.....

초고강도 강섬유보강 철근콘크리트의 인장강화 모델 및 적용

Tension–Stiffening Model and Application of Ultra High Strength Fiber Reinforced Concrete

곽효경*·나채국**·김성욱***·강수태****

Kwak, Hyo-Gyoung • Na, Chaekuk • Kim, Sung-Wook • Kang, Sutae

Abstract

A numerical model that can simulate the nonlinear behavior of ultra high strength fiber reinforced concrete (UHSFRC) structures subjected to monotonic loading is introduced. The material properties of UHSFRC, such as compressive and tensile strength or elastic modulus, are different from normal strength reinforced concrete. The uniaxial compressive stress-strain relationship of UHSFRC is designed on the basis of experimental result, and the equivalent uniaxial stress-strain relationship is introduced for proper estimation of UHSFRC structures. The steel is uniformly distributed over the concrete matrix with particular orientation angle. In advance, this paper introduces a numerical model that can simulate the tension-stiffening behavior of tension part of the axial member on the basis of the bond-slip relationship. The reaction of steel fiber is considered for the numerical model after cracks of the concrete matrix with steel fibers are formed. Finally, the introduced numerical model is validated by comparison with test results for idealized UHSFRC beams.

Keywords : ultra high strength concrete, steel fiber, tension stiffening model, stress-strain relationship, nonlinear analysis

요 지

이 논문에서는 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 구조물의 단조증가 하중에서 비선형 해석모델을 소개하고 있다. 일반콘 크리트에 비해 압축강도와 인장강도가 증가한 초고강도 강섬유보강 콘크리트는 그 거동이 일반콘크리트와 다른 특성을 가지 고 있다. 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 구조물에 대한 비선형 해석을 하기에 앞서 실험결과를 이용하여 압축영역에서 응력 변형률, 관계를 회귀분석을 통하여 유추하였고, 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 구조물 거동의 정확한 예측을 위하여 등가일축 응력 변형률 관계를 이용하였다. 또한 균열의 진전에 따른 균열각을 모사하기 위해 평면응력 요소를 이용하였고, 분산철근모델을 이용하여 해석에 적용하였다. 한편, 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트의 인장영역에서 응력-변형률 관계를 정의하기 위해 철근과 콘크리트의 부착응력 부착슬립 관계와 강섬유의 영향 등을 고려한 새로운 인장강화 모델을 제안하고 있다. 끝으로 제안된 알고리즘과 응력 변형률 관계 및 인장강화 모델을 한국건설기술연구원에서 실험한 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 부재에 대한 수치해석을 수행하여 실험결과와 비교, 평가하였다.

핵심용어 : 초고강도 콘크리트, 강섬유, 인장강화 모델, 응력-변형률 관계, 비선형 해석

1. 서 론

산업발전에 따른 구조물의 장대화, 복잡화 및 고층화로 인 해 건설재료의 고강도화에 대한 필요성이 증가하고 있으며, 콘크리트는 일반콘크리트(Normal Strength Concrete : NSC) 에서 고강도 콘크리트(High Strength Concrete : HSC), 나아 가 초고강도 콘크리트(Ultra High Strength Concrete : UHSC)까지 그 개발이 활발히 이루어지고 있다(KICT, 2005). 그러나 콘크리트는 취성을 가진 건설재료로써 강도가 증가 함에 따라 작용하는 하중에 대한 저항력은 크게 증가하는 반면 구조물의 거동에 있어 완화시킬 필요가 있는 취성 또 한 현격하게 증가한다. 이러한 문제점을 보완하고 구조재료가 갖는 장점을 최대화 하기 위해 콘크리트는 일반적으로 강섬유 를 배합하여 취성을 완화하고 연성을 증가시키도록 보완하는 데, 강섬유가 보강된 초고강도 콘크리트를 사용한 철근콘크리 트(RC)를 "초고성능 강섬유보강 철근콘크리트(Ultra High Performance Steel-Fiber Reinforced Concrete: UHPSFRC)"라 명명하기도 한다(Kölle 등, 2004).

초고강도 콘크리트를 건설재료로 사용하기 위해서는 먼저 재료성질에 따른 물성치의 규명은 물론 이 재료를 사용한

^{*}정회원ㆍ교신저자ㆍ한국과학기술원 건설 및 환경공학과 교수 (E-mail : khg@kaist.ac.kr)

^{**}한국과학기술원 건설 및 환경공학과 박八I과정 (E-mail ∶ heychaeya@kaist.ac.kr)

^{***}정회원·한국건설기술연구원 책임연구원 (E-mail : swkim@kict.re.kr)

^{****}정회원·한국건설기술연구원 연구원 (E-mail : alphard@kict.re.kr)

구조계의 구조거동에 대한 분석 또한 요구된다. 이러한 배경 에서 강섬유를 보강하지 않은 고강도 콘크리트(Dahl, 1992; Attard 등, 1996; Hussein 등, 2000)와 강섬유를 보강한 초 고강도 콘크리트(Bencardino 등, 2008; Graybeal, 2007; Mansur 등, 1999)의 특성 및 거동에 대한 연구 역시 활발 히 진행되고 있다. 그럼에도 불구하고 구조부재의 거동에 대 한 연구는 아직까지 제한적으로 이루어지고 있는 실정이다. 국외에서는 미국을 중심으로 실제 구조물에 적용 가능한 고강도 콘크리트에 대한 연구가 1960년대부터 이루어졌으며, 1979년 ACI committee 363-High Strength Concrete가 결 성된 이후 1984년과 1997년에 "State-of-the-Art Report on High Strength Concrete" 보고서가 발간되었고, 유럽에서도 Comite Europeen du Beton에서 1990년에 "High Strength Concrete, State-of-the-Art Report" 보고서와 1995년에 "High Performance Concrete, Recommended Extensions to the Model Code 90, Research Needs" 보고서를 발간 하는 등 다양한 연구가 수행되어왔다. 반면, 국내에서는 1990년대 초부터 대학과 연구소를 중심으로 50~80 MPa의 고강도 콘크리트에 관한 연구를 시작하였고(장일영 등, 1992), 1994년 동아건설에서 아파트 벽체에 100 MPa의 콘 크리트를 시험 시공한 이후 2002년 보도교인 한강의 선유도 보도교를 프랑스 Bouygues사에 의해 200 MPa 급 강도의 RPC(Reactive Powder Concrete)로 만들어진 두께 30 mm 의 비닥판을 시공하는 등 현장시공이 시도되고 있고, 고강도 /초고강도 섬유보강 콘크리트에 대한 연구도 점차 확대되어 오고 있다(류금성 등, 2005). 그러나 초고강도 콘크리트를 이용한 부재의 구조적 거동에 대한 현재까지의 연구는 대부 분 실험적 연구에 국한되어 있는 실정이다. 실험적 연구는 정확한 거동 분석이 용이한 반면, 시간과 비용이 많이 소요 되고 제한된 범위에서의 거동 특성을 분석할 수 있는 등 여 러 가지 어려움을 내포하게 된다(곽효경 등, 2007). 이러한 배경에서 초고강도 철근콘크리트를 이용한 구조부재의 다양 한 거동 특성을 효과적으로 분석할 수 있는 수치해석 연구 또한 병행될 필요가 있다(Kwak 등, 2004).

초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 보의 수치해석을 통한 비선형 해석을 위해서는 먼저 성질이 전혀 다른 콘크리트와 철근의 재료특성과 역학적 거동 및 두 재료 사이의 상호작 용을 효과적으로 모사한 후 초고강도 콘크리트의 재료성질 을 해석에 효과적으로 반영하여야 한다. 따라서 이 논문에서 는 해석 대상 구조물인 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 보의 비선형 해석을 수행함에 있어 1차원 보 요소를 사용하 지 않고 2차원 평면요소를 사용함으로써 구조물의 균열거동 을 보다 구체적으로 모사하고자 하였다. 일반적으로 보 해석 시 사용되는 적충단면법은 1차원적 응력-변형률을 이용하고, 단면을 여러 개 층으로 나누어 해석하는 것으로써 각 층의 응력을 쉽게 산정할 수 있을 뿐만 아니라 보의 특정 위치에 서의 균열 진전 정도를 쉽게 파악할 수 있는 장점이 있다 (Kwak 등, 2006). 그러나 적층단면법은 1차원적 응력-변형 률 관계를 이용하기 때문에 2차원적인 응력상태를 알 수 없 고, 균열 진전에 따른 중립 축을 계산하기 때문에 계산량이 많아질 뿐만 아니라 하중 증가에 따른 균열각의 변화를 예 측하지 못하는 단점이 있다(Kwak 등, 2006). 이에 반해서 이 논문에서 사용하고 있는 2차원 평면요소에 의한 보 해석 은 각 위치에서의 2차원적 응력-변형률 관계를 유추할 수 있고, 균열 진전 정도와 균열각에 대한 정보를 알 수 있기 때문에 보 부재의 거동을 효과적으로 파악할 수 있는 장점 이 있다(곽효경 등, 2007).

