

수직 공간 내에서 고도변화에 따른 기압차로 인한 기류현상 예측에 관한 연구

정 광 섭^{*}, 김 철 호*

서울산업대학교 공과대학 건축학부, 서울산업대학교 공과대학 자동차공학과

An Effect of Atmospheric Pressure Difference with Altitude on the Induced Airflow Velocity in a Vertical Closed Conduit

Kwang-Seop Chung^{*}, Chul-Ho Kim*

School of Architecture, Seoul National University of Technology, Seoul 139-743, Korea

**Department of Automotive Engineering, Seoul National University of Technology, Seoul, 139-743, Korea*

(Received April 1, 2009; revision received June 19, 2009)

ABSTRACT: On 21st century, global warming is the most serious environmental problem threatening the existence of lives on the earth. One of the serious reasons of this nature phenomena was due to the greenhouse effect by carbon dioxide mainly produced with the combustion process of hydro-carbon fuel, and it is mostly produced. In the high oil prices age, intensification of energy efficiency promotion in the building sector is required. Windows are dominating large percentage whole building loads, and are regarding as the primary target of energy efficiency. The purpose of this research is on the obtaining of the renewable energy source in the skyscraper buildings in the metropolitan area. The air movement is happens due to the atmospheric pressure differences in the air. Due to this simple physical theory, it is easily expected to obtain the useful renewable nature energy through the high-raised vertical air stack installed in a tall building. However, there is one problem that should be resolved which is called air-hole effect in the sky-scraper buildings.

Key words: Renewable energy(신재생에너지), Air-stack effect(연돌효과), Wind energy(풍력에너지), Wind turbine(풍력터빈), Wind-power generation system(풍력발전설비), Aerodynamics(공기역학), Induced wind(유도바람), Air-stack(연돌)

기호 설명

G	: 중력가속도 [m/s^2]
h	: 수직 공간의 높이 [m]
H	: 습도 [%]
P	: 정압력 [Pa]
ϕ	: 관의 직경 [m]

그리스 문자

γ_{air}	: 공기비중량
ρ_{air}	: 공기밀도

하침자

* Corresponding author

Tel.: +82-2-970-6561; fax: +82-2-972-4096

E-mail address: kschung@snut.ac.kr

in : 실험관의 입구

out : 실험관의 출구

g : 계기
atm : 대기

1. 서 론

도시에서 건물의 운용을 위해 소비되는 에너지 절약에 관한 문제는 1973년의 제 1차 세계 에너지 쇼크 이후 전 세계적인 주요 관심사가 되어왔다. 최근 들어 에너지 절약의 문제 뿐만 아니라 화석 에너지의 변환과정에서 발생하는 이산화탄소의 과다한 생산에 의한 지구온난화의 문제는 지구환경의 파괴 및 지구 생명체의 존재를 위협하는 물질로 판단됨에 따라 1997년 12월에 채택되고, 2005년 2월에 발효된 교토의정서⁽¹⁾의 협의내용에 의거하여 전 세계는 이산화탄소의 생산을 억제하기 위한 노력을 진행 중에 있다.

최근 들어 기존의 화석연료 에너지원으로부터 탈피하여 자연에 존재하는 신재생에너지로부터 필요한 에너지를 수급하기 위한 노력이 전 세계적으로 활발하게 진행되고 있다. 본 연구 역시 신재생에너지인 풍력에너지를 이용하여 필요한 전기에너지를 생산하는데 목적을 두고 시작되었으며 특히 도심의 초고층 건축물 내부에 설치되는 수직 통기시스템을 이용하여 통기 시스템 내부에서 기압 차에 의해 발생하는 상승기류의 에너지를 전기에너지로 변환하는 풍력발전시스템의 개발에 연구목적을 두고 있다.

