

케이블-댐퍼 시스템의 전체감쇠비 해석을 통한 선형조합 접근법의 유효성

Validity of Linear Combination Approach based on Net Damping Analysis of Cable-Damper System

김현겸* · 황재웅** · 이명재***

Kim, Hyeon Kyeom · Hwang, Jae Woong · Lee, Myeong Jae

Abstract

Existing studies have suggested Universal Curve only for supplemental damping by damper. Therefore net damping has been determined by means of arithmetic summation between intrinsic, aero-damping of cable and supplemental damping of damper. However linear combination approach by means of the arithmetic summation is not enough theoretical background. So validity of this approach should be verified in order to design adequate cable-damper system by engineers. This study establishes governing differential equation which can consider intrinsic, aero-damping and supplemental damping as well. And also analysis method is solved by combination of muller method and successive iteration method. Consequently, this study succeeds in verification for validity of linear combination approach. As a result of this study, linear combination approach is limitedly effective in case of low stiffness and optimum damping coefficient of damper, short distance from support to damper, lower vibration mode, low aero-damping, and normal windy environment. Whereas this study will be effective in case of opposite conditions, and existing studies or linear combination approach occur to further error. Meaning of this study presents exact solution for net damping of cable-damper system, and verifies linear combination approach by means of the analysis method. In the future, if monitoring of optimum damping coefficient of a damper against aero-damping is feasible on time, algorithm of this study will be available for control of cable and semi-active damper system such as magneto-rheological damper.

Keywords : cable, damper, linear combination approach, net damping, universal curve

요 지

기존의 연구들은 댐퍼만에 의한 부가감쇠비의 Universal Curve만을 제공하였기 때문에 실무에서는 케이블의 구조감쇠 및 공기역학적감쇠와 같은 자체감쇠를 독립적으로 고려하곤 한다. 즉, 케이블에 발생하는 자체감쇠비와 댐퍼에 의해 부여되는 Universal Curve로부터 얻은 부가감쇠비를 산술적으로 합하여 케이블-댐퍼 시스템의 전체감쇠비를 결정해 왔다. 하지만 이러한 선형조합 접근법은 이론적인 근거가 미약하며 관련된 연구도 찾아볼 수 없는 실정으므로 이에 관한 유효성을 검증해 볼 필요가 있다. 이것을 위해 본 연구에서는 자체감쇠를 고려한 전체감쇠비 해석법을 개발하여 정해를 제시하고 이것을 기존의 선형조합 접근법에 의해 얻어진 전체감쇠비와 비교하여 선형조합 접근법의 유효성 여부를 검증하였다. 본 연구의 결과에 의하면, 강성은 작고 최적감쇠계수와 비슷한 감쇠계수를 갖는 댐퍼가 지점에서 가깝게 설치되어 있으며, 케이블의 진동이 저차 모드 위주로 발생하고 케이블의 자체감쇠가 크지 않은 일반적인 풍환경에서는 기존의 연구그룹에서 제시하는 연구결과나 선형조합 접근법을 적용하는 것에 무리가 따르지 않는다. 하지만 외부댐퍼나 예기치 못한 고차 진동모드의 발생, 강성이 큰 댐퍼가 사용되는 경우에는 본 연구를 적용하는 것이 바람직한 것으로 나타났다. 본 연구는 케이블의 자체감쇠를 고려한 전체감쇠비의 정해를 제시하고 이것을 토대로 선형조합 접근법에 대한 적용근거를 제시하였다는 점에서 의미를 찾을 수 있다. 차후 본 연구를 발전시켜 공기역학적감쇠에 대응하는 최적감쇠계수를 실시간으로 제시할 수 있게 된다면 MR(Magneto-rheological) 댐퍼와 같은 준능동 댐퍼의 케이블-댐퍼 시스템 제어의 중요한 알고리즘이 될 것으로 기대된다.

핵심용어 : 댐퍼, 선형조합 접근법, Universal Curve, 전체감쇠비, 케이블

*정회원 · 교신저자 · 성원건설(주) 바레인 ISA Town Gate Interchange Project 공무차장 · 공학박사 (E-mail : sand0514@sungwon.co.kr)

**정회원 · (주)유신코퍼레이션 구조본부 구조3부 대리 · 공학석사

***정회원 · (주)유신코퍼레이션 구조본부 전무이사 · 공학박사

1. 서 론

사장교의 케이블은 그 구조적인 특성으로 인해 극히 작은 고유감쇠비를 갖는다. 이러한 이유로 다양한 풍현상에 기인된 진동을 경감시키기 위해서는 감쇠를 부여할 수 있는 특별한 장치가 도입되어야 하는데, 그 중에서 대표적인 장치가 댐퍼이다. 댐퍼는 감쇠력의 발생기구에 따라 능동형, 준능동형, 수동형으로 구분된다. 최근 준능동형 댐퍼를 사장교의 케이블에 적용한 사례가 보고되고 있지만 아직까지 수동형 댐퍼가 가장 널리 사용되고 있다. 특히 수동형 댐퍼 중에서도 점탄성 댐퍼는 서해대교, Oresund Bridge 등과 같은 국내외 장대 사장교에 널리 사용되고 있다. 결과적으로 점탄성 댐퍼에 관한 기준들을 정립하는 것은 사장교의 케이블 제진에 기여하는 파급효과가 상당할 것이며, 준능동형, 능동형 댐퍼로의 확장에도 도움을 줄 것으로 사료된다.

기존의 연구들을 고찰해보면 Pacheco는 점성 댐퍼가 설치된 케이블의 부가감쇠비 곡선을 복소고유치 해석을 통해 도출하였으며, 이로부터 댐퍼의 최적감쇠계수와 이에 상응하는 최대 부가감쇠비를 단일한 값으로 제안하였다(Pacheco, 1993). 이후 Krenk는 점성 댐퍼가 케이블에 작용하는 힘과 케이블 장력 간의 하중평형 원리를 이용하여 진동수 방정식을 유도하였으며, 이에 관한 근사해와 반복계산에 의한 수치해를 제시하였다(Krenk, 2000). 또한 안상섭은 기존의 점성 댐퍼에만 국한되었던 연구를 점탄성 댐퍼로 확장하여 이에 관한 점근적 근사해를 제시하였다(안상섭, 2003a). 이후 Krenk도 기존의 점성 댐퍼에 관한 근사해를 확장하여 점탄성 댐퍼가 설치된 케이블의 최적감쇠계수와 최대 부가감쇠비를 근사해법으로 제시하였다(Krenk, 2005).

기존의 연구들은 댐퍼에 의한 부가감쇠비의 Universal Curve만을 제공하였기 때문에 실무에서는 케이블의 구조감쇠 및 공기역학적감쇠와 같은 자체감쇠를 독립적으로 고려하였다. 즉, 케이블에 발생하는 자체감쇠비와 댐퍼에 의해 부여되는 Universal Curve로부터 얻은 부가감쇠비를 산술적으로 합하여 케이블-댐퍼 시스템의 전체감쇠비를 결정해 왔다. 하지만 이러한 선형조합 접근법은 이론적인 근거가 미약하며 관련 연구도 찾아볼 수 없는 실정으므로 이에 관한 유효성을 검증해 볼 필요가 있다. 이것을 위해 본 연구에서는 자체감쇠를 고려한 전체감쇠비 해석법을 개발하여 정해를 제시하고, 이것을 기존의 선형조합 접근법에 의해 얻어진 전체감쇠비와 비교하여 선형조합 접근법의 유효성 여부를 검증하였다.

