



철근콘크리트 단순보의 유효 단면2차모멘트에 대한 모멘트 분포 형상의 영향 분석

박미영¹⁾ · 김상식¹⁾ · 이승배¹⁾ · 김창혁¹⁾ · 김강수^{2)*}

¹⁾인하대학교 건축학부 ²⁾서울시립대학교 건축학부

Analysis on the Influence of Moment Distribution Shape on the Effective Moment of Inertia of Simply Supported Reinforced Concrete Beams

Mi-Young Park,¹⁾ Sang-Sik Kim,¹⁾ Seung-Bae Lee,¹⁾ Chang-Hyuk Kim,¹⁾ and Kang-Su Kim^{2)*}

¹⁾Dept.of Architectural Engineering, Inha University, Incheon 402-751, Korea

²⁾Dept.of Architectural Engineering, University of Seoul, Seoul 130-743, Korea

ABSTRACT The concept of the effective moment of inertia has been generally used for the deflection estimation of reinforced concrete flexural members. The KCI design code adopted Branson's equation for simple calculation of deflection, in which a representative value of the effective moment of inertia is used for the whole length of a member. However, the code equation for the effective moment of inertia was formulated based on the results of beam tests subjected to uniformly distributed loads, which may not effectively account for those of members under different loading conditions. Therefore, this study aimed to verify the influences of moment shapes resulting from different loading patterns by experiments. Six beams were fabricated and tested in this study, where primary variables were concrete compressive strengths and loading distances from supports, and test results were compared to the code equation and other existing approaches. A method utilizing variational analysis for the deflection estimation has been also proposed, which accounts for the influences of moment shapes to the effective moment of inertia. The test results indicated that the effective moment of inertia was somewhat influenced by the moment shape, and that this influence of moment shape to the effective moment of inertia was not captured by the code equation. Compared to the code equation, the proposed method had smaller variation in the ratios of the test results to the estimated values of beam deflections. Therefore, the proposed method is considered to be a good approach to take into account the influence of moment shape for the estimation of beam deflection, however, the differences between test results and estimated deflections show that more researches are still required to improve its accuracy by modifying the shape function of deflection.

Keywords : effective moment of inertia, deflection, moment of inertia of the cracked transformed section, flexural rigidity

1. 서 론

균열이 발생한 이후 철근콘크리트 보의 처짐은 휨강성에 반비례하며, 단면이 일정한 부재에서도 휨강성은 모멘트 분포와 균열발생 정도에 따라 변하게 된다. 콘크리트 구조설계기준에서는 처짐의 간편한 계산을 위하여 Branson^{1,2)}이 제안한 유효 단면2차모멘트 I_e 를 부재의 전 경간에 동일하게 적용하고 있다. 기준에서 제시된 유효 단면2차모멘트는 전 단면2차모멘트 I_g 와 균열 단면2차모멘트 I_{cr} 사이 값을 취하고 있지만, 이 감소 비율은 등분포하중을 전제로 제안되었으므로 다른 하중상태에서도

기준식의 정확성에 대해 검증할 필요가 있다. 즉, 모멘트 분포형상에 따라 균열의 분포 양상이 다르게 되어 균열 이후 감소되는 강성에 상당한 차이가 있을 수 있어서 이를 고려한 유효 단면2차모멘트는 현재 기준에서 사용하고 있는 값과 차이가 있을 것이라고 판단되기 때문이다.

따라서, 이 연구에서는 철근콘크리트 단순보를 대상으로 유효 단면2차모멘트에 대한 모멘트 분포 형상의 영향을 분석하기 위하여 콘크리트의 압축강도와 모멘트 분포 형상을 주요변수로 하여 구조 실험을 계획하였다. 실험 결과를 바탕으로 균열 단면2차모멘트와 처짐 계산에 필요한 유효 단면2차모멘트에 대한 국내 기준식 및 다른 연구자들의 제안식을 비교 분석하였다. 또한 모멘트 분포형상을 고려한 유효 단면2차모멘트 함수를 이용하여 변형률 에너지를 계산하고 변분해석에 의해 처짐을 산정하는 방법을 제안하였다.

*Corresponding author E-mail : kangkim@uos.ac.kr

Received November 3, 2008, Revised December 10, 2008,

Accepted December 10, 2008

©2009 by Korea Concrete Institute

2. 균열 단면2차모멘트 및 유효 단면2차모멘트에 대한 이론적 고찰

2.1 균열 단면2차모멘트

콘크리트구조설계기준³⁾에서는 균열 단면의 단면2차모멘트 I_{cr} 은 압축 측 콘크리트 단면의 단면2차모멘트와 보강 철근의 단면2차모멘트를 사용하여 산정하도록 제시하고 있다. 보의 사용하중 상태에서 균열 단면의 중립축비 k 와 균열 단면2차모멘트 I_{cr} 은

$$k = n\rho \left\{ \sqrt{(1+r)^2 + \frac{2}{n\rho} \left(1 + \frac{rd'}{d}\right)} - (1+r) \right\} \quad (1)$$

$$I_{cr} = \frac{b(kd)^3}{3} + (n-1)A_s'(kd-d')^2 + nA_s(d-kd)^2 \quad (2)$$

여기서, $n = E_s/E_c$: 철근콘크리트의 탄성계수 비

A_s = 인장철근의 철근량

A_s' = 압축철근의 철근량

$\rho = \frac{A_s}{bd}$: 인장철근비

$r = \frac{A_s'}{A_s}$

d = 압축 외단에서 인장 철근 중심까지의 거리

d' = 압축 외단에서 압축 철근 중심까지의 거리

으로 계산된다.

인장 측만 보강된 철근콘크리트 단근보에서 $A_s' = 0$ 이므로 식 (2)는

$$I_{cr}/(bd^3/12) = 4k^3 + 12n\rho(1-k)^2 \quad (3)$$

으로 나타낼 수 있다.

Fikry와 Thomas⁴⁾는 중립축비 k 는 $n\rho$ 의 값에 따라 정해지므로 식 (3)을 $n\rho$ 의 값에 따라 5 구간으로 나누고 각 구간을 $n\rho$ 의 1차식으로 근사화하여 다음과 같이 I_{cre} 로 나타내었다.

$$I_{cre} = (\alpha + \beta n\rho)(bd^3/12) \quad (4)$$

여기서, α 와 β 는 $n\rho$ 에 의하여 정해지는 상수이다.⁴⁾

또한, 복근보의 균열 단면2차모멘트 근사식은 단근보의 균열 단면2차모멘트 근사식인 식 (4)를 이용하여

$$I_{cre} = (\alpha + \beta n\rho_e)(b'd^3/12) \quad (5)$$

여기서, $\rho_e = \rho b / b'$ (%)

$$b' = [\alpha'n\rho'(d'/d) + 1]b$$

$$\rho' = \frac{A_s'}{bd} (\%)$$

$$\alpha' = 6 \times 10^{-4} + (d'/d)(1 - 2d'/d)^2 / 20$$

으로 제시하였다.

Akmaluddin과 Thomas⁵⁾는 식 (5)를 검증하기 위하여 철근비, 콘크리트의 압축강도와 지점에서 가력점까지의 거리가 실험 변수인 6개의 단순보를 대상으로 실험한 결과 균열 단면2차모멘트 실험값은 식 (4)에 의해 계산된 값보다 0.74-0.93배 작게 측정되어 수정이 필요하다고 하였다. 이들은 식 (4)의 α 와 β 를 수정하여 균열 단면2차모멘트 식을

$$I_{crm} = (0.1618 + 0.0418n\rho)(bd^3/12) \quad (6)$$

과 같이 나타내었다.

