

대규모 선형시불변 시스템을 위한 \mathcal{H}_∞ 고장검출 관측기 설계

\mathcal{H}_∞ Fault Detection Observer Design for Large Scale Time-Invariant Systems

이 호 재*, 김 도 완
(Ho Jae Lee and Do Wan Kim)

Abstract: In this paper, we consider a decentralized observer design problem for fault detection in large-scaled linear time-invariant systems. Since the fault detection residual is desired to be sensitive on the fault, we use the \mathcal{H}_∞ index performance criterion. Sufficient conditions for the existence of such an observer is presented in terms of linear matrix inequalities. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: fault detection, large scale systems, observer, maximum sensitivity, linear matrix inequality

I. 서론

최근 유티쿼터스 센서 네트워크 (USN: Ubiquitous Sensor Network)나 지능형 자동차 주행 차량(intelligent automotive vehicles)등의 예와 같이, 시스템이 복잡한 기능을 갖게 됨과 동시에 대규모화됨에 따라 따라 성능저하를 유발하는 요인들이 다양화되었다[1]. 이 중에서 시스템의 안전성이나 신뢰성에 치명적인 영향을 끼치는 대표적인 요소는 고장(fault)이다. 여기서 고장이란 회복불가능한 재난적인 사건이 아니라 간헐적이며, 정상동작을 못하거나 기대되는 성능을 발휘하지 못하는 오동작(malfuction)에 한정된다[2].

그러나 간헐적, 비정상적 작동에 의한 고장은 궁극적으로 전체 시스템의 붕괴를 야기할 수 있다. 따라서 조기에 고장을 진단하여 시스템이 목적인 기능을 수행할 수 있도록 설계하여야 한다. 즉, 정확한 고장진단은 많은 제어시스템에 있어서 신뢰성을 향상시키는 전제조건이다. 시스템의 대규모화는 고장이 발생할 가능성 뿐만 아니라, 발생한 고장을 파악하는데 어려움 또한 증가함을 의미한다. 고장을 예방하기 위해서 고장이 발생하는 상황을 고려하여 고장의 발생여부를 선언하고, 고장의 위치를 검출하여 분리하는 과정이 필요하다[3].

시스템의 고장진단 기법은 크게 하드웨어적 여분(analytic redundancy)과 분석적 여분(analytic redundancy)을 이용하는 방법으로 나눌 수 있다. 하드웨어적 여분을 이용한 기법은 단순히 다수의 센서 출력 값들을 비교하여 고장을 검출하고 분리하므로 이론적으로 간단하다는 장점이 있지만 구현에 따른 비용과 설치 장소 등의 문제가 발생하게 된다. 예를 들어 원자력 발전소나 항공기등 지극히 높은 신뢰도가 요구되는 시스템은 3중, 혹은 4중의 하드웨어적 여분을 보

유하며 경제성을 감소시킨다.

이에 비해서 해석적 여분을 이용한 기법은 시스템 내부의 수학적 동특성에 기반한 동특성을 이용하여 하드웨어 여분 효과를 얻을 수 있으므로 구현에 따른 비용과 설치 장소 등의 문제를 해결할 수 있다. 이들은 모두 고장검출(fault detection), 고장분리(fault isolation), 고장식별(fault identification)의 세 가지 주요한 기능을 수행하도록 설계된다. 여기서 고장검출은 시스템에 고장이 발생했는지의 유무를 판단하는 기능이고, 고장분리는 시스템의 어느 부분에 고장이 발생했는지 판단하는 기능이며, 고장식별은 고장의 발생시간, 크기, 형태를 판단하는 기능이다[4].

수학적 모델 기반 고장진단 기법 중 근래에 주목받고 있는 기법은 고장진단 관측기 설계이다. 이는 고장에 대한 사전지식 없이도 체계적인 고장진단을 수행할 수 있는 방법이며, 기존 제어 연구분야에서 활발한 연구가 수행되었던 관측기에 대한 풍부한 이론을 직접 적용할 수 있다는 점이 큰 이점이다[5].

