구간)에서는 압축지배 전단파괴가 일어난다. 대부분의 압축대에서는 인장지배 전단파괴에 의해서 전단응력성능이 지배된다.

Fig. 3은 중앙 집중하중을 받는 단순 지지보의 파괴면을 나타내고 있다. Fig. 2에서는 한 단면에서 압축대의 파괴를 정의하였지만, Fig. 3에 나타난 바와 같이 실제보의 압축대에서는, 콘크리트의 인장균열파괴는 주인장응력방향에 수직한 방향으로 발생한다. 따라서 Fig. 3(a)에 나타난 바와 같이, 하나의 중립축선상의 위치 점 A에서 시작된 대각인장균열은 파괴면 ADC를 따라서 발생한다. 따라서, 압축지배파괴는 수직면 DC를 따라 발생한다고 가정하였다. 프리스트레스트 콘크리트 보에서는 압축력의 영향에 의하여 압축대의 깊이가 크기 때문에, 압축대에서 발생하는 경사인장파괴면의 형상을 보다 정확하게 정의할 필요가 있다.

압축대 AB의 전단성능은 식 (4)의 전단응력성능을 파괴면 ADC를 따라 적분하여 아래 식으로 산정된다.

$$V_{ci} = b \int_0^{c_i} v_{ut}(x, z) dz + b \int_{c_i}^c v_{uc}(x, z) dz \quad (5)$$

여기서, c_i 는 인장지배파괴가 발생하는 압축대의 깊이이다 (Fig. 3(b)). 전단응력성능은 각 위치에서의 수직응력

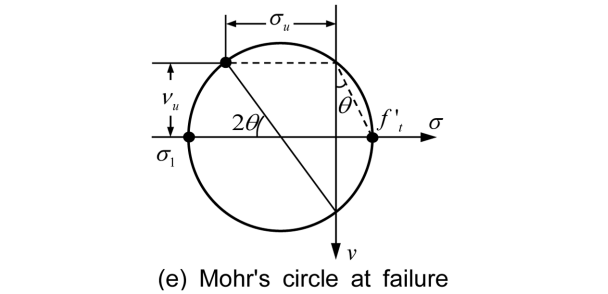
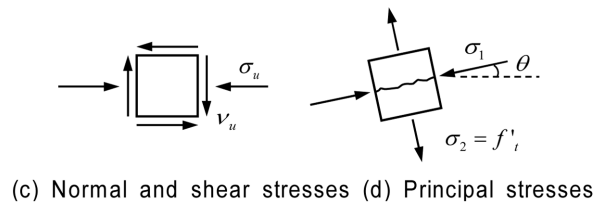
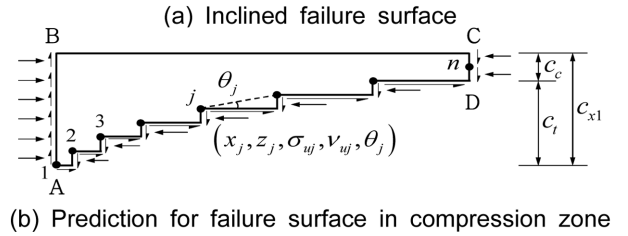
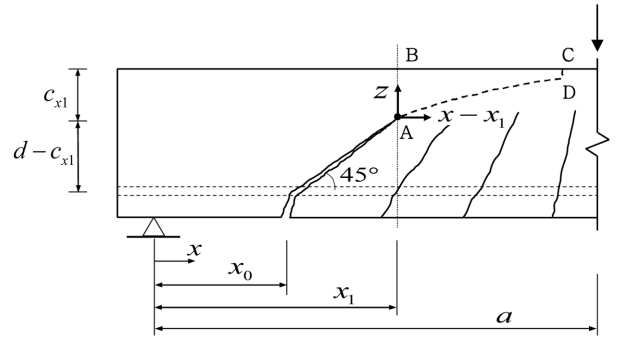


Fig. 3 Stresses in compression zone at failure

$\sigma_u(x, z)$ 에 의해 정의되고, 수직응력은 변형률의 함수이므로, 임의의 단면에서 전단성능 V_{ci} 은 부재의 변형에 따라 변화한다.

콘크리트의 전단강도는 부재의 크기에 의하여 영향을 받는 것으로 알려져 있다. 일반적으로 부재크기효과는 인장파단과 관계가 있으므로, 식 (5)에서 인장파단에 대한 항에 크기 계수를 적용하였다. 이 연구에서는 Zararis and Papadakis¹⁰⁾가 휨-압축파괴에 대해 제안한 크기효과계수 $\lambda_s = 1.20 - 0.20\alpha \geq 0.65$ (α in meters)를 사용하였다.

$$V_{ci} = b \int_0^{c_i} \lambda_s v_{ut}(x, z) dz + b \int_{c_i}^c v_{uc}(x, z) dz \quad (6)$$

3. 집중하중을 받는 단순지지 보의 전단강도

세장한 보는 휨 지배거동을 나타내며 보의 휨 작용에 의하여 발생하는 전단력 (전단요구)이 전단성능에 도달하면, 전단파괴가 일어난다. 전단성능과 전단력은 보의 각 위치에 따라 달라지므로, 모든 위치에서 단면의 전단

파괴가 검토되어야 한다. 이 연구에서는 식 (6)의 전단강도 평가식을 이용하여 집중하중을 받는 단순지지된 프리스트레스트 콘크리트 보의 전단강도를 예측하고 결과를 검증하였다.