2.2 유효 단면2차모멘트

휨 모멘트를 받는 부재는 휨강성 EI 에 비례하는 변형 저항 능력을 가진다. 균열이 발생하기 이전의 EI 값은 일정하지만 부재에 휨모멘트가 작용하면 균열이 발생하여 콘크리트의 유효면적이 감소하므로, 균열 단면의 단면2차모멘트도 감소하게 된다. 따라서 단면이 일정한 부재에서도 휨강성은 모멘트 분포와 균열 발생 정도에 따라 변하게 된다. 1963년 Branson^{1,2)}은 실험적 연구를 통해 보의 유효 단면2차모멘트를 고려되는 단면의 모멘트에 의한 함수로 다음과 같이 나타내었다.

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^4 (I_g - I_{cr}) + I_{cr} \leq I_g \quad (7)$$

여기서, $M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$: 균열모멘트

M = 유효 단면2차모멘트가 계산되는 단면에서의 모멘트

$f_r = 0.63 \sqrt{f_{ck}}$: 파괴계수

y_t = 도심에서 인장측 최외단까지의 거리

또한, 한 부재의 길이 전체를 고려한 평균 유효 단면2차모멘트를 다음과 같이 제안하여 보의 전 경간에 걸쳐 일정한 값을 사용함으로써 처짐 계산이 용이하도록 하였다.

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3 (I_g - I_{cr}) + I_{cr} \leq I_g \quad (8)$$

여기서, M_{max} = 보에 작용하는 최대 모멘트

콘크리트구조설계기준에서는 작용모멘트가 균열모멘트 M_{cr} 이상이 되는 경우 보의 유효 단면2차모멘트를 Branson

이 제안한 식 (8)을 적용하도록 규정하고 있다.

많은 실험 결과로부터 식 (8)은 등분포하중에서는 정확성이 높으나 중앙 집중하중, 2점 집중하중 등 불연속 하중을 받는 상태에서는 정확성이 부족한 것으로 나타났으며,⁶⁾ 이에 따라 많은 연구자들은 유효 단면2차모멘트를 산정하기 위한 간편하면서도 적합한 방법을 찾는 연구를 수행 하였다.

Grossman⁷⁾은 모멘트에 의해서만 결정되는 유효 단면2차모멘트 식을 제안하였고, Rangan⁸⁾은 철근비를 이용하여 간단한 식을 제시하였으나 이들의 제안식은 Branson의 제안식에 비해 정확성이 다소 부족하였다. Al-Zaid와 Al-Shaikh,^{9,10)} Fikry와 Thomas,⁴⁾ Akmaluddin과 Thomas⁵⁾는 균열발생 길이 L_{cr} 과 철근비 등을 고려한 유효 단면2차모멘트를 제안하였다.

R. Z. Al-Zaid와 A. H. Al-Shaikh¹⁰⁾는 하중 가력 방식이 변수인 실험을 통하여 동일한 모멘트가 작용할 때, 중앙 집중 가력 방식이 2점 가력 또는 등분포 하중을 가했을 때보다 유효 단면2차모멘트 I_e 가 12~20% 크게 측정되어 Branson의 제안식이 등분포 하중이 아닌 집중하중의 경우에는 실험값을 정확히 예측하지 못한다고 보고 하였다. 또한, 이들은 식 (8)의 지수 3이 등분포 하중 가력일 때에는 2.8, 2점 집중 가력일 때에는 2.3, 중앙 집중 가력일 때에는 1.8이 각각 적합하다고 하였다.

이들은 하중 조건에 따라 보의 균열 분포가 다르게 발생하기 때문에 보의 모멘트 분포 형상에 따른 균열 분포를 고려할 수 있도록 균열 발생 길이 L_{cr} 을 사용하여 유효 단면2차모멘트 계산식을 다음과 같이 제안하였다.

$$I_e = \left(\frac{L_{cr}}{L}\right)^{m'} (I_{cr} - I_g) + I_g \quad (9)$$

여기서, $m' = \frac{M_{cr}}{M_a}$
 L = 부재의 길이

또한, Al-Shaikh와 Al-Zaid⁹⁾는 철근비를 주요 변수로 하여 실험을 진행하였고 자신들의 제안식인 식 (9)를 개선하기 위해 m' 에 철근비의 영향을 고려하여

$$m' = \beta \frac{M_{cr}}{M_a} \quad (10)$$

로 나타내었으며, 여기서 $\beta = 0.89\%$ 이다.

Fikry와 Thomas⁴⁾는 균열 단면2차모멘트 I_{cr} 의 근사식인 식 (5)의 I_{cre} 를 이용하여 하중 가력 방식에 따라 달라지는 모멘트 분포와 철근비를 반영한 유효 단면2차모멘트 식을 다음과 같이 제안하였다.

$$I_e = I_{cre} + (I_g - I_{cre})e^{\phi} \quad (11)$$

여기서,

$$\rho > 1\% \text{일 때, } \phi = -(M_a / M_{cr})(L_{cr} / L)\rho$$

$$\rho \leq 1\% \text{일 때, } \phi = -(M_a / M_{cr})(L_{cr} / L)$$

이들은 식 (11)의 제안식은 균열 단면2차모멘트의 계산을 간단히 할 수 있으며, 낮은 철근비와 집중 가력 방식에서 Branson의 제안식 및 다른 제안식보다 낮은 오차를 보인다고 하였다. 식 (11)은 식 (9) 및 (10)에 나타난 Al-Shaikh 등의 제안식처럼 철근비를 반영하였지만, 철근비가 1% 이상일 경우에만 철근비를 반영한다는 차이점이 있다.

Akmaluddin과 Thomas⁵⁾는 식 (11)을 실험으로 검증하기 위해 철근비, 콘크리트의 압축강도 및 지점에서 가력점까지의 거리를 변수로 하여 실험을 수행하였다. 실험 결과 Fikry 등의 제안식은 철근비가 낮을 때에는 비교적 정확하게 실험값을 예측하였으나 철근비가 1~3.25%일 때에는 오차가 크게 발생하였으며, 식 (11)의 정확성을 높이기 위하여 ϕ 를 수정하고 식 (6)의 균열 단면2차모멘트 I_{crm} 을 이용하여 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$I_e = I_{crm} + (I_g - I_{crm})e^{\phi} \quad (12)$$

여기서,

$$\phi = -\left(\frac{M_a}{M_{cr}}\right)\left(\frac{L_{cr}}{L}\right)(8.474 - 9.0607\rho + 2.842\rho^2)$$

3. 실험 계획 및 방법

3.1 실험 계획

이 연구에서는 철근콘크리트 보에서 모멘트의 분포형상이 부재의 유효 강성 및 처짐에 미치는 영향을 분석하기 위하여 하중 가력점까지의 거리와 콘크리트의 압축강도를 실험 변수로 하여 Table 1에 나타낸 바와 같이 6개의 단순보 실험체를 제작하였다.

실험체 지점간 거리는 4,400 mm이고, 단면의 크기는 폭 250 mm, 높이 350 mm로 하였다. 철근은 모두 SD400 재질을 사용하였으며, 인장 철근은 3-D22, 압축철근은 2-D19를 배근하였고, 보의 전단파괴를 방지하기 위하여 D10 철근을 150 mm 간격으로 전단보강을 하였다. 각 실험체의 단면 및 배근상세는 Figs. 1 및 2와 같다.

