

## 사장 케이블 진동에 의한 보강형의 전단력 변화

### Shear Force Variation of Stiffening Girder caused by Vibration of Stay Cable

김현겸\* · 황재웅\*\* · 이명재\*\*\*

Kim, Hyeon Kyeom · Hwang, Jae Woong · Lee, Myeong Jae

#### Abstract

Stay cable is easily exposed to vibration induced rainy wind effects. There are some problems for not only unexpected vibration but also well-known vibration. An outbreak of displacement by the said effects brings damages such as over-tension of cables and barriers, fatigue of anchorages and dampers, and additional shear force variation of stiffening girders. This study suggests analytic methodology for dynamic tension variation of cables and shear force variation of stiffening girders. Additionally this study announces with dynamic problems for cable stayed bridge briefly. To realize this subject, we divide restoring force into chord component and normal component and then make up the differential equations which can satisfy physical phenomenon for each component. Finally we apply adequate functions such as sinusoidal and parabola in order to reduce these differential equations. Therefore we can meet with good results through a series of above process. As a remarkable result, CIP recommendations (2002) give inadequate solution with over 10% error. However it gives very good solution if parts of our study are reflected at the said recommendations. The fact means that CIP recommendations (2002) well-known as international standard of stay cables are not even concern about this subject yet. For verification of this study, F.E. analysis using E.C.C. with external forces was fulfilled, and the accuracy and conciseness of this study were shown.

**Keywords :** *dynamic displacement, rainy wind effects, shear force variation, stay cable*

#### 요 지

사장교에 사용되는 팽팽한 경사 케이블은 풍우현상에 의하여 진동에 쉽게 노출된다. 더욱이 보편적으로 알려진 풍우현상 이외의 이상현상에 의한 과도한 진동이 발생할 여지도 항상 존재한다. 급증한 동적변위는 케이블과 보호관에 과도한 인장력을 발생시키고 정착구와 댐퍼에 피로손상을 발생시키며 보강형의 설계에서 고려하지 않았던 추가적인 전단력 변화를 발생시킨다. 본 연구는 사장 케이블의 자유장에 발생된 동적변위에 의한 케이블의 동적장력 변화와 보강형의 전단력 변화를 분석할 수 있는 해석적인 기법을 기술하고, 이로 인해 발생할 수 있는 사장교의 동적문제를 간략히 언급한다. 이것을 실현시키기 위해 사장 케이블이 진동하여 법선방향 변위를 발생시킬 때 나타나는 변화를 현방향 장력과 법선방향 장력으로 분리하여 물리적인 현상을 미분방정식으로 표현한 후 전개한 해를 풍우현상에 적용하여 케이블의 동적장력 변화와 보강형의 전단력 변화를 산정하였다. 주목할 것으로 CIP Recommendations(2002)에서 제시하는 방법론에 본 연구의 일부사항을 반영하여 산정하면 본 연구와 매우 유사한 결과를 제시하지만 CIP Recommendations에서 제시하는 방법론을 그대로 따라서 산정하면 10% 이상의 오차를 제시함을 확인하였다. 이것은 국제적으로 활용도가 매우 높은 설계지침에서조차도 본 연구에서 논의하는 주제에 관한 조치가 없었음을 의미하는 것이다. 여기에 관한 검증은 사장 케이블의 진동현상을 만족하도록 외적하중을 재하시킨 탄성현수선 요소를 이용한 유한요소해석을 통하여 수행하였다.

**핵심용어 :** 동적변위, 보강형 전단력, 사장 케이블, 풍우현상

#### 1. 서 론

사장교는 유연도가 매우 높은 구조로서 풍우현상에 의한 진동에 취약하다. 따라서 동적운동 예측에 대하여 세심한 주의가 요구된다. 특히, 사장 케이블은 휨강성이 거의 없는 특성을 갖고 있어서 쉽게 진동한다. 이러한 진동은 사장 케이블의 형상과 장력에 많은 변화를 준다. 이것은 보강형 상하

진동과 비틀림의 원인이 되며 이로 인해 설계당시 고려하지 않았던 추가적인 전단력의 변화가 발생된다. 풍우현상에 의한 사장 케이블의 진동은 면내운동과 면외운동으로 구분될 수 있다. 면내운동은 동적 불안정 현상에 의한 진동에 기인되며 면외운동은 풍압에 의한 진동에 기인된다. 우선 면내운동에서 본 연구의 논의사항에 관계되는 현상으로 Parametric Excitation, 깰로핑, 풍우진동 등을 생각할 수 있으며 이들은

\*정회원 · 교신저자 · 성원건설(주) · 차장 · 두바이 R881/2A 현장 Design Manager · 공학박사 (E-mail : sand0514@sungwon.co.kr)

\*\*정회원 · (주)유신코퍼레이션 건설기술연구소 사원 · 공학석사 (E-mail : jwhwang@yooshin.co.kr)

\*\*\*정회원 · (주)유신코퍼레이션 구조3부 전무 · 공학박사 (E-mail : y12680@yooshin.co.kr)

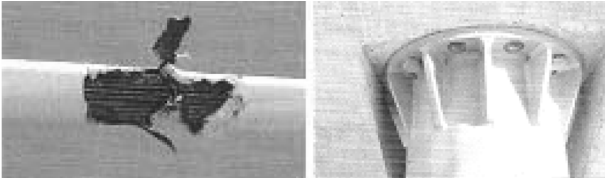


그림 1. 풍우진동에 의한 케이블 시스템 손상

사용성 설계에 관련된 인자들이다. 그리고 면외운동은 풍압에 의한 현상으로 내풍설계에 관련된 인자이다(안상섭 등, 2000).