2. 케이블-댐퍼 시스템

본 연구는 사장교에 사용되는 케이블의 제진에 관한 연구로 팽팽한 케이블(Irvine, 1981)에 관련된 이론에 한하여 성립된다. 점탄성 댐퍼간의 운동방정식을 케이블 고유의 구조감쇠나 공기역학적감쇠와 같은 자체감쇠까지 고려할 수 있는 형태로 구성하였다. 이것을 위해 본 연구에서는 기존의 연구에서 사용하는 m-k-damper 시스템(케이블의 질량-스프링 시스템상의 특정 위치에 댐퍼가 설치된 시스템)을 확장시켜 케이블의 감쇠비를 반영할 수 있는 m-c-k-damper 시스

템(케이블의 질량-감쇠기-스프링 시스템상의 특정 위치에 댐퍼가 설치된 시스템)을 구성하였다. 그리고 이것을 적합하게 표현할 수 있는 지배미분방정식을 해석적으로 전개하였다. 이에 따라 파수(wave number)와 진동수 사이의 관계가 기존의 연구와 달리 새로운 형태로 정의되며, 본 연구에서는 이것을 케이블과 댐퍼간의 평형방정식에 관한 제한조건으로 정의하였다. 최종적으로 정량적인 수치를 얻어내기 위해 순차적 반복계산법을 도입하여 제한조건과 평형방정식을 동시에 만족시키는 진동수를 얻어내고 자체감쇠가 반영된 케이블-댐퍼 시스템의 전체감쇠비를 도출할 수 있었다.

2.1 지배미분방정식

그림 1과 같이 케이블과 댐퍼로 구성된 케이블-댐퍼 시스템의 운동방정식은 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + F_d \delta(x-a) + T_0 v'' = 0 \tag{1}$$

- m : 케이블의 단위길이당 질량
- c : 케이블의 단위길이당 점성감쇠계수
- F_d : 댐퍼가 케이블에 작용하는 힘
- T_0 : 정적평형상태의 장력
- v : 케이블의 수직변위
- $(\dot{\quad})$: 시간에 관한 미분연산자
- $(\ddot{\quad})$: 공간에 관한 미분연산자

케이블의 점성감쇠계수는 이것의 길이, 재질, 형식 등에 따라 실험적으로 구해지는 구조감쇠비와 각종 풍현상에 의해 발생하는 공기역학적감쇠비를 통해 결정할 수 있으며, 케이블의 변위, 속도, 가속도 함수는 케이블이 조화운동을 한다는 가정에 기초하여 다수의 연구자들이 제시한 식(2)와 같은 함수를 사용한다.

$$\begin{aligned} v &= \tilde{v}(x)e^{i\omega t} \\ \dot{v} &= \tilde{v}(x)(i\omega)e^{i\omega t} \\ \ddot{v} &= \tilde{v}(x)(-\omega^2)e^{i\omega t} \end{aligned} \tag{2}$$

$\tilde{v}(x)$: 복소모드형상
 ω : 복소각진동수

식(1)에서 한쪽 지점으로부터 a 만큼 떨어진 위치에 설치된 댐퍼가 케이블에 작용하는 효과는 Dirac delta 함수를 이용하여 표현하였는데 댐퍼가 케이블에 작용하는 힘 F_d 은 켈빈 모델로 표현되는 일반적인 선형 점탄성 댐퍼로 간주하고 식(3) 같이 표현할 수 있다.

$$F_D(t) = K_d v(a, t) + C_d \dot{v}(a, t) = \tilde{F}_d e^{i\omega t} \tag{3}$$

- K_d : 댐퍼의 강성
- C_d : 댐퍼의 점성감쇠계수

식(2)와 식(3)을 식(1)에 대입하고 임의의 시간에 대하여

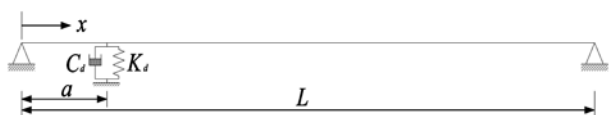


그림 1. 점탄성 댐퍼가 설치된 팽팽한 케이블

0이 아닌 값을 갖는 항 $e^{i\omega t}$ 으로 양변을 나누어 주면 공간적 변위함수로 식(1)의 운동방정식을 식(4)와 같이 정리할 수 있다.

$$\tilde{v}''(x) + \frac{m\omega^2 - c\omega i}{T_0} \tilde{v}(x) = \frac{\tilde{F}_d}{T_0} \delta(x-a) \quad (4)$$

식(4)에서 좌변의 제2항의 계수를 파수(wave number) β 로 표현하면 식(5)와 같이 케이블의 점성감쇠계수를 포함하는 형태가 된다.

$$\beta^2 = \frac{m\omega^2 - c\omega i}{T_0} \quad (5)$$

댐퍼가 설치된 지점에서의 변위를 v_d 라 하면 식(6)과 같은 경계조건을 얻을 수 있다.

$$\tilde{v}(x) = 0, \tilde{v}(L) = 0, \tilde{v}(a) = v_d \quad (6)$$

라플라스 변환과 식(6)의 경계조건을 이용하여 식(4)를 전개하면 $\tilde{v}(x)$ 는 식(7)이 된다. 다만 $u(x-a)$ 는 댐퍼의 설치 위치 전후에서 각각 0과 1의 값을 갖는 단위계단함수(unit step function)이다.

$$\tilde{v}(x) = v_d \frac{\sin \beta x}{\sin \beta a} + u(x-a) = \frac{-\sin \beta L \cdot \sin \beta(x-a)}{\sin \beta(L-a) \cdot \sin \beta a} \quad (7)$$

케이블-댐퍼 시스템의 복소각진동수 ω 는 식(5)와 같이 정의된 파수를 통해 구할 수 있는데 파수 β 는 댐퍼의 설치 위치에서 케이블과 댐퍼의 평형방정식으로부터 얻을 수 있다. 케이블이 댐퍼에 작용하는 힘 F_T 는 댐퍼의 설치위치 전후에서 발생한 케이블 장력의 수직성분을 이용하여 식(8)과 같이 표현된다.

$$F_T(t) = T_0 \left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=a^+} - \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=a^-} \right) \quad (8)$$

식(2)의 변위함수와 식(7)의 복소모드형상을 이용하여 식(8)을 정리하면 식(9)와 같다.

$$F_T(t) = -T_0 \beta v_d [\cot(\beta a) + \cot\{\beta(L-a)\}] e^{i\omega t} \quad (9)$$

힘의 평형관계에 의해 성립하는 평형방정식은 $F_D = F_T$ 의 관계를 통해 구할 수 있다. 식(3)과 식(9)를 이용하여 케이블-댐퍼 시스템의 평형방정식을 복소각진동수 ω 와 파수 β 에 관한 함수로 표현하면 식(10)과 같다.

$$f(\omega, \beta) = T_0 \beta [\cot(\beta a) + \cot\{\beta(L-a)\}] + K_d + C_d \omega i \quad (10)$$

두 개의 미지수를 갖는 함수 $f(\omega, \beta) = 0$ 이 될 때의 해가 케이블-댐퍼 시스템의 평형방정식을 만족하는 복소각진동수 ω 와 파수 β 가 된다.