본 연구는 초고층 건물의 통기 시스템 내부에서 발생하는 상승기류에너지의 상태를 파악하기 위한 연구 단계로서 수직공간의 높이 변화에 따른 상승기류의 에너지 상태를 예측하기 위한 해석 알고리즘을 개발하고 이를 이용하여 풍력발전의 가능성에 대한 판단의 근거를 마련하는 것이 주요 목표이다.

2. 수직 공간 내에서의 공기의 흐름특성

대기 공간에서 기압의 차는 공기입자의 집단적 이동 현상인 바람의 발생을 유도하게 된다. 이러한 바람은 질량을 갖는 공기입자의 이동현상으로 운동학적 에너지(kinetic energy)를 포함하고 있으며 인간은 풍력터빈(wind turbine)장치를 이용하여 이와 같은 신재생에너지를 회수하여 사용하고 있다.

수평적 공간의 두 점에서 발생하는 대기압차의 원인은 두 점사이의 온도차에 의해 발생하게 되며, 수직적 공간에서의 기압 차는 유체정역학적⁽²⁾ 이론을 근거로 예측해 낼 수 있다.

$$\Delta P_{air} = \gamma_{air} \times \Delta h \quad (1)$$

ρ_{air} : 공기밀도

γ_{air} : 공기비중량

h : 수직 공간의 높이 [m]

이때 γ_{air} 는 공기의 비중량으로 공기의 밀도와 중력가속의 곱으로 두 값 역시 온도의 함수로 고도에 따라 변화하게 된다.

최근 전 세계적으로 도심에 높이 200 m 이상의 초고층 건물들이 많이 건설되는 추세이며 이러한 초고층 구조물 내부에는 엘리베이터 통로, 환기통로와 같은 수직공간이 발생 된다. 이러한 수직 공간 내부에는 지상의 입구와 최상층 출구사이의 대기압 차이로 인해 매우 빠른 속도의 상승 기류가 발생하게 되며, 이러한 상승기류는 층류형태(laminar flow)의 방향성이 일정한 안정적 흐름을 유지할 것으로 예측된다.

건축공학분야에서는 초고층 건물 내에서의 수직공간에 의한 상승기류의 발생은 건물 내의 에너지관리 측면과 각종 공조시스템의 운용 면에서 많은 문제의 원인이 되어 연돌효과의 평가 및 저감 기법에 관한 많은 연구를 지속적으로 진행해 오고 있다.⁽³⁻⁵⁾ 그러나 이러한 상승기류를 신재생에너지의 관점에서 접근하여 건물의 운용에 필요

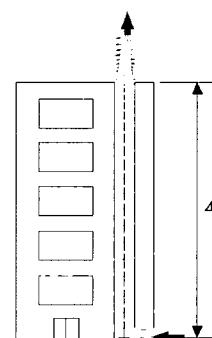


Fig. 1 Schematics of air-flow induced in a high-raised vertical air stack installed in a tall building.

한 에너지원을 확보한다는 개념으로 접근한 예는 찾아볼 수 없다(Fig. 1 참조).

2.1 수직 공간에서의 압력변화에 대한 예측

수직 공간내의 상승기류의 특성(크기와 방향성)을 예측하기 위해 우선 고도의 변화에 따른 기압의 변화를 산출하는 것이 중요하다. 유체정역학의 기본식인 식(1)을 이용하여 고도의 변화에 따른 대기압의 변화 값을 산출 할 수 있으나 이때 비례상수인 공기의 비중량(γ_{air})는 밀도와 중력의 함수이고, 밀도와 중력 역시 온도의 함수이므로 고도에 따라 변화하게 된다.