본 연구에서 논의하는 면내운동은 발산진동 특성을 나타내므로 불안정이 발생되면 2~3 m 정도의 진폭이 발생되는 것으로 보고되고 있다. 국내의 허용진폭 L/1600에 대해서는 추가적으로 발생하는 보강형의 전단력은 무시할 만큼 작다. 그러나 진폭이 1 m 정도만 발생되어도 이러한 전단력은 상당히 증가되므로 이에 관한 논의는 필요하다고 여겨진다. 유사한 이유로 면외운동은 설계풍압이 작용하였을 때 기류방향으로 진폭이 발생되어 보강형의 거동변화가 발생된다. 특히 이러한 현상은 보강형의 비틀림 공진에 관계되므로 면내 불안정과 관계없이 설계 당시에 고려해야 하는 항목이다. 예로서 Dubrovnic Bridge(크로아티아)의 경우에는 면내 불안정 현상에 의해서 손상된 대표적인 교량이며 그림 1과 같이 자유장 신장에 의한 Stay Pipe 파단, 주탑 Guide Pipe Bolt 탈락, 보강형 진동에 의한 통행제한 등을 겪었다. Normandie Bridge(프랑스)의 경우에는 상판에 작용하는 기류에 의한 휨모멘트는 45%인 반면에 사장 케이블에 작용하는 기류에 의한 휨모멘트는 55%를 차지하는 것으로 설계되었다. Stonecutters Bridge(중국)의 경우에는 당초 Parallel Strand 케이블로 계획되었으나 본 연구에서 논의하는 사항에 관한 대책으로 풍압면적이 상대적으로 작은 Parallel Wire 케이블로 변경되었다(CIP Recommendations, 2002).

본 연구는 사장 케이블의 진동에 기인된 보강형의 전단력 변화를 예측하기 위해 운동방정식의 복원력을 현방향과 법선방향 성분으로 분리하여 미분방정식을 구성하고 변화된 형상을 적절히 구현할 수 있는 함수들을 이용하여 해석적인 해를 제시하였다. 이것을 통하여 풍우현상에 의한 사장 케이블의 진동으로 발생될 수 있는 위험성을 고찰하였다. 또한, 국제적인 인지도가 매우 높은 설계지침인 CIP Recommendations에 기술된 방법론과 상호분석을 수행하여 이 설계지침의 본연의 정의와 적용한계를 제시함과 동시에 본 연구의 유효성을 제시하도록 하였다.

## 2. 보강형 전단력

사장교의 동적안정에 관하여 간과하기 쉬운 사항으로 사장 케이블의 진동에 따른 보강형의 전단력 변화가 있다. 이것은 풍우현상으로 인해 사장 케이블이 면내와 면외로 운동하여 발생하는 것으로 제진계획이 부적절하거나 지간이 길어 비틀림에 취약한 구조에서 발생되기 쉬운 현상이다. 본 장은 이러한 현상이 발생되었을 때 정량적인 예측이 가능하도록 운동방정식의 복원력을 현방향과 법선방향 성분으로 분리하여 미분방정식을 구성하고 변화된 형상을 적절하게 구현할

수 있는 함수들을 이용하여 해석적인 해를 유도하도록 한다.

변위함수 가정에 의한 방법은 고유값 변화에 따른 진동현상을 반영할 수 없으므로 본 연구는 한정된 범위에만 적용할 수 있다. 이것은 다음에 전개하는 바와 같이 현방향 자중성분의 영향을 무시하고 접근하기 때문에 장력은 공간에 대해 일정하게 되고 법선방향 미소변형  $dz$ 과  $dw$ 는 평행하게 된다. 따라서 정량적인 한계는 모드교차점(Cross-Over Point)이 된다. 하지만 사장 케이블은 팽팽함의 척도가 되는 Irvine Parameter  $\lambda^2=10$ 정도의 값을 갖기 때문에 모드교차점의 Irvine Parameter인  $\lambda^2=4\pi^2$ 에 한참 미치지 못한다. 결과적으로 본 연구를 사장교에 적용하는 것은 전혀 문제가 되지 않게 된다(김현겸 등, 2008).

### 2.1 미분방정식 성분분리

사장 케이블의 공학적인 의미는 팽팽한 경사 케이블이다. 여기서 팽팽함은 정적평형 상태에서 케이블에 작용하는 장력이 적어도 자중보다 큰 경우로 정의한다(Irvine, 1981). 실제로 사장 케이블은 자중보다 적어도 10배 이상 큰 장력으로 긴장된다. 결국 사장 케이블은 매우 팽팽하므로 정동적 모두에 대해 현방향 자중성분의 영향을 무시해도 전체적인 거동에는 거의 차이가 없게 된다. 이에 따라 장력은 공간에 대해 일정한 것으로 가정할 수 있어서 법선방향에 관한 거동을 적합하게 표현하는 변위함수를 도입하는 것이 가능해지며 법선방향 미소변형  $dz$ 와  $dw$ 는 평행한 것으로 가정할 수 있게 된다. 결과적으로 다음과 같은 전개가 가능해진다. 이로써 그림 2와 같은 사장 케이블 시스템이 구성된다(김현겸 등, 2008; IABSE-AIPC-IVBH, 2007).

사장 케이블의 정적장력과 자중에 의한 정적평형은 그림 2와 같은 좌표계에서 식(1)과 같은 평형방정식이 성립된다.

$$q_s = -H_s \frac{d^2z}{dx^2} \quad (1)$$

$q_s$  : 정적평형상태의 법선방향 분포하중

$H_s$  : 정적평형상태의 현방향 장력

$z$  : 정적평형상태의 법선방향 변위

사장 케이블이 임의의 시간에서 동적평형을 이룰 때에도 마찬가지로 그림 2와 같은 좌표계에서 식(2)와 같은 평형방정식이 성립된다.