수치해석 연구를 위한 구조물의 모델링 가운데 일반강도 콘크리트와 다른 대표적인 내용은 응력 변형률 관계로 정의 되는 재료 물성의 변화를 생각할 수 있다. 먼저 이 논문에 서 사용되는 초고강도 강섬유보강 콘크리트의 압축영역의 응 력 변형률 관계는 기존에 제안된 고강도 콘크리트의 응력 변 형률 관계(Barros 등, 1999; Ezeldin 등, 1992)를 Mansur 등(1999)의 실험결과와 비교하여 수정하는 방법을 통하여 제 안하였다. 더불어 인장영역의 응력 변형률 관계는 기존의 연 구(김도연, 2004; Gupta 등, 1990)를 바탕으로 균열면에서 강섬유의 영향을 간접적으로 모사하는 방법으로 제안하였으 며, 다양한 실험결과와 비교 및 분석함으로써 제안된 모델의 적합성을 확인하였다. 나아가 균열모델을 포함한 그 밖의 관 련 수치해석 모델과 해석과정은 일반콘크리트 구조물의 비 선형 해석과정과 크게 다르지 않다. 철근콘크리트 구조물에 서 평면응력상태로 유한요소 해석 시 다양한 이축응력 조합 에 따른 강도특성과 재료성질의 변화, 콘크리트의 균열의 발 생과 진전, 이에 따른 부착슬립의 영향으로 나타나는 인장강 화 효과 등 여러 비선형 거동 특성이 적절히 반영되어야 한 다(Kwak 등, 2004). 지금까지 제안된 다양한 콘크리트 구성 모델은 등가의 일축변형률 개념을 토대로 개발된 직교이방 성 모델로써 응력에 따른 콘크리트의 재료성질의 변화를 효 과적으로 표현할 수 있고, 그 정확성 때문에 이축응력이 작 용하는 콘크리트 구조물의 구성모델로 널리 사용되고 있다 (Chen, 1982). 나아가 균열발생 후 나타나는 현상 중 균열 각 변화와 균열 진전에 따른 압축 측 콘크리트의 강도감소 현상을 비롯하여 인장 측 변형연화영역의 정의를 통한 인장 강화 효과 등을 직교이방성 모델에 추가하여 실제 거동이 보여주는 현상들을 보다 정확히 모사할 수 있다.

나아가 개발된 해석 알고리즘의 검증을 위해 한국건설기술 연구원(2005)에서 실험한 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 보를 예제 구조물로 선정하였으며, 설계변수의 변화에 따른 구조거동의 비교연구를 통해 초고강도 강섬유보강 콘크리트 구조물의 효율성과 내하성 증가를 위한 방안을 제시하고자 하였다.

2. 재료모델링

2.1 콘크리트

비균질 재료인 콘크리트는 일반적으로 해석 및 설계 시 균질 재료로 이상화하여 거동을 효과적으로 모사하는데, 재 료 성질을 나타내는 콘크리트의 응력-변형률 관계는 곡선 형 태나 수식화 방법에 따라 다양한 식으로 제안되었다 (Hognestad, 1951). 특히 콘크리트 강도가 증가하면 강성 또 한 증가하는 반면, 최대하중 이후에 발생하는 재료의 연성도 는 현저히 감소하기 때문에 고강도/초고강도 콘크리트의 응 력-변형률 관계는 일반콘크리트와는 다른 형태를 갖는다는 사실은 널리 알려져 있다. 고강도/초고강도 콘크리트에 대한



다양한 실험연구(Dahl, 1992; Hussein 등, 2000)가 수행되 었고, 이에 대한 다양한 응력-변형률 관계가 제안되었다 (Attard 등, 1996; Wee 등, 1996). 더 나아가 균열 이후 거동에 영향을 미치는 강섬유를 보강한 일반콘크리트에 대 한 실험과 함께 응력-변형률 관계가 제안되었을 뿐만 아니라 (Barros 등, 1999; Ezeldin 등, 1992), 강섬유를 보강한 고 강도/초고강도 콘크리트에 대한 다양한 실험연구(Bencardino 등, 2008; Kölle 등, 2004)를 통해 고강도/초고강도 콘크리 트의 응력-변형률 관계가 새롭게 제안되고 있다(Graybeal, 2007; Mansur 등, 1999).

그림 1은 Mansur 등(1999)이 고강도 강섬유보강 콘크리 트에 대한 실험자료를 바탕으로 압축응력 압축변형률 관계를 정규화해서 나타낸 것이다. 이 실험에서는 강섬유를 보강하 지 않은 고강도 콘크리트부터 강섬유를 보강(0.5%, 1.0%, 1.5%)한 초고강도 콘크리트까지 다양한 시편을 이용하였는 데, 그림 1은 강섬유를 보강한 80 MPa~120 MPa의 압축강 도를 가지는 콘크리트에 대한 실험결과를 나타낸다. Attard 등(1996)은 Dahl(1992)이 실험한 고강도 콘크리트(최대 120MPa)에 대한 수학적 모델 식을 제안하였는데, 강섬유를 보강하지 않은 실험이었기 때문에 그림 1과 같이 균열 후 거동이 연성도가 현저히 저하되는 등 상당히 과소평가됨을 알 수 있다. 또한 Ezeldin 등(1992)은 강섬유를 보강한 일 반콘크리트에 대한 실험을 바탕으로 수학적 모델 식을 제안 하였는데, 초고강도 콘크리트는 일반콘크리트에 비해 균열 후 연성도가 현저히 감소하기 때문에 균열 후 거동을 과대 평가하는 경향을 보이고 있다. 즉, 기존에 제안된 응력-변형 률 관계에서 일반콘크리트에 강섬유를 보강한 경우와 초고 강도 콘크리트의 응력-변형률 관계를 초고강도 강섬유보강 콘크리트의 응력-변형률 관계에 직접 적용하기에는 한계가 있음을 알 수 있다.

따라서, 이 논문에서는 기존의 연구자들에 의해 제안된 콘 크리트의 응력-변형률 관계와 Mansur 등(1999)의 실험자료 를 토대로 초고강도 강섬유보강 콘크리트의 거동을 효과적 으로 모사할 수 있는 응력-변형률 관계를 구성하였다. 초고 강도 콘크리트의 압축영역에 대한 응력-변형률 관계인 제안 된 식 (1)은 변형경화구간의 경우 Hognestad(1951)의 기본 적인 응력-변형률 관계에 할선비에 대한 경계조건을 적용하 여 구성하였고, 변형연화구간의 경우 Mansur 등(1999)의 실 험자료에서 회귀분석을 통하여 구성하였다. 그림 1에서 볼 수 있는 바와 같이 이 논문에서 제안된 식은 변형경화구간 에서는 비교적 정확한 응력-변형률 관계를 보임을 알 수 있 고, 변형연화구간의 거동 또한 정확히 모사하고 있음을 알 수 있다.

$$f = f_c' \left\{ 1 - (1 - \varepsilon/\varepsilon_c)^{k_1} \right\} \quad \text{for } 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_c$$

$$f = f_c' e^{-\sqrt{(\varepsilon/\varepsilon_c) - k_2}} / k_2 + k_3 \quad \text{for } \varepsilon \le \varepsilon_c$$
(1)

여기서, 변형경화구간에서 형상변수 $k_1 = ln(1-\eta)/ln(1-\eta/(E_c \varepsilon_c f_c'))$ 으로 초기 탄성영역의 할선비 $\eta = f/f_c'$ 가 0.45인 것을 고려하여 결정될 수 있고, 변형연화구간에서 상수 k_2 와 k_3 는 응력-변형률 형태에 따라 변화하는 값으로써, Mansur 등 (1999)의 실험에서는 $k_2 = 0.65$, $k_3 = 0.15$ 의 값을 가진다. 그 리고 f_c' 와 ε_c 는 콘크리트의 압축강도(MPa)와 압축변형률을 나타내고, $E_c = 21,500(f_c'/10)^{1/5}$ 는 초기탄성계수(MPa)를 나타 낸다.

이축응력을 받는 구조물은 그 거동을 효과적으로 모시하기 위해서 이축 응력상태에서 재료성질에 대한 정의가 요구되 는데, 이축 응력상태의 강도특성은 포아송 효과와 내부 미세 균열의 영향으로 발생하게 된다. 실험에서 유도된 2축 강도 파괴포락선은 물-시멘트 비, 시멘트 종류 등의 재료적 문제 와 양생법 등의 실험적 문제로 인해 다양한 차이가 발생하 게 된다(Kupfer 등, 1973; Liu 등, 1972; Tasuji 등, 1976).

동일한 이유로 인해 초고강도 강섬유보강 콘크리트의 2축 강도 파괴포락선을 유추하기 위한 많은 연구가 수행되었다. 강섬유보강 콘크리트의 경우 일반콘크리트에 강섬유를 혼입 한 실험(Demeke 등, 1994; Hu 등, 2003)은 많이 진행되어 왔지만, 초고강도 콘크리트에 강섬유를 혼입한 실험은 아직 미비한 실정이다. Kölle 등(2004)은 강섬유 종류와 함유랑에 따라 실험을 수행하였고, Lim 등(2005)은 강섬유보강 유무 에 따른 고강도 콘크리트의 1축과 2축에 대한 거동차이와 탄성계수를 산정하는 연구를 수행하여 압축-압축영역에서 2 축 강도 파괴포락선을 구성하였다. 또한, 강섬유보강 일반콘 크리트에 대한 실험(Demeke 등, 1994)과 무보강 고강도 콘 크리트의 실험(Hussein 등, 2000) 등도 수행되었다.