아래 Fig. 2는 고도의 변화에 따른 대기의 밀도와 중력가속도의 변화를 나타내는 선도이다.⁽⁶⁾

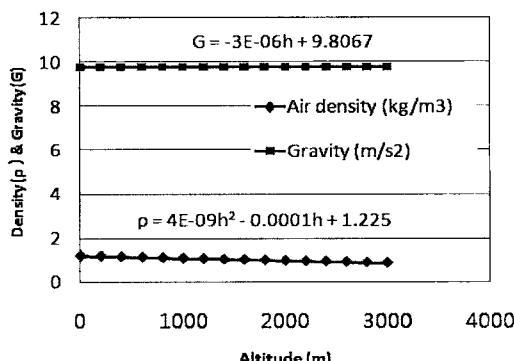


Fig. 2 Variation of air density(kg/m^3) and Gravity (m/s^2) with the height of duct.

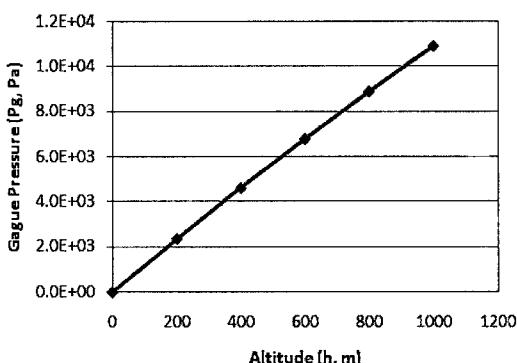


Fig. 3 Variation of atmospheric pressure with respect to altitude considering the variation of air density(kg/m^3) and Gravity(m/s^2) with altitude.

Fig. 2의 밀도와 중력의 변화를 고려하여 대기 고도의 변화에 따른 압력의 변화를 산출하면 Fig. 3 같은 선도를 구할 수 있다.

2.2 연구 모델 수직공간의 제원 및 경계조건

본 연구는 초고층 건물 내의 수직공간에서 기압차에 의해 발생하는 수직상승 풍력에너지의 활용성을 판단을 위한 선형 연구로 고도의 변화에 따른 대기압의 변화를 예측하고, 이 기압차에 의해 발생하는 유도바람(induced wind)의 크기를 정확하게 예측하는 수치해석 알고리즘을 만드는데 연구의 목적을 두고 있다.

고도변화에 따른 유도바람의 세기를 예측하기 위한 해석 알고리즘의 개발을 위해 실험과 이론적 접근을 병행하였다. 아래 Fig. 4는 대기 조건 변화에 따른 관내에서의 유도바람 속도 측정을 위해 내경 0.3m의 PVC 관을 지표면에서 2m 떼 위 수직방향으로 40m 높이로 설치한 실험장치의 구성도와 사진을 보여준다.

3. 수치해석 연구를 위한 해석기법 및 조건

3.1 수치해석연구의 기법

대기에서 고도의 변화에 따른 기압의 차에 의해 연돌(air-stack)내에서 발생하는 유도공기의 흐름 현상을 수치해석 적으로 묘사하기 위해 유한체적법(Finite Volume Method, FVM)을 적용하는 범용 CFD 코드인 PHOENICS(ver. 2008)⁽⁷⁾을 사용 하였으며, 검사체적 내부에서의 공기입자의 질량에 의

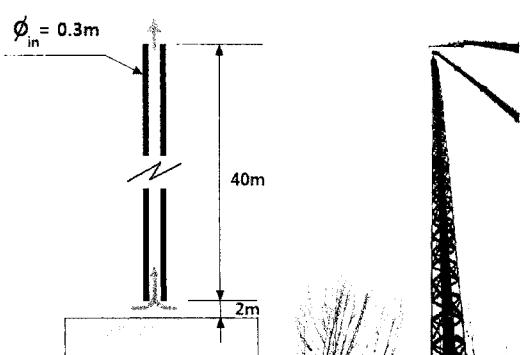


Fig. 4 Experiments device outline and its photo.

한 중력효과를 고려하였으며, 실험에서 모델 연돌은 PVC 관을 사용하였기 때문에 시험관 벽면 조도(ϕ)는 무시하였다. 해석을 위한 공기 유동 장은 다음과 같이 정의하였다.