$$q_{s+d} = -(H_s + H_d) \frac{d^2(z+w)}{dx^2} \quad (2)$$

$q_{s+d}$  : 동적평형상태의 법선방향 분포하중

$H_d$  : 진동에 의한 현방향 장력

$w$  : 진동에 의한 법선방향 변위

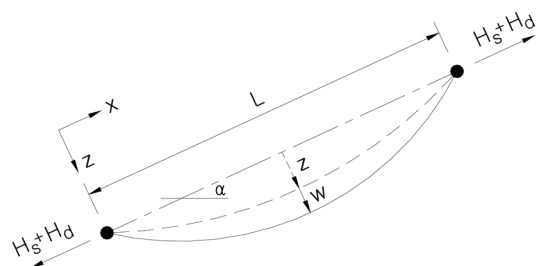


그림 2. 사장 케이블 시스템과 진동형상

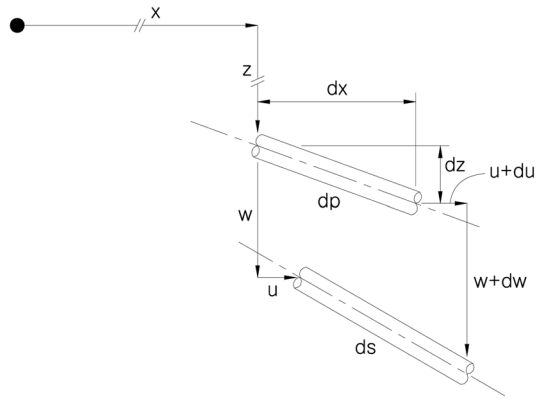


그림 3. 케이블의 변위-변형을 관계

동적평형상태에서 오직 진동에 의한 평형방정식은 식(1)과 식(2)를 통해 식(3)으로 전개된다. 이것은 진동에 의해 사장 케이블의 형상이 변화될 때 발생하는 등가의 분포하중이 된다.

$$q_d = -H_s \frac{d^2 w}{dx^2} - H_d \frac{d^2 (z+w)}{dx^2} \quad (3)$$

$q_d$  : 진동에 의한 법선방향 분포하중

앞선 식(3)의 분포하중은 정적장력과 더불어 동적장력을 알아야 하는데 이러한 동적장력은 사장 케이블의 강성에 변형량을 곱함으로써 산정된다. 다음의 과정은 변형량을 유도하는 것으로서 이것을 통해 동적장력을 산정할 수 있다. 정적평형을 이루고 있는 사장 케이블이 식(3)과 같은 외적작용에 의해 변형되면 그림 3과 같은 자유물체도에 의해 기하학적 비선형성을 고려하여 식(4)와 같은 변위-변형을 관계 연결 된다.

$$\epsilon_d = \frac{ds-dp}{dp} = \frac{dx du}{dp dx} + \frac{dz dw}{dp dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{du}{dp} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dp} \right)^2 \quad (4)$$

$\epsilon_d$  : 동적변형률

$dp$  : 동적변형 전 케이블 미소길이

$ds$  : 동적변형 후 케이블 미소길이

상기한 식(4)의 변위-변형률 관계는 Hooke's Law, 접선방향 장력과 현방향 장력간의 관계, 현방향 변형률의 제곱은 미소하여 무시한다는 가정을 통해 식(5)로 전개된다(Irvine, 1981).

$$\frac{H_d (ds)^3}{EA (dx)^3} = \frac{du}{dx} + \frac{dz dw}{dx dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \quad (5)$$

$EA$  : 케이블 강재부분 축강도

케이블 방정식을 편리하게 사용하기 위하여 식(5)를 적분형으로 변환하면 현길이보다 미소하게 긴 물리량을 얻게 된다. 본 연구는 이것을 유효길이  $L_e$ 라 칭하며 이것은 사장 케이블에서 현길이와 거의 같은 값을 갖는다(Irvine, 1981).

$$\frac{H_d L_e}{EA} = u|_0^L + \int_0^L \frac{dz dw}{dx dx} dx + \frac{1}{2} \int_0^L \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (6)$$

$$L_e = \int_0^L \left( \frac{ds}{dx} \right)^3 dx \approx L$$

동적변형률로부터 전개된 식(6)를 이용하여 동적장력을 유도할 수 있다. 여기서 경계조건의 영향을 고려하면 식(7)을 얻게 된다.

$$H_d = \frac{EA}{\beta L} \int_0^L \left\{ \frac{dz dw}{dx dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \right\} dx \quad (7)$$

$$\beta = 1 + \frac{EA}{L} \frac{1}{k(0)} + \frac{EA}{L} \frac{1}{k(L)}$$

$k(i)$  : 위치  $i$ 에서의 강성계수

사장 케이블의 진동에 의해 발생한 동적장력 식(7)을 등가의 분포하중을 표현하는 식(3)에 대입하면 식(8)이 유도된다. 이것은 사장 케이블의 법선방향 운동방정식의 동적하중(관성력, 감쇠력)에 대응하는 복원력이 된다.

$$\frac{d}{dx} \int_0^L q_d dx = \frac{d}{dx} \left[ -H_s \frac{dw}{dx} - \frac{EA d(z+w)}{L dx} \times \int_0^L \left\{ \frac{dz dw}{dx dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \right\} dx \right] \quad (8)$$

상기한 식(8)을 사장 케이블의 법선방향 운동방정식에 적용하면 식(9)와 같다. 즉, 식(8)을 명확하게 산정할 수 있다면 사장 케이블의 정착부에서 발생하는 부재력은 명확하게 산정된다.

$$m \frac{d^2 w}{dt^2} + c \frac{dw}{dt} = \frac{d}{dx} \int_0^L q_d dx \quad (9)$$

$m$  : 케이블의 단위길이당 질량

$c$  : 케이블의 단위길이당 감쇠

정적평형을 이루고 있는 사장 케이블에 불안정이 발생하거나 높은 풍속이 발생하면 사장 케이블 정착부에 법선방향과 현방향으로 추가적인 힘이 발생된다. 법선방향으로는 식(3)에 정의된 등가의 분포하중에 대한 반력, 현방향으로는 식(7)에 정의된 동적장력에 대한 반력이 발생될 것이다. 이들은 다음과 같이 현방향과 법선방향으로 성분을 분리하여 생각할 수 있다.