3.2 실험 방법

실험체는 Fig. 3에서 보이는 바와 같은 휨 부재 실험용 프레임에 설치하였고, 1,000 kN 용량의 오일잭 및 가력용 형강을 사용하여 실험체의 상부에 중앙 집중하중 및 2점 집중하중으로 단조 가력하였으며, 가력 속도는 분당 5 kN으로 하였다. 가력은 압괴가 발생하거나 하중

Table 1 Details of test specimens

Specimens	Standard compressive strength of design (MPa)	Distance between loading points and supports (mm)
SN-0	24	2,200
SN-1		1,400
SN-2		1,000
SH-0	70	2,200
SH-1		1,400
SH-2		1,000

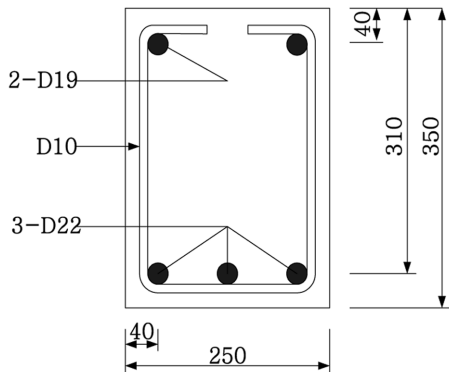


Fig. 1 Cross section of specimen (unit: mm)

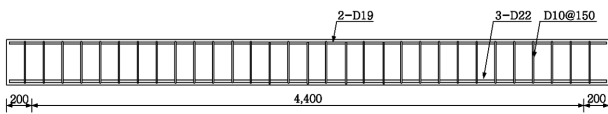


Fig. 2 Reinforcing details of specimen (unit: mm)



Fig. 3 Test set-up

이 증가하지 않고 처짐이 급격히 증가할 때까지 실시하였다. 실험체의 처짐 측정을 위해 중앙부, 지점 및 중앙부에서 지점 쪽으로 각각 800 mm, 1,200 mm 떨어진 위치에 7개의 자동변위계를 Fig. 4와 같이 설치하였다. 그리고 인장철근과 압축철근의 변형률을 측정하기 위하여 중앙부, 중앙부에서 지점 쪽으로 800 mm 및 1,200 mm 떨어진 곳에 Fig. 5와 같이 철근 변형률계이지를 부착하였다.

매 초당 가해지는 하중, 부재의 처짐 및 철근의 변형률 등을 데이터로거를 통해 수집하였으며, 각 하중 단계마다 균열의 발생 및 진전 상황을 실험체에 직접 표시하였다.

4. 실험 결과 및 분석

4.1 재료 성능

이 실험에 사용된 콘크리트의 강도는 일반강도 실험체의 경우 24 MPa, 고강도 실험체의 경우 70 MPa로 계획하였으며, 재료 실험 결과는 Table 2에 나타내었다. 또한 실험체 제작에 사용된 SD 400 재질의 D22 철근의 응력-변형률 곡선은 Fig. 6과 같으며, 재료 실험 결과는 Table 3에 나타내었다. 실험 결과의 분석에는 실험을 통해 얻은 평균 콘크리트 압축강도 41.1 MPa와 74.4 MPa, 철근의 항복강도 490 MPa를 사용하였다.

4.2 하중-처짐 관계

Fig. 7은 실험체의 하중-처짐 곡선을 나타내고 있으며, 모든 실험체에서 하중 증가에 따라 처짐이 증가하는 전형적인 휨부재의 거동을 보였다. 초기 균열이 발생하기 전까지는 완전한 선형 탄성 거동을 보였으며, 균열이 발생한 이후에는 강성의 감소가 관찰되었고, 항복하중에 이르러서는 하중의 증가가 거의 없이 처짐만 증가하였다.

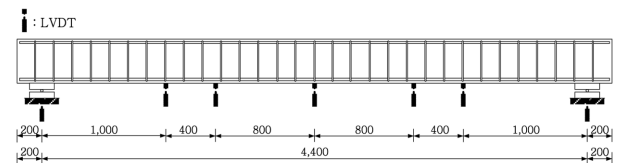


Fig. 4 Location of LVDT (unit: mm)

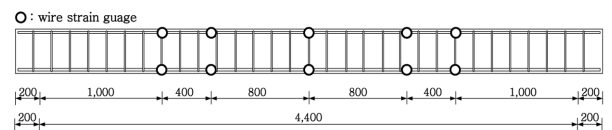


Fig. 5 Location of wire strain gauges (unit: mm)

Table 2 Result of concrete strength test

Target strength (MPa)	Test compressive strength (MPa)	Average compressive strength (MPa)
24	41.76	41.1
	41.70	
	39.73	
70	71.51	74.4
	77.35	
	73.27	

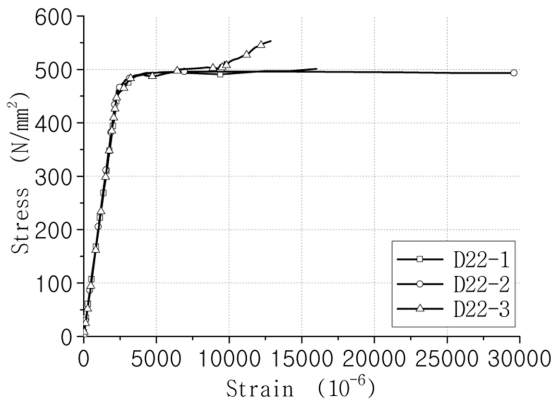


Fig. 6 Reinforcement stress-strain curve

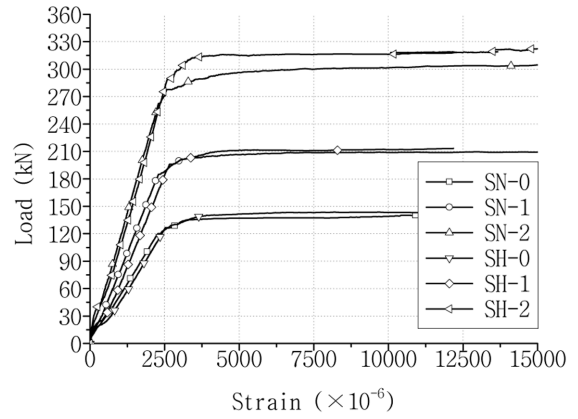


Fig. 8 Load-strain curve

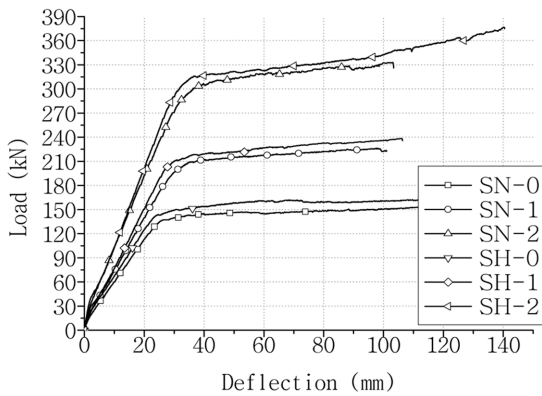


Fig. 7 Load-deflection curve

Table 3 Results of reinforcement test

Bar no.	Yield strength (MPa)	Average yield strength (MPa)
D22-1	491	490
D22-2	493	
D22-3	487	

하중 가력 방식에 따라 하중-처짐 관계는 확연한 차이를 보였으며, 지점에서 가력점까지의 거리가 멀수록 하중-처짐 곡선의 기울기가 완만했으며 낮은 하중에서 항복하였다. 이것은 물론 지점에서 가력점까지의 거리가 멀수록 동일한 하중하에서 모멘트가 크고 균열 분포가 중앙부에 집중되기 때문이다. 이러한 양상은 Fig. 8에 나타난 실험체 중앙부의 인장철근 변형률에서도 동일하게 나타나는 것을 볼 수 있다.