본 논문에서는 대규모 선형시불변 시스템의 고장검출을 위한 분산형 관측기 설계를 논의한다. 고장신호는 고장검출의 여분에 가능한한 명확하게 반영되는 것이 바람직하다[5-7]. 즉 관측기는 고장신호에서 고장검출의 여분까지 가능한한 민감하여야 한다. 이를 위하여 \mathcal{H}_∞ 지수 성능을 도입하여 고장검출 분산형 관측기 설계조건을 제안한다. 관측기 설계조건은 선형행렬부등식으로 표현된다.

본 논문은 표준적인 표기법을 따른다. 부등식 $A < (<=) 0$ 은 (반)음반정임을 뜻한다. $\|\cdot\|_2$ 는 유클리디안 놈을 의미한다. 또한 대칭 행렬 표기에 대하여 다음과 같은 생략법을 사용한다.

$$K \begin{bmatrix} \text{He}\{S\} & * \\ M & Q^* \end{bmatrix} * := K \begin{bmatrix} S+S^T & M^T \\ M & QQ^T \end{bmatrix} K^T$$

II. 대규모 시스템

다음의 형태를 갖는 r 개의 하위 선형시불변 시스템이 연결된 대규모 시스템을 고려하자.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2009. 3. 23., 수정: 2009. 5. 11., 채택확정: 2009. 5. 15.

이호재: 인하대학교 전자공학부(my1chi@inha.ac.kr)

김도완: 연세대학교 전기전자공학부(dowankim@yonsei.ac.kr)

※ 이 논문은 2008년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (과제번호: R01-2008-000-20844-0).

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A_i x_i + \sum_{j \neq i}^r A_{ij} x_j \\ y_i &= C_i x_i + D_i f_i \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 아래첨자 $i \in \mathcal{I}_R := \{1, \dots, r\}$ 는 i 번째 하위 시스템을 나타낸다. $x_i \in \mathbb{R}^n$ 는 상태, $y_i \in \mathbb{R}^p$ 는 출력, $f_i \in \mathbb{R}^q$ 는 미지의 고장신호이다. 출력 측정센서에 고장이 발생한 경우에만 $f_i \neq 0$ 이며 $f_i \equiv 0$ 인 경우 시스템은 고장이 발생하지 않음을 의미한다.

i 번째 하위 시스템의 고장검출을 위한 관측기는 다음의 형태로 구성된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i &= A_i \hat{x}_i + \sum_{j \neq i}^r A_{ij} \hat{x}_j - L_i (y_i - C_i \hat{x}_i) \\ \hat{y}_i &= C_i \hat{x}_i \\ r_i &= H_i (y_i - C_i \hat{x}_i) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\hat{x}_i \in \mathbb{R}^n$ 는 추정된 상태, $\hat{y}_i \in \mathbb{R}^p$ 는 관측기의 출력, $r_i \in \mathbb{R}^q$ 는 잔여오차(residual error)이다. 행렬 L_i 와 H_i 는 설계되어야 할 관측기 이득과 비특이 가중치 행렬이다.

관측오차를 $e_i := x_i - \hat{x}_i$ 라 정의하면 잔여오차 동역학은 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= (A_i + L_i C_i) e_i + \sum_{j \neq i}^r A_{ij} e_j + L_i D_i f_i \\ r_i &= H_i C_i e_i + H_i D_i f_i \end{aligned} \quad (3)$$

III. 주요 결과: 연속시간 시스템

관측기 (2)가 고장검출기의 역할을 적절히 수행하기 위해서는 잔여오차에 고장신호를 가능한 한 명확히 반영되어야 한다. 이는 다음과 같은 \mathcal{H}_∞ 지수로 정량화될 수 있다.

정의 1 [5]: 주파수 영역이 $[0, \bar{\omega}]$ 로 주어질 때, 전달함수 $G(s)$ 의 \mathcal{H}_∞ 지수는 다음과 정의된다.

$$\|G(s)\|_{\infty}^{[0, \bar{\omega}]} := \inf_{\omega \in [0, \bar{\omega}]} \sigma(G(j\omega))$$

여기서 $\bar{\omega} \in \mathbb{R}_{>0}$ 는 주어진 주파수 상한이며 σ 는 최소 특이값(singular value)이다.