그림 2는 Demeke 등(1994), Hussein 등(2000), Kölle 등 (2004)과 Lim 등(2005)이 수행한 콘크리트 패널의 2축 실험 결과를 토대로 구성한 2축 강도 파괴포락선을 나타내고 있 다. 2축 강도 파괴포락선은 압축-압축영역의 경우 Kölle 등 (2005)의 실험결과를 토대로 하였으며, 압축-인장영역과 인장 -인장영역은 Demeke 등(1994)과 Hussein 등(2000)의 실험 결과를 이용하여 구성하였다.

한편, 강섬유보강 콘크리트의 경우 압축-압축영역의 거동 은 섬유 혼입률에 따라 일부 다르게 나타난다(Kölle 등, 2004; Lim 등, 2005). 실험결과를 살펴보면, 일반적으로 섬 유 혼입률이 증가함에 따라 압축강도 역시 증가하는 것으로 나타나지만, 일부 실험결과에서는 섬유 혼입률이 증가할수록 압축강도가 감소하기도 한다. 현재까지 섬유 혼입률과 압축-압축영역의 거동을 명확히 규정할 수 있는 실험자료가 부족 하고, 이러한 영향을 모두 고려한 식을 제안하는 것은 불가 능하기 때문에, 이 논문에서는 Kölle 등(2004)의 실험결과



그림 2. 초고강도 강섬유보강 콘크리트 2축 강도 파괴포락선

중 하나의 결과(강섬유 종류: RL45-35, 섬유혼입률: 1.5%) 에서 회귀분석을 통해 식 (2)와 같은 압축-압축영역의 식을 유추하여 제안하였다. 압축-인장영역과 인장-인장영역의 콘크 리트의 거동은 일반콘크리트와 유사한 거동을 보여 일반콘 크리트에서 정의된 것과 동일한 식을 사용하여 구성하였다. 그림 2의 초고강도 강섬유보강 콘크리트의 2축 강도 파괴 포락선을 살펴보면, 압축-압축영역에서 주응력비가 0에서 0.6 까지 증가하는 동안 1축 압축강도의 1.35배까지 증가하지만, 주응력비가 0.6에서 1.0까지 증가하는 경우에는 1축 압축강 도의 1.35배에서 1.25배까지 감소한다. 주응력비에 따라 파 괴포락선이 변하는 특징은 압축-인장 및 인장-인장영역에서 도 일반콘크리트와 유사하게 나타남을 알 수 있다.

한편, 앞에서 설명한 바와 같이 압축-압축영역에서 주응력 비에 따라 압축강도 값이 변하는 것과 마찬가지로 압축-인장 영역에서 작용하는 응력에 따라 인장강도 값 또한 변하게 된다. 이 논문에서 고려하고 있는 보 부재에서는 주로 압축 -인장을 받기 때문에 압축-압축영역에 비해 압축-인장영역이 더 중요하다. 따라서 2축 응력을 받는 구조물은 작용하는 응력의 조합에 따라 대응되는 압축강도와 인장강도가 변하 는 것을 고려해야 하고, 특히 압축-인장영역에서는 압축응력 의 작용으로 인해 저항할 수 있는 최대 인장강도가 *f_i*에서 *f_{eq}로* 감소하게 된다.

압축-압축 영역: $f_{2p} = f'_c \cdot (0.25 \xi^3 - 1.25 \xi^2 + 1.25 \xi + 1)$ (2) $f_{1p} = \xi \cdot f_{2p}$ 압축-인장 영역: $\frac{f_{1p}}{f_1} = 1 - \frac{f_{2p}}{f'_c}$ 인장-인장 영역: $f_{1p} = f_{2p} = f_t$

따라서, 작용하는 응력의 조합에 따른 인장강도 또는 압축 강도의 변화는 대응하는 응력조합 하에서 산정된 파괴포락선 에서 계산한 인장강도 및 압축강도를 각각 대입함으로써 고려 하게 된다. 또한, 이 논문에서는 응력변화에 따른 재료성질의 변화를 모사하기 위해 가장 단순하면서 단조증가 하중에서 콘 크리트의 성질을 효과적으로 나타낼 수 있는 장점을 가지고 있 어 콘크리트 구조물의 수치해석 시 널리 사용되는 식 (3)의 직 교이방성 증분 구성모델(orthotropic incremental constitutive model)을 사용하였다(곽효경, 1994). 또한 콘크리트의 균열에 따른 거동을 모사함에 있어 불필요한 전단응력-전단변형률 이력곡선 정의를 피할 수 있으며, 하중이력에 따른 균열각의 변화를 효과적으로 예측할 수 있는 회전균열 모델을 사용하 였다.

$$\begin{cases} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\tau_{12} \end{cases} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{vmatrix} E_1 & \sqrt{E_1E_2} & 0 \\ \sqrt{E_1E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu^2) \cdot G \end{vmatrix} \begin{cases} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\gamma_{12} \end{cases}$$
(3)

여기서, *E*₁, *E*₂는 콘크리트 주변형률 방향의 할선 탄성계수 를 나타내고, *v*는 포아송비를 나타내며, *G*는 전단탄성계수로 써 관계식 (1-*v*²)*G*=0.25(*E*₁+*E*₂-2*v*(*E*₁*E*₂)^{1/2})에서 산정된다.

2.2 철근

철근은 콘크리트와 다르게 균질한 재료로써 그 특성을 정 의함에 있어서 압축영역과 인장영역의 응력-변형률 관계를 동일한 곡선으로 규정할 수 있다. 따라서 이 논문에서 철근 의 모델은 길이방향으로 작용하는 축력에만 저항하는 1축에 대한 응력-변형률 관계를 구성하였으며, 응력변화에 따른 재 료성질 변화는 수치적인 안정성과 계산상의 이점 등을 고려 하여 그림 3과 같이 1축의 선형탄성(linear elastic), 선형변 형경화(linear strain hardening)의 탄소성 재료로써 모델링 하였다.

일반콘크리트에 묻혀있는 철근이 콘크리트의 균열면에서 항복에 도달할 때, 콘크리트와 부착슬립 효과(bond-slip effect)로 인해 인접한 균열 사이의 영역에 위치한 철근의 평 균 응력은 그림 3과 같이 철근의 항복강도(f_v)보다 작은 응 력(fn)을 나타내게 된다. 나아가 철근콘크리트 구조물은 철근 의 항복 직후부터 급격한 변형의 증가가 발생하기 때문에 구조물의 정확한 거동 예측을 위해서는 철근의 평균항복강 도(fn) 산정이 중요시 된다. 일반콘크리트 구조물은 매립된 철근의 평균응력을 산정하기 위해 Salem 등(1999)이 제안한 관계식이 널리 사용되고 있으나, 이 식은 콘크리트와 철근 사이의 부착슬립 모델을 도입하여 반해석적 연구를 통해 제 안한 것으로 부착특성이 다른 초고강도 강섬유보강 철근콘 크리트 구조물의 해석에 직접 사용하는 데에는 다소 무리가 있다. 특히, 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트에서 발생한 균열로 인해 변형된 철근의 응력 변형률 관계에 대한 연구가 아직 전무한 실정이고, Salem 등(1999)이 제안한 식을 사용하





기에는 철근의 항복응력을 상당히 과소평가 될 것으로 판단된 다. 따라서 이 논문에서는 초고강도 강섬유보강 콘크리트와 함 께 사용한 철근의 응력-변형률 관계를 정의함에 있어 독립된 철근(bare steel bar)의 응력-변형률 관계를 사용하였다.

한편, 초고강도 콘크리트 구조물에서는 일반 철근보다 고 강도 철근을 사용하는 것이 보다 합리적으로 판단된다 (SETRA-AFGC, 2002). 따라서 고강도 철근을 주철근으로 사용한 구조부재의 해석을 위해 긴장재의 수치모델을 정의 할 필요가 있으며, 이 논문에서는 수치해석적 안정성을 위해 그림 4에서 보는 바와 같이 3개의 선형으로 구성된 응력-변 형률 관계를 해석에 적용하였으며, 이와 관련한 자세한 사항 은 참고문헌에서 살펴볼 수 있다(곽효경 등, 2005).

3. 인장강화 모델

철근콘크리트 부재에 작용하는 인장력이 작용하면 콘크리 트에 균열이 발생하게 되고, 철근과 콘크리트 경계면은 부착 에 의해 균열이 발생한 이후에도 외부 하중에 저항하게 되 는데, 이와 같은 현상을 인장강화 효과(tension-stiffening effect)라 한다. 이와 유사하게 초고강도 강섬유보강 철근콘크 리트 부재에서도 인장강화 효과가 발생하게 된다. 부재에 작 용하는 외부 인장력에 의해 콘크리트에 균열이 발생하면 철 근과 콘크리트 경계면에서는 부착에 의한 저항과 함께 균열 면에서 강섬유에 의한 저항이 발생하게 되는데, 이 거동은 강섬유를 보강하지 않은 철근콘크리트와 일부 다른 거동을 보인다. 이 논문에서는 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트의 인장강화 효과를 수치해석에 적용하기 위해 부착응력-부착슬 립 관계와 강섬유의 영향을 토대로 해석모델을 제안하고자 한다.