4.3 균열 및 파괴양상

초기 휨 균열은 2점 가력 실험체의 경우 최대 모멘트 구간에서, 중앙 집중 가력 실험체의 경우 중앙부에서 200 mm 떨어진 구간 내에서 발생하였다. 이후에 하중 증가에 따라 계속적으로 균열이 압축측으로 진행되고 또 단부 쪽으로 새로운 균열이 확산되면서 전형적인 휨 균열의 양상을 보였다. 실험체의 파괴시 최종 균열 모습은 Fig. 9에 나타난 바와 같다.

지점에서 가력점까지의 거리가 가까울수록 중앙부에서 더 먼 곳까지 넓은 구간에 균열이 분포하였으며, 고강도 실험체는 일반강도 실험체보다 균열 발생 후 더 빠르게 균열이 진행되었다. 균열은 좌, 우측 모두 비슷하게 생성되었으며 중앙 집중 가력 실험체는 압괴가 발생하여 하중 가력을 중단하였고 2점 가력 실험체는 급격한 처짐의 증가로 압괴 초기현상이 발생하여 가력을 중단하였다.

4.4 균열 단면2차모멘트

균열 단면2차모멘트를 분석하기 위하여 콘크리트 설계 기준에서 제시하고 있는 식 (2) 및 Fikry 등⁴⁾이 제안한 식 (5)와 Akmaluddin 등⁵⁾이 제안한 식 (6)을 사용하여 실험값과 비교하였다. 여기서, 실험에 의한 균열 단면2차모멘트는 하중 P 가 항복하중 P_y 에 도달했을 때의 유효 단면2차모멘트를 사용하였다. 균열 단면2차모멘트의 실험값과 이론값을 비교하면 일반강도 실험체의 경우 Fig. 10(a)에

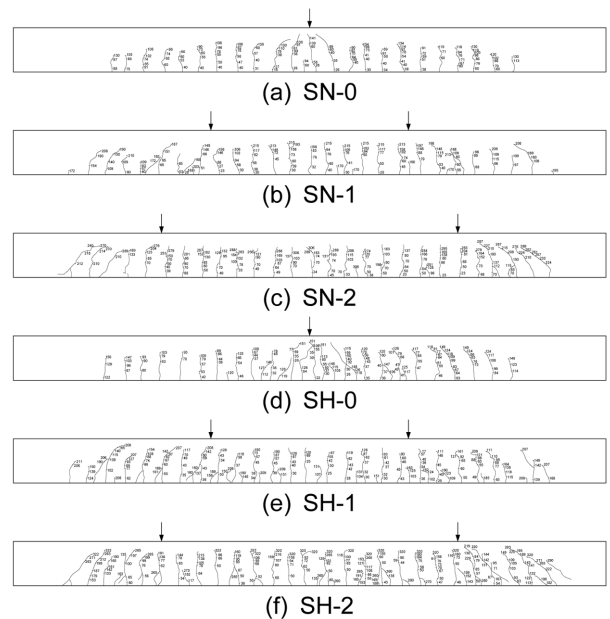


Fig. 9 Crack patterns of test specimens

서와 같이 콘크리트 구조설계기준에 의한 값은 실험값과 28~33%의 오차를 보였고, 식 (5)에 의한 값은 실험값과 21~25%의 오차를 나타냈다. 식 (6)에 의한 값은 실험값과 6~10%의 오차를 보여 실험값을 가장 정확히 예측하였다. Fig. 10(b)에 나타낸 바와 같이 고강도 실험체에 대해서도 식 (6)에 의한 균열 단면2차모멘트 값이 실험값과 가장 근접하게 예측되었다.

Rashid M. A. 등¹¹⁾과 장수연¹²⁾의 논문에서 얻은 데이터와 이 연구에서 수행한 실험 결과를 합하여 총 39개 단순보의 균열 단면2차모멘트를 기준식과 비교한 결과를 Fig. 11 및 Appendix 1에 나타내었다. 분석 결과, 기준식인 식 (2)에 의한 값은 평균 오차가 68.19%로 실험값을 과대평가하였으며, 식 (5)에 의한 값은 36.71%의 오차를 보였고, 식 (6)에 의한 값은 26.24%의 오차로 실험값에 가깝게 예측하였다.

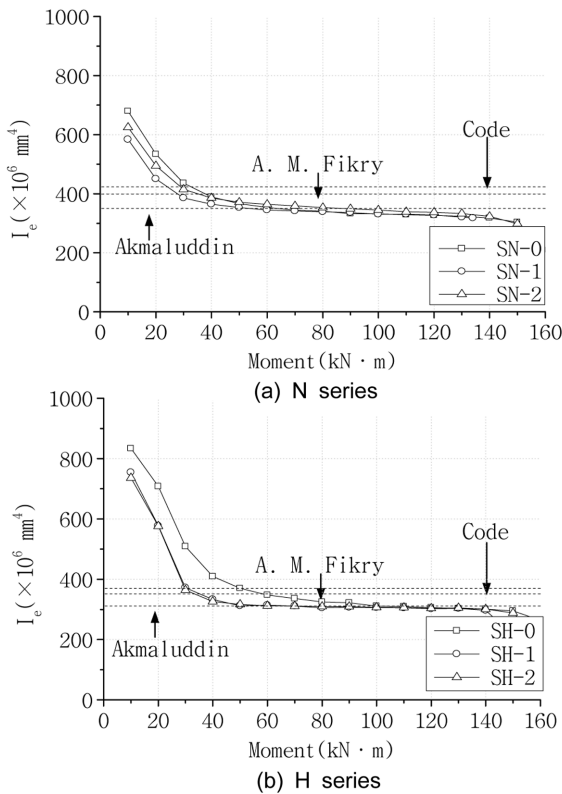


Fig. 10 Moment of inertia of the cracked transformed section

4.5 유효 단면2차모멘트

Fig. 12는 실험으로부터 구한 유효 단면2차모멘트를 콘크리트 구조설계기준에서 제시하고 있는 기준식에 의한 값과 함께 보여주고 있다. 실험 변수인 지점에서 가력점까지의 거리에 따른 실험체별 유효 단면2차모멘트의 차이는 일반강도 실험체에서는 10% 이하로 나타났고, 고강도 실험체에서는 $0.4 M_{cr} < M_a < 3 M_{cr}$ 인 구간에서 중앙 집중 가력 실험체와 2점 가력 실험체가 20~30%의 차이를 보였다. 즉, 실험체의 유효 단면2차모멘트 값이 실험 변수인 콘크리트 강도 및 지점에서 가력점까지의 거리에 영향을 받는다는 것을 말해준다. 그러나, 콘크리트 구조설계기준에 의한 유효 단면2차모멘트는 Fig. 12에서 보