사장 케이블의 법선방향 운동은 그림 4로부터 평형조건이  $\int_0^L q_d dx = -2R_1$  임을 알 수 있다. 이로부터 정착부의 법선방향 반력은 식(10)으로 전개된다. 여기서 동적장력  $H_d$ 는 식(7)과 같다. 사장 케이블에 법선방향 동적변위  $w$ 가 발생하면 이에 상응하는 신장  $\Delta_d$ 가 발생한다. 식(6)은 신장  $\Delta_d$ 이며 이로부터 유도된 식(7)은 정착부의 현방향 반력과 같다. 이

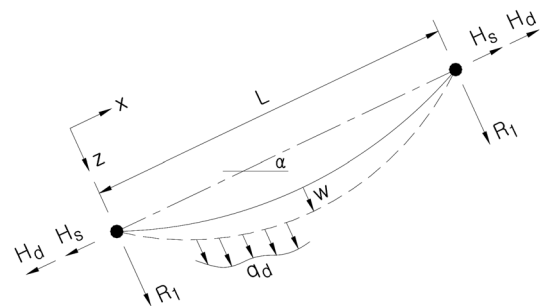


그림 4. 사장 케이블 정착부의 법선방향 반력

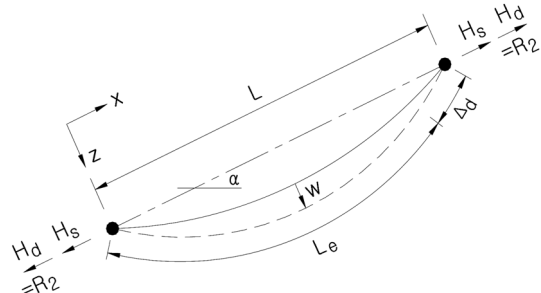


그림 5. 사장 케이블 정착부의 현방향 반력

것을 식(11)로 표현한다.

$$R_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ H_s \frac{d^2 w}{dx^2} + H_d \frac{d^2(z+w)}{dx^2} \right\} dx \quad (10)$$

$$R_2 = H_d = \frac{EA}{\beta L} \int_0^L \left\{ \frac{dzdw}{dx dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \right\} dx \quad (11)$$

풍우현상에 의한 형상변화에 의해 사장 케이블이 면내와 면외로 운동을 하면 보강형에 상하진동이 발생되고 이에 따른 추가적인 전단력이 발생된다. 이것은 정착부의 반력성분인 식(10)과 식(11)을 이용하여 식(12)로 구성된다.

$$\Delta V = R_1 \cos(\alpha) + R_2 \sin(\alpha) \quad (12)$$

$\Delta V$  : 보강형에 작용하는 추가적인 전단력

## 2.2 형상가정에 의한 해석적인 해

풍우현상에 의한 사장 케이블의 진동현상은 보강형에 추가적인 전단력을 발생시킨다. 이것을 정량적으로 예측하기 위하여 미분방정식을 통해 식(12)를 유도하였다. 본 절에서는 임의의 시간에서 사장 케이블의 형상을 적절히 표현할 수 있는 Sine 함수와 포물선 함수를 이용하여 기본모드에 관한 해석적인 해를 전개한다. 여기서 경계조건은 양단고정이며 진동은 조화운동으로 가정한다. 기본모드를 확인하는 것은 불안정이나 높은 풍속이 발생되었을 때 가장 큰 진폭을 나타내는 모드이기 때문이다. 특히 기본모드는 겔로핑, Parametric Excitation 등의 불안정 현상이 면내에서 발현될 수 있는 가능성을 내포하고 있다. 그리고 설계풍속처럼 높은 풍속이 작용하면 기류방향으로 기본모드와 유사한 형상으로 면외변형이 발생된다. 따라서 기본모드의 분석은 본 연구의 논의사항을 가장 쉽게 이해할 수 있는 수단이므로 이에 초점을 맞춰 기술하도록 한다.

사장 케이블이 조화운동한다면 경계조건들을 만족시키는 변위형상은 Sine 함수를 이용하여 다음으로 가정할 수 있다 (김현겸 등, 2008).

$$z(x) = f \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), f = \frac{4mgL^2}{\pi^3 H_s} \cos(\alpha) \quad (13)$$

$$w(x, t) = A_1 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin(w_1 t) \quad (14)$$

$f$  : 법선방향 새그

$A_1$  : 법선방향 진폭

$w_1$  : 사장 케이블 기본진동수

상기한 변위함수들을 식(12)에 대입하여 전개하면 식(12)의 주요성분인 반력들을 식(15)와 식(16)으로 얻을 수 있다. 이들은 변위형상을 Sine 함수로 가정한 것으로부터 전개되었기 때문에 주기함수의 특성을 갖고 있다. 이것은 확장성에 유리함을 직관적으로 예상할 수 있다.

$$R_1^{\text{sine}} = -H_s A_1 \left(\frac{\pi}{L}\right) \sin(w_1 t) - H_d f \left(\frac{\pi}{L}\right) - H_d A_1 \left(\frac{\pi}{L}\right) \sin(w_1 t) \quad (15)$$

$$R_2^{\text{sine}} = H_d = \frac{EA}{L} \frac{\pi^2 2f A_1}{4L} \sin(w_1 t) + \frac{EA}{L} \frac{\pi^2 A_1^2}{4L} \sin^2(w_1 t) \quad (16)$$

유사한 개념으로 경계조건들을 만족시키는 변위형상을 포

물선 함수로 가정할 수 있다(Irvine, 1981).

$$z(x) = 4f \left(\frac{x}{L}\right) \left(1 - \frac{x}{L}\right), f = \frac{mgL^2}{8H_s} \cos(\alpha) \quad (17)$$

$$w(x, t) = 4A_1 \left(\frac{x}{L}\right) \left(1 - \frac{x}{L}\right) \sin(w_1 t) \quad (18)$$

유사한 방법으로 변위함수들을 식(12)에 대입하여 전개하면 기본모드에 대해 식(19)와 식(20)을 얻을 수 있다.

$$R_1^{\text{para}} = -H_s A_1 \left(\frac{4}{L}\right) \sin(w_1 t) - H_d f \left(\frac{4}{L}\right) - H_d A_1 \left(\frac{4}{L}\right) \sin(w_1 t) \quad (19)$$

$$R_2^{\text{para}} = H_d = \frac{EA}{L} \left(\frac{32}{3}\right) \frac{2f A_1}{4L} \sin(w_1 t) + \frac{EA}{L} \left(\frac{32}{3}\right) \frac{A_1^2}{4L} \sin^2(w_1 t) \quad (20)$$

변위함수별 현방향 반력성분과 법선방향 반력성분은 각각 동일한 형식을 취하고 있다. 다만, 변위함수가 갖고 있는 특성에 따라 항별 일정한 상수차를 보이고 있다. 하지만 이러한 상수차는 일관된 방법에 의해 전개된 것이므로 함수별로 성분들을 조합한 식(12)의 수치적인 해는 서로 유사하게 된다. 따라서 항별 상수차는 함수별로 그들이 갖는 특성임을 알 수 있다. 이에 관하여 후술할 검증부분은 제안한 방법론의 타당성과 해석적인 해의 안정성을 보일 것이다.