단면에 작용하는 전단력 (전단수요)과 전단성능을 산정하기 위해서, 콘크리트 압축대에 작용하는 수직응력은 포물선 형태로 분포한다고 가정하였다.

$$\sigma_u(x, z) = f'_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon(x, z)}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon(x, z)}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (7a)$$

$$\sigma_u(x, z) = f'_c \left[2 \left(\frac{\alpha_x z}{c_x} \right) - \left(\frac{\alpha_x z}{c_x} \right)^2 \right] \quad (7b)$$

여기서, ε_0 = 콘크리트 압축강도에 도달할 때의 변형률, α_x 는 변형률 계수로서, 콘크리트 압축대의 휨 손상의 정도를 나타내는 변수이다. $\varepsilon = \varepsilon_0$ 에서 $\alpha = 1$ 이다. $\alpha_x \varepsilon_0$ 는 지점으로부터 거리 x 에 위치한 단면에서의 최대압축변형률을 가리킨다.

단순지지 보의 경우, 전단경간 내의 모든 위치에서 단면에 가해지는 전단력이 동일하므로, 전단요구는 하중점에서의 최대압축변형률 $\alpha_x \varepsilon_0$ 의 함수로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} V_d &= \frac{M_a}{a} = \left(\frac{b}{a} \int_0^{c_a} \sigma_u(z) dz \right) (j d_a) \\ &= \frac{1}{a} \left(\alpha_a - \frac{\alpha_a^2}{3} \right) f'_c (b c_a) (j d_a) \end{aligned} \quad (8)$$

균열 단면의 압축대 깊이 c_x 와 모멘트 팔길이 $j d_x$ 는 단면의 최대압축변형률 $\alpha_x \varepsilon_0$ 의 함수로 정의된다 (부록 참조).

Fig. 3(a)는 $x = x_0$ 위치에서 발생하여 $x = x_1$ 의 위치에 있는 중립축까지 진전된 휨-전단균열을 보여준다. MacGregor et al.¹⁵⁾의 콘크리트 보에 대한 실험 연구에 따르면, 집중하중을 받는 단순보에서는 인장대 최단부에서 휨균열이 발생한 이후 크지 않은 추가하중에 의해 경사균열이 중립축까지 급격하게 진전된다. MacGregor et al.의 실험연구결과에 근거하여, 이 연구에서는 휨균열이 발생한 후에 $0.05 \sqrt{f'_c b d}$ (MPa)의 전단력이 추가로 재하되면 인장균열이 중립축까지 진전된다고 가정하였다. 따라서 식 (9)로부터 전단력 V_d 가 작용할 때, 경사균열이 발생한 위치 x_0 를 구할 수 있다. 경사균열이 45° 로 진전된다고 가정하면, 기하학적 관계로부터 위험단면의 위치 $x_1 = x_0 + d - c_{x1}$ 를 구할 수 있다.

$$\frac{M_{cre}}{x_0} + 0.05 \sqrt{f'_c} b d = V_d \quad (9)$$

한편, 전단 경간 내의 단면에 전단력 V_d 가 작용할 때, 그 단면의 전단성능은 단면의 최대압축변형률 $\alpha_x \varepsilon_0$ 과 압축대 깊이를 이용하여 계산할 수 있다. 지지점으로부터

거리 x 에 위치한 단면에서 식 (8)과 $V_d = M_x/x$ 의 관계를 이용하여 최대압축변형률 $\alpha_x \varepsilon_0$ 은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\alpha_x = \frac{d - \frac{c_x}{3} - \sqrt{\left(d - \frac{c_x}{3} \right)^2 - \frac{4 V_d x}{3 f'_c b c_x} \left(d - \frac{c_x}{4} \right)}}{\frac{2}{3} \left(d - \frac{c_x}{4} \right)} \quad (10)$$

식 (10)에서 파괴가 일어나는 압축대에서 압축대 깊이 c_x 가 일정하다고 가정하면 (계산의 편의를 위하여, $x \geq x_1$ 인 구간에서 압축대가 $c_x = c_{x1}$ 로 일정한 것으로 가정하였다), 최대압축변형률 $\alpha_x \varepsilon_0$ 은 지점으로부터의 거리 x 의 함수로 나타내어진다. 휨모멘트에 의한 부재의 변형률 분포는 베르누이 적합조건과 식 (10)의 최대압축변형률로부터 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\varepsilon(x, z) = \alpha_x \varepsilon_0 \left(\frac{z}{c_x} \right) \quad (11)$$

식 (11)로부터 구한 변형률 분포와 식 (7)의 응력-변형률 관계식을 통해서, 하중점에 최대압축변형률 $\alpha_x \varepsilon_0$ 이 가해질 때, 부재의 각 위치에서 압축대에 작용하는 수직응력분포를 구할 수 있다. 이 수직응력분포로부터 식 (4)를 이용하여 전단응력성능 분포를 구할 수 있다.