이와는 별도로 관측기 자체가 점근적으로 안정(asymptotically stable)해야 한다. 이 두가지 조건이 고장검출을 위한 관측기의 설계조건이 되며 다음과 같이 정식화 된다.

문제 1 (\mathcal{H}_∞ 고장검출을 위한 관측기 설계): 시스템 (1)과 관측기 (2)를 고려하자. $\bar{\omega}, \gamma \in \mathbb{R}_{>0}$ 가 주어졌을 때 다음의 조건들을 만족하는 이득행렬들 L_i, H_i 를 설계하라:

C1) $f_i \equiv 0$ 인 경우 관측기는 점근적으로 안정해야 한다.

C2) 고장 f_i 에서 잔여오차 r_i 까지의 전달함수 $T_{r_i f_i}(s)$ 에 대하여 $\|T_{r_i f_i}(s)\|_{\infty}^{[0, \bar{\omega}]} > \gamma$ 를 만족해야 한다.

논의의 편의를 위하여 정의된 벡터, 행렬과 임의의 정방행렬 Q_{ij} 에 대하여

$$\begin{aligned} e_{-i} &:= \text{col}\{e_1, \dots, e_{i-1}, e_{i+1}, \dots, e_r\} \\ A_{-i} &:= [A_{i1}, \dots, A_{i,i-1}, A_{i,i+1}, \dots, A_{ir}] \\ Q_{-i} &:= \text{diag}\{Q_{i1}, \dots, Q_{i,i-1}, Q_{i,i+1}, \dots, Q_{ir}\} \end{aligned}$$

로 정의하자.

정리 1 (\mathcal{H}_∞ 고장검출 관측기 설계): 주어진 $\gamma^2 \in \mathbb{R}_{>0}$ 에 대하여 다음의 선형행렬부등식을 만족하는 적절한 차원의 행렬들 $P_i = P_i^T > 0, Q_{ij} = Q_{ij}^T > 0, M_i, W_i = W_i^T > 0$ 이 존재한다면, 고장검출 관측기 (2)는 점근적으로 안정하며, γ - \mathcal{H}_∞ 검출성능을 만족한다.

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{P_i A_i + M_i C_i\} + \sum_{j \neq i} Q_{ji} & * \\ A_{-i}^T P_i & -Q_{-i} \end{bmatrix} < 0 \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} C_i^T W_i * - \text{He}\{P_i A_i + M_i C_i\} - \sum_{j \neq i} Q_{ji} & * \\ -A_{-i} P_i & * \\ D_i^T W_i C_i + D_i^T M_i^T & * \\ Q_{-i} & * \\ 0 & D_i^T W_i * - \gamma^2 I \end{bmatrix} > 0, \quad i \in \mathcal{I}_R \quad (5)$$

증명: 우선 $f_i \equiv 0$ 인 경우, 관측기의 점근적 안정성을 조사하자. 임의의 (양한정) 행렬들 Q_{ij} 에 대하여 다음의 등식이 성립함은 쉽게 알 수 있다.

$$\sum_{i=1}^r \left(\sum_{j \neq i} e_j^T Q_{ij} e_j \right) = \sum_{i=1}^r e_i^T \left(\sum_{j \neq i} Q_{ji} \right) e_i \quad (6)$$

오차동역학 (3)에 대하여 다음과 같은 형태의 양한정 함수를 고려하자.

$$V := \sum_{i=1}^r V_i = \sum_{i=1}^r e_i^T P_i e_i$$

리아푸노프(Lyapunov) 안정도 이론에 의하여 V 가 다음의 조건을 만족한다면 오차동역학 (3), 혹은 관측기 (2)는 점근적으로 안정하다.