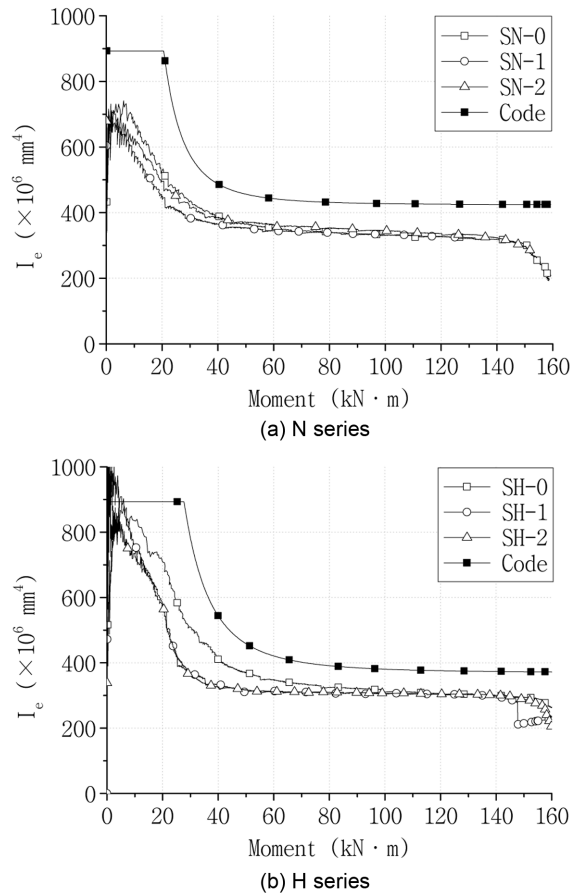


Fig. 12 Effective moment of inertia

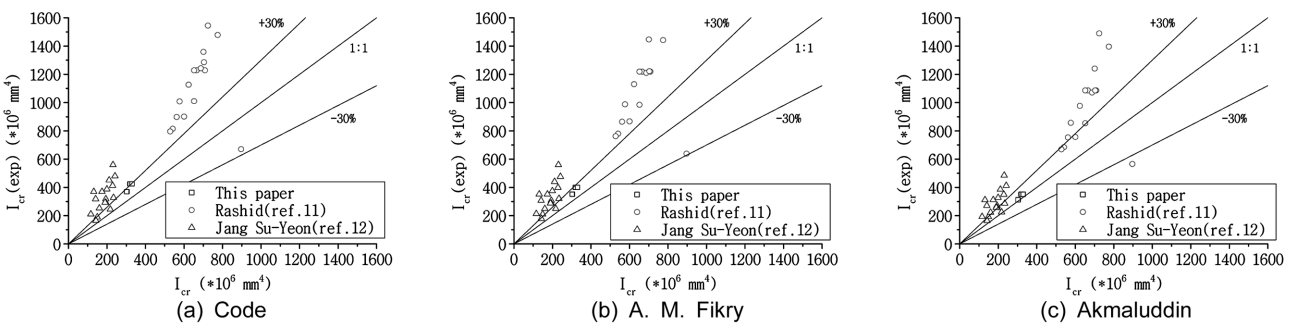


Fig. 11 Comparison of moment of inertia of the cracked transformed section

이는 바와 같이 모멘트 분포 형상이 다른 세 종류의 실험체에 대하여 동일한 값으로 구해지기 때문에 모멘트 분포 형상에 따른 유효 단면2차모멘트의 차이를 반영하지 못하고 있는 것이다.

4.6 변분 해석에 의한 유효 단면2차모멘트

부재 단면에 작용하는 모멘트가 균열 모멘트 이상이 되면 균열이 발생하여 콘크리트의 유효면적이 감소하므로 유효 단면2차모멘트도 감소한다. 따라서 단면이 일정한 부재에서도 부재 길이방향의 모멘트 분포와 균열발생 정도에 따라 각 단면의 유효 단면2차모멘트는 변하게 된다. 그러나 4.5절에서 언급된 바와 같이 기준식이 모멘트 분포 형상에 따른 유효 단면2차모멘트의 차이를 반영하지 못하므로 이 연구에서는 유효 단면2차모멘트를 함수로 나타내고 변분해석에 의해 처짐을 산정하고자 한다.¹³⁾

균열발생 정도에 따른 변형을 에너지를 각 단면의 유효 단면2차모멘트 ($I_e(x)$)와 전 단면2차모멘트 (I_g)의 비율을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l E \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 \left(\int_A (y)^2 dA \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^l E \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 I_g f_l(x) dx \quad (11)$$

여기서, $f_l(x) = I_e(x) / I_g$ 이다.

4.6.1 유효 단면2차모멘트 함수 산정 방법

Fig. 13과 같이 모멘트 $M_x = M_{cr}$ 에서 $M_x = M_{max}$ 인 단면까지의 거리를 e 로 나타내고 e 로 표시된 구간을 3개의 1차 함수로 표현하였다. x_1 의 위치는 $M_x = M_{cr}$ 인 곳을 말하며, x_2 는 x_1 로부터 $e/4$ 만큼 떨어진 곳, x_3 는 x_1 로부터 $e/2$ 만큼 떨어진 곳이다. x_m 은 최대 모멘트가 작용하는 곳이며, 단순보에서 등분포 하중 또는 중앙 집중 하중이 작용할 경우 보의 중앙부를, 2점 가력을 하는 경우 하중 가력점을 나타낸다. x_1, x_2, x_m 의 위치에서 식 (7)을 사용하여 유효 단면2차모멘트를 계산하고 전 단면2차모멘트와의 비율을 구하여 각각 $f_l(x_1), f_l(x_2), f_l(x_m)$ 으로 하여 유효 단면2차모멘트 함수 $f_l(x)$ 를

$$0 < x \leq x_1 \quad f_l(x) = f_l(x_1) = 1.0 \quad (13a)$$

$$x_1 \leq x \leq x_2 \quad f_l(x) = \frac{1}{x_2 - x_1} [f_l(x_1)(x_2 - x) + f_l(x_2)(x - x_1)] \quad (13b)$$

$$x_2 \leq x \leq x_3 \quad f_l(x) = \frac{1}{x_3 - x_2} [f_l(x_2)(x_3 - x) + f_l(x_m)(x - x_2)] \quad (13c)$$

$$x_3 < x \leq x_m \quad f_l(x) = f_l(x_m) \quad (13d)$$

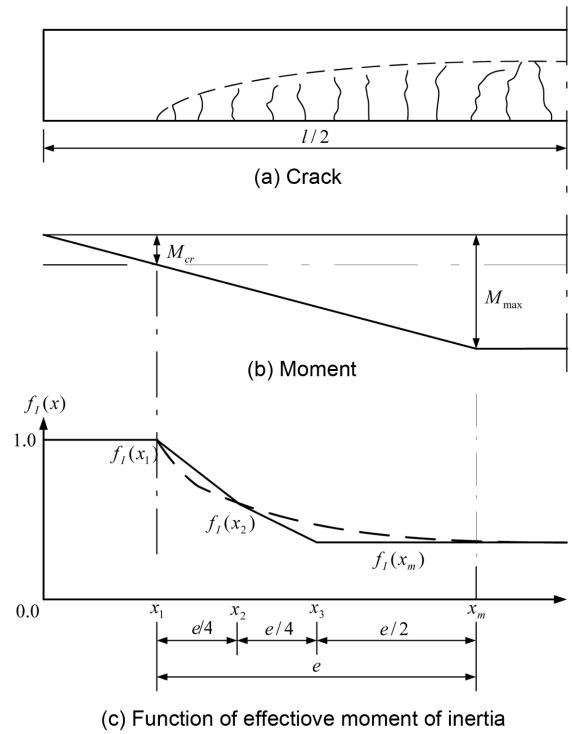


Fig. 13 Function of effective moment of inertia

와 같이 정의하였다. 여기서, $0 < x \leq x_1$ 에서는 균열이 발생하지 않아 $I_e = I_g$ 이므로 $f_l(x) = 1.0$ 이 되며, $x_3 < x \leq x_m$ 에서는 계산을 간단히 하기 위해 $f_l(x) = f_l(x_m)$ 으로 하였다.