제안된 해석 모델은 인장부재 내부에서 발생하는 저항력을 바탕으로 구성된다. 일반적인 철근콘크리트 인장부재 내부의 저항력 분포는 다양한 선행 연구를 통해 hyperbolic sine

함수로 구성된다고 알려져 있다(Gupta, 1990). 이에 반해 콘크리트에 강섬유가 혼입된 철근콘크리트 인장부재의 저항 력 분포에 대한 연구는 강섬유 영향을 국부적으로 고려한 연구가 진행되었고(이방연, 2008), 부재 전체에서 강섬유의 영향을 고려한 저항력 분포에 대한 연구는 미비한 실정이다. 강섬유가 혼입된 콘크리트의 저항력 분포에 대해 Bischoff (2003)은 강섬유가 혼입되지 않은 콘크리트와 동일하게 hyperbolic sine 함수로 구성된다고 가정하였다. 일반적으로 콘크리트는 시멘트와 골재 등으로 구성되어 비균질 재료이 지만, 재료모델 구성 시 균질 재료로 이상화하게 된다. 이러 한 가정을 동일하게 적용하여 국부적으로 발생하는 강섬유 의 영향을 부재의 평균적인 거동으로 고려하면, 강섬유가 혼 입된 경우에도 콘크리트는 균질 재료로 이상화할 수 있다. 따라서, Bischoff이 제안한 저항력 분포는 강섬유를 혼입하 지 않은 콘크리트와 동일하게 hyperbolic sine 함수로 구성 할 수 있다.

3.1 인장부재에서 힘의 평형 관계

그림 5는 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 인장부재의 구조계를 나타내고 있다. 균열 간격을 2a로 가정하면 균열면 은 주인장 방향(z)에서 동일한 거리 z=a 만큼 떨어진 위치 에 존재한다. 그림 5(a)는 외부 인장력 7가 작용하는 부재에 나타니는 평형응력상태의 구조계를 보여주고 있고, 그림 5(b) 는 균열면 사이에 존재하는 임의의 지점에서 자유물체도를 나타내며, 그림 5(c)는 미소요소에서 힘의 평형관계를 나타 낸다.

그림 5(b)에서 부재에 작용하는 인장력 T에 의해 부재 내부에서 발생하는 철근과 콘크리트의 저항력을 각각 F_s, F_c 라 하면 힘의 평형관계는 다음과 같다.

$$T = F_s + F_c \tag{4}$$

이 때 콘크리트의 저항력 F_e는 강섬유의 영향이 포함된 탄성계수를 이용하여 구성할 수 있고, 발생하는 변형률도 강 섬유가 혼입된 부재의 평균거동을 나타낸다. 철근과 콘크리 트의 저항력 F_s, F_e는 식 (5)와 같이 표현된다.

$$F_s = A_s E_s \varepsilon_s = A_s E_s \frac{du_s}{dz}, \quad F_c = A_c E_c \varepsilon_c = A_c E_c \frac{du_c}{dz}$$
(5)

단, 여기서 *E*, *e*, *u* 그리고 *A*는 탄성계수, 변형률, 변형 및 단면적을 의미하고, *s*와 *c*는 각각 철근과 콘크리트를 나 타낸다.

손상되지 않은 dz의 미소길이를 갖는 미소요소(그림 5(c) 참고)에서 힘의 평형관계를 생각하면, 철근과 콘크리트에서 발생하는 힘의 증분량과 철근과 콘크리트 경계면의 부착응 력에 대한 평형관계식을 알 수 있다. 여기서 p는 철근의 둘



그림 5. 균열이 발생한 UHSFRC 인장부재





레길이(perimeter), m은 철근의 개수(number), 그리고 fb는 철근과 콘크리트 경계면의 부착응력(bond stress)을 의미한다.

$$\frac{dF_s}{dz} = pmf_b, \quad \frac{dF_c}{dz} = -pmf_b \tag{6}$$

3.2 선형 부착관계에서 인장강화

철근과 콘크리트 경계면에서 부착슬립은 식 (7)과 같이 철 근과 콘크리트의 상대적인 변위로 정의된다. 이 관계에서 부 착응력-부착슬립 관계를 선형(f_b=E_b·Δ)으로 가정 후 부착슬립 을 주인장 방향(z)에 대해 2차 미분형태로 정리하면 식 (8) 과 같다.

$$\Delta = u_s - u_c \tag{7}$$

$$\frac{d^2\Delta}{dz^2} - k^2 \Delta = 0 \tag{8}$$

여기서 $k^2 = (pmE_b/A_sE_s)/(1+n\rho)$ 이고, E_b 는 경계면의 부착탄성 계수, $n = E_s/E_c$ 와 $\rho = A_s/A_c$ 는 각각 철근과 콘크리트의 탄성 계수비와 철근비를 의미하고, $n\rho$ 는 단면계수(area parameter), k^{-1} 는 특성길이(characteristic length, Gupta 등, 1990)를 나 타낸다. 그리고, 식 (8)에서 철근과 콘크리트의 변형은 탄성 영역에 존재하며 콘크리트 저항력, 변형 및 변형률은 단면을 따라 균일하게 발생한다는 가정을 포함한다.

식 (8)의 2차 미분방정식에서 두 경계조건(Δ=0 at z=0, Δ(-z)=-Δ(z))을 적용하면 부재 전 영역에서 발생하는 부착슬 립은 식 (9)와 같고, 구성된 부착슬립 관계를 식 (6)에 대입 하여 적분하면 식 (10)과 같이 나타난다.

$$\Delta = C_1 \sinh kz \tag{9}$$

$$F_s = \frac{pmE_bC_1}{k} \cosh kz + C_3 \tag{10}$$

이 때, 일반 철근콘크리트 부재(그림 6(a) 참고)와 다르게 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 부재(그림 6(b) 참고)는 그림 6(c)에서 보는 것과 같이 강섬유로 인해 콘크리트 균 열면(z=a)에서 저항력(Ff)이 존재하는데(Bischoff, 2003), 이 때 경계조건(F_s=T-F_f at z=a)에서 C₃=(T-Ff)-(pmE_bC₁/k)·coshka 값을 알 수 있다. 따라서 힘의 평형관계 식 (4)와 식 (10)에서 철근과 콘크리트의 저항력은 식 (11)과 같이 구성된다.

$$F_s = (T - F_f) - \frac{pmE_b C_1}{k} (\cosh ka - \cosh kz)$$
(11a)

$$F_c = F_f + \frac{pmE_bC_1}{k}(\cosh ka - \cosh kz)$$
(11b)

한편, 강섬유에 의한 저항력(Ff)은 균열면 사이의 중심에서

발생하는 콘크리트의 최대 저항력에 비례한다고 가정하면 (*F_f=αF_c*(0), Bischoff, 2003), 강섬유에 의한 저항력은 식 (12)와 같이 구성된다. 여기서 α는 강섬유와 콘크리트의 특성 에 영향을 받는 변수로 힘의 평형 관계에서 유추할 수 있다.

$$F_c = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{pmE_b C_1}{k} (\cosh ka - 1)$$
(12)

철근과 콘크리트의 변위는 주인장 방향(z)으로 적분하면 식 (13)과 같다.

$$u_{s} = \frac{Tz}{A_{s}E_{s}} - \frac{C_{1}}{1+n\rho} \left\{ \frac{kz}{1-\alpha} (\cosh ka - \alpha) - \sinh kz \right\}$$
(13a)

$$u_{c} = n\rho \cdot \frac{C_{1}}{1+n\rho} \left\{ \frac{kz}{1-\alpha} (\cosh ka - \alpha) - \sinh kz \right\}$$
(13b)

단, 상수 $C_1=(T/A_sE_s)\cdot(1-\alpha)(k(\cosh ka-\alpha))$ 은 $\Delta=u_s-u_c$ 에서 구할 수 있다.

콘크리트의 인장강화 효과를 고려하기 위해서는 부재 전 영역의 평균적인 거동을 모사해야 하는데(곽효경 등 2007), 식 (14)와 같은 힘의 평형관계를 생각하면 콘크리트의 평균 응력(σ_{cm})과 철근의 평균변형률(ε_{sm})은 식 (15)와 같다.

$$T = F_s + F_c = A_s E_s \varepsilon_{sm} + A_c \sigma_{cm}$$
(14)

$$\sigma_{cm} = \frac{T}{A_s} \cdot \frac{1}{1+n\rho} \left\{ 1 - \frac{(1-\alpha)\sinh ka}{ka(\cosh ka - \alpha)} \right\}$$
(15a)

$$\varepsilon_{sm} = \frac{u_s(\mathbf{a})}{\mathbf{a}} = \frac{T}{A_s E_s} \cdot \frac{1}{1+n\rho} \left\{ n\rho + \frac{(1-\alpha)\sinh k\mathbf{a}}{k\mathbf{a}(\cosh k\mathbf{a} - \alpha)} \right\}$$
(15b)

식 (15)에서 보는 바와 같이 균열면 사이의 중심에서 콘 크리트가 저항할 수 있는 최대 저항력($F_{c,\max}=F_c(0)$)은 외부 인장력 T에 비례하고 식 (16a)와 같이 콘크리트에서 발생하 는 최대응력 $\sigma_{c,\max}=F_{c,\max}/A_c$ 은 콘크리트의 인장강도 f_t 에 수렴하게 된다. 콘크리트가 인장강도에 도달하면 새로운 균 열이 발생하고, 이 때의 변형률 $\varepsilon_{crack}=\sigma_{c,\max}/E_c$ 은 식 (16b) 로 정리된다.