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &< 0 \text{ for all } \text{col}\{e_i, e_{-i}\} \in \mathbb{R}^m \setminus \{0\} \\ \Leftrightarrow \sum_{i=1}^r \left(\begin{bmatrix} e_i \\ e_{-i} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \text{He}\{P_i(A_i + L_i C_i)\} + \sum_{j \neq i} Q_{ji} & * \\ A_{-i}^T P_i & -Q_{-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i \\ e_{-i} \end{bmatrix} \right) &< 0 \text{ for all } \text{col}\{e_i, e_{-i}\} \in \mathbb{R}^m \setminus \{0\} \\ \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \text{He}\{P_i(A_i + L_i C_i)\} + \sum_{j \neq i} Q_{ji} & * \\ A_{-i}^T P_i & -Q_{-i} \end{bmatrix} &< 0, \quad i \in \mathcal{I}_R \end{aligned}$$

여기서, 첫번째 등치관계에서 식 (6)을 사용하였다. 이제 $P_i L_i = M_i, H_i^T H_i = W_i$ 로 치환하면 선형행렬부등식 (4)를 얻는다. 이제 문제 1의 조건 C2)를 고려하자. 정의 1로부터 다음의 등가관계를 유추할 수 있다.

$$\mathcal{H}_\infty > \gamma \Leftrightarrow \int_0^T \sum_{i=1}^r \|r_i\|^2 d\tau - \int_0^T \gamma^2 \sum_{i=1}^r \|f_i\|^2 d\tau > 0$$

윗 식은 오차시스템 (3)의 해의 궤적을 따라 만족해야 하며 다음과 같은 등가관계를 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^r \int_0^T (\|r_i\|^2 - \gamma^2 \|f_i\|^2) d\tau \\ &= \sum_{i=1}^r \left(\int_0^T (\|r_i\|^2 - \gamma^2 \|f_i\|^2 - \frac{dV_i}{d\tau}) d\tau + V_i(e_i(T)) \right) \\ &= \sum_{i=1}^r \left(\int_0^T \begin{bmatrix} e_i \\ e_{-i} \\ f_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (H_i C_i)^T \star & & \\ -\text{He}\{P_i(A_i + L_i C_i)\} & \star & \\ -\sum_{j \neq i} Q_{ji} & & \\ -A_{-i}^T P_i & Q_{-i} & \\ (H_i D_i)^T H_i C_i + (L_i D_i)^T P_i & 0 & ((H_i D_i)^T \star) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \star \\ \star \\ \star \end{bmatrix} \right) d\tau \\ & \quad + V(e_i(T)) \\ & > 0 \text{ for all } \text{col}\{e_i, e_{-i}, f_i\} \in \mathbb{R}^{m+q} \\ & \Leftarrow \begin{bmatrix} (H_i C_i)^T \star - \text{He}\{P_i(A_i + L_i C_i)\} - \sum_{j \neq i} Q_{ji} & \star & \star \\ -A_{-i}^T P_i & & \\ (H_i D_i)^T H_i C_i + (L_i D_i)^T P_i & & \\ \star & \star & \\ Q_{-i} & \star & \\ 0 & (H_i D_i)^T \star - \gamma^2 I \end{bmatrix} \succ 0, \quad i \in \mathcal{I}_R \end{aligned}$$

이제 $H_i^T H_i = W_i$, $P_i L_i = M_i$ 로 치환하면 선형행렬부등식 (5)를 얻는다. ■

참고 1: 정리 1에서 관측기 이득행렬들은 $L_i = P_i^{-1} M_i$ 이며 H_i 는 W_i 의 Cholesky 행렬분해에 의하여 구한다.

참고 2: 정리 1의 \mathcal{H}_- 성능을 최적화하기 위해서 γ^2 을 변수로 간주하여 이를 최대화하는 일반화된 고유값 문제 (generalized eigenvalue problem)의 해를 구할 수 있다.

IV. 이산시간 시스템으로의 확장

이절에서는 다음과 같은 이산시간 하부 시스템의 연결로 구성되는 대규모 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} x_{ik+1} &= A_i x_{ik} + \sum_{j \neq i}^r A_{ij} x_{jk} \\ y_{ik} &= C_i x_{ik} + D_i f_{ik} \end{aligned} \tag{7}$$

여기서 아래첨자 i_k 는 i 번째 하위시스템의 k 번째 이산신호를 의미한다.