2.2 전체감쇠비 해석방법

케이블의 구조감쇠 및 공기역학적감쇠와 같은 자체감쇠를 무시한다면 케이블의 점성감쇠계수 c 가 0이 되기 때문에 평형방정식이 β 만의 함수로 표현되어 기존의 연구에서 제시된 방법과 동일해진다. 하지만 케이블의 자체감쇠를 반영한 케이블-댐퍼 시스템은 식(10)과 같이 ω 와 β 를 미지수로 갖는 함수의 평형방정식을 풀어야 한다. 이와 더불어 평형방정식을 만족시키는 ω 와 β 는 식(5)의 제한조건도 만족시켜야 한

다. 결과적으로 이 함수의 평형방정식과 제한조건을 동시에 만족시키기 위한 해석방법을 모색해야 한다. 이것을 위해 본 연구에서는 순차적 반복계산법(successive iteration method)을 적용하였다. 순차적 반복계산법은 평형방정식을 만족시키는 해를 내부반복계산(inner iteration)을 통해 얻은 후 제한조건이 성립하도록 외부반복계산(outer iteration)을 통해 해를 개선해나가는 수치해석 방법이다.

우선적으로 두 미지수를 중 복소각진동수를 $\bar{\omega}$ 로 가정하면 식(10)은 β 만을 미지수로 갖는 비선형방정식이 된다. 이러한 비선형방정식을 풀기 위한 수치해석 방법으로는 Newton-Raphson Method와 Muller Method 등이 있으나, 복소수를 근으로 갖는 비선형방정식은 해의 수렴성과 안정성을 위해 Muller Method를 사용하는 것이 적합하다(Faires & Burden, 1993). 그러므로 평형방정식을 만족하는 β 를 Muller Method를 적용하여 얻어지는데 이 과정을 내부반복계산으로 정의하였다. 내부반복계산으로 구한 β 를 $\bar{\beta}$ 로 다시 정의하면 앞서 가정한 $\bar{\omega}$ 와 $\bar{\beta}$ 는 평형방정식을 만족시키는 값이지만 식(5)의 제한조건을 만족시키지는지의 여부는 불명확하다. 그러므로 식(5)를 이용하여 $\bar{\beta}$ 에 상응하는 ω 값을 산정해야한다. 점성감쇠계수 c 가 0이면 $\bar{\beta}$ 로부터 ω 를 간단하게 얻을 수 있지만 c 가 존재한다면 복소수 상등 원리를 이용하여 $\bar{\beta}$ 를 실수부와 허수부로 분리한 후 ω 의 실수부와 허수부를 전개해야 한다. 이것을 위해 기지수 $\bar{\beta}$ 과 미지수 ω 를 식(11)과 같이 치환한다.

$$\begin{aligned} \bar{\beta} &= X + Yi \\ \omega &= M + Ni \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)을 식(5)에 대입하면 식(12)와 같은 연립방정식을 유도할 수 있다.

$$X^2 - Y^2 = \frac{1}{T_0} (mM^2 - mN^2 + cN) \quad (12)$$

$$2XY = \frac{1}{T_0} (2mMN - cN)$$

식(12)를 M 과 N 에 관한 것으로 다시 정리하면 식(13)과 같은 해를 얻을 수 있으며, γ 는 식(14)와 같다.

$$M = \frac{\sqrt{2Y}}{4m} \quad (13)$$

$$N = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} (2XYT_0 + Mc)$$

$$\gamma = 4T_0 m (X^2 - Y^2) - c^2 + \sqrt{16T_0^2 m^2 (X^2 + Y^2)^2 - 8T_0 m c^2 (X^2 - Y^2) + c^4} \quad (14)$$

이렇게 얻어진 ω 가 이번에는 앞서 가정한 $\bar{\omega}$ 와 달리 평형방정식을 만족시키지는지의 여부가 불명확한 값이 된다. 따라서 제한조건을 만족시키는 ω 에 대하여 평형방정식을 만족시키는 새로운 β 를 찾기 위하여 다시 Muller Method를 통한 내부반복계산을 수행한다. 그리고 식(13)을 이용하여 내부반복계산으로 얻어진 새로운 β 에 관하여 제한조건을 만족시키는 ω 를 다시 얻게 된다. 이처럼 제한조건을 만족시키도록 ω 를 반복적으로 보정하는 과정을 외부반복계산으로 정의한다. 오차범위를 정의하고 이것을 만족시키면 반복계산을 종료한다. 이러한 내부반복과 외부반복 과정을 통해 최종적으로 얻어진 β 와 ω 가 식(10)과 같은 비선형

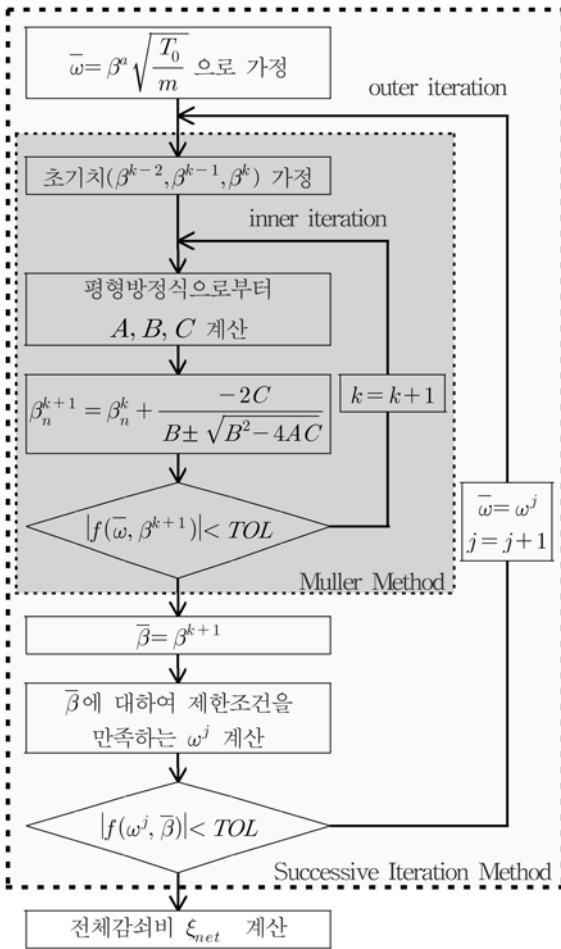


그림 2. 전체감쇠비 해석과정

방정식의 해가 된다. 그림 2는 이러한 과정을 나타내고 있다.

3. Universal Curve 분석과 검증

사장교의 케이블 제진을 위한 댐퍼의 요구감쇠비가 결정되면 이것을 발현할 수 있도록 댐퍼의 강성, 감쇠계수, 그리고 설치위치를 적절하게 결정해야 한다. 이러한 댐퍼의 특성값을 얻어내기 위해 무차원의 감쇠계수($\frac{C_d}{mL\omega_n^a}$)와 무차원의 부가감쇠비($\frac{\xi}{a/L}$) 관계 곡선인 Universal Curve가 사용된다. 즉, 댐퍼의 특성을 올바르게 결정하기 위해서는 정확한 Universal Curve를 도출하는 것이 무엇보다도 중요하다.