- 준 3차원 유동(Quasi-3D Flow)
- 난류유동(Turbulent Flow)
- 비압축성유동(Incompressible Flow)
- 정상유동(Steady Flow)
- 등온유동(Isothermal Flow)

검사체적내의 비압축성 난류유동장 해석을 위해 3차원 Navier-Stokes 방정식⁽⁸⁾을 풀었으며, 난류해석을 위해 표준($\kappa-\epsilon$) 모델⁽⁹⁾을 사용하였다. 연돌의 관 내부 벽면 마찰력에 의한 대류 열전달의 현상은 무시할 수 있으므로 에너지 방정식은 풀지 않았다. 유동해석의 수렴성 판단을 위해 각 변수들의 계산 잉여율(residual fraction)이 10~4이하로 떨어질 때 까지 충분히 반복적으로 계산하였다. 비압축성, 난류 유동장의 해석을 위한 지배방정식은 Table 1과 같다.

Table 1 Governing Equations

Continuity equation	$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial y_j} + \frac{\partial U_k}{\partial z_i} = 0$
Momentum equations	$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(U_i U_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[v \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u_i u_j} \right] - g_i$
Turbulence kinetic energy equation	$\frac{\partial}{\partial x_i}(U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G - \epsilon$
Dissipation equation	$\frac{\partial}{\partial x_i}(U_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} G - C_{\epsilon 2} \epsilon)$
Result	$\begin{aligned} -\overline{u_i u_j} &= v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \\ G &= -u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, \quad v_i = C_\mu k^2 \\ (C_\mu &= 0.09, \quad C_{\epsilon 1} = 1.44, \quad C_{\epsilon 2} = 1.92, \\ \sigma_k &= 1.0, \quad \sigma = 1.0) \end{aligned}$

Top-view of the Model Air-stack (Z-direction)

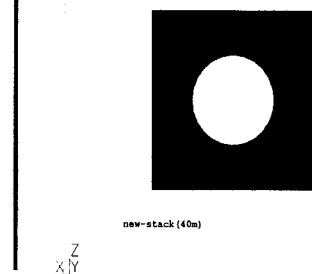


Fig. 5 A typical numerical grid of the model air-stack ($85 \times 80 \times 125$).

해석 공간의 격자생성을 위해 CAD-to-CFD 격자 생성법(grid generation method)⁽⁷⁾을 이용하였다. 연돌의 모델형상(physical model)을 수치해석 모델(numerical model)로 만들기 위해 우선 범용 CAD 프로그램을 이용하여 3차원의 실제 형상을 만들고 이 CAD 파일을 해석 공간인 수치해석 도메인(numerical domain)으로 불러와 각각 좌표계 상에서 정방격자(rectangular grid)를 생성하여 해석을 위한 격자 파일을 생성하였다.

Fig. 5는 연돌의 해석을 위한 모델 연돌의 수치격자계의 예를 보여준다. 해석을 위한 공간(numerical domain)과 격자(numerical grid)의 크기는 사전의 격자시험을 통해 수렴성 검정(convergence test) 후 결정을 하였으며, 해석 공간의 크기는 연돌을 중심으로 좌우 15 m씩 그리고 연직방향으로 6 m로 결정하였고, 공간에서의 해석격자의 크기는 ($85 \times 80 \times 125$)으로 결정하였다.

3.2 수치해석의 경계 및 초기조건

유동장 내의 속도 및 정압분포 산출을 위해 SIMPLE 알고리즘⁽⁹⁾을 적용하였으며, 운동방정식과 난류 방정식(standard-turbulent model)의 대류항(convective term)을 계산하기 위해 하이브리드(hybrid scheme) 방법을 사용하였다.