고장검출을 위하여 다음 형태의 관측기를 도입한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{ik+1} &= A_i \hat{x}_{ik} + \sum_{j \neq i}^r A_{ij} \hat{x}_{jk} - L_i (y_{ik} - C_i \hat{x}_{ik}) \\ \hat{y}_{ik} &= C_i \hat{x}_{ik} \\ r_{ik} &= H_i (y_{ik} - C_i \hat{x}_{ik}) \end{aligned} \tag{8}$$

오차를 $e_{ik} := x_{ik} - \hat{x}_{ik}$ 라 정의하면 오차동역학은 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} e_{ik+1} &= (A_i + L_i C_i) e_{ik} + \sum_{j \neq i}^r A_{ij} e_{jk} + L_i D_i f_{ik} \\ r_{ik} &= H_i C_i e_{ik} + H_i D_i f_{ik} \end{aligned} \tag{9}$$

정리 2 (이산시간 \mathcal{H}_- 고장검출 관측기 설계): 주어진 $\gamma^2 \in \mathbb{R}_{>0}$ 에 대하여 다음의 선형행렬부등식을 만족하는 행렬들 $P_i = P_i^T > 0$, $Q_i = Q_i^T > 0$, M_i , $W_i = W_i^T > 0$ 가 존재한다면, 이산시간 고장검출 관측기 (8)은 점근적으로 안정하며, γ - \mathcal{H}_- 검출성능을 만족한다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} C_i^T W_i \star + P_i - \sum_{j \neq i} Q_{ji} & & \\ -A_{-i}^T P_i A_i - A_{-i}^T M_i C_i & \star & \\ D_i^T W_i C_i & & \\ P_i A_i + M_i C_i & & \\ \star & \star & \star \\ -A_{-i}^T P_i \star + Q_{-i} & \star & \star \\ -D_i^T M_i^T A_{-i} & D_i^T W_i \star - \gamma^2 I & \star \\ 0 & M_i D_i & P_i \end{bmatrix} \succ 0 \\ & \begin{bmatrix} -P_i + \sum_{j \neq i} Q_{ji} & \star & \star \\ A_{-i}^T P_i A_i + A_{-i}^T M_i C_i & A_{-i}^T P_i \star - Q_{-i} & \star \\ P_i A_i + M_i C_i & 0 & -P_i \end{bmatrix} \prec 0, \quad i \in \mathcal{I}_R \end{aligned} \tag{10}$$

증명: 연속시간의 경우와 유사하게 양한정 함수

$$V = \sum_{i=1}^r V_i = \sum_{i=1}^r e_{ik}^T P_i e_{ik}$$

를 고려하자. 식 (9)의 궤적을 따라 V 의 차분을 계산하여 점근적 안정성을 조사하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta V &< 0 \text{ for all } \text{col}\{e_{ik}, e_{-ik}\} \in \mathbb{R}^m \setminus \{0\} \\ &\Leftarrow \begin{bmatrix} e_{ik} \\ e_{-ik} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (A_i + L_i C_i)^T P_i \star - P_i & \star \\ A_{-i}^T P_i (A_i + L_i C_i) & A_{-i}^T P_i \star \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \star \\ \star \end{bmatrix} \\ &< 0 \text{ for all } \text{col}\{e_{ik}, e_{-ik}\} \in \mathbb{R}^m \setminus \{0\} \\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} (A_i + L_i C_i)^T P_i \star - P_i + \sum_{j \neq i} Q_{ji} & \star \\ A_{-i}^T P_i (A_i + L_i C_i) & A_{-i}^T P_i \star - Q_{-i} \end{bmatrix} \prec 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} -P_i + \sum_{j \neq i} Q_{ji} & \star & \star \\ A_{-i}^T P_i (A_i + L_i C_i) & A_{-i}^T P_i \star - Q_{-i} & \star \\ P_i (A_i + L_i C_i) & 0 & -P_i \end{bmatrix} \prec 0 \\ &\Leftrightarrow (11) \end{aligned}$$

여기서 첫번째 등치관계를 증명하기 위하여 식 (6)이 사용되었으며 마지막 등치관계에서 Schur complement와 $P_i L_i = M_i$ 의 치환을 사용하였다. 이제 \mathcal{H}_- 성능을 증명하기 위하여 임의의 $K \in \mathbb{Z}_{>0}$ 에 대하여 다음의 부등식이 등치관계임을 이용하자.