식 (6)에서는 적분을 통하여 전단성능을 정의하였지만, 실제 계산에서는 압축대 깊이를 n 개의 층으로 등분하고, 각 층에서 구한 전단응력성능을 합산하여 압축대의 전단성능 V_{ci} 를 산정하였다. Fig. 3(b)에 나타나 있듯이, 파괴면을 정의하고, 전단응력성능을 구하기 위하여, 각 층 ($j = 1, \dots, n$)에서 위치좌표 x, z 와 응력 σ_{uj}, v_{uj} , 그리고 인장균열각도 θ_j 를 차례대로 구하였다. j 층에서의 인장균열각도 θ_j 는 Fig. 3(d)의 Mohr's circle로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\tan \theta_j = \frac{f'_t}{v_{uj}} = \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_{uj}}{2 v_{uj}} \right)^2} - \frac{\sigma_{uj}}{2 v_{uj}} \quad (12)$$

지점으로부터 점 j 까지의 거리 x_j 와 중립축으로부터의 수직 거리 z_j 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$x_j = \frac{c_{x1}}{n} (\cot \theta_1 + \cot \theta_2 + \dots + \cot \theta_{j-1}) + x_1 \quad (13a)$$

$$z_j = \frac{c_{x1}}{n} (j - 1) \quad (13b)$$

여기서 c_{x1} 는 x_1 위치에서의 압축대 깊이이다.

인장지배 파괴면은 수직압축응력과 전단응력의 조합에 의해 발생하므로, 이론적으로는 전단스팬 내에서만 발생

할 수 있다. 따라서 Fig. 4에 나타나 있듯이, 집중하중을 받는 단순 지지보에서는 경사인장파괴면 AD가 진전하면서 하중점 단면에 도달한 경우, DC구간에서는 수직면에서 압축지배 파괴가 발생한다. 보의 기하학적 특성에 따른 이러한 현상은 압축지배 파괴면을 증가시켜서 부재의 전단강도를 증가시키는 요인으로 작용한다. 압축대의 전단응력성능 계산과정에서 경사균열의 위치가 $x_j=a$ 에 도달할 때, DC구간에서는 식 (4b)의 압축지배 전단응력성능에 의하여 전단응력성능이 결정된다.

부재의 전단강도를 구하는 과정은 다음과 같이 요약할 수 있다.

- 1) 하중점 단면의 최대 압축 변형률 $\alpha_x \varepsilon_0$ 을 가정한다.
- 2) $c_a, j d_a$ 을 구하고 식 (8), (9)로부터 V_d 와 x_0 를 구한다.
- 3) 보의 각 위치 x_0 에서 발생한 경사균열이 압축대에 도달한 지점 $x=x_1$ 에서 c_{x1}, α_{x1} 값을 구한다.
- 4) Fig. 3(b)의 압축대 각 지점 ($j=1,2,\dots,n$)에서 $x_j, z_j, \alpha_{xj} \varepsilon_0, \varepsilon(x_j, z_j), \sigma_u(x_j, z_j), v_u(x_j, z_j), \tan \theta_j$ 를 식 (4), (7), (10)-(13)을 이용하여 차례대로 구한다. $v_u(x, z)$ 는 식 (4a)와 (4b) 중 최소값으로 하되, 경사균열의 위치가 $x_j=a$ 에 도달하면 식 (4b)의 압축지배 전단응력성능으로 계산한다. $j=1$ 에서는 전단력만이 작용하므로 파괴면 각도는 45° 이다.
- 5) 압축대 파괴면의 각 위치에서의 지배전단응력성능 v_u 를 수치적으로 적분하여, 변형률 $\alpha_a \varepsilon_0$ 이 가해진 부재의 균열단면 $x=x_1$ 에서의 전단성능 $V_{ci} = \sum_{j=1}^n v_{uj} b c_{x1} / n$ 을 계산한다.
- 6) $\alpha_a \varepsilon_0$ 값을 증가시키면서, 최초로 보의 한 위험단면에서 $V_u(=V_{ci})=V_d$ 가 될 때까지 1)~5) 과정을 반복하여 계산하며, 이때 V_{ci} 가 해당부재의 전단강도이고, x_1 이 전단파괴가 발생하는 위험단면의 위치가 된다.