3.3 해석적 연구를 위한 주요변수 및 범위

본 수치 해석 연구의 주요 인자로는 연돌의 높이, 내부직경 그리고 실험 b시 계측되었던 연돌 입·출구에서의 대기차압(ΔP_{atm})을 고정변수로 두고

Table 2 Boundary for interpretation and Initial condition

Inlet : pressure boundary condition with no wind (Pin = P_{atm} at the surface altitude)
Outlet : pressure boundary condition with wind an assumption of fully developed flow field (Pout = P_{atm} at the altitude)
No-slip boundary conditions on the internal surface of the model air stack
Periodic boundary conditions on the surrounded surfaces of the numerical domain

연돌 출구에서의 대기 바람의 속도를 변수로 두고 연돌 내부에서의 풍속을 예측하였다. 또한 결과에 대한 신뢰성 평가를 위해 실험에서 계측된 연돌내의 평균 풍속과 비교해 보았다.

4. 모델 수직관의 상승기류 측정실험

4.1 상승기류의 속도측정시험

고도변화에 따른 연돌 내에서의 상승기류의 세기를 측정하기 위해 높이 40 m, 내경 0.3 m의 PVC 관을 수직으로 세워 측정실험을 실시하였다.

본 실험은 대형 공간이 필요한 관계로 서울산업대학교의 협조를 얻어 본 대학의 대운동장에서

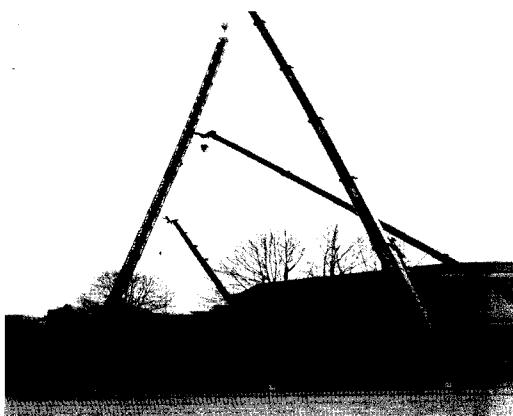


Fig. 6 Erection of the model air stack on the ground : inner diameter : 0.3 m, height : 40 m.

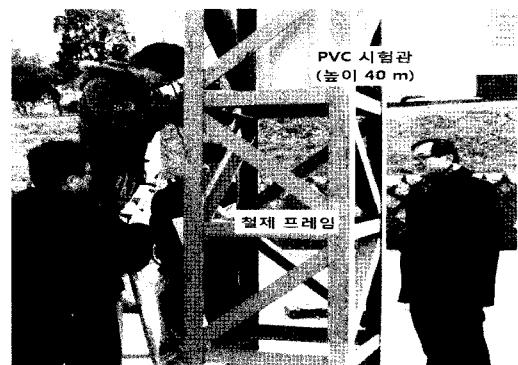


Fig. 7 Measuring of the inlet conditions of the model stack at ground level.

실시하였다. 높이 40 m의 PVC 관을 대기공간에 수직방향으로 설치하기 위해 대형 크레인 3대를 동원하였으며, PVC 관이 바람에 흔들리는 현상을 방지하기 위해 철제 프레임을 제작하여 관을 프레임 내부에 삽입하여 수직관을 설치하였다.

Fig. 6은 시험 준비를 위해 내경 0.3 m, 높이 40 m의 PVC 관을 대형 크레인을 이용해 수직으로 설치하는 사진을 보여준다.

Fig. 7은 실험용 모델 수직관을 잡아주는 철제 프레임을 보여준다. 관 입구는 지면에서 2 m에 떠워 설치하였으며 입구에서 관내의 풍속, 온도, 습도, 대기압을 측정하는 장면을 보여준다.

입·출구에서의 대기압 차에 의한 관내에서의 수직방향의 상승기류 속도를 측정하였다. 본 실험을 통해 획득한 주요 측정값은 아래와 같다.