$$\mathcal{H}_- > \gamma \Leftrightarrow \sum_{k=0}^K \sum_{i=1}^r \|r_{ik}\|^2 - \gamma^2 \sum_{k=0}^K \sum_{i=1}^r \|f_{ik}\|^2 > 0$$

윗 식은 식 (9)의 궤적을 따라 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^r \sum_{k=0}^K \left(\|r_{ik}\|^2 - \gamma^2 \|f_{ik}\|^2 \right) \\
 &= \sum_{i=1}^r \left(\sum_{k=0}^K \left(\|r_{ik}\|^2 - \gamma^2 \|f_{ik}\|^2 - \Delta V_i \right) + V_i(e_{ik}) \right) \\
 &= \sum_{i=1}^r \left(\sum_{k=0}^K \left[\begin{array}{c} e_{ik} \\ e_{-ik} \\ f_{ik} \end{array} \right]^T \right. \\
 & \quad \times \left[\begin{array}{c} (H_i C_i)^T \star \\ -(A_i + L_i C_i)^T P_i \star \\ + P_i - \sum_{j \neq i} Q_{ji} \\ -A_i^T P_i (A_i + L_i C_i) \\ (H_i D_i)^T H_i C_i \\ -(L_i D_i)^T P_i (A_i + L_i C_i) \end{array} \right. \\
 & \quad \left. \left. \begin{array}{c} \star \\ \left(-A_i^T P_i \star \right) \\ + Q_{-i} \\ -(L_i D_i)^T P_i A_{-i} \end{array} \right. \left. \begin{array}{c} \star \\ \star \\ \star \\ \left((H_i D_i)^T \star \right. \\ \left. -\gamma^2 I - (L_i D_i)^T P_i \star \right) \end{array} \right] \star \right) \\
 & \quad + V(e_{ik}) \\
 & > 0 \text{ for all } \text{col}\{e_{ik}, e_{-ik}, f_{ik}\} \in \mathbb{R}^{m+q} \setminus \{0\} \\
 & \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} (H_i C_i)^T \star + P_i - \sum_{j \neq i} Q_{ji} \\ -A_i^T P_i (A_i + L_i C_i) \\ (H_i D_i)^T H_i C_i \\ P_i (A_i + L_i C_i) \end{array} \right. \\
 & \quad \left. \begin{array}{c} \star \\ -A_i^T P_i \star + Q_{-i} \\ -(L_i D_i)^T P_i A_{-i} \end{array} \right. \left. \begin{array}{c} \star \\ \star \\ \star \\ (H_i D_i)^T \star - \gamma^2 I \\ \star \\ P L_i D_i \\ P_i \end{array} \right] \succ 0 \\
 & \Leftrightarrow (10)
 \end{aligned}$$

여기서 마지막 등치관계를 위하여 Schur complement와 $H_i^T H_i = W_i$, $P_i L_i = M_i$ 의 치환을 사용하였다. ■

V. 예제

3개의 자동운행 차량으로 이루어진 군을 고려하자. i 번째 차량의 동역학은 다음과 같이 표현된다[1].

$$\begin{cases} \dot{d}_i = v_{i-1} - v_i \\ \dot{v}_i = a_i \\ \dot{a}_i = -\tau_i^{-1} a_i + \tau_i^{-1} u_i \end{cases} \quad (12)$$

여기서 d_i 는 인접한 $(i-1)$ 번째 차량과 i 번째 차량간의 거리이다. v_i 는 속도, a_i 는 가속도를 나타낸다. τ_i 는 각 차량에 장착된 엔진의 시정수를 나타낸다. i 번째 차량에는 각 2개의 센서가 장착되어 있으며 이로부터 측정가능한 출력들을 d_i , a_i 라 가정하자. 모든 센서에 고장이 발생할 수 있다는 가정하에 (12)를 (1)의 형태로 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_i &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\tau_i^{-1} \end{bmatrix} x_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_i^{-1} \end{bmatrix} u_i + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_{i-1} \\
 y_i &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_i + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} f_i
 \end{aligned}$$