기존의 연구들은 케이블에서 발생하는 자체감쇠를 고려하지 못하였기 때문에 오직 댐퍼만에 의한 감쇠만 표현할 수 있는 Universal Curve를 제공하였으므로 이렇게 얻어진 부가감쇠비에 케이블의 자체감쇠비를 선형조합하여 케이블-댐퍼 시스템의 전체감쇠비를 산정하였다. 이러한 방법으로 구한 전체감쇠비는 케이블의 자체감쇠비가 상대적으로 작을 경우에는 만족할 만한 값을 주는 것이 실험적으로만 알려졌을 뿐 이론적인 근거는 찾아보기 어려운 실정이다.

본 장에서는 앞서 제안한 전체감쇠비 해석법과 기존의 연구에서 제시된 Universal Curve들을 분석하여 제안한 전체감쇠비 해석법을 검증하고, 부가감쇠비와 자체감쇠비의 선형조합으로 추정된 전체감쇠비를 본 연구결과와 비교하여 유효성을 확인하도록 한다. 다만, 기존의 연구들은 케이블에서 발생하는 자체감쇠를 무시하여 오직 댐퍼에 의해 발현되는

표 1. 케이블의 제원

길이 L	단위길이당 질량	직경 D
100 m	43.7 kg/m	0.084 m

부가감쇠비만으로 Universal Curve를 얻었으므로 본 연구에서 제안한 전체감쇠비 해석법을 기존의 연구들과 동일한 조건에서 비교하기 위해 케이블-댐퍼 시스템의 점성감쇠계수 $c=0$ 로 설정하였다. 보다 실제적인 비교를 위해 표 1과 같이 사장교에 사용될 수 있는 제원의 케이블에 대하여 분석을 수행하도록 한다.

본 연구에서 제안한 해석법을 검증하기 위하여 점탄성 댐퍼의 Universal Curve를 고정점 반복계산법(Krenk, 2000)을 이용한 수치해석적인 해와 댐퍼의 설치위치비에 대한 근사로부터 도출한 점근적인 근사해(안상섭, 2003a)를 비교하였다. 고정점 반복계산법으로 구한 결과(Krenk's study)와 점근적 근사해법으로 구한 결과(Ahn's study)를 본 연구에서 제안한 방법으로 구한 결과(Present study)와 비교하여 그림 3과 4에 나타내었다. 댐퍼의 설치위치 a 는 지점으로부터 각각 2 m, 5 m 떨어져 있으며 진동모드 $n=1$ 에 관하여 해석하였다. 댐퍼의 강성 K_d 는 0 kN/m, 400 kN/m, 그리고 1600 kN/m로 변화해가면서 각각의 Universal Curve를 얻어내었다. 고정점 반복계산법은 반복계산을 통해 평형방정식을 만족시키는 해를 찾기 때문에 본 연구에서 제안한 방법과 동일한 Universal Curve를 제시한다. 다만 고정점 반복계산법은 해가 선형적으로 수렴(Linear Convergence)하는 반면에 본 연구에서 제안한 방법은 Muller Method를 사용하였기 때문에 2차 수렴성(Quadratic Convergence)을 나타내며 빠르고 안정적으로 해석이 수행된다. 다만, 5% 미만의 공학적으로 용인이 가능한 수준이므로 댐퍼의 설치위치가 지점에서 가까운 경우에는 반복계산없이 간편하게 부가감쇠비를 구할 수 있는 점근적 근사해법이 설계 효율성 측면에서 우수하다고 하겠다.

표 2는 $a=2$ m이고 $k_d=0$ kN/m일 때, 연구그룹에 따른 댐퍼의 최적감쇠계수 C_{opt} 와 이 때의 최대 부가감쇠비 ξ_{max} 를 요약하고 있다.

그림 4는 댐퍼의 설치위치 a 를 5 m로 증가시켰을 때의 Universal Curve로서 점근적인 근사해와 본 연구 사이의 오차가 8~10%까지 증가하는 것을 확인할 수 있다. 즉, 댐퍼의 설치위치가 지점에서 멀어질수록 점근적인 근사해가 댐퍼의 감쇠성능을 과소평가하는 것을 확인할 수 있다. 결과적으로 외부댐퍼와 같이 지점에서 멀리 떨어진 곳에 설치되는 댐퍼의 부가감쇠비를 산정할 경우에는 제안된 방법과 같은 반복계산법을 적용하여야 올바른 설계를 할 수 있다.

Pacheco와 안상섭의 연구는 댐퍼의 설치위치비와 진동모드

표 2. 최적감쇠계수와 최대 부가감쇠비

Researcher	C_{opt}	ξ_{max}
Pacheco	$0.1nC_d a / (mL^2 \omega_0)$	$0.520(a/L)$
Krenk	$0.1nC_d a / (mL^2 \omega_0)$	$0.511(a/L)$
Ahn	$nC_d a / \pi^2 (mL^2 \omega_0)$	$0.495(a/L)$
Present	$0.1nC_d a / (mL^2 \omega_0)$	$0.511(a/L)$

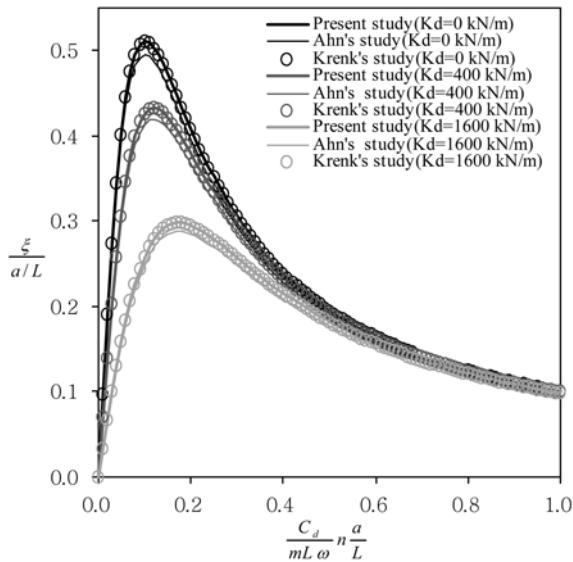


그림 3. 연구그룹별 Universal Curve (a=2 m)