4.6.2 변분해석에 의한 처짐 분석

변분 해석에 의해 처짐을 구하기 위하여 유효 단면2차모멘트 함수를 사용하면, 하중이 대칭으로 작용하는 단순보의 포텐셜 에너지는

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^l E \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 I_g f_l(x) dx - P v_{x=a} \quad (14)$$

여기서, a = 지점에서 가력점까지의 거리
으로 나타낼 수 있다. 또한, 계산의 단순화를 위하여 단순보의 처짐 형상 함수로는 경계조건을 만족시키는 가장 간단한 삼각함수인

$$v = A_1 \sin \frac{\pi}{l} x \quad (15)$$

여기서, A_1 은 보 중앙부의 처짐을 사용하여 표현할 수 있다. 보 중앙부의 처짐은 $\partial \Pi / \partial A_1 = 0$ 인 조건을 적용하여 산정할 수 있으며, 계산 결과를 정리하면 보의 중앙부 처짐을 나타내는 상수 A_1 은 다음과 같이 구해진다.

$$A_1 = \frac{P}{E_c I_g \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 \int_0^{1/2} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{l} x \right) f_l(x) dx} \quad (16)$$

변분해석에 의하여 계산된 처짐, 실험값, 기준식 및 기존 제안식들에 의한 처짐을 Fig. 14(a)~(e) 및 Appendix 2에 나타내었다. 여기에 사용된 데이터는 이 연구에서 수행한 실험결과 이외에 Al-Zaid 등^{9,10}과 장수연¹²의 연구에서 보고된 실험 결과를 합하여 총 34개 단순보의 처짐을 나타낸 것이다.

Fig. 14(a)는 콘크리트구조설계기준에서 제시하는 기준식에 의한 처짐값과 실험값을 비교하여 나타낸 것으로, 실험값과의 비율은 평균 0.903, 표준편차 (SD) 0.253, 변동계수 (COV) 0.281로 변분해석에 비하여 예측 변동폭이 다소 높았다. 이는 기준에 제시된 유효 단면2차모멘트 산정식이 하중 상태가 서로 다른 실험체들의 다양한 모멘트 분포 형상에 따른 영향을 효과적으로 반영하고 있지 못하였기 때문으로 사료된다.

Fig. 14(b)~(c)에 나타낸 Al-Zaid 등^{9,10}의 제안식 및 Fikry 등⁴의 제안식에 의한 처짐값과 실험값과의 비율은 각각 평균 0.828, 0.865, 변동계수 0.193, 0.231 으로서 처짐을 다소 과소평가하는 경향을 보였다. 또한, Fig. 14(d)에 나타낸 Akmaluddin 등⁵의 제안식에 의한 처짐값과 실험값과의 비율은 평균 1.004, 변동계수 0.201로서 실험값에 가장 근사하면서도 변동폭이 비교적 작은 값을 보였다. 이는 균열 단면2차모멘트 계산시 오차가 가장 적게 발생하였기 때문에 유효 단면2차모멘트 예측의 정확도가 높아져 처짐 계산의 오차가 적게 발생한 것으로 판단된다.

Fig. 14(e)는 실험 결과와 변분해석에 의하여 계산된 처짐값을 비교하여 나타낸 것으로 실험값과의 비율은 평균 0.814로 처짐을 다소 과소평가하는 것으로 나타났으나, 표준편차 0.191, 변동계수 0.235로서 변동폭은 비교적 낮은 수준이었다. 변분해석에 의한 처짐값은 기준식에 비하여 비교적 양호한 예측을 하는 것으로 나타났으며, 실험

값과의 차이는 단순보의 처짐 형상 함수를 계산의 편리함을 위하여 경계조건을 만족시키는 가장 간단한 삼각 함수를 사용한 것이 주원인으로 판단된다. 따라서, 본 연구에서 제안한 유효 단면2차모멘트 함수를 이용한 변분해석에 의한 처짐 산정은 모멘트 분포 형상에 따른 영향을 반영할 수 있는 좋은 방법으로 판단되지만, 보다 정확한 처짐 예측을 위해서는 개선된 처짐형상 함수를 사용하여 이를 보완할 필요가 있을 것으로 사료된다.

5. 결 론

이 연구에서는 유효 단면2차모멘트에 대한 모멘트 분포 형상의 영향을 분석하기 위하여 콘크리트의 압축강도와 모멘트 분포 형상을 주요변수로 한 구조 실험을 수행하였으며, 실험결과를 기준식을 비롯한 기존의 제안식 및 변분해석에 의한 값과 비교분석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 모멘트 분포에 따른 유효 단면2차모멘트의 차이는 일반강도 실험체에서는 10% 이하로 비교적 작았으나, 고강도 실험체에서는 $0.4 M_{cr} < M_a < 3 M_{cr}$ 인 구간에서 중앙 집중 가력 실험체와 2점 가력 실험체가 20~30%의 차이를 보였다.
- 2) 콘크리트구조설계기준에 의한 유효 단면2차모멘트는 모멘트 분포 형상이 다른 세 종류의 실험체에 대하여 동일한 값으로 계산되어 기준식이 모멘트 분포 형상에 따른 유효 단면2차모멘트의 차이를 반영하지 못하고 있는 것으로 나타났다.
- 3) 콘크리트구조설계기준의 기준식을 사용하여 산정된 처짐값은 실험값과의 비율이 평균 0.903으로 비교적 정확하게 예측하였으나, 변동계수가 이 연구에서

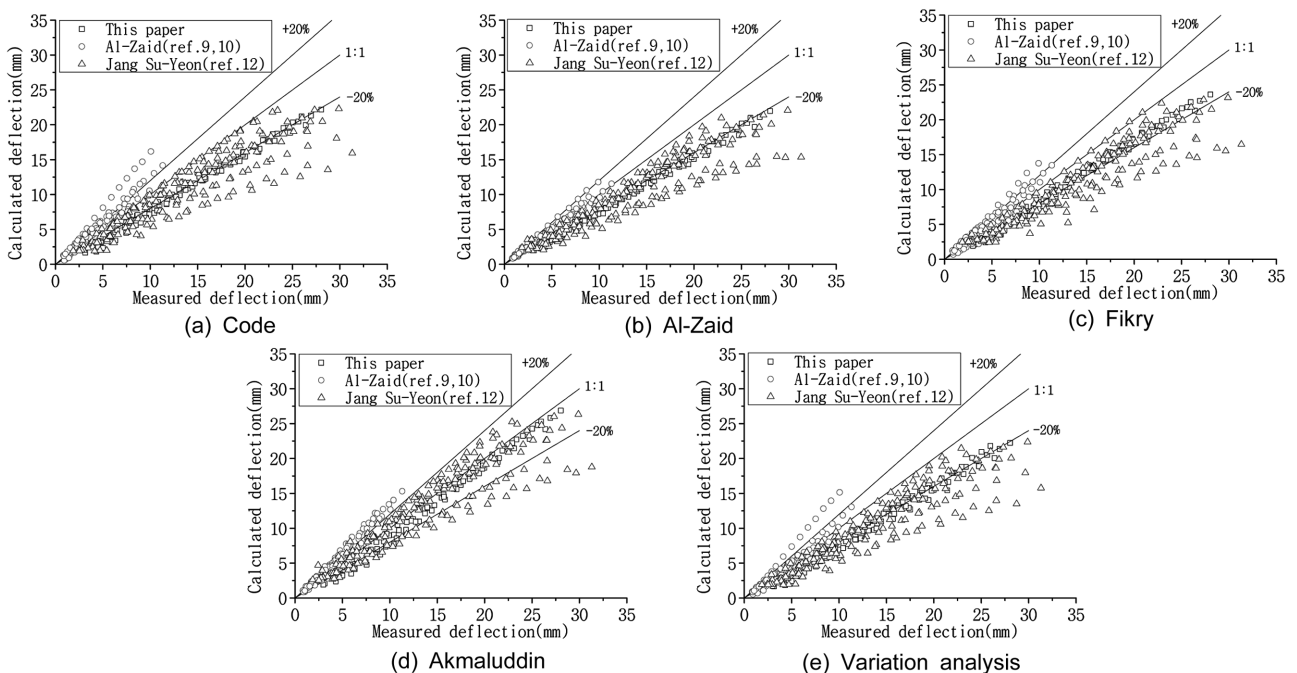


Fig. 14 Comparison of deflection by code and empirical equations

비교 분석된 이론값들 중 가장 크게 나타났다. 이는 기준에 제시된 유효 단면2차모멘트가 모멘트 분포 형상에 따른 영향을 효과적으로 반영하고 있지 못한 것에 기인하는 것으로 판단된다.