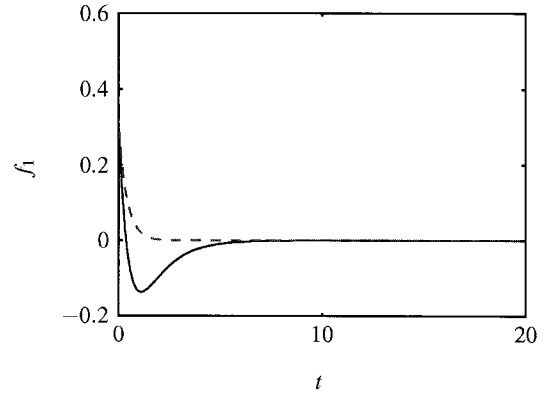


그림 1. 첫 번째 차량의 잔여오차.
Fig. 1. Time responses of the residual for the third vehicle.

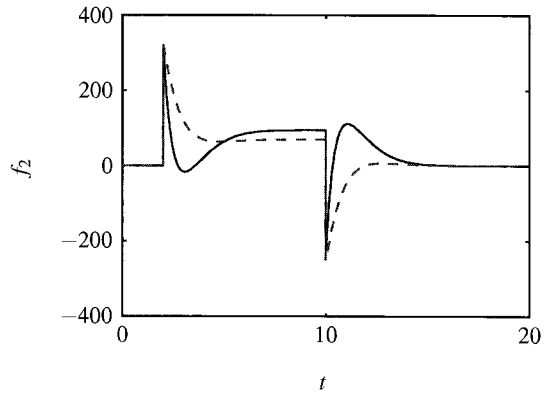


그림 2. 두 번째 차량의 잔여오차.
Fig. 2. Time responses of the residual for the third vehicle.

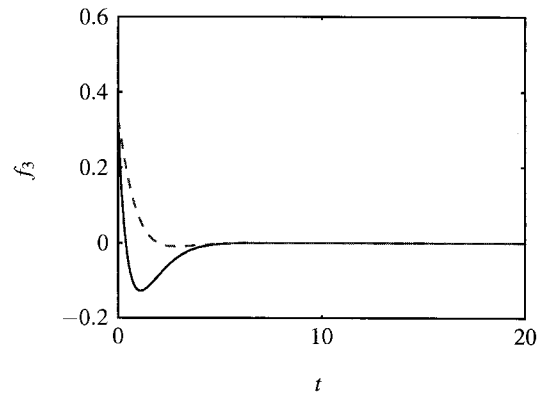


그림 3. 세 번째 차량의 잔여오차.
Fig. 3. Time responses of the residual for the third vehicle.

여기서 $x_i = \text{col}\{d_i, v_i, a_i\}$, $i \in \{1, 2, 3\}$ 이다. $\tau_1 = 1$, $\tau_2 = 4$, $\tau_3 = 9$ 라 가정하자. 모의실험 시간구간을 $t \in [0, 20]$ 로 정하자. 또한 두 번째 차량의 모든 센서가 시간구간 $t \in [2, 10]$ 초 동안 비정상적으로 작동한다고 가정하자. 이를 해당 시간구간에서 단위 사각파가 발생함으로 구현하자. 즉

$$f_1 = f_3 \equiv 0, f_2 = \begin{cases} 1, & \text{for } t \in [2, 10], \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

정리 1과 참고 2를 이용하여 (2)의 형태의 고장검출 관

측기를 설계하면 다음과 같은 관측기 이득행렬을 구할 수 있다.

$$L_1 = \begin{bmatrix} -3.311 & 0.193 \\ 2.022 & 0.494 \\ 0.020 & -1.427 \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} 1.027e5 & 196.6 \\ 196.6 & 89241 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} -3.589 & 0.315 \\ 2.515 & 0.237 \\ 0.262 & -1.249 \end{bmatrix}, H_2 = \begin{bmatrix} 1.049e5 & 1850.5 \\ 1850.5 & 1.020e5 \end{bmatrix}$$

$$L_3 = \begin{bmatrix} -3.643 & 0.374 \\ 2.640 & 0.127 \\ 0.317 & -1.286 \end{bmatrix}, H_3 = \begin{bmatrix} 1.056e5 & 1997.2 \\ 1997.2 & 1.056e5 \end{bmatrix}$$