$$\sigma_{c,\max} = \frac{T}{A_s} \cdot \frac{1}{1+n\rho} \left\{ 1 - \frac{1-\alpha}{\cosh ka - \alpha} \right\}$$
(16a)

$$\varepsilon_{crack} = \frac{T}{A_c E_c} \cdot \frac{1}{1 + n\rho} \left\{ 1 - \frac{1 - \alpha}{\cosh ka - \alpha} \right\}$$
(16b)

외부 인장력 *T*를 소거하기 위해 식 (15)와 식 (16)을 무 차원 형태로 정리하면 *k*a를 변수로 가지는 식 (17)을 구성 할 수 있다.

$$\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_{c,\max}} = \frac{1 - \frac{(1 - \alpha)\sinh ka}{ka(\cosh ka - \alpha)}}{1 - \frac{1 - \alpha}{\cosh ka - \alpha}}$$
(17a)
$$\frac{\varepsilon_{cm}}{\varepsilon_{crack}} = \frac{1 + \frac{(1 - \alpha)\sinh ka}{n\rho ka(\cosh ka - \alpha)}}{1 - \frac{1 - \alpha}{\cosh ka - \alpha}}$$
(17b)

식 (17a)의 균열간격 2a는 초기 값이 부재의 길이 L과 동일하고, 균열이 진전함에 따라 점차 L/2, L/4, ... 등으로 감소하게 되며, 결과적으로 $\sigma_{cm}/\sigma_{c, max}$ 는 2/3에 수렴하게 된 다. 하지만, 균열간격은 균열이 어느 정도 발생하게 되면 안 정화 되어 더 이상 균열 개수가 증가하지 않고 일정하게 유 지된다. Rizkalla 등(1983)은 일반 철근콘크리트 부재의 평 균 변형률이 0.001에 도달하면 균열이 안정화되는 것을 실 험을 통해 보였으며, Lorrain 등(1998)은 초고강도 강섬유보 강 철근콘크리트 부재에서 평균 균열 폭(w_m)과 평균 균열간 격(S_m)은 일반 철근콘크리트 부재에 비해 1/2 정도로 줄어드 는 것을 실험으로 확인하였다. 또한 "평균 균열 폭-평균 균 열간격×평균 변형률($w_m = S_m \times \varepsilon_m$)"이라는 관계(Lorrain 등, 1998)에서 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 부재에서도 평 균 변형률이 0.001에 도달하면 균열이 안정화 됨을 알 수 있다(그림 7의 A지점).

3.3 일정한 부착관계에서 인장강화

부착응력이 부착승립에 비례하지 않고 부착슬립에 관계없 이 일정한 부착응력(f_b=r_b)이 작용하는 경우를 살펴보면, 일 정한 부착응력이 작용 시 균열면(z=a)에서 강섬유로 인한 콘크리트의 저항력이 존재하는 경계조건(F_f=0)에서 철근과 콘크리트의 저항력은 다음과 같다.

$$F_s = (T - F_f) - pm\tau_b(\mathbf{a} - z), \qquad F_c = F_f + pm\tau_b(\mathbf{a} - z)$$
(18)

강섬유로 인한 저항력 *F_f*= *αF_c*(0)이 존재하기 때문에 철근 과 콘크리트의 저항력은 식 (19)로 다시 정리할 수 있다.

$$F_s = T - pm \tau_b \left(\frac{a}{1-\alpha} - z\right), \qquad F_c = pm \tau_b \left(\frac{a}{1-\alpha} - z\right)$$
(19)

더 나아가 철근과 콘크리트의 변위는 주인장 방향(z)으로 적분하면 식 (20)과 같음을 알 수 있다.

$$u_s = \frac{T_z}{A_s E_s} - \frac{pm \tau_b z}{A_s E_s} \left(\frac{\mathbf{a}}{1-\alpha} - \frac{1}{2}z\right)$$
(20a)

$$u_c = n\rho \cdot \frac{pm\tau_b z}{A_s E_s} \left(\frac{a}{1-\alpha} - \frac{1}{2}z\right)$$
(20b)

따라서, 콘크리트의 평균응력(σ_{cm})과 철근의 평균변형률 (ε_{sm})은 식 (21)과 같다.

$$\sigma_{cm} = \frac{1}{A_s} \cdot \frac{pm\tau_b \mathbf{a}}{2} \cdot \frac{1+\alpha}{1-\alpha}$$
(21a)

$$\varepsilon_{sm} = \frac{u_s(\mathbf{a})}{\mathbf{a}} = \frac{1}{A_s E_s} \left(T - \frac{pm \tau_b \mathbf{a}}{2} \cdot \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \right)$$
(21b)

균열면 사이의 중심(z=0)에서 콘크리트가 저항할 수 있는 최대 저항력($F_{c,\max}$)에 대응히는 최대응력 $\sigma_{c,\max}=F_{c,\max}/A_c$ 과 이 때 발생하는 변형률 $\varepsilon_{crack}=\sigma_{c,\max}/E_c$ 은 다음과 같이 나타 난다.

$$\sigma_{c,\max} = \frac{1}{A_s} \cdot \frac{pm \tau_b a}{2} \cdot \frac{2}{1-\alpha}$$
(22a)

$$\varepsilon_{crack} = \frac{n\rho}{A_s E_s} \cdot \frac{pm\tau_b a}{2} \cdot \frac{2}{1-\alpha}$$
(22b)

앞선 결과와 동일하게 응력과 변형률을 무차원의 식 (23) 으로 정리할 수 있다.

$$\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_{c,\max}} = \frac{1+\alpha}{2}$$
(23a)

$$\frac{\varepsilon_{cm}}{\varepsilon_{crack}} = \frac{1-\alpha}{n\rho} \left(\frac{T}{pm_b a} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \right)$$
(23b)

여기서, 강섬유가 보강되지 않은 일반 철근콘크리트는 *a*=0이 고, 이 때 $\sigma_{cm}/\sigma_{c,\max}=1/2$ 값을 가지는데, 이 값은 김도연 등 (2004), Gupta 등(1990)의 연구와 유사한 결과를 보여준다.

외부 인장력 T는 식 (24)와 같이 균열면(z=a)에서는 철근 의 항복응력에 해당하는 저항력과 강섬유의 저항력의 합으 로 구성되며, 균열면 사이의 중심(z=0)에서는 철근의 응력과 콘크리트의 응력의 합으로 구성된다.

$$T = F_s(a) + F_c(a) = F_s(0) + F_c(0)$$
(24)

여기서, 균열면(z=a)과 균열면 사이의 중심(z=0)에서 철근과 콘크리트의 저항력은 각각 F_s(a)=T-pm τ_ba·α/(1-α), F_s(0)=Tpm τ_ba/(1-α)이고, F_c(a)=αf_tA_c, F_c(0)=f_tA_c이므로 식 (25)와 같이 α를 계산할 수 있다. 단, α값이 음수인 경우는 콘크리 트에 매립된 강섬유가 역할을 제대로 하지 못하여 인장강도 가 충분히 발현되지 않았음을 의미한다. α값과 외부 인장력 T=f_yA_s+αf_tA_c를 식 (23)에 대입하여 계산하면 철근이 항복할 때의 콘크리트의 평균응력과 변형률을 알 수 있다(그림 7의 B지점).

$$\alpha = 1 - \frac{pm\tau_b \mathbf{a}}{f_t A_c} \ge 0 \tag{25}$$

철근이 항복한 이후에도 강섬유에 의한 저항력이 존재하고 이 저항력에 의해 변형률이 증가하게 된다. 강섬유의 저항력 은 콘크리트의 최대 저항력에 비례한다는 가정(Bischoff, 2003)에 의해 콘크리트의 평균응력은 철근이 항복한 시점부 터 일정하게 유지되지만, 변형률 비는 증가하게 된다. 균열 면 경계조건에서 강섬유에 의한 영향이 간접적으로 모사되 었기 때문에 변형률 비는 강섬유의 물성치에서 결정할 수 있다. 강섬유 일부가 탄성계수(*E_f*)에 비례하여 인장강도(*f_{y,f}*) 에 도달할 때의 변형은 Δ*I_f*=(*f_{y,f} / E_f*)·*I_f*이고, 이 때 발생하는 변형률은 변형(Δ*I_f*)이 평균 균열 폭(*w_m*)에 도달할 때까지 콘 크리트의 평균응력의 변화없이 증가하게 된다. 또한, *w_m*=*S_m×ɛ_m* 관계(Lorrain 등, 1998)에서 변형률을 계산할 수 있고, 이 때까지 콘크리트의 평균응력 σ_{cm}/σ_{c.max}=(1+α)/2은 유지된다(그림 7의 C지점).