- 4) 본 연구에서 제안한 유효 단면2차모멘트 함수를 이용한 변분해석에 의한 처짐 산정은 모멘트 분포에 따른 영향을 효과적으로 반영할 수 있다고 사료된다. 그러나 보다 정확한 처짐 예측을 위해서는 처짐 형상 함수의 개선을 위한 추후 연구를 요하며, 균열 단면2차모멘트 예측식의 수정 및 보완을 통하여서도 보다 효율적인 처짐 예측이 가능할 것으로 판단된다.

감사의 글

이 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행한 2004년도 건설핵심기술연구개발사업 (과제번호: 04핵심기술C02-02)의 연구비 지원에 의하여 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. ACI Committee 435, *Deflection of Reinforced Concrete Flexural Members*, 435.2R-66, American Concrete Institute, 1984, pp. 638~661.
2. Branson, D. E., *Instantaneous and Time-Dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams*, HPR Report No. 7, Part 1, Alabama-Highway Department/ U.S. Bureau of Public Roads, 1963/1965, pp. 1~78.
3. 한국콘크리트학회, 콘크리트구조설계기준 해설, 2007, pp. 73~79.

4. Fikry, A. M. and Thomas, C., "Development of a Model for the Effective Moment of Inertia of One-Way Reinforced Concrete Elements," *ACI Structural Journal*, Vol. 95, No. 4, 1998, pp. 444~455.
5. Akmaluddin and Thomas C., "Experimental Verification of Effective Moment of Inertia Used in the Calculation of Reinforced Concrete Beam Deflection," *International Civil Engineering Conference*, 2006, pp. 89~98.
6. Ghali, C., "Deflection of Reinforced Concrete Members: A Critical Review," *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 90, No. 4, 1993, pp. 364~373.
7. Grossman, J. S., "Simplified Computations for Effective Moment of Inertia and Minimum Thickness to Avoid Deflection Computations," *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 78, No. 6, 1981, pp. 423~439.
8. Rangan, B. V., "Control of Beam Deflections by Allowable Span-Depth Ratios," *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 79, No. 5, 1982, pp. 372~377.
9. Al-Zaid, R. Z., Al-Shaikh A. H., and Abu-Hussein M. M., "Effect of Loading Type on the Effective Moment of Inertia of Reinforced Concrete Beams," *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 2, 1991, pp. 184~190.
10. Al-Shaikh, A. H. and Al-Zaid R. Z., "Effect of Reinforcement Ratio on the Effective Moment of Inertia of Reinforced Concrete Beams," *ACI Structural Journal*, Vol. 90, No. 2, 1993, pp. 144~149.
11. Rashid, M. A. and Mansur, M. A., "Reinforced High-Strength Concrete Beams in Flexure," *ACI Structural Journal*, Vol. 102, No. 3, 2005, pp. 462~471.
12. 장수연, 철근콘크리트 보의 균열 및 처짐 거동 특성에 대한 실험적 고찰, 석사학위논문, 인하대학교, 2007, pp. 24~51.
13. 김상식, 변분 구조 해석, 인하대학교 출판부, 2004, pp. 87~135.

요약 철근콘크리트 휨 부재의 처짐 산정에는 일반적으로 유효 단면2차모멘트의 개념이 적용되고 있으며, 콘크리트 구조설계기준에서는 처짐의 간편한 계산을 위하여 Branson이 제안한 유효 단면2차모멘트를 부재의 전 경간에 동일하게 대표값으로 사용하고 있다. 그러나, 기준에서 제시된 유효 단면2차모멘트는 등분포하중을 전제로 제안되었으므로 다른 하중상태에서도 기준식의 정확성에 대해 검증할 필요가 있다. 따라서, 이 연구에서는 모멘트 분포 형상이 처짐 계산에 필요한 유효 단면2차모멘트에 미치는 영향을 실험적으로 검증하기 위해 콘크리트 강도와 지점에서부터 가력점까지의 거리를 주요변수로 하여 총 6개의 철근콘크리트 보 실험체를 제작하여 구조실험을 수행하고, 실험결과를 기준식 및 다른 연구자들이 제안한 식과 비교·분석하였다. 또한, 모멘트 분포형상을 고려할 수 있는 변분해석에 의한 처짐 산정 방법을 제안하였다. 실험 결과, 보의 유효 단면2차모멘트는 모멘트 분포 형상에 따라 다소 차이가 있었으나 기준식은 이를 반영하지 못한 것으로 나타났다. 이 연구에서 제안한 변분해석에 의한 처짐값과 실험값의 비율이 기준식에 비해 변동폭이 작게 나타났으며, 따라서, 모멘트 분포 형상의 영향을 고려한 부재의 처짐 산정에 유용한 방법이라고 판단된다. 그러나, 실험값과는 다소 차이가 있어 처짐 형상 함수의 개선을 통하여 이를 보완할 수 있는 추후 연구가 필요할 것으로 판단된다.

핵심용어 : 유효 단면2차모멘트, 처짐, 균열 단면2차모멘트, 휨강성

Appendix 1 Moment of inertia of the cracked transformed section

	Specimens	Test results, $I_{cr(exp)}$ ($\times 10^6 \text{ mm}^4$)	Eq. (2), I_{cr} ($\times 10^6 \text{ mm}^4$)	Eq. (5), I_{cre} ($\times 10^6 \text{ mm}^4$)	Eq. (6), I_{crm} ($\times 10^6 \text{ mm}^4$)	$I_{cr} / I_{cr(exp)}$	$I_{cre} / I_{cr(exp)}$	$I_{crm} / I_{cr(exp)}$
This paper	SN-0	319.24	423.40	398.82	350.39	1.33	1.25	1.10
	SN-1	320.91				1.32	1.24	1.09
	SN-2	330.56				1.28	1.21	1.06
	SH-0	302.84	369.33	351.31	310.74	1.22	1.16	1.03
	SH-1	304.01				1.21	1.16	1.02
	SH-2	303.07				1.22	1.16	0.64
Ref.13	A111	897.13	669.28	637.45	564.44	0.74	0.72	0.64
	A211	652.67	1009.44	982.77	852.84	1.55	1.51	1.31
	B211	562.39	896.92	863.02	752.94	1.59	1.53	1.34
	B211a	601.08	899.61	865.79	755.25	1.50	1.44	1.26
	B311	666.27	1227.78	1218.46	1084.81	1.84	1.83	1.63
	B312	652.37	1227.78	1218.46	1084.81	1.88	1.87	1.66
	B313	709.11	1227.78	1218.46	1084.81	1.73	1.72	1.53
	B321	687.90	1241.45	1208.65	1069.74	1.80	1.76	1.56
	B331	703.98	1284.69	1220.61	1084.81	1.82	1.73	1.54
	B411	775.49	1477.55	1440.94	1394.50	1.91	1.86	1.80
	C211	577.39	1007.00	986.42	856.04	1.74	1.71	1.48
	C311	624.63	1125.66	1129.28	975.36	1.80	1.81	1.56
	C411	701.36	1357.44	1445.99	1239.87	1.94	2.06	1.77
	C511	724.78	1544.09	1743.54	1488.38	2.13	2.41	2.05
	D211	541.63	813.48	779.23	683.02	1.50	1.44	1.26
	E211	528.72	795.12	761.36	668.10	1.50	1.44	1.26
Ref.2	GX-13-A0	217.82	243.93	249.18	225.40	1.12	1.14	1.03
	GY-13-A0	116.49	210.65	213.22	192.40	1.81	1.83	1.65
	GX-16-A0	229.12	412.55	398.44	350.37	1.80	1.74	1.53
	GX-19-A0	131.30	370.25	352.45	311.92	2.82	2.68	2.38
	GY-19-A0	141.35	318.70	307.37	271.10	2.25	2.17	1.92
	GX-19-A3	173.88	370.25	352.45	311.92	2.13	2.03	1.79
	GY-19-A3	194.34	318.70	307.37	271.10	1.64	1.58	1.39
	GX-25-A0	231.37	560.02	559.43	484.96	2.42	2.42	2.10
	GY-25-A0	241.72	479.93	476.82	412.76	1.99	1.97	1.71
	HX-13-A0	149.36	190.44	210.63	193.28	1.28	1.41	1.29
	HY-13-A0	142.54	164.72	179.33	164.08	1.16	1.26	1.15
	HX-16-A0	234.41	327.82	321.58	286.15	1.40	1.37	1.22
	HX-19-A0	194.32	292.96	287.40	257.57	1.51	1.48	1.33
	HY-19-A0	160.59	252.65	249.28	222.56	1.57	1.55	1.39
	HX-19-A3	189.87	292.96	287.40	257.57	1.54	1.51	1.36
	HX-25-A0	211.07	451.37	441.20	386.15	2.14	2.09	1.83
HY-25-A0	199.43	387.70	375.19	327.83	1.94	1.88	1.64	