Fig. 5는 하중점에서의 최대압축변형률 $\alpha_a \varepsilon_0$ 의 함수로서 보의 각 위치에서의 휨균열 발생 후 균열단면의 전단성능곡선을 전단요구곡선과 함께 나타낸 것이다. 전단성능곡선은 단면의 위치에 따라 달라지며, 집중하중에 의해 작용하는 전단력은 모든 위치에서 동일하기 때문에 전단요구곡선은 하나의 곡선으로 나타난다. 부재의 전단

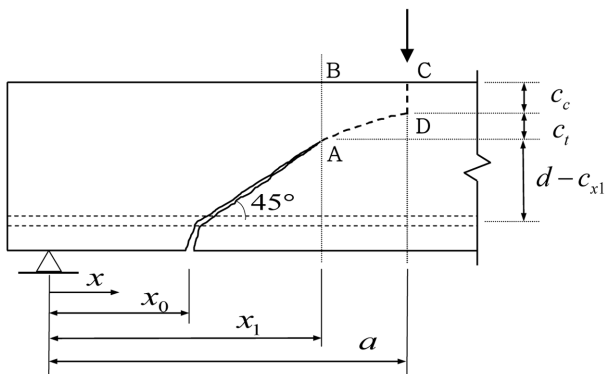


Fig. 4 Definition of failure surface when the tension failure surface reaches the loading point

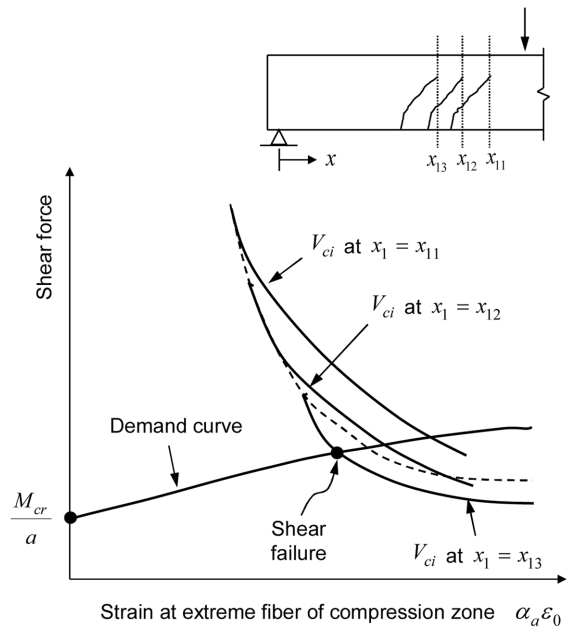


Fig. 5 Determination of shear strength in a simply supported beam

강도와 위험단면의 위치는 전단성능곡선과 전단요구곡선이 최초로 만나는 교점에서 결정된다. Fig. 5에서 점선으로 표시된 곡선은 각 단면의 위치에서 휨균열이 중립축에 도달했을 때의 전단성능을 나타낸다. 보의 전단요구의 최대값은 휨 항복에 의하여 결정된다. 강선의 항복여부는 최대모멘트가 작용하는 하중점에서의 콘크리트 변형률 $\alpha_a \varepsilon_0$ 과 압축대 깊이 c_a 를 통해서 검토할 수 있다.

4. 변수영향분석 및 검증

이 연구에서 제안된 전단강도 산정 방법을 기존의 프리스트레스트 콘크리트 보 실험체에 적용하여 보의 전단강도를 예측하였으며, 그 예측 결과를 실험결과와 비교하였다. 이를 위해, Sozen et al.¹⁾에 의해 수행된 전단보강되지 않은 직사각형 단면의 프리스트레스트 콘크리트 보 실험결과를 사용하였다. 모든 실험체는 1점 하중 또는 2점 하중을 재하받는 단순지지보이며, 직선 배치된 부착강선을 사용하였다. 비교를 위하여, 사인장균열에 의해 전단파괴된 37개 실험체가 사용되었다. 실험체의 부재 특성과 재료 특성은 Table 2에 나타나 있다. 모든 실험체는 $152 \text{ mm} \times 305 \text{ mm}$ 의 직사각형 단면이며, 주요 실험변수의 범위는 다음과 같이 유효 깊이 $d=204\sim 238 \text{ mm}$, 전단스팬비 $a/d=2.81\sim 6.73$, 콘크리트 압축강도 $f'_c=16.8\sim 55.1 \text{ MPa}$, 프리스트레스 휨 철근비 $\rho_p=0.278\sim 0.959\%$, 프리스트레스 힘 $P_e/A_c f'_c=0\sim 0.259$ 이다.