한편, 강섬유 일부가 항복하게 되면 변형률이 증가함에 따라 경계면에서 저항력은 점차 감소하게 되는데, 이 때 극한 변형률을 정의할 필요가 있다. 이 논문에서는 프랑스 설계규 준인 SETRA-AFGC(2002)에서 언급된 극한 변형률을 도입



그림 7. 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 인장강화 모델

하여 적용하였다. 규준에 의하면 균열 폭(crack width)이 강 섬유 길이의 1/4에 도달할 때 응력이 0이 된다고 언급하였 는데, 그에 따라 극한 변형률은 식 (26)과 같이 강섬유의 길이(*l_t*)와 특성 길이(*l_c*)의 함수로 구성된다. 여기서 사각형 단면인 경우 특성 길이는 *l_f=2h/3로* 주어지고, *h*는 단면의 높이를 나타낸다(그림 7의 D 지점).

$$\varepsilon_{\lim} = l_f / 4l_c \tag{26}$$

4 유한요소 정식화

철근콘크리트 부재에 발생한 균열로 인한 비선형 거동을 반영하는 방법에는 고정균열모델과 회전균열모델이 있다 (Maekawa, 2003). 고정균열모델(fixed crack model)은 초기 에 발생한 균열 방향에 따라 균열이 발생하여 균열 진전에 대한 정보를 쉽게 알 수 있지만, 부재의 주응력 방향과 주 변형률 방향이 일치하지 않아 계산 시 전단응력-전단변형률 관계가 필요하여 계산이 복잡해지는 단점을 가지고 있다. 고 정균열모델을 이용하여 균열에 따른 콘크리트의 전단응력 이 력곡선을 정의하는 등 추가적인 전단응력-전단변형률 이력곡 선의 정의가 필요하기 때문에 구성방정식을 모델링 시 보편 적인 탄성론적 접근 방법에서 벗어난다. 반면, 회전균열모델 (rotating crack model)은 균열 방향이 지속적으로 변하기 때문에 주응력 방향과 주변형률 방향이 일치하여 불필요한 전단력과 관련된 계산을 생략할 수 있기 때문에 해석이 용 이하다. Vecchio 등(1999)은 수정된 압축장 이론을 이용한 구성방정식에 따라 콘크리트를 직교이방성 재료로 모델링 한 다음 할선 강성행렬을 구성한 후 회전균열모델을 이용하여 유한요소 정식화를 수행하였다. 이와 같은 선행연구를 바탕 으로 이 논문에서는 이전 상태의 균열각을 고려하지 않아 더 간단하지만, 비교적 정확하며 전단응력 전단변형률 관계

의 정의를 피할 수 있는 회전균열모델을 기반으로 한 분포 철근모델을 사용하여 수치해석을 진행하였다. 추가적으로 유 한요소 정식화 과정에서 철근과 콘크리트의 복합체로 형성 된 유한요소를 구성하는데 이를 위해 두 재료를 완전부착 상태로 가정하여 동일한 변위 장을 사용하여야 한다. 이 때, 균열로 인한 비선형 거동 시 유발되는 부착슬립 거동은 인 장강화 모델에서 간접적으로 반영한다.

콘크리트의 재료행렬 [*D_c*]_{*LO*}은 국부 좌표계에 대응되는 요 소 별 재료행렬이기 때문에 구조물의 전체 강성행렬로 조합 되기 전에 좌표변환행렬을 이용하여 전체 좌표계로 변화해 야 하고, 변환된 재료강성행렬 [*D_c*]_{*GL*}은 식 (27)에 나타나 있다. 여기서, [*T*]는 좌표변환행렬로써 식 (28)과 같고, *θ*는 x축과 균열의 법선이 이루는 각이며, tan2*θ*= _{*Ky*}/(*ε_x*-*ε_y*)에서 계산할 수 있다.

$$[D_c]_{GL} = [T]^T [D_c]_{LO}[T]$$
(27)

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2\sin \theta \cos \theta & 2\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$
(28)

분산철근모델에서 철근은 다음과 같이 각 방향의 철근비 ρ만큼 요소 내에 균열하게 분포하고 있는 철근 층으로 모사 하여 *i*방향 철근의 재료행렬 [*D*_s]*i*을 나타낼 수 있으며, 좌 표변환이 필요한 콘크리트와 다르게 전체 좌표계에 대한 재 료강성행렬을 식 (29)와 같이 계산한다.

$$[D_s]_i = \begin{bmatrix} \rho_i E_{si} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(29)

철근콘크리트의 유한요소 해석 시 사용한 2차원 평면응력 요소는 등매개변수 요소(isoparametric element)로써 절점당 2개의 자유도를 가지는 4절점 요소이다. 정식화 과정은 고전 적인 변위법을따랐으며 구성된 철근콘크리트 평면응력 요소 의 강성행렬 [K]_{el}은 식 (30)과 같이 계산할 수 있다. 단, 여기서 *n*은 철근 층의 개수를 의미한다.

$$[K]_{el} = [K_c]_{el} + \sum_{i=1}^{n} [K_s]_{i,el} = \int_{V} [B]^{T} \left\{ [D_c]_{GL} + \sum_{i=1}^{n} [D_s]_{i,GL} \right\} [B] dV (30)$$

5. 제안된 인장강화 모델의 검증

제안된 인장강화 모델의 적합성을 검증하기 위하여 강섬유 를 혼입한 고강도 및 초고강도 철근콘크리트 보 예제인 Bischoff(2003)의 실험결과와 Jungwirth 등(2004)의 실험결



그림 8. Bischoff 실험체 단면도

표 1. Bischoff 실험체의 재료 물성치

실험체	콘크리트 물성치			철근 물성치				
	압축강도 (MPa)	인장강도 (MPa)	탄성계수 (GPa)	항복응력 (MPa)	탄성계수 (GPa)	철근비 (%)	강섬유 (%)	
15M	62.4	4.8	33	420.5	202	2.0	0.78	
20M				441.7	207	3.0		

과와 비교 분석하였다.

5.1 Bischoff 실험

Bischoff(2003)는 고강도 강섬유보강 철근콘크리트 보 부재 에서 강섬유의 영향과 콘크리트 건조수축의 영향에 대해 실 험을 수행하였다. 검증에 사용된 실험체는 2가지(15M, 20M)로써 단면은 그림 8과 같고, 철근과 콘크리트의 물성치 는 표 1에 나타나 있다.

CEB(1993) 설계규준에서 무보강 철근콘크리트의 인장강화 거동은 균열이 발생한 후 콘크리트의 평균응력이 인장강도 의 0.4배로 유지된다고 가정하였는데, 이 가정은 균열이 발 생한 후에 나타나는 부착에 의한 저항을 고려하지 않았기 때문에 그림 9와 그림 10에서 보는 것과 같이 실험 결과에 비해 상당히 과소평가하는 것으로 나타난다. 또한 Collins 등(1991)이 제안한 강섬유를 보강하지 않은 일반 철근콘크리 트의 인장강화 효과는 철근이 인장강도에 도달한 이후 거동 을 효과적으로 모사하고 있지만, 균열이 발생한 직후 거동을 실험과 비교해 다소 과소평가하는 것으로 나타났다. 이에 반 해 제안된 인장강화 모델은 평균변형률 전 영역에서 부재거 동을 효과적으로 모사하고 있다. 다만, Bischoff(2003)의 실 험 예제는 강섬유보강으로 인한 콘크리트의 인장강도가 증 가하지 않은 것으로 보아 강섬유에 의한 콘크리트의 인장강 화 거동이 효과적으로 발현되지 않았기 때문에 Collins 등 (1991)이 제안한 식도 비교적 일치하는 경향을 보이는 것으



그림 11. Jungwirth 실험체 단면도

표 2. Jungwirth 실험체의 재료 물성치

실험체	콘크리트 물성치			철근 물성치			
	입축강도 (MPa)	인장강도 (MPa)	탄성계수 (GPa)	항복응력 (MPa)	탄성계수 (MPa)	철근비 (%)	강섬유 (%)
2.5%	146	8.9	63	556	200	3.14	2.5
4.1%						4.94	4.1

로 판단된다.

5.2 Jungwirth 실험

Jungwirth 등(2004)은 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 보 부재의 인장거동에 대한 다양한 실험을 수행하였다. 제안 된 인장강화 모델의 검증을 위하여 강섬유비에 따라 2가지 (2.5%, 4.1%) 실험체가 선택되었고, 단면은 그림 11과 같으 며 철근과 콘크리트의 물성치는 표 2와 같다.

CEB(1993) 설계규준은 Bischoff(2003) 예제와 유사하게 그림 12와 그림 13에서 보는 바와 같이 실제 거동을 상당 히 과소평가하는 것으로 나타났고, Collins 등(1991)이 제안 한 인장강화 모델에서도 전 영역에서 실험 결과에 비해 실 제 거동을 과소평가하는 것으로 나타난 반면, 제안된 인장강 화 모델은 평균변형률 전 영역에서 부재거동을 효과적으로 모사하고 있다. Jungwirth(2004)의 실험 예제에서는 강섬유 보강으로 인한 콘크리트의 인장강화 거동이 효과적으로 나 타났기 때문에 Collins 등(1991)이 제안한 식은 실제 거동을 제대로 모사하지 못하는 것으로 판단된다.