## 3. 검 증

본 연구에서 제시한 해석적인 방법의 타당성 부여를 위하여 다른 연구들과 상호분석을 통한 방법론 자체의 검증, 사장 케이블의 경사각과 현길이에 관한 해의 안정성 검증을 수행한다.

방법론 자체의 검증을 위해 사장 케이블에 관하여 국제적으로 활용도가 높은 설계지침들의 세부항목을 이용한 방법과 탄성현수선 이산화를 통한 수치적인 방법으로 보강형 전단력 변화의 최대값을 분석하도록 한다. 검증에 사용된 사장 케이블의 제원은 현길이 300 m, 경사각 25°, 탄성계수 200 GPa, 현방향 장력 6617 kN, MTE 단면적 0.018462 m<sup>2</sup>, 자중 1.6 kN/m, 면내로 발생된 진폭이 1 m인 경우로 정의한다.

사장 케이블에 관한 설계지침들 중에서 국제적으로 활용도가 높은 PTI Recommendations, FIB Recommendations, CIP Recommendations를 비롯해 국내 케이블강교량설계지침을 조사한 결과, 본 연구의 논의사항을 기술한 설계지침은 없었으나 CIP Recommendations/Article 5.4를 응용하면 기본모드에 관한 결과를 얻을 수 있다. 여기서 Article 5.4 자체를 이용하면 10% 이상의 오차가 발생하며 해의 안정성도 보장할 수 없는 상태가 된다. 하지만 본 연구의 일부인 식(3)과 식(7)을 도입하면 유한요소해석에 필적할 만한 해를 제공하게 된다. CIP Recommendations에서 이 부분은 Inextensible Catenary Cable에 기초하여 유도되어 있다. 이것은 사장 케이블 거동에 근사한 함수이므로 입력자료가 정확할수록 그에 비례하여 결과의 정확성이 결정되는 것으로 볼 수 있다. 결과적으로 Article 5.4의 함수는 정확하지만 입력자료인 세부항목이 보강형 전단력을 예측하는데 목표를 둔 것이 아니어서 발생하는 적용상의 문제로 보아야 한다. Article 5.4에서 제시하는 함수를 식(21)과 같이 나타낸다.

표 1. CIP Recommendations에 따른 분석

Description	Factor	Results
CIP/Article 5.4 using Case I	$H^*$	649
	$q^*$	0.638
	$ \Delta V $	188.211
CIP/Article 5.4 using Case II	$H^*$	649
	$q^*$	0.788
	$ \Delta V $	169.173

$$|\Delta V| = H \sinh(K) : \text{정착점의 연직장력} \quad (21)$$

$$H = H^* \cos(\alpha) : \text{정착점의 수평장력}$$

$$K = \sinh^{-1} \left\{ \frac{N}{\sinh(M)} \right\} - M$$

$$N = \frac{q^* h}{2H}, M = \frac{q^* d}{2H}$$

$H^*$  : 확인하려는 상태의 현방향 장력증분

$q^*$  : 확인하려는 상태의 분포하중

$h$  : 사장 케이블 투영높이

$d$  : 사장 케이블 투영길이

이에 의한 검증은 두 가지로 구분한다. 하나는 최종장력과 최종변위로부터 얻은 결과에서 정적장력과 정적변위로부터 얻은 결과를 빼서 동적상태를 분석하는 것(Case I)이며 다른 하나는 동적장력과 동적변위를 직접 산정하여 분석하는 것(Case II)이다. 후자의 경우에는 본 연구의 일부인 식(3)과 식(7)을 도입해야 하지만 유한요소해석에 필적할 만한 우수한 해를 제공한다. 즉, Article 5.4는 임의의 형상을 기준으로 변화된 형상만을 표현할 수 있는 한계를 갖고 있음을 이해할 수 있다. 이것을 표 1로 요약하며 이에 관한 기본단위들은 kN, m이다.

탄성현수선 모델은 좌표와 더불어 장력 혹은 무용력 길이가 결정되어야 해결되는 비선형방정식이다. 따라서 장력 혹은 무용력 길이를 적절히 가정한 후 반복적인 수치해석을 수행해야 한다. 탄성현수선 모델에 의한 방법은 그림 6과 같이 정적평형상태를 결정한다. 본 연구는 이산화된 케이블 분할요소의 무용력 길이를 가정한 후 방향성분별 장력을 구하고 이것을 평형방정식에 대입하여 분할요소의 장력을 구한다. 이에 따른 비선형 해는 Newton-Raphson 방법을 이용한다. 이렇게 정적평형상태를 얻은 후에 동적운동에 따른 동적변위를 만족하도록 분할요소에 분포하중을 재하하여 전체

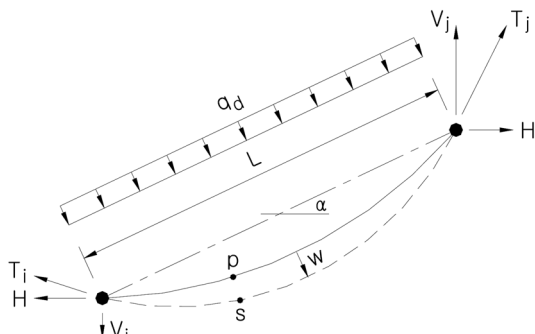


그림 6. 탄성현수선을 이용한 동적평형상태

표 2. 유한요소해석에 따른 분석

Description	Factor	Results
FE Analysis using ECC	$H^*$	647
	$q^*$	0.769
	$ \Delta V $	168.847