Appendix 2 Predictions of deflection (v_{cal}/v_{exp})

	Specimens	Variational analysis			Code			Al-Zaid			Fikry			Akmaluddin		
		Mean	COV	SD	Mean	COV	SD	Mean	COV	SD	Mean	COV	SD	Mean	COV	SD
This paper	SN-0	0.692	0.002	0.044	0.774	0.000	0.015	0.719	0.001	0.032	0.798	0.002	0.046	0.875	0.007	0.083
	SN-1	0.734	0.005	0.069	0.741	0.005	0.069	0.730	0.001	0.036	0.796	0.002	0.050	0.870	0.008	0.090
	SN-2	0.798	0.002	0.045	0.798	0.002	0.040	0.801	0.000	0.011	0.864	0.000	0.022	0.952	0.003	0.052
	SH-0	0.671	0.004	0.067	0.796	0.013	0.115	0.739	0.002	0.040	0.791	0.007	0.083	0.838	0.016	0.125
	SH-1	0.695	0.013	0.113	0.708	0.013	0.100	0.716	0.005	0.067	0.756	0.010	0.102	0.803	0.020	0.141
	SH-2	0.769	0.009	0.096	0.743	0.010	0.100	0.772	0.002	0.040	0.809	0.005	0.073	0.869	0.013	0.114
Ref.8	B-U	1.386	0.018	0.136	1.532	0.014	0.120	0.948	0.000	0.010	1.023	0.004	0.061	1.174	0.009	0.094
	B-C	0.927	0.004	0.065	1.247	0.007	0.081	0.981	0.003	0.056	1.106	0.018	0.132	1.264	0.038	0.195
	B-T	0.929	0.014	0.120	0.972	0.019	0.137	1.214	0.001	0.029	1.328	0.003	0.059	1.296	0.006	0.079
	B-CU	1.052	0.014	0.117	1.264	0.003	0.056	0.929	0.009	0.096	1.067	0.027	0.163	1.223	0.042	0.205
Ref.7	BL-11	0.783	0.002	0.042	1.128	0.008	0.088	0.993	0.005	0.068	0.844	0.008	0.090	1.251	0.019	0.137
	BN-12	0.844	0.001	0.025	1.062	0.002	0.043	0.886	0.000	0.019	0.947	0.001	0.027	0.959	0.013	0.116
	BH-13	1.047	0.001	0.025	1.255	0.008	0.089	1.022	0.001	0.023	1.264	0.005	0.070	1.169	0.005	0.073
	BL-17	0.728	0.012	0.111	1.155	0.007	0.082	0.956	0.007	0.084	0.751	0.020	0.141	1.288	0.001	0.030
	BL-18	0.632	0.014	0.119	0.894	0.044	0.210	0.984	0.006	0.078	0.847	0.026	0.162	1.197	0.028	0.169
	BH-6	1.072	0.001	0.031	1.310	0.017	0.132	1.029	0.001	0.026	1.351	0.013	0.112	1.257	0.005	0.065
	BH-10	1.038	0.004	0.060	1.365	0.007	0.085	0.991	0.002	0.049	1.110	0.006	0.074	1.009	0.003	0.053
Ref.2	GX-13-A0	0.786	0.007	0.081	0.816	0.007	0.083	0.883	0.000	0.016	0.684	0.005	0.067	1.151	0.011	0.103
	GY-13-A0	0.760	0.015	0.122	0.792	0.005	0.122	0.847	0.001	0.033	0.651	0.009	0.097	1.155	0.002	0.048
	GX-16-A0	0.864	0.004	0.066	0.870	0.003	0.073	0.847	0.004	0.061	0.893	0.004	0.060	1.018	0.005	0.072
	GX-19-A0	0.772	0.001	0.037	0.820	0.003	0.055	0.771	0.001	0.031	0.786	0.001	0.028	0.964	0.003	0.053
	GY-19-A0	0.802	0.002	0.040	0.863	0.003	0.057	0.787	0.000	0.022	0.814	0.001	0.034	0.978	0.002	0.044
	GX-19-A3	0.788	0.003	0.053	0.833	0.003	0.058	0.876	0.001	0.033	0.807	0.003	0.058	0.981	0.004	0.064
	GY-19-A3	0.816	0.006	0.077	0.872	0.004	0.066	0.800	0.003	0.052	0.833	0.008	0.087	0.994	0.008	0.089
	GX-25-A0	0.669	0.001	0.025	0.675	0.001	0.026	0.566	0.000	0.014	0.599	0.001	0.035	0.680	0.001	0.028
	GY-25-A0	0.560	0.003	0.059	0.563	0.004	0.060	0.606	0.001	0.033	0.672	0.006	0.080	0.764	0.005	0.074
	HX-13-A0	0.695	0.007	0.081	0.725	0.005	0.073	0.971	0.078	0.280	0.638	0.041	0.203	1.316	0.131	0.362
	HY-13-A0	0.431	0.004	0.065	0.448	0.006	0.077	0.648	0.000	0.008	0.422	0.001	0.029	0.935	0.002	0.048
	HX-16-A0	0.997	0.003	0.051	1.017	0.003	0.056	0.989	0.014	0.119	1.035	0.011	0.105	1.169	0.009	0.093
	HX-19-A0	0.861	0.009	0.094	0.950	0.010	0.101	0.875	0.001	0.029	0.836	0.006	0.077	1.088	0.004	0.059
	HY-19-A0	0.830	0.006	0.079	0.940	0.008	0.087	0.835	0.003	0.050	0.828	0.006	0.078	1.026	0.006	0.075
	HX-19-A3	0.747	0.022	0.150	0.829	0.026	0.162	0.756	0.009	0.095	0.719	0.015	0.121	0.944	0.021	0.144
HX-25-A0	0.665	0.001	0.030	0.674	0.001	0.029	0.631	0.003	0.057	0.731	0.007	0.085	0.802	0.004	0.063	
HY-25-A0	0.524	0.001	0.029	0.531	0.001	0.029	0.538	0.002	0.045	0.667	0.000	0.017	0.740	0.002	0.042	
		0.814	0.036	0.191	0.903	0.064	0.253	0.828	0.026	0.160	0.865	0.040	0.200	1.004	0.040	0.200

* v_{cal} : calculated deflection by code and empirical equations

* v_{exp} : experimental deflection