Table 3 Measuring devices for experiments

Parameter	Maker/ Model No.	Range (Accuracy)
1 Atmospheric pressure	Isuzu	700~790 mmHg/ (0.1 mmHg)
2 Air velocity	Sewma /Air300	0.04~30.0 m/s (0.01 m/s)
3 Wind velocity	Lutron /AM4202	0.2~20.0 m/s (0.1 m/s)
4 Humidity	Extech /RH101	10.0~95.0%RH (0.1%RH)
5 Temperature data logger	Yokogawa /MV200	30channel (Input ; 20 mV to 20 V)

- 실험관 입·출구에서의 유도공기 속도
- 실험관 입·출구에서의 대기압 측정
- 실험관 입·출구에서의 대기의 온도, 습도, 풍속

위의 측정결과 분석을 통해 해석알고리즘의 경계 및 초기조건을 정의하였다. 이러한 값들을 계측하기 위해 앞의 Table 3에서 소개한 장비를 사용하였다.

4.2 실험 결과 및 고찰

모델 실험관의 입구 출구에서의 대기의 조건과 유도 공기속도를 측정함에 있어 자료에 대한 신뢰성을 높이기 위해 약 10분 간격으로 총 12회에 걸쳐 반복 측정하였다. 관내 공기유속의 측정을 위해서는 관내에 속도센서를 삽입하여 5cm 간격으로 이동하며 속도를 측정하였다.

Table 4는 모델 실험관 입·출구에서의 대기조건을 측정한 값이다. 높이 40m 시험관 출구에서 외부 풍속이 4.41 m/s로 불 때, 입·출구의 대기차압(ΔP_{atm})이 4.2 mmHg($= 555.5 \text{ Pa}$)로 계측되었으며, 대기 온도 역시 1.8 °C 정도 40m 고도에서 낮다는 사실도 알 수 있다. 본 실험 결과는 수치해석 계산을 위한 경계조건으로 사용되어졌다.

Fig. 8은 40m 높이의 모델 실험관의 입구와 출구에서 측정한 공기의 유도속도 분포를 보여준다. 입·출구에서의 최대 유도풍속은 각각 1.75 m/s, 1.32 m/s로 측정되었으며 평균 유도풍속은 각각 1.21 m/s, 1.35 m/s로 산출되었다. 모델 시험관 출구에서의 대기의 평균적인 상대풍속은 4.41 m/s로 측정되었다.

5. 해석결과 및 고찰

본 해석 연구에서는 실험에서 측정한 모델 실

Table 4 Atmospheric condition at the inlet and outlet of the model air-stack

	T _{air} (°C)	H (%)	P _{atm} (mmHg)	V _{wind} (m/s)
Inlet	10.6	51.3	752	-
Outlet	8.8	51.9	747.8	4.41

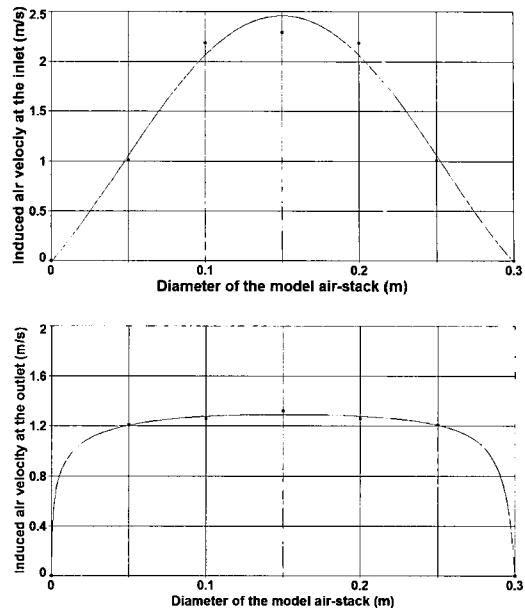


Fig. 8 Induced air velocity distribution at the inlet and outlet of the erected vertically model air-stack.