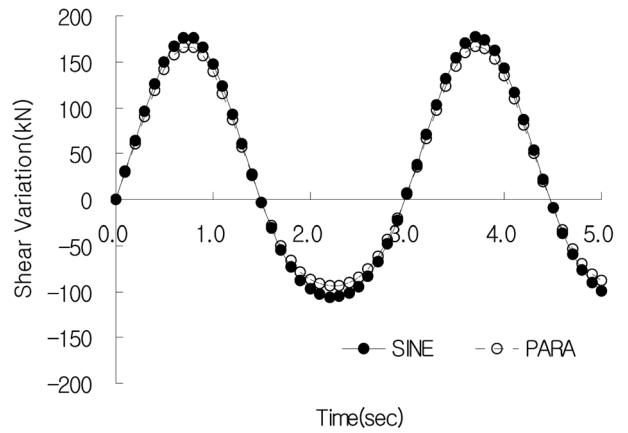


그림 7. 변위함수별 보강형 전단력 변화

표 3. 보강형 전단력 변화의 최대값

Description	$ \Delta V $	Error
CIP/Article 5.4 Case I	188.211	11.5%
CIP/Article 5.4 Case II	169.173	0.2%
FE Analysis ECC	168.847	-
GDE Sine Func.	176.694	4.6%
GDE Parabola Func.	166.838	1.2%

형상을 만족시키도록 한다(황재웅, 2006). 이것을 분석하여 표 2로 요약한다.

그림 7에서 나타낸 것과 같이 본 연구에서 제시한 미분방정식을 통한 해석적인 방법을 이용하여 얻은 결과와 표 1과 표 2의 결과들을 종합하여 표 3에 요약한다. 이 때 기준값은 탄성현수선을 이용한 유한요소해석의 값으로 정의한다.

상기한 표 3을 관찰하면 Article 5.4 Case II의 값이 탄성현수선을 이용한 유한요소해석에 가장 근사한 결과를 제시하는데 이것은 앞서 언급한 바와 같이 함수의 정확성에 기인된 것이다. 하지만 이것은 본 연구에서 제시한 식(3)과 식(7)이 없으면 얻을 수 없다. 따라서 본 연구는 제안한 방법 자체가 갖는 의미도 있지만 다른 연구로의 활용 측면에서도 의미를 갖게 됨을 알 수 있다. 본 연구에서 논의하는 미분방정식을 통한 해석적인 방법은 Sine 함수로 가정한 경우가 포물선 함수로 가정한 경우보다 나쁜 결과를 제시하고 있다. 하지만 Sine 함수는 주기함수이므로 추후 n차 모드로의 확장성을 감안한다면 어떤 방법이 일반적으로 우위에 있다고 단언할 수는 없다.

상기한 내용은 방법론 자체에 관한 검증이다. 설계지침과 유한요소해석을 이용한 방법을 통해 본 연구에서 제시하는 해의 영역이 타당함을 확인하였다. 하지만 임의의 경사와 현 길이에 대해서도 안정적인 해를 제시하는지의 여부를 검증해야 한다. 다음은 본 연구의 해석적인 해들과 유한요소해석