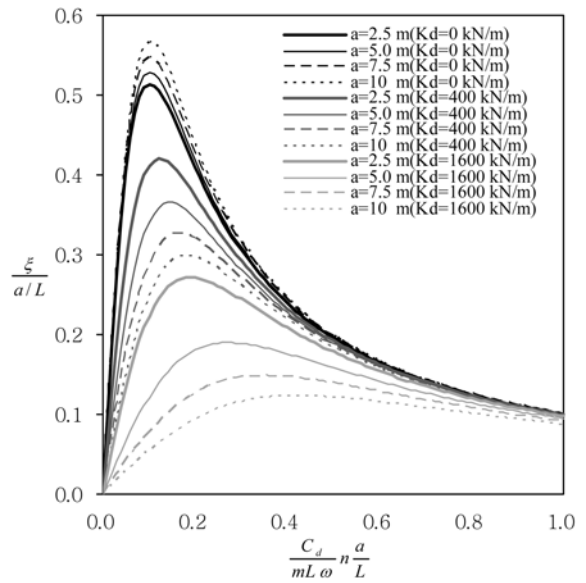


그림 5. 댐퍼의 설치위치에 따른 Universal Curve

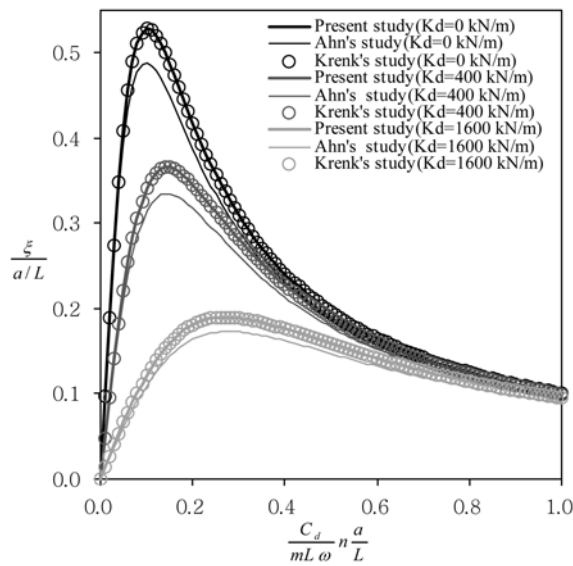


그림 4. 연구그룹별 Universal Curve (a=5 m)

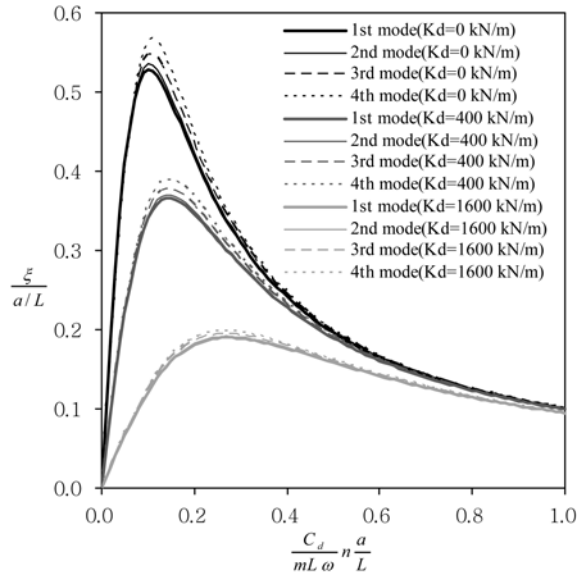


그림 6. 케이블 진동모드에 따른 universal curve

가 변하더라도 하나의 Universal Curve로 수렴한다는 견해를 제시하였다. 이것을 확인하기 위하여 댐퍼의 설치위치와 케이블의 진동모드를 변화시키면서 본 연구에서 제안한 방법으로 Universal Curve를 얻어 그림 5와 6에 나타내었다.

그림 5를 관찰해보면 강성이 없는 점성 댐퍼에 대해서는 댐퍼의 설치위치가 증가할수록 무차원의 부가감쇠비 $\xi(a/L)$ 가 증가한다. 실제로 부가감쇠비는 무차원의 부가감쇠비 값에 댐퍼의 설치위치비 a/L 가 곱해진 값이므로 그래프에서 보는 것보다 더욱 가파르게 증가할 것이다. 하지만 댐퍼의 강성이 존재하면 부가감쇠비의 증가량이 둔화되는 것을 알 수 있다. 그러므로 강성이 작은 댐퍼를 사용하는 것이 높은 부가감쇠비를 얻기에 유리하며 댐퍼의 설치위치가 지점에서 멀어질수록 효과적임을 확인할 수 있으며, 설치위치에 따라 다양한 Universal Curve를 나타냄도 확인할 수 있다. 그림 6은 진동모드 1차부터 4차까지에 대한 Universal Curve를 나타낸다. 진동모드가 증가할수록 부가감쇠비가 증가함을 알 수 있는데 이러한 경향은 Krenk의 연구결과(Krenk, 2000)와 일치한다. 특히 Krenk의 연구는 점성 댐퍼에만 국한하였으나 본

연구결과에 따르면 댐퍼의 강성이 존재하더라도 이러한 경향은 동일하게 존재함을 확인할 수 있으며, 진동모드에 따라 다양한 Universal Curve를 나타냄도 확인할 수 있다.

결론적으로 댐퍼의 설치위치비와 진동모드가 변화함에 따라 Universal Curve가 변화하는 것을 확인할 수 있었다. 이와 같이 Pacheco와 안상섭의 연구결과가 Krenk와 본 연구와 차이를 나타내는 이유는 그들의 연구가 식(15), (16)과 같은 테일러 전개에 기반을 둔 근사를 사용했기 때문이다.

$$\sin^2\left(\frac{n\pi a}{L}\right) \approx \left(\frac{n\pi a}{L}\right)^2 \quad (15)$$

$$\sin\left(\frac{n\pi a}{L}\right) \approx \left(\frac{n\pi a}{L}\right) \quad (16)$$

댐퍼의 설치위치나 진동모드가 증가할수록 $n\pi a/L$ 가 커지기 때문에 식(15), (16)의 근사로 인한 오차는 한층 더 증가하게 된다. 그러므로 댐퍼의 설치위치가 지점에 가깝고 저차 진동모드에 국한된 제어가 주목적인 댐퍼를 설계하는 경우에는 해석이 빠르고 간편한 점근적 근사해법이 유용하고,

댐퍼의 설치위치가 지점에서 떨어져 있거나 고차 진동모드를 제어해야하는 댐퍼를 계획할 경우에는 본 연구에서 제안한 것과 같은 반복계산법에 의해 구해진 Universal Curve를 적용하는 것이 바람직하다.

4. 전체감쇠비에 관한 Universal Curve

전술한 바와 같이 현재까지의 연구를 통하여 얻은 Universal Curve는 케이블의 자체감쇠를 고려하지 못하고 오직 댐퍼에 의한 부가감쇠비만을 제공하였다. 따라서 실무에서는 Universal Curve로 구한 부가감쇠를 케이블의 구조감쇠나 공기역학적감쇠와 같은 자체감쇠와 선형조합하여 식(17)과 같이 케이블-댐퍼 시스템의 전체감쇠비를 산정하고 있다. 하지만 이러한 선형조합 접근법은 자체감쇠와 부가감쇠가 케이블-댐퍼 시스템에 독립적으로 작용한다는 가정하에서만 유효하다.

$$\xi_{net} = \xi_{intrinsic} + \xi_{aero} + \xi_{damper} \quad (17)$$

- ξ_{net} : 전체감쇠비
- $\xi_{intrinsic}$: 구조감쇠비
- ξ_{aero} : 공기역학적감쇠비
- ξ_{damper} : 댐퍼에 의한 부가감쇠비

본 장은 식(1)로 표현되는 m-c-k-damper 시스템의 운동방정식으로부터 얻어진 정해와 식(17)의 선형조합 접근법으로 산정한 전체감쇠비를 비교하여 자체감쇠비와 부가감쇠비의 상관관계에 따른 선형조합 접근법의 유효성을 확인하고자 한다.