Fig. 6과 Table 2에 제안된 방법으로 예측한 전단강도와 실험 결과가 비교되어 있다. 강도 예측 시, 압축대를 30개의 층으로 구성하였다. 전단강도 예측값 대비 실험 결과의 비율 (v_{exp}/v_{pred})이 평균 0.99, 표준편차 0.090로서 제안된 전단강도 모델이 실험 결과를 정확하게 예측

Table 2 Properties and strength of test specimens

Beam	f'_c (MPa)	d (mm)	a/d	ρ_p (%)	$\frac{P_e}{A_c f'_c}$	c_{x1} (mm)	v_{exp} (MPa)	v_{pred} (MPa)	$\frac{v_{exp}}{v_{pred}}$
A.11.43	42.9	209	6.55	0.890	0.114	91	1.69	1.66	1.02
A.11.51	20.0	214	6.40	0.492	0.136	101	0.94	0.87	1.09
A.11.53	30.1	204	6.73	0.775	0.148	102	1.33	1.32	1.01
A.11.96	20.0	214	6.42	0.925	0.259	-	1.28	F. F.*	-
A.12.23	39.0	237	3.86	0.438	0.070	73	1.64	1.67	0.98
A.12.31	40.0	219	4.17	0.600	0.085	80	1.78	1.93	0.93
A.12.34	55.1	208	4.39	0.894	0.084	83	2.33	2.59	0.90
A.12.36	23.7	233	3.92	0.414	0.107	93	1.34	1.35	0.99
A.12.42	43.2	211	4.34	0.884	0.101	93	2.16	2.34	0.92
A.12.46	32.1	208	4.39	0.715	0.138	101	1.97	1.94	1.02
A.12.53	23.4	218	4.19	0.603	0.138	106	1.63	1.53	1.06
A.12.56	26.1	218	4.19	0.702	0.160	113	1.78	1.76	1.01
A.12.69	20.3	206	4.43	0.690	0.187	119	1.73	1.45	1.19
A.12.73	24.5	214	4.27	0.869	0.180	124	1.92	1.83	1.05
A.12.81	17.9	220	4.16	0.697	0.232	142	1.54	1.50	1.03
A.14.39	23.1	212	2.87	0.435	0.106	86	2.01	1.82	1.11
A.14.44	23.1	216	2.82	0.488	0.122	94	2.18	1.93	1.13
A.14.55	22.9	217	2.81	0.608	0.152	109	2.46	2.20	1.12
A.14.68	16.8	214	2.85	0.554	0.188	121	2.05	1.85	1.11
A.21.29	23.1	215	6.39	0.308	0.040	62	0.54	0.66	0.83
A.21.39	21.6	227	6.03	0.406	0.057	77	0.70	0.75	0.93
A.21.51	38.8	206	6.65	0.959	0.068	80	1.21	1.37	0.89
A.22.20	36.9	215	4.26	0.347	0.028	51	1.00	1.15	0.87
A.22.24	23.9	224	4.09	0.278	0.035	59	0.93	0.89	1.05
A.22.27	26.5	213	4.30	0.350	0.038	60	0.97	1.03	0.94
A.22.28	24.0	222	4.11	0.330	0.035	62	0.85	0.95	0.89
A.22.31	24.3	205	4.47	0.364	0.062	67	1.08	1.05	1.03
A.22.34	28.6	211	4.33	0.469	0.046	66	0.97	1.18	0.82
A.22.36	19.9	212	4.31	0.351	0.074	76	1.03	0.96	1.06
A.22.39	17.8	224	4.09	0.333	0.034	69	0.71	0.79	0.91
A.22.40	39.9	208	4.39	0.774	0.066	76	1.87	1.86	1.00
A.22.49	32.8	208	4.39	0.774	0.063	79	1.62	1.59	1.02
A.32.19	34.4	229	3.99	0.320	0.000	44	0.71	0.83	0.85
A.32.22	29.6	238	3.84	0.313	0.014	53	0.87	0.90	0.97
A.32.27	19.3	233	3.93	0.320	0.009	60	0.80	0.77	1.04
A.32.37	42.2	208	4.39	0.774	0.004	54	1.24	1.25	0.99
A.32.49	32.8	208	4.39	0.774	0.038	72	1.48	1.48	1.00

*Flexural failure

Average 0.99

Standard deviation 0.090

하고 있다. 앞서 언급한 바와 같이, 제안된 모델에서는 골재 맞춤형 작용과 휨 철근의 다우얼 작용을 고려하지 않았다. 그러나 제안된 모델은 평균적으로 실험체의 강도를 비교적 정확하게 예측하므로 골재 맞춤형 작용과 철근의 다우얼 작용을 고려할 경우, 강도를 과대평가할 우려가 있다. 따라서 제안된 모델에서는 압축대 콘크리

트의 전단기여도만을 고려하였다.