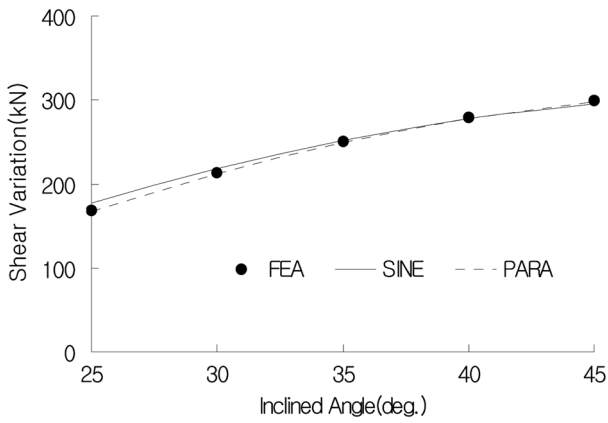


그림 8. 경사별 보강형 전단력 변화

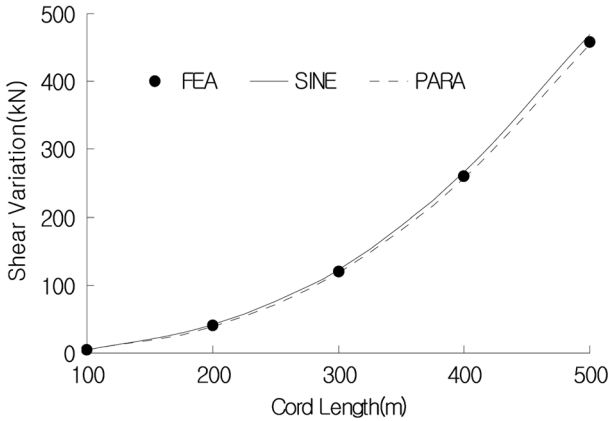


그림 9. 현길이별 보강형 전단력 변화

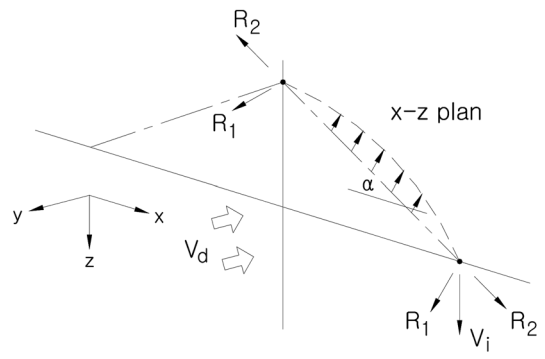


그림 10. 기류에 의한 사장 케이블 면내운동

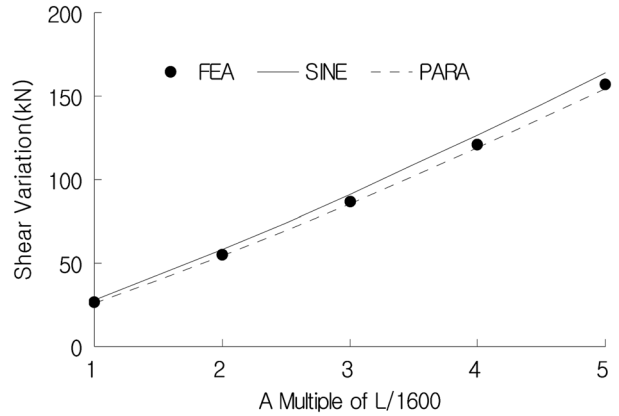


그림 11. 진폭별 보강형 전단력 변화

의 결과를 통해 해의 안정성을 검증하도록 한다. 앞선 검증은 경사각 25°에 관한 것이다. Sine 함수와 포물선 함수의 차이는 당초 변위함수를 가정할 때의 새그영향에 의한 차이이므로 경사각이 급해질수록 상호간의 차이는 감소의 추세를 보인다. 이에 관한 결과를 그림 8로 나타낸다.

더불어 본 연구의 해석적인 해들과 유한요소해석의 결과는 사장 케이블의 현길이에 대해서도 안정적인 추이를 나타내고 있음을 그림 9로부터 확인할 수 있다.

사장 케이블에 관한 설계지침과 유한요소해석을 이용하여 본 연구에서 제시하는 방법론 자체의 검증, 경사각과 현길이에 대한 해의 안정성을 확인하였다. 검증과정 중에 본 연구의 일부를 도입하여 Article 5.4를 이용한 방법의 결과가 매우 우수한 것으로 나타났다. 이것은 본 연구의 중간과정조차도 해석적으로 안정함을 의미하는 것으로 보아야 한다. 최종적으로 본 연구를 이용하여 실제 사장교에서 발생할 수 있는 현상들을 면내운동과 면외운동으로 구분하여 고찰하도록 한다.

#### 4. 활 용

불안정 현상에 의한 면내운동은 구조체 자체의 운동방정식을 이용하여 시간영역에서 불안정 진폭을 얻어낼 수 없기 때문에 이것을 고려할 수 있는 미분방정식을 구성해야 해석이 가능해진다. 하지만 본 연구를 이용하면 특수한 상황을 표현하는 미분방정식을 구성하지 않더라도 적절한 예측이 가능해진다. 기본모드에서 발생할 수 있는 불안정 현상의 진폭

에 관한 다양한 참고문헌을 근거하여 진폭을 가정하면 소정의 결과를 얻는 방법을 이용할 수 있다. 그림 10은 교축직 각방향 기류에 대해 사장 케이블이 면내운동을 하여 보강형에 전단력이 발생하는 개념을 나타내고 있다. 이것을 표현하고자 사장 케이블의 현길이 300 m, 경사각 25°, 현방향 장력 6617 kN, 자중 1.6 kN/m, 탄성계수 200 GPa, MTE 단면적 0.018462 m<sup>2</sup>이며 국내 허용진폭(L/1600)의 1~5배 범위를 분석한 결과를 그림 11에 나타낸다.

사장 케이블은 일단 불안정이 발생되면 1 m 이상의 진폭이 관찰되는데 그림 11에서 허용진폭의 5배가 진폭 1 m 정도가 된다. 이런 현상이 발생한다면 사장 케이블에 최소 150 kN/cable이 작용하게 되므로 상당한 문제가 예상된다.

설계풍속과 같이 과도한 풍압에 의한 면외운동은 본 연구와 같이 의사동적해석으로 소정의 결과를 얻을 수 있다. 이러한 현상은 면외운동이므로 새그효과는 대부분 무시된다. 따라서 이에 한정하여 분석을 수행한다. 그림 12는 교축직 각방향 기류에 대해 사장 케이블이 면외운동을 하여 보강형에

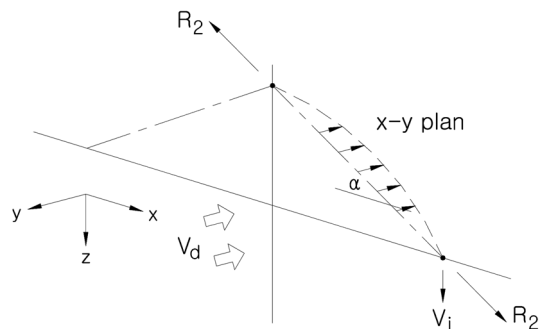


그림 12. 기류에 의한 사장 케이블 면외운동

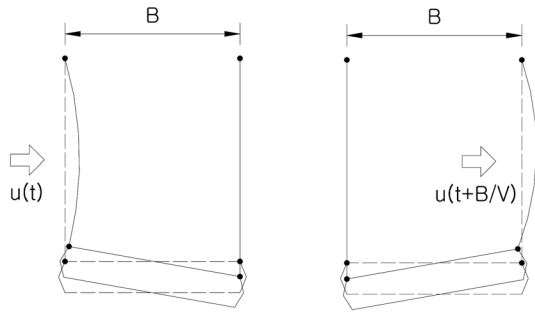


그림 13 평행한 케이블 구조의 비틀림 공진현상

전단력이 발생하는 개념을 나타내고 있다.

면외운동은 사장 케이블 진동에 의한 연직성분이 없기 때문에 면내운동보다 작은 전단력을 형성하게 될 것이다. 그럼에도 불구하고 면외운동의 검토가 중요한 이유는 그림 13에서 나타난 바와 같이 Resonant Buffeting 현상의 우려가 있기 때문이다(CIP Recommendations, 2002; IABSE-AIPC-IVBH, 2007).