지점으로부터 5 m 떨어진 곳에 설치된 점탄성 댐퍼 ($K_d=1600$ kN/m)에 의한 부가감쇠와 구조감쇠 및 공기역학적감쇠를 고려하여, 선형조합 접근법과 본 연구 결과로 얻은 Universal Curve를 그림 7에 비교하였다. 이 때 구조감쇠 $\xi_{intrinsic}$ 와 공기역학적감쇠 ξ_{aero} 는 케이블강교량설계지침(2006)에 제시된 식(18), (19)를 적용하였다.

$$\xi_{intrinsic}(\%) = 0.25 - 6 \times 10^{-4} \times L(m) \quad (18)$$

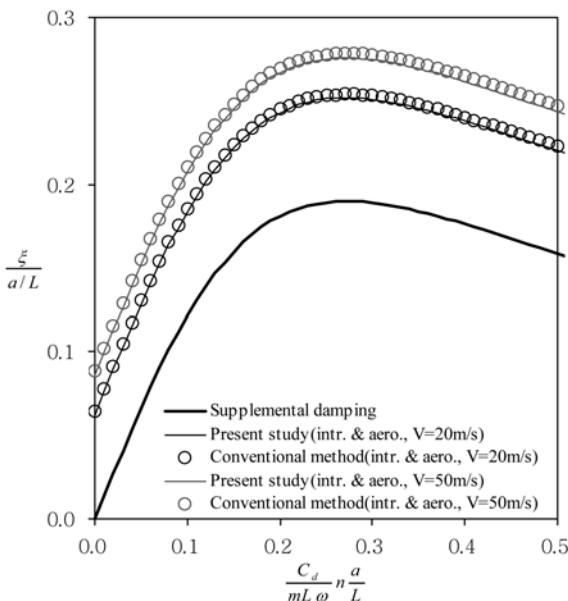


그림 7. 정감쇠에 관한 전체감쇠비

$$\xi_{aero} = \frac{\rho D C_D V}{4 \omega m} \times 100(\%) \quad (19)$$

- $\rho=1.225$ kg/m³ : 공기밀도
- $C_D=1.2$: 항력계수(설계풍속 $V=20$ m/s)
- $C_D=0.9$: 항력계수(설계풍속 $V=50$ m/s)

풍속이 20 m/s이면 공기역학적감쇠비는 0.14%가 되어 구조감쇠비 0.18%를 고려한 자체감쇠비는 0.32%가 되고, 동일한 조건에서 풍속이 50 m/s로 증가하면 공기역학적감쇠비는 0.26%가 되어 자체감쇠비는 0.44%가 된다. 이를 식(20)을 통해 케이블의 점성감쇠계수로 환산하면, 각각 2.82 N·s/m/m, 3.90 N·s/m/m의 값을 얻는다.

$$c = 2m\omega\xi \quad (20)$$

그림 7을 살펴보면, 본 연구에서 제시한 방법과 선형조합 접근법 모두 자체감쇠에 의한 정감쇠 효과를 잘 나타내고 있으나, 선형조합 접근법이 본 연구 결과보다 전체감쇠비를 과대평가하는 것을 알 수 있다. 이 같은 오차의 경향성을 파악하기 위하여 풍속($V=20, 50$ m/s)과 댐퍼의 강성($K_d=0, 400, 1600$ kN/m)을 변화시켜 선형조합 접근법과 본 연구 결과 간의 상대오차를 그림 8에 도시하였다. 댐퍼의 감쇠계수가 C_{opt} 부근일 때 오차가 가장 작지만, 그림 4를 참조할 때, 오차의 최소 위치가 C_{opt} 와 일치하는 것은 아니다. 전체적으로 자체감쇠비와 댐퍼의 강성이 증가할수록 오차가 커지는 것으로 나타났다. 또한 댐퍼의 설치위치를 $a=2$ m로 변경하였을 때의 상대오차를 그림 9에 도시하였는데, 댐퍼의 설치위치가 짧아짐에 따라 상대오차가 감소한 것을 알 수 있다. 이를 정리하면, 자체감쇠비의 증가와 같이 점성감쇠계수가 직접적으로 증가하면 선형조합 접근법의 오차가 커진다. 또한 댐퍼의 강성이 증가하거나 일정 수준 이상의 강성이 존재하는 댐퍼의 설치위치가 지점에서 멀어지는 경우에도 무차원 부가감쇠비가 감소하므로, 지배방정식에서 점성감쇠계수가 차지하는 비중이 댐퍼의 부가감쇠비에 비하여 상대적으로 증가하여 오차가 증가한다.

지형적 요인이나 풍환경 조건으로 인해 갠로핑이나 풍우진

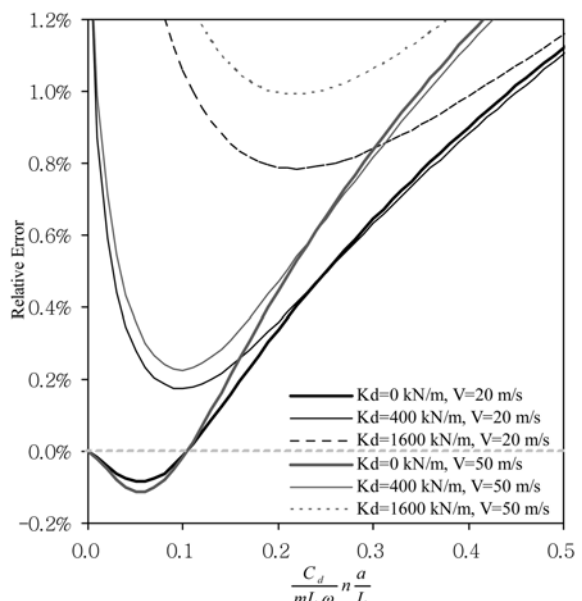


그림 8. 정감쇠에 관한 상대오차(a=5 m)

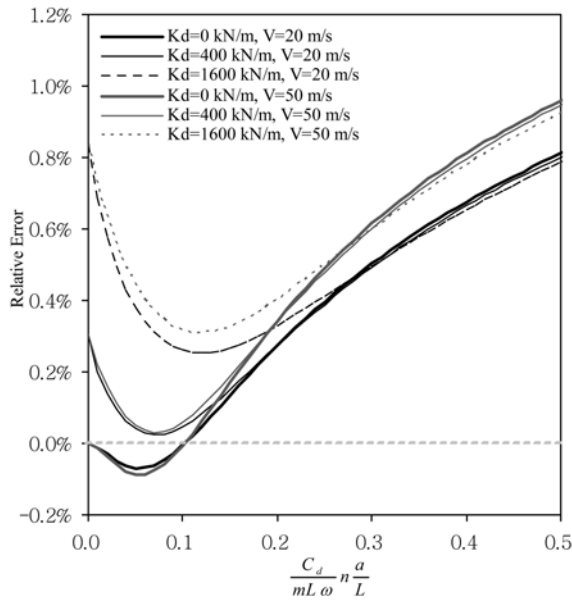


그림 9. 정감쇠에 관한 상대오차(a=2 m)