험관의 입·출구에서의 대기차압(ΔP_{atm})과 출구에서의 대기 풍속의 값을 시뮬레이션의 경계조건으로 적용하였으며, 이 조건에서의 수치해석 결과를 실험결과와 비교 평가함으로써 해석 알고리즘의 신뢰성을 평가하였다.

5.1 해석결과의 정량적 분석

수치해석 알고리즘의 신뢰성 판단을 위해 실험에서 획득한 대기차압(4.2 mmHg)과 대기 상대풍속(4.41 m/s)을 경계조건으로 설정하여 높이 40m의 수직관 내부에서의 상승기류의 특성을 산출하였으며 그 결과 값을 실험 결과와 비교하였다.

Table 5는 앞의 제 3장에서 소개한 수치해석 이론을 바탕으로 수직방향으로 세워진 높이 40m, 내경 0.3m 모델 실험관에서 관의 출구에서 수평방향으로 부는 외부바람의 속도(v_{wind})변화에 따른 실험관 입·출구에서의 대기 차압 값(ΔP_{atm})과 입·출구에서의 유도 공기속도 값을 예측한 결과이다.

다음 Fig. 9에서 알 수 있듯이 실험관 출구에서 대기 풍속이 빨라질수록 관의 입·출구에서의 대기 차압이 작아진다는 사실을 알 수 있다.

Table 5 Numerical simulation results of the model air-stack with 40 m in vertical height

v_{wind} (m/s)	ΔP_{atm} (Pa)	v_{in} (m/s)	v_{out} (m/s)
0	-577.69	1.904	1.865
0.5	-573.74	1.873	1.833
1	-569.95	1.805	1.769
2	-561.85	1.656	1.629
3	-553.29	1.497	1.478
4	-544.53	1.337	1.320
4.41*	-541.79	1.27	1.260

Measuring position : inlet : 0.2 m, outlet : 39.5 m

* To compare with the experimental result

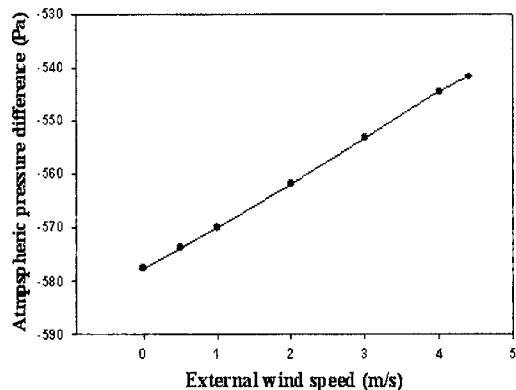


Fig. 9 Variation of Atmospheric Pressure difference(ΔP_{atm}) with the External wind Speed(V_{wind}).

이 현상은 외부의 바람이 실험관의 출구를 막는 역할을 하여 토출되는 배기에 저항 역할을 하여 토출 속도도 줄어들고 동시에 대기차압을 낮추는 역할을 하게 되기 때문이다.

Fig. 10은 외부바람의 속도가 2.0 m/s로 불 때 시험관 출구에서 발생하는 공기유동현상을 보여준다. 그림에서 알 수 있듯이 출구 쪽의 바람이 축풍의 영향으로 속도가 감속된다는 사실을 보여주고 있다.

Fig. 11은 모델 실험관의 입·출구에서의 평균 속의 변화를 보여준다. 그림에서 알 수 있듯이 외부 풍속이 클수록 출구 저항이 커져 출구에서의 속도가 크게 감소한다는 사실을 알 수 있다.

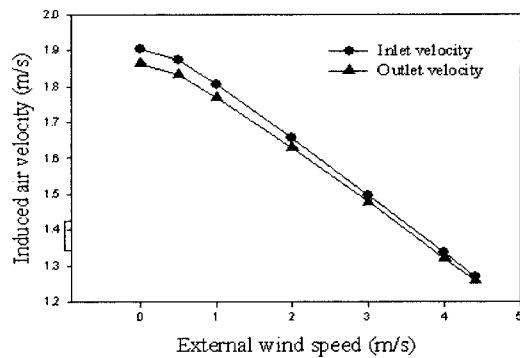


Fig. 10 Flow phenomena at the outlet of the model air-stack with the side-wind of 2.0 m/s.