Table 2에 나타난 바와 같이 제안된 설계방법은 실험 결과와 최대 19%의 오차를 나타내고 있다. 이러한 오차는 설계방법 개발에 사용하는 이론적인 단순화, 실험 시 사용한 재료강도 및 지지조건의 오차가 주요한 요인으로 판단된다. Fig. 1(a)에 나타난 바와 같이 현행 설계방법

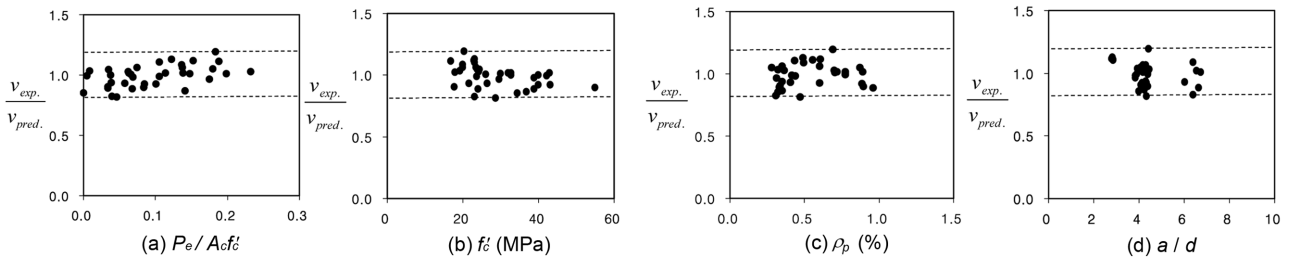


Fig. 6 Strength predictions by proposed method

은 안전측이긴 하지만 부재강도를 정확히 예측하지는 못한다. 반면에 제안된 방법은 현행 설계방법에 비하여 정확하게 강도를 예측할 수 있다. 그러나 실무적으로 편리하게 사용하기 위해서는 간편 설계식의 개발이 필요하다.

Fig. 7은 각 설계변수에 따른 전단강도의 변화를 나타내고 있다. Fig. 7(a)에 나타난 바와 같이, 가해진 프리스트레스 압축력이 증가할수록 보의 전단강도는 증가한다. 큰 프리스트레스 힘을 가할수록 보의 압축대 깊이가 커지고, 위험단면이 하중점 단면에 가까운 곳에 위치하게 된다. 이에 따라 경사인장지배 파괴면이 하중점에 도달하여 압축지배 파괴면이 증가하므로 보의 전단성능이 증가한다 (Fig. 4).

Fig. 7(b)에 나타난 바와 같이, 콘크리트 압축강도가 증가함에 따라서 보의 전단강도는 증가한다. 그러나 보의 전단강도는 콘크리트의 인장강도에 더욱 큰 영향을 받고, 인장강도는 압축강도의 제곱근에 비례하기 때문에, 콘크리트 압축강도에 비례하여 보의 전단강도가 증가하지는 않는다.

철근콘크리트 보에서는 일반적으로 2.5 이상의 전단 스패んに 따라 전단강도가 크게 변화하지 않는다. 그러나 Fig. 7(c)에 나타난 바와 같이 프리스트레스 콘크리트 보에서는 2.5 이상의 전단 스패んに 영역에서도 전단 스패んに 따라서 전단강도가 크게 변화한다. 앞서 언급한 바와 같이 프리스트레스 콘크리트 보에서는 프리스트레스 압축력의 영향으로 철근 콘크리트 보 보다 압축대의 깊이가 커지고 위험단면이 하중점에 가까운 곳에 위치하게 된다. 이에 따라서 전단스패んに 작은 보일수록 기하학적 특성으로 인하여 (Fig. 4), 경사인장지배 파괴면이 하중점에 도달하여 압축지배 전단응력성능의 영향이 커지

므로 전단강도가 증가한다. 단면해석을 사용하는 기존의 강도모델들과는 달리, 이 연구에서 제안된 모델은 경사인장지배 파괴면을 고려할 수 있기 때문에, 보의 기하학적 특성을 직접 고려하여 전단강도의 변화를 예측할 수 있다.

5. 결 론

프리스트레스 콘크리트 보는 휨 균열 발생 이후, 인장대보다는 주로 콘크리트 압축대가 전단력에 저항한다. 따라서 제안된 전단강도모델에서는 콘크리트 압축대의 전단성능에 근거하여 보의 전단강도를 예측하였다. 콘크리트 압축대는 휨에 의한 압축응력과 전단력에 의한 전단응력의 조합응력이 작용한다. 따라서 제안된 모델에서는 압축응력의 함수로서 압축대의 전단강도를 예측하였다. 개발된 모델은 기존의 실험 결과와 설계변수의 영향을 잘 예측하였다. 제안된 모델의 특징과 설계변수의 영향은 다음과 같이 요약할 수 있다.