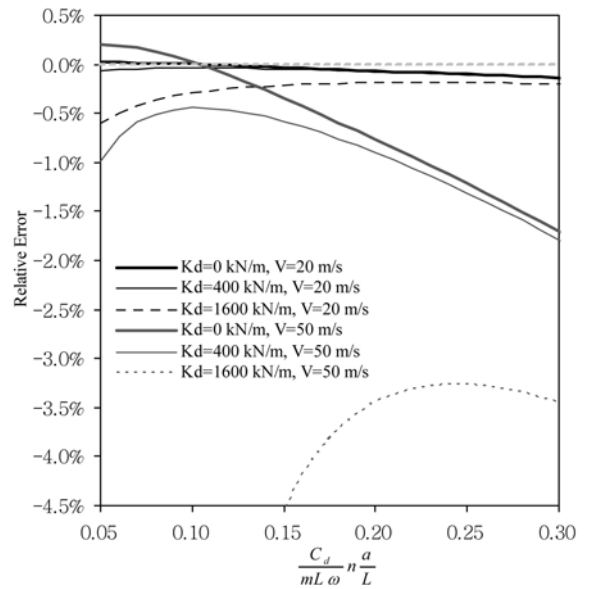


그림 11. 부감쇠에 관한 상대오차(a=5 m)

동과 같은 부감쇠 현상이 탁월할 경우에 대해서 선형조합 접근법이 전체감쇠비를 적합하게 평가하는지를 검토하기 위하여, 식(17)의 공기역학적 감쇠비 ξ_{aero} 를 깰로핑에 의한 부감쇠비 $\xi_{galloping}$ 로 대체하여 전체감쇠비를 비교하였다. 이 때, 깰로핑에 의한 감쇠비는 식(21)을 이용하였다(CIP Recommendations, 2006).

$$\xi_{galloping} = \frac{1}{22m\omega} \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right) \Bigg|_{\alpha=0} \quad (21)$$

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = -3.2 : \text{영각별 양력계수의 변화율}$$

식(20), (21)로 구한 점성감쇠계수는 설계풍속이 20 m/s일 때, -0.473 N·s/m/미이며, 설계풍속이 50 m/s로 증가하면, -4.335 N·s/m/미가 된다. 정감쇠에 대한 검토와 동일하게 1600 kN/m의 강성을 갖는 댐퍼를 5 m 지점에 설치하여 선형조합 접근법과 본 연구에서 제시한 해석법으로 얻은 Universal Curve를 그림 10에 나타내었다.

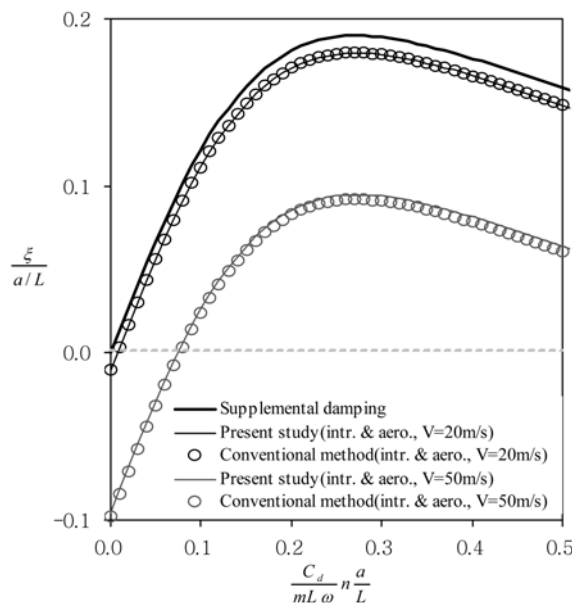


그림 10. 부감쇠에 관한 전체감쇠비

두 방법 모두 깰로핑에 의해 발생한 부감쇠가 전체감쇠비를 감소시키는 효과를 잘 나타내고 있으나, 선형조합 접근법이 전체감쇠비를 과소평가하는 것을 알 수 있다. 풍속(V=20, 50 m/s)과 댐퍼의 강성(K_d=0, 400, 1600 kN/m)을 변화시켜 두 방법 간의 상대오차를 그림 11에 도시하였는데, 풍속이 20 m/s일 때는 깰로핑에 의한 부감쇠가 케이블의 구조감쇠와 상쇄되어 점성감쇠계수가 매우 작아지므로 상대오차가 거의 없다. 그러나 풍속이 50 m/s로 증가하면, 점성감쇠계수가 음의 방향으로 증가함에 따라 상대오차도 크게 증가하여 K_d=1600 kN/m일 경우에 최소 3.3%의 오차가 발생한다.

댐퍼의 설치위치를 a=2 m로 감소시켰을 때의 상대오차를 그림 12에 도시하였는데, V=50 m/s이고 K_d=1600 kN/m일 경우, 최소 오차가 3.6% 발생하여 상대오차가 다소 증가하였다. 그러나 동일한 무차원 감쇠계수에서 비교하면, C_{opt} 이하의 영역에서는 설치위치가 감소함에 따라 상대오차가 감소한다. K_d=1600 kN/m인 경우는 C_{opt}가 설치위치에 따라

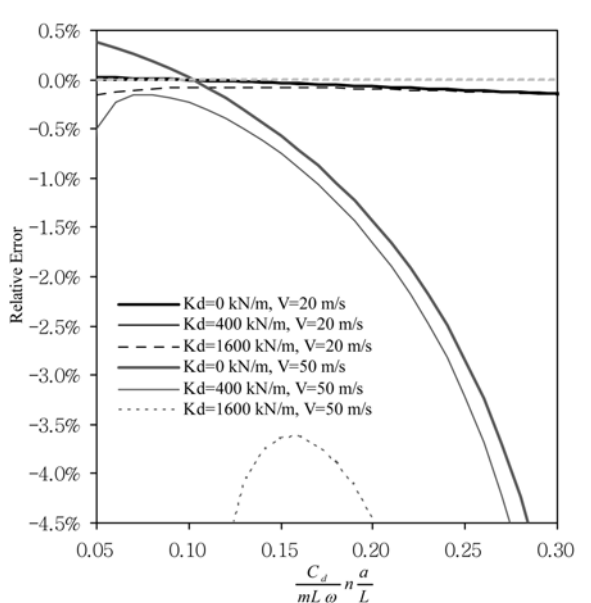


그림 12. 부감쇠에 관한 상대오차(a=2 m)

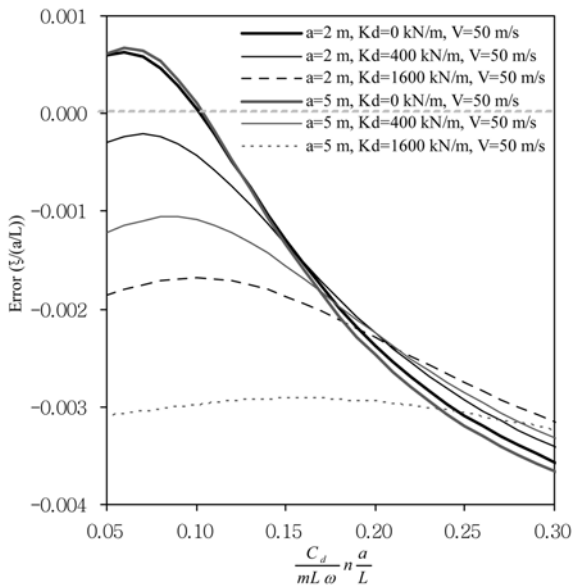


그림 13. 댐퍼의 설치위치에 따른 절대오차

큰 차이를 보이기 때문에 직접적으로 비교는 어려우나, 그림 13과 같이 $V=50$ m/s일 때 설치위치에 따른 절대오차를 비교한 그래프를 보면 전반적으로 설치위치가 감소함에 따라 오차가 감소하는 것을 알 수 있다.