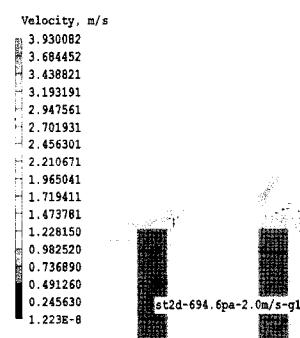


Fig. 11 Variation of the inlet and outlet air velocity with the external wind speed.

5.2 실험과 해석결과의 비교 분석

실험에서 계측된 모델 실험관 입·출구에서의 유도공기의 속도 및 대기차압(ΔP_{atm})을 해석연구를 통해 산출한 시뮬레이션 결과와 비교했다.

Table 6에 알 수 있듯이 동일한 경계조건에서 실험관내 입·출구에서의 유도공기의 속도 오차율(%)

Table 6 Comparison of experimental outputs to numerical simulation results

	Experi.	Numeri.	Error Rate
V_{inlet} (m/s)	1.24	1.27	2.4%
V_{outlet} (m/s)	1.21	1.26	4.1%
ΔP_{atm} (Pa)	555.5	541.79	2.5%

atmospheric conditions : $T_{out} = 8.8^{\circ}\text{C}$, $H_{out} = 51.9\%$

은 각각 2.4%, 4.1%이며, 40 m 수직관의 높이에 의해 형성되는 대기차압(ΔP_{atm})의 경우는 2.5%의 오차를 보였다.

6. 결 론

본 연구는 유체정역학의 이론식(1)에 근거한 고도의 차에 의해 발생하는 대기차압(ΔP_{atm})에 의한 수직 공간 내에서의 공기의 흐름 현상을 예측하는 수치해석 알고리즘을 완성하는데 목적을 두고 있다. 대기 압력차에 의해 유도되는 수직 공간내 입·출구에서의 유도공기 속도를 측정하여 수치해석 결과와 비교해 본 결과 최대 약 4% 정도의 오차율 범위내로 수직 공간 내에서의 상승 기류의 속도를 예측할 수 있었다. 그러므로 본 해석 알고리즘은 추후 초고층 수직공간 내에서 발생하는 대기압차에 의해 유도되는 기류흐름의 에너지 분석을 파악하고 활용하는 연구에 사용될 수 있다고 판단된다.

후 기

본 연구는 2008년도 한국과학재단의 지원(R01-2008-000-20066-0, KOSEF, 교육과학기술부 특정기술 연구사업)에 의해 수행된 연구내용이며, 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- United Nations, 1998, Kyoto Protocol to the United Nations Framework (Convention on Climate Change), Protocol.
- Yunus, A. C., 2006, Fluid Mechanics, Fundamentals and Applications, McGraw-Hill International, pp. 68–71.
- Jung-Yeon Yu, 2009, Evaluation of the Alternatives to Minimize Stack Effect Problems with Elevators in Tall Complex Buildings, Korean Journal of Air-Condition and Refrigeration Engineering, Vol. 21, No. 2, pp. 118–125.
- Jung-han Park, 2008, A Study on Thermal Phenomena and Stack Effect of Nude Elevator Shaft of High Rise Building that used CFD, SAREK, Summer Annual Conference, pp. 1059–1064.
- U. S. Standard Atmosphere Supplements, 1966, U. S. Government Printing Office.
- PHOENICS PVR Version 2008 CHAM Ltd, 2008.
- Olson R. M. and Wright S. J., 1990, Essentials of Engineering Fluid Mechanics, 5th ed., Harper and Row, Publishers Inc.
- Patankar, S. V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corp.
- Table Curve 2D V5.0, SPSS Science Co.