- 1) 압축응력과 전단응력의 조합응력을 받는 압축대 콘크리트는 인장파괴 또는 압축파괴 될 수 있으며, 대부분의 압축대는 인장파괴에 의하여 지배를 받는다.
- 2) 프리스트레스 압축력이 증가하면 보의 전단강도가 증가하며, 그 주요한 원인은 전단강도에 기여할 수 있는 압축대의 깊이가 증가하기 때문이다.
- 3) 전단경간이 작아지면, 기하학적인 형상으로 인하여 경사인장균열이 압축대를 관통할 수 없으며, 이로 인하여 압축파괴의 지배를 받는 압축대의 면적이 증가하여 보의 전단강도가 증가한다. 전단경간비에

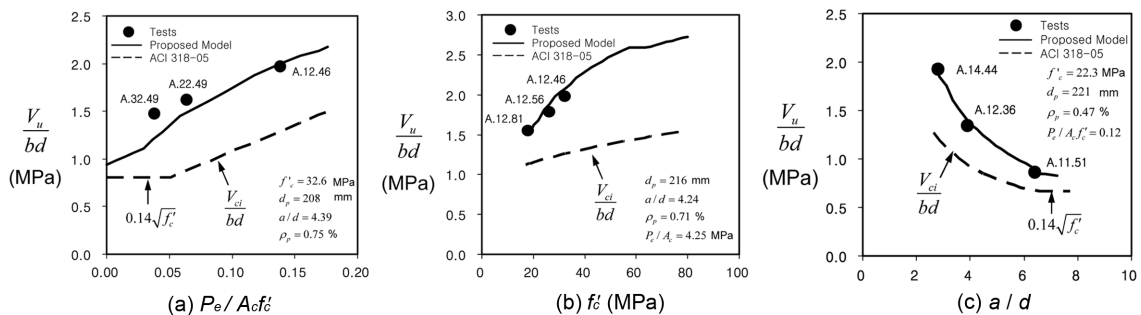


Fig. 7 Variations of shear strength according to design parameters: (a) Prestressing force; (b) Compressive strength of concrete; (c) Shear span-to-depth ratio

따른 전단강도의 증가는 일반 철근콘크리트 보의 경우보다 더 크게 나타난다.

이 연구와 이전 연구 결과에 나타난 바와 같이 제안된 변형률 기반 전단모델은 철근콘크리트 보와 프리스트레스트 콘크리트 보에 대하여 통합전단강도모델로 사용이 가능하다. 또한 제안된 모델은 준 해석적 방법으로서 다양한 하중 및 지지조건을 갖는 세장한 보에 적용이 가능할 것으로 예상되며, 이를 위하여 추가적인 연구가 요구된다.

감사의 글

이 연구는 건설교통부가 지원하고 건설교통기술평가원이 위탁 시행한 과제 (04핵심기술C02-02과 05핵심기술D02-01)의 재정적 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- Sozen, M. A., Zwoyer, E. M., and Siess, C. P., "Investigation of Prestressed Concrete for Highway Bridge, Part1-Strength in Shear of Beams without Web Reinforcement," *Engineering Experiment Station Bulletin*, No. 452, University of Illinois, Urbana, 1959, 69 pp.
- Kar, J. N., "Diagonal Cracking in Prestressed Concrete Beams," *Proceedings*, ASCE, Vol. 94, ST1, Jan. 1968, pp. 83-109.
- Vecchio, F. J. and Collins, M. P., "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subject to Shear," *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 83, No. 2, 1986, pp. 219-231.
- ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (ACI 318R-05)*, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2005, 430 pp.
- Eurocode 2, "Design of Concrete Structures-Part1-1:General Rules and Rules for Buildings," *CEN*, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium, 2004, 225 pp.
- Bazant, Z. P. and Cao, Z., "Size Effect of Shear Failure in Prestressed Concrete Beams," *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 83, No. 2, 1986, pp. 260-268.
- Wolf, T. S. and Frosch R. J., "Shear Design of Prestressed Concrete:A Unified Approach," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 133, No. 11, 2007, pp. 1512-1519.
- Park, H. G., Choi, K. K., and Wight, J. K., "Strain-Based Shear Strength Model for Slender Beams without Web Reinforcement," *ACI Structural Journal*, Vol. 103, No. 6, 2006, pp. 783-793.
- Choi, K. K., Park, H. G., and Wight, J. K., "Unified Shear Strength Model for Reinforced Concrete beams-Part:Development," *ACI Structural Journal*, Vol. 104, No. 2, 2007, pp. 142-152.
- Zararis, P. D. and Papadakis, G. C., "Diagonal Shear Failure and Size Effect in RC Beams without Web Reinforcement," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 127, No. 7, 2001, pp. 733-742.

- Tureyen, A. K. and Frosch, R. J., "Concrete Shear Strength:Another Perspective," *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 5, 2003, pp. 609-615.
- Chen, W. F., *Plasticity in Reinforced Concrete*, McGraw-Hill, New York, 1982, 474 pp.
- Kupfer, H., Hilsdorf, H. K., and Rusch, H., "Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses," *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 66, No. 8, 1969, pp. 656-666.
- Choi, K. K., Reda Taha, M. M., Park, H. G., and Maji, A. K. "Punching Shear Strength of Interior Concrete Slab-Column Connections Reinforced with Steel Fibers," *Cement and Concrete Composites*, Vol. 29, No. 5, 2007, pp. 409-420.
- MacGregor, J. G., *Strength and Behavior of Prestressed Concrete Beams with Web Reinforcement*, PhD thesis, Dept. of Civil Engrg. University of Illinois, 1960, 295 pp.