결국, 부감쇠가 발생하면 선형조합 접근법이 전체감쇠비를 과소평가한다는 차이만 있을 뿐, 정감쇠가 발생할 때와 동일한 경향을 나타내는 것을 확인할 수 있다.

선형조합 접근법은 케이블의 자체감쇠가 경미한 경우에는 정해에 가까운 전체감쇠비를 제시하지만, 부가감쇠에 대한 자체감쇠의 비중이 증가하면 오차가 증가하는 것으로 나타났다. 결과적으로 케이블의 공기역학적감쇠와 같이 정감쇠비가 증가하거나 궤로평이나 풍우진동과 같은 부감쇠비가 증가하는 경우, 케이블의 점성감쇠계수를 직접적으로 증가시켜 선형조합 접근법의 오차가 증가한다. 반대로 댐퍼의 강성이 증가하고 댐퍼의 점성감쇠계수가 최적감쇠계수 C_{opt} 를 기준으로 높거나(Tight) 낮아질(Slack) 경우에도 에너지 흡수 및 소산 능력이 감소하므로 부가 감쇠비가 감소하게 되는데, 이러한 효과도 케이블의 점성감쇠계수를 상대적으로 증가시키므로 오차가 증가한다. 그러므로 강성이 작고, 최적감쇠계수에 근접한 점성감쇠계수를 갖는 댐퍼를 지점 근처에 설치하는 경우에는 선형조합 접근법으로 구한 전체감쇠비가 유효한 값을 확인하였다.

5. 결 론

본 연구에서는 사장교에 사용되는 팽팽한 케이블에 점탄성 댐퍼가 설치된 케이블-댐퍼 시스템의 전체감쇠비 해석법을 제안하고 이것을 이용하여 선형조합 접근법의 유효성을 검증하였다. 그리고 제안된 해석법을 통해 부가감쇠비에 관한 Universal Curve만을 제공했던 기존의 연구들과 달리 케이블의 자체감쇠까지 고려한 지배미분방정식을 전개하여 전체감쇠비에 관한 Universal Curve를 제시하였다.

자체감쇠를 고려하기 위하여 m-c-k-damper 시스템에 기반한 지배미분방정식을 토대로 평형방정식과 제한조건을 유도

하였으며 이를 동시에 만족시키는 해를 얻기 위해 순차적 반복계산법을 도입하였다. 제안된 해석법을 검증하기 위하여 $c=0$ 으로 두고, 기존의 연구들과 비교하였다. 그 결과 고정점 반복계산법에 기반을 둔 Krenk의 연구와는 동일한 결과를 얻었으나 Pacheco와 안상섭의 연구결과와는 차이가 있었다. 이것은 이들 연구그룹에서 가정한 근사에 기인된 것이다. 이러한 오차는 댐퍼의 설치위치가 지점에서 가까운 경우나, 저차의 진동 모드에 대한 해석에서는 경미한 수준으로 발생하므로 점근적 근사해법과 같은 비반복적 해석법을 사용하는 것이 효과적이다. 그러나 외부 댐퍼를 설치하거나 고차의 진동 모드에 대한 해석이 요구되는 경우에는 본 연구에서 제안한 해석법을 적용하는 것이 바람직하다.

이와 더불어 댐퍼 설계에 통상적으로 사용되는 선형조합 접근법의 유효성을 검토하기 위해 자체감쇠의 크기와 댐퍼의 강성 및 설치위치를 변화시켜가며 Universal Curve를 구하여 본 연구결과와 비교하였다. 일반적인 풍환경에서는 오차 수준이 경미하였으나, 자체감쇠의 비중이 커질수록 선형조합에 의한 전체감쇠비의 오차가 증가하였다. 특히, 높은 풍속에서 궤로평과 같은 부감쇠 효과가 크게 발생하고 댐퍼의 강성 및 설치위치가 증가할수록 선형조합 접근법의 오차가 증가하는 것을 확인하였다. 댐퍼의 점성감쇠계수도 최적감쇠계수에서 벗어날수록 오차가 증가하였다. 그러므로 케이블의 점성감쇠계수가 크거나, 댐퍼의 부가감쇠비가 작은 경우에는 본 연구에서 제시한 해석법을 적용하는 것이 바람직하다.

결론적으로 케이블의 자체감쇠를 고려한 전체감쇠비의 정해를 제시하고 이것을 토대로 선형조합 접근법에 대한 적용 근거를 제시하였다는 점에서 본 연구의 의미를 찾을 수 있다. 차후 본 연구를 발전시켜 공기역학적감쇠에 대응하는 최적감쇠계수를 실시간으로 제시할 수 있게 된다면 MR(Magnetorheological) 댐퍼와 같은 준능동 댐퍼의 케이블-댐퍼 시스템 제어의 중요한 알고리즘이 될 것으로 기대된다.

감사의 글

이 논문은 2008년도 정부재원(교육과학기술부 학술연구조성비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 발간되었음(KRF-2008-028-D00078).

참고문헌

- 김현경, 황재웅, 이명재(2008) 댐퍼도입에 의한 사장 케이블의 제진설계, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제28권 제1A호. pp. 51-58.
- 대한토목학회(2006) **케이블강교량설계지침**.
- 안상섭(2003a) 점탄성 댐퍼가 설치된 케이블의 동적 특성 - I. 켈빈모델, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제23권 제4A호. pp. 695-702.
- 안상섭 외 3명(2000) **교량진동 감소장치에 관한 연구**, 한국도로공사 도로연구소.
- Cable Vibrations in Cable-Stayed Bridges* (2007) IABSE.
- CIP Recommendations on Cable Stays* (2002) SETRA.
- Douglas Faires and Richard L. Burden (1993) *Numerical Methods*, PWS Publishing Company.
- Irvine, H.M. (1981) *Cable Structures*, The MIT Press.
- Krenk, S. (2000) *Vibrations of a Taut Cable with an External*

Damper, Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, Vol. 67, pp. 772-776.
Krenk, S. and Høgsberg, J.R. (2005) *Damping of Cables by a Transverse Force*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 131, No. 10, pp. 340-348.
Pacheco, B.M., Fujino, Y., and Sulekh, A. (1993) *Estimation Curve*

for Modal Damping in Stay Cables with Viscous Damper, Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 6, pp. 1961-1979.
Technical Report on *Stay Cable Vibrations* (2005), VSL International.

(접수일: 2009.5.14/심사일: 2009.6.25/심사완료일: 2009.6.25)