6. 수치해석

한국건설기술연구원(2005)에서는 초고강도 강섬유보강 철 근콘크리트로 만들어진 직사각형 보와 I형 보에 대한 실험을 수행하여 강섬유 혼합비, 철근비, 전단-지간비, 경간-형고비,



그림 14. 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 보 예제



그림 15. 하중 변위 관계

초기 긴장력 그리고 긴장재의 배치 등에 따른 거동의 차이 를 파악하고자 하였다. 이 논문에서는 한국건설기술연구원 (2005)의 실험결과 일부와 제안된 알고리즘을 통한 수치해석 결과를 비교 분석하였다.

그림 14와 같은 철근콘크리트 보는 하단에 철근을 배근하 여 콘크리트의 인장력을 철근이 일부 부담하도록 하였으며, 상단에는 콘크리트가 압축력을 받도록 하였다. 또한, 하중 작 용점은 중앙에서 300 mm 떨어진 곳에 각각 위치하도록 하 여 중앙에 있는 600 mm 구간에서는 순수한 휨을, 나머지 구간에서는 전단력을 받도록 하였다. 배근된 철근은 각각 D10, D13으로써, 항복응력 fy=634.0 MPa이고 탄성계수 $E_s=2\times10^5$ MPa 값을 가진다. 초고강도 강섬유보강 콘크리트 의 경우 압축강도 $f_c'=146.0$ MPa이고, 인장강도 f=13.9MPa이며, 탄성계수 $E_c=4.9\times10^4$ MPa이다. 실험에서는 1%, 2%, 3%의 강섬유 혼합비에 따라 압축강도와 인장강도가 일 부 달라지지만, 이 논문에서 해석에 사용된 것은 강섬유 혼합 비가 2%인 경우에 국한하여 수치해석을 수행하였다. 수치해 석은 전단-지간비와 철근비에 따라 5가지 실험체에 대한 해 석을 수행하였다. 각 실험체의 특성은 표 3에 나타나 있다.

그림 15(a)는 전단-지간비의 변화에 따른 철근콘크리트 사 각형 보의 거동특성 변화를 나타내고 있다. 이 실험에서 전 단-지간비가 1.8인 D10L16 실험체부터 전단-지간비가 4.5인 D10L28 실험체까지 모두 휨파괴 양상을 보였으며, 전단-지 간비가 커질수록 극한강도가 작아지고 최대하중에 대한 처 짐이 크게 일어났다. 수치해석 결과의 중앙 처짐이 실제 중 앙 처짐보다 다소 크게 발생한 것은 실제 실험에서 균열 발 생 시 강섬유에 의해 균열단에서 저항이 발생하게 되고, 이 저항은 중앙 처짐 발생을 억제하게 되는데, 수치해석으로는 이러한 강섬유의 균열억제 현상을 효과적으로 모시하는데 어 려움이 있기 때문으로 추정된다. 수치해석에 사용된 초고강

표 3. 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 보의 치수

직사각형 보	D10L16	D10L20	D10L24	D10L28	D13L24			
As	2D10	2D10	2D10	2D10	2D13			
a (mm)	396	550	770	990	770			
a/d	1.8	2.5	3.5	4.5	3.5			

도 콘크리트의 응력 변형률 관계는 강섬유의 균열억제 현상 을 직접적으로 모사할 수 없다. 즉, 수치해석 시 강섬유의 영향은 그 영향이 반영된 실험의 콘크리트 압축강도와 탄성 계수를 사용하여 간접적으로 모사하였고, 제안된 인장강화 모델은 인장부재에 대한 모델로써 휨부재를 정확히 나타내 는 것이 어렵기 때문에 수치해석 결과에서 중앙 처짐에 다 소 크게 나타난 것으로 판단된다. 하지만, 보의 전체 거동에 관여하는 에너지 관점에서 볼 때, 제안된 초고강도 강섬유보 강 콘크리트의 응력 변형률 관계를 이용한 수치해석 결과는 실험결과와 잘 부합할 수 있는 것으로 판단된다.

그림 15(b)는 주철근비의 변화에 따른 보 거동의 차이를 보여주고 있는데, 철근비가 증가할수록 균열하중과 최대하중 이 증가하고 향상된 연성거동이 나타난다. 철근비가 증가할 수록 철근의 항복 이후 극한강도에 이르기까지 중립축의 큰 변화 없이 압축저항력이 증가하여 하중의 증가폭이 더 커지 게 된다. 수치해석으로 계산한 중앙 처짐은 철근비가 증가함 에 따라 점차 감소하는 것으로 나타났는데, 이러한 현상은 증가된 철근비가 콘크리트 인장강도를 증가시키는 역할을 하 여 중앙 처짐의 발생을 억제하기 때문으로 판단된다.

그림 16과 같은 I형 단면과 형상을 가진 보 예제는 I형 단면 하단에 고강도 철근을 배근함과 동시에 단부에 지압응 력에 대한 보강을 하였으나, 전단보강은 하지 않았다. 또한, 하중 작용점은 중앙에서 300 mm 떨어진 곳에 각각 위치하



그림 16. 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 보 예제

				-			
I형 보	압축강도 (MPa)	인장강도 (MPa)	탄성계수 (GPa)	b ₁ (mm)	b ₂ (mm)	b ₃ (mm)	a (mm)
W7L15	139	10.8	45.5	70	70	70	3225
W5L10	143	12.9	47.8	80	50	80	2050
W5L5	143	12.9	47.8	80	50	80	875

표 4. 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 보의 치수 및 특성



그림 17. 경간-형고비에 따른 하중-변위 관계

여 두 하중점 사이의 600 mm 구간은 순수하게 휨을 받게 되고, 나머지 구간에서는 전단력을 받는다. 배근된 긴장재는 15.2 mm의 SWPC 7B를 사용하였고, 항복응력 f_{pp}=1569.6 MPa이고 극한응력 f_{pu}=1863.9 MPa이며 탄성계수 E_s=2×10⁵ MPa이다. 초기 긴장력을 기하지 않은 경우와 가한 경우에 대한 실험이 모두 이루어졌으나, 이 논문은 긴장력을 기하지 않은 고강도 철근에 국한하여 수치해석을 수행하였다. 수치 해석은 3가지 실험체에 대한 해석을 수행하였는데, 2가지는 경간-형고비에 따른 거동특성을 파악하고자 하였고, 나머지 하나는 실험결과와 수치해석 결과를 단순 비교하였다. 초고 강도 강섬유보강 콘크리트에 대한 특성과 각 실험체의 보 치수 등은 표 4에 나타나 있다.

그림 17은 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 I형 보의 수 치해석 예제 W7L15와 경간-형고비에 따른 I형 보의 하중-변위 관계를 나타낸 것이다. 실험결과는 초기 균열 이후 지 속적으로 균열이 증가하며 강성이 감소하는 경향을 보인다. 전체 하중 영역에서 수치해석 결과는 이러한 실험결과와 일 치하는 것을 볼 수 있다. 또한, 경간-형고비가 작을수록 극 한하중은 증가하고, 그 때의 처짐은 감소하는 것을 확인할 수 있다. 극한하중은 일부 과대평가된 경향이 있지만, W5L5의 실험에서 초기 강성이 제대로 발현되지 않았고, 타 실험체에 비해 지속적으로 저항력이 감소하는 것으로 판단 할 때, 만족할 수준으로 보인다.

7.결 론

이 논문에서는 한국건설가술연구원(2005)에서 실험한 초고 강도 강섬유보강 철근콘크리트 직사각형 보와 I형 보 부재에 대한 수치해석적 연구를 수행하였다. 제안된 알고리즘은 먼 저 등가 일축변형률 개념을 비탕으로 한 직교이방성 모델을 사용하여 주응력비에 따라 달라지는 콘크리트 모델을 정의 하였고, 2차원 평면요소를 사용함으로써 구조물의 균열거동 을 보다 구체적으로 모사하여 각 위치에서의 균열 진전 정 도와 균열각에 대한 정보를 알 수 있다. 여기서 제안된 알 고리즘을 이용한 비선형 해석으로 초고강도 강섬유보강 철 근콘크리트 보 부재에도 적용될 수 있음을 보였다.

일반콘크리트와 다른 거동을 보이는 초고강도 강섬유보강 콘크리트의 응력-변형률 관계를 제안하여 수치해석에 적용하 였다. 제안된 응력-변형률 관계는 압축영역의 경우 Mansur 등(1999)의 실험결과를 토대로 회귀분석을 통하여 구성하였 고, 인장영역의 경우 부착응력-부착슬립 관계와 강섬유의 영 향을 토대로 인장강화 효과를 고려하여 모델식을 구성하였다. 이 논문에서 제안된 모델을 이용한 수치해석 연구를 통해 다음의 결론을 내렸다.

- 섬유보강을 하지 않은 초고강도 콘크리트에 비해 초고강 도 강섬유보강 콘크리트의 압축강도는 크게 증가하지 않 으나, 압축변형률 이후의 연성도는 상당히 증가하여 부재 의 연성도를 크게 증가시킨다.
- 초고강도 강섬유보강 콘크리트의 인장강화 효과는 일반콘 크리트에 비해 균열 이후 연성도가 상당히 증가하여 철근 이 항복한 이후에도 잔류응력이 존재하며, 이 현상은 균열 면에서 강섬유의 저항력으로 인해 발생한다.
- 초고강도 강섬유보강 콘크리트에서 인장강화 효과는 부재 거동에 중요한 역할을 하는데, 수치해석 시 인장강화 효과 를 고려하지 않은 경우 부재 거동이 상당히 과소평가된다.
- 4. 일반강도의 강재를 사용할 경우 초고강도 강섬유보강 철 근콘크리트 구조물은 단면 크기의 제약으로 평형 철근비 에 해당하는 철근을 배근할 수 없다. 따라서 고강도 철근 을 사용해야 초고강도 강섬유보강 철근콘크리트 구조물은 보강재의 양을 효과적으로 줄일 수 있고, 콘크리트의 능력 을 충분히 발휘할 수 있기 때문에 전체적으로 효과적인 구조물이 될 것으로 판단된다.