부 록

지점으로부터 거리 x 에서 압축대 깊이 c_x 와 모멘트 팔 길이 jd_x 는 α_x 에 의해 정의된다. 부착된 프리스트레스트 보의 경우, 콘크리트와 강선 사이의 슬립을 무시할 수 있으므로, Fig. A1과 같이 변형률 적합조건을 통해 강선의 변형률 $\epsilon_p(x) = \alpha_x \epsilon_0 (d - c_x) / c_x + \epsilon_{ce} + \epsilon_{pe}$ 를 정의할 수 있다. $\epsilon_{pe} = f_{pe} / E_p$, $\epsilon_{ce} = P_e (1 / A_c + e^2 / I_c) / E_c$, $e = d - h / 2$, f_{pe} = 강선의 유효 프리스트레스 응력, E_p , E_c = 각각 강선과 콘크리트의 탄성계수, I_c = 단면 2차 모멘트이다. 일반적으로 프리스트레스 강선은 일반 철근보다 항복변형률이 크고, 전단파괴는 강선이 항복하기 전에 발생하므로, 전단 파괴 시, 강선은 탄성 상태로 가정할 수 있다. 지점으로부터 거리 x 에 위치하는 단면에 압축력 $C = (\alpha_x - \alpha_x^2 / 3) f'_c b c_x$ 와 인장력 $T = A_p E_p \epsilon_p$ 가 작용하므로 평형방정식으로부터 식 (A1)이 얻어진다. 압축대 깊이 c_x 는 방정식 (A1)의 양의 실근으로 주어진다.

$$\left(\alpha_x - \frac{\alpha_x^2}{3} \right) \frac{f'_c}{\rho_p d E_p} c_x^2 - (\epsilon_{pe} + \epsilon_{ce} - \alpha_x \epsilon_0) c_x - d \alpha_x \epsilon_0 = 0 \quad (A1)$$

식 (A1)과 식 (11)에서 서로 연관되어 있는 c_x 와 α_x 값을 동시에 구하기 위해서는 반복계산이 필요하다. 이 연구에서는 균열발생 시의 α_x 값 ($\alpha_x \epsilon_0 = (2P_e / A_c + f_t) / E_c$), 또는 성능곡선을 그리는 과정에서 이전 단계의 $\alpha_x \epsilon_0$ 값

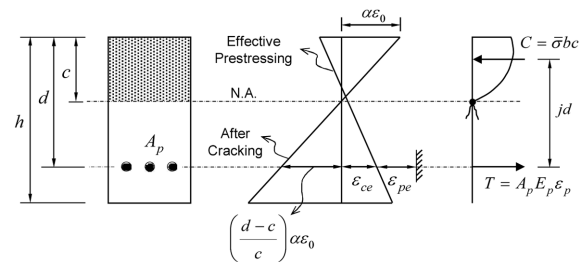


Fig. A1 Strain and stress distribution in a rectangular section of bonded prestressed concrete beam

에 대응되는 α_x 값을 초기값으로 하여 몇 번의 반복계산을 수행하여 c_x 와 α_x 값을 구하였다. 모멘트 팔길이는 다음과 같이 산정된다.

$$jd_x = \frac{\int_0^{c_x} z \sigma_u(z) dz}{\int_0^{c_x} \sigma_u(z) dz} + d - c_x = d - \frac{\alpha_x/3 - \alpha_x^2/12}{\alpha_x - \alpha_x^2/3} c_x \quad (A2)$$

요 약 이전 연구에서 제안된 변형률 기반 전단강도모델에 근거하여, 프리스트레스트 콘크리트 보의 전단강도를 예측하기 위한 해석모델을 제안하였다. 전단보강 되지 않은 콘크리트 보에서는 일반적으로 인장대보다 콘크리트 압축대가 주로 전단력에 저항한다. 콘크리트의 전단성능은 콘크리트의 재료 파괴기준을 통해 정의된다. 압축대의 전단성능은 단면에 작용하는 수직응력과 상관을 고려하여, 경사 파괴면을 따라서 산정된다. 압축대의 수직응력 분포는 부재의 휨변형에 따라 변화하므로, 압축대 단면의 전단성능은 휨변형에 대한 함수이다. 보의 전단강도는 전단성능 곡선과 전단수요 곡선의 교점에서 결정된다. 제안된 해석모델을 기존 연구자들의 실험 연구 결과와 비교한 결과, 실험체의 전단강도를 정확하게 예측하였다.

핵심용어 : 전단강도, 프리스트레스트 콘크리트, 압축대, 파괴기준