한편 시스템 (12)를 안정시키기 위하여 $u_i = K_i \hat{x}_i$ 형태의 관측기 기반 출력궤환 제어를 설계하며 제어이득은 다음과 같다.

$$K_1 = [2.121 \quad -5.272 \quad -1.787]$$

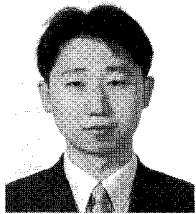
$$K_2 = [8.484 \quad -21.091 \quad -10.152]$$

$$K_3 = [19.091 \quad -47.455 \quad -24.09]$$

초기조건은 $x_i(0) = [0.001, 0.001, 0.001]^T$, $\hat{x}_i(0) = 0$ 으로 선정한다. 그림 1, 2, 3에 시간구간 $t \in [0, 20]$ 초 동안 모의 실험 시간응답을 보인다. 그림들에서 실선은 f_{i1} , 패선은 f_{i2} 을 나타낸다. 그림에서 보이듯이 모든 잔여오차들에서 고장 신호가 매우 잘 반영되어 검출됨을 알 수 있다.

VI. 결론

본 논문은 대규모 시스템에서 \mathcal{H}_∞ 성능을 만족하는 고장검출기 설계를 논의하였다. 설계조건은 선형행렬부등식으로 나타난다. 모의실험을 통하여 제안된 기법의 효용성을



이 호 재

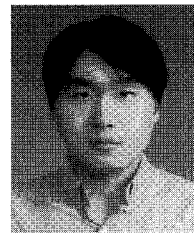
1998년 연세대학교 전기공학과(공학사). 2000년 연세대학교 대학원 전기 컴퓨터공학과(공학석사). 2004년 동 대학원 전기전자공학과(공학박사). 2005년 University of Houston, Houston, TX, USA 방문 조교수. 현재 인하대학교

전자전기공학부 조교수. 관심분야는 비선형 샘플치 제어, 편대 비행 제어, 디지털 재설계.

입증하였다.

참고문헌

- [1] S. S. Stankovic, M. J. Stanojevic, and D. D. Šiljak, "Decentralized overlapping control of a platoon of vehicles," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 8, pp. 816-832, 2000.
- [2] 진재현, 탁민제, "미지입력 관측기를 이용한 제어시스템의 고장진단," 한국항공우주학회지, vol. 24, no. 1, pp. 106-113, 1996.
- [3] 이재혁, 변중남, "미지입력 관측기를 이용한 선형 이산 시스템의 고장 진단," 대한전자공학회논문집, vol. 31, no. 2, pp. 35-44, 1994.
- [4] 김민형, 안비호, 정준홍, 안두수, "선형 시스템의 고장 진단 관측기 설계에 관한 연구," 대한전자공학회 학술 발표회논문집, pp. 379-382, 1997.
- [5] J. L. Wang, G.-H. Yang, and J. Liu, "An LMI approach to H_∞ index and mixed H_2/H_∞ fault detection observer design," *Automatica*, vol. 43, pp. 1656-665, 2007.
- [6] J. Liu, J. L. Wang, and G.-H. Yang, "An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection," *Automatica*, vol. 41, no. 11, pp. 1995-2004, 2005.
- [7] J. Guo, X. Huang, and Y. Cui, "Design and analysis of robust fault detection filter using LMI tools," *Computers and Mathematics with Applications*, vol. 57, pp. 1743-1747, 2009.



김 도 완

2002년 연세대학교 전기전자공학과(공학사). 2004년 연세대학교 대학원 전기 전자공학과(공학석사). 2007년 동 대학원 전기전자공학과(공학박사). 2008년 연세대학교 산업기술 연구소 연구원 및 University of California at Berkeley,

CA, USA 박사 후 과정. 현재 연세대학교 전기전자공학과 BK 연구교수. 관심분야는 비선형 샘플치 제어, 지능제어, 디지털 재설계.