추후 연구에서는 초고강도 강섬유보강 콘크리트의 강도를 효과적으로 이용하기 위하여 초기 긴장력이 작용하는 긴장 재를 이용한 초고강도 강섬유보강 콘크리트 PSC 구조물에 대한 해석이 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부 산하 한국건설교통기술평가원이 지 원하는 콘크리트 코리아 사업단(05-CCT-D11)의 연구비 지원 에 의해 이루어졌음을 밝히며 이 지원에 깊은 감사를 드립 니다.

참고문헌

곽효경(1994) 철근 및 프리스트레스 콘크리트 구조물의 비선형

유한요소 해석, 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제14권 제 2호, pp. 269-279.

- 곽효경, 김재홍, 김도연(2005) PSC 구조물의 유한요소해석을 위 한 긴장재 모델 개발, 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제 25권 제1호, pp. 1-9.
- 곽효경, 나채국(2007) 부착슬립을 고려한 철근콘크리트 구조체의 비선형 거동 해석, 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제27권 제3A호, pp. 401-412.
- 김도연(2004) **철근콘크리트 전단벽의 균열 및 이력 거동해석**, 박 사학위논문, 한국과학기술원.
- 류금성, 박정준, 강수태, 고경택, 김성욱(2005) 초고강도 강섬유보 강 콘크리트의 휨특성에 관한 연구, 한국콘크리트학회 학술발 표회 논문집, 한국콘크리트학회, pp. 333-336.
- 이방연(2008) 이미지 프로세싱 기반 섬유 분포 특성 평가 및 섬유 분포 특성이 시멘트 복합체의 인장거동에 미치는 영향, 박사 학위논문, 한국과학기술원.
- 장일영, 이호범, 변근주(1992) 초고강도 콘크리트의 재료특성 및 홈 거동에 관한 실험적 연구, 한국콘크리트학회논문집, 한국 콘크리트학회, 제4권 제2호, pp. 1018-1415.
- 한국건설기술연구원(2005) 초고성능 시멘트 복합재료를 활용한 교 량 거더 개발, 건설핵심기술연구개발사업 최종보고서, 한국건 설교통기술평가원.
- ACI Committee 363 (1997) State-of-the-Art Report on High Strength Concrete, ACI, Detroit, Michigan.
- Attard, M.M. and Setunge, S. (1996) Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete, ACI Materials Journal, ACI, Vol. 93, No. 5, pp. 1-11.
- Barros, J.A.O. and Figueiras, J.A. (1999) Flexural behavior of SFRC: testing and modeling, *Journal of Materials in Civil Engineering*, *ASCE*, Vol. 11, No. 4, pp. 331-339.
- Bencardino F., Rizzuti L., Spadea G, and Swamy R.N. (2008) Stress-strain behavior of steel fiber-reinforced concrete in compression, *Journal of Materials in Civil Engineering*, ASCE, Vol. 20, No. 3, pp. 255-263.
- Bischoff, P.H. (2003) Tension stiffening and cracking of steel fiberreinforced concrete, *Journal of Materials in Civil Engineering*, *ASCE*, Vol. 15, No. 2, pp. 174-182.
- Chen, W.F. (1982) *Plasticity in Reinforced Concrete*, McGraw-Hill, New York.
- Collins, M.P. and Mitchell, D. (1991) *Prestressed Concrete Structures*, Prentice hall, Englewood Cliffs, NJ.
- CEB (1990) *High Strength Concrete, State-of-the-Art Report*, CEB Bulletin d'Information No. 197, Thomas Telford, Lausanne, Switzerland.
- CEB (1993) *CEB-FIP Model Code 1990: Design Code*, CEB Bulletin d'Information No. 213/214, Thomas Telford, Lausanne, Switzerland.
- CEB (1995) High Performance Concrete, Recommended Extensions to the Model Code 90, Research Needs, CEB Bulletin d'Information No.228, Thomas Telford, Lausanne, Switzerland.
- Dahl, K.K.B. (1992) A constitutive model for normal and highstrength concrete, ABK Report No R287, Department of Structural Engineering, Technical University of Denmark, Denmark.
- Demeke, A. and Tegos, I.A. (1994) Steel fiber reinforced concrete in biaxial stress tension-compression conditions, *ACI Structural Journal*, *ACI*, Vol. 91, No. 5, pp. 579-584.
- Ezeldin, A.S. and Balaguru, P.N. (1992) Normal- and high-strength fiber reinforced concrete under compression, *Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE*, Vol. 4, No. 4, pp. 415-429.
- Graybeal, B.A. (2007) Compressive behavior of ultra-high-performance fiber-reinforced concrete, ACI Materials Journal, ACI, Vol. 104, No. 2, pp. 146-152.
- Gupta, A.K. and Maestrini, S.R. (1990) Tension-stiffness model for reinforced concrete bars, *Journal of Structural Engineering*,

ASCE, Vol. 116, No. 3, pp. 769-790.

- Hognestad, E. (1951) A Study on Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members, Bulletin Series No. 399, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Illinois.
- Hu, X.D., Day, R., and Dux, P. (2003) Biaxial failure model for fiber reinforced concrete, *Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE*, Vol. 15, No, 6, pp. 609-615.
- Hussein, A. and Marzouk, H. (2000) Behavior of high-strength concrete under biaxial stresses, *ACI Materials Journal*, *ACI*, Vol. 97, No. 1, pp. 27-36.
- Jungwirth, J. and Muttoni, A. (2004) Structural behavior of tension members in UHPC, *Proceeding of International Symposium on UHPC*.
- Kölle, B., Phillips, D.V., Zhang, B., Bhatt, B. and Pearce, C.J. (2004) Experimental investigation of the biaxial properties of high performance steel fibre reinforced concrete, *Proceeding of* 6th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concrete (FRC)-BEFIB 2004, RILEM, Varenna, Italy, pp. 369-378.
- Kupfer, H., Hilsdorf, H.K., and Rusch, H. (1969) Behavior of concrete under biaxial stresses, ACI Journal, ACI, Vol. 66, No. 8, pp. 656-666.
- Kwak, H.G. and Kim, D.Y. (2004) Material nonlinear analysis of RC shear walls subjected to monotonic loading, *Engineering Structures, Elsevier*, Vol. 26, No. 11, pp. 1517-1533.
- Kwak, H.G. and Kim, J.K. (2006) Implementation of bond-slip effect in analyses of RC frames under cyclic loads using layered section method, *Engineering Structures*, *Elsevier*, Vol. 28, No. 12, pp. 1715-1727.
- Lim, D.H. and Nawy, E.G. (2005) Behavior of plain and steel-fibrereinforced high-strength concrete under uniaxial and biaxial compression, *Magazine of Concrete Research*, *Thomas Telford*, Vol. 57, No. 10, pp. 603-610.
- Liu, T.C.Y., Nilson, A.H., and Floyd F.O.S. (1972) Stress-strain response and fracture of concrete in uniaxial and biaxial compression, *ACI Journal, ACI*, Vol. 69, No. 5, pp. 291-295.
- Lorrain, M., Maurel, O. and Seffo, M. (1998) Cracking behavior of reinforced high-strength concrete tension ties, ACI Structural Journal, ACI, Vol. 95, No. 5, pp. 626-635.
- Maekawa, K., Pimanmas, A., and Okamura, H. (2003) *Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete*, Spon Press, London, UK.
- Mansur, M.A., Chin M.S., and Wee T.H. (1999) Stress-strain relationship of high-strength fiber concrete in compression, *Journal of Materials in Civil Engineering*, ASCE, Vol. 11, No. 1, pp. 21-29.
- Rizkalla, S.H. and Hwang, L.S. (1984) Crack prediction for members in uniaxial tension, *ACI Journal*, *ACI*, Vol. 81, No. 6, pp. 572-579.
- Salem, H. and Maekawa, K. (1999) Spatially averaged tensile mechanics for cracked concrete and reinforcement in highly inelastic range, *Proceeding of JSCE*, *JSCE*, Japan, pp. 277-293.
- SETRA-Association Française de Génie Civil (2002) *Béntons Fibrés á Ultra-Hautes Peformances, Recommandations Provisoires*, Documents Scientifiques et Techniques, France.
- Vecchio, F.J. and Collins, M.P. (1986) The modified compressionfield theory for reinforced concrete elements subjected to shear, *ACI Journal*, *ACI*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.
- Wee, T.H., Chin, M.S., and Mansur, M.A. (1996) Stress-strain relationship of high-strength concrete in compression, *Journal of Materials in Civil Engineering*, ASCE, Vol. 8, No. 2, pp. 70-76.

(접수일: 2008.3.17/심사일: 2008.6.13/심사완료일: 2009.1.14)