이러한 특성을 파악하기 위해 면내운동의 사례와 동일한 사장 케이블에 풍속을 30~70 m/sec 범위로 적용하여 분석하도록 한다. 다만, 경사각을 45°로 하며 부가적으로 단면외경 250 mm, 항력계수 0.7을 적용한다. 풍속을 알면 식(22)를 통해 등가의 풍압이 산정되며 식(3)과 식(7)을 이용하면 진폭이 결정된다.

$$q_d = \frac{1}{2} \rho v_d^2 D C_D \quad (22)$$

$\rho$  : 주변대기 공기밀도(1.25 kg/m<sup>3</sup>)

$v_d$  : 설계풍속

$D$  : 사장 케이블 단면외경

$C_D$  : 사장 케이블 항력계수

등가의 풍압이 작용하면 진폭에 관한 함수는 3차 방정식이 되며 별도의 조정이 없으면 가정한 변위함수에 따라 차이가 발생된다. Sine 함수를 사용하면 식(23)이 되고 포물선 함수를 사용하면 식(24)가 된다. 이것은 비선형 해를 찾는 간단한 수치해법으로 이에 상응하는 진폭을 구할 수 있다.

$$g^{\text{sine}}(A_1) = \frac{\pi^3 EA}{2L^4} A_1^3 + \frac{2\pi H_s}{L^2} A_1 - q_d Q \quad (23)$$

$$g^{\text{para}}(A_1) = \frac{64EA}{3L^4} A_1^3 + \frac{8H_s}{L^2} A_1 - q_d \quad (24)$$

식(23)과 식(24)는 유사한 결과를 갖도록 조정된 것이다. 식(25)와 같은 가정한 변위함수간의 비율( $Q = q_d^{\text{sine}} / q_d^{\text{para}}$ )을 이용하면 상호간의 차이를 제거할 수 있다. 여기서  $q_d^{\text{sine}}$  과  $q_d^{\text{para}}$  는 각각 식(3)에 Sine 함수와 포물선 함수를 적용하여 얻은 값이다.

$$Q = \frac{\pi H_s A_1 + K(f^{\text{sine}} + A_1) \delta^{\text{sine}}}{4 H_s A_1 + K(f^{\text{para}} + A_1) \delta^{\text{para}}} \quad (25)$$

$K=EA/L$  : 사장 케이블 축강성

$f^{\text{sine}}$  : 식(13)에서 정의된 새그

$f^{\text{para}}$  : 식(17)에서 정의된 새그

$$\delta^{\text{sine}} = \pi^2 (2f^{\text{sine}} A_1 + A_1^2) / 4L$$

$$\delta^{\text{para}} = \frac{32}{3} (2f^{\text{para}} A_1 + A_1^2) / 4L$$

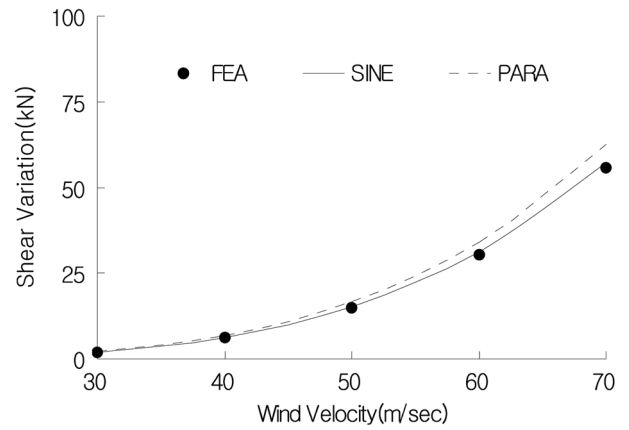


그림 14 풍속별 보강형 전단력 변화

면외운동에 관한 풍속별 전단력 변화를 그림 14에 나타낸다. 여기서 유한요소해석은 면내에서 정적평형을 이룬 후 식(22)로부터 얻어진 등가의 풍압을 면외로 적용하여 해석한 것이다.

본 장에서 언급한 바를 정리하면 사장 케이블의 진동에 의해 발생된 보강형의 전단력은 면내운동인 경우에 보강형이 상하로 운동하여 발생하는 휨모멘트가 논의의 대상이 되며 면외운동인 경우에는 보강형이 좌우로 교번운동을 하여 발생하는 비틀림모멘트가 논의의 대상이 됨을 제시하였다.

## 5. 결 론

사장 케이블이 풍우에 노출되면 면내운동 및 면외운동이 발생할 여지가 있다. 이 경우 사장 케이블의 진동으로 보강형 전단력의 변화가 발생된다. 본 연구는 이러한 현상에 적합하도록 운동방정식을 재구성하여 보강형 전단력 변화를 얻어낼 수 있는 해석적인 기법을 제시하였다.

운동방정식을 접선방향과 법선방향으로 연계분리한 후 형상변화를 적절하게 묘사할 수 있는 Sine 함수와 포물선 함수를 이용하여 정량적인 해를 도출하였다. 함수별 특성에 따라 다소간의 오차는 포함하고 있지만 중요한 사실은 어떠한 함수를 사용하더라도 논점에 부합되는 결과를 제공한다는 것이다. 따라서 현재 논의하고 있는 현상은 효과적으로 분석될 수 있음을 보였다. 더불어 사장교 설계에 관해 국제적으로 인지도가 높은 CIP Recommendations 조차도 본 연구의 일부를 이용해야 적합한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다. 따라서 본 연구는 제안한 방법자체가 갖는 의미도 있지만 다른 연구로의 활용 측면에서도 의미를 갖게 됨을 알 수 있다. 최종적으로 본 연구는 면내운동에 의해 보강형을 상하로 운동시켜 휨모멘트를 형성하는 것의 위험성과 면외운동에 의해 보강형에 주기적인 비틀림모멘트를 형성하여 공진현상을 발생시키는 것의 위험성을 제시하였다.

이와 같은 결과를 종합해 보면 사장 케이블의 동적거동은 자체의 위험성뿐만 아니라 보강형과 연계되어 다양한 위험성을 발생시킬 수 있음을 해석적인 방법을 통해 제시하였다. 더불어 사장 케이블의 제진에 관해서도 신중한 접근이 필요함을 재고할 수 있는 기회를 제시하였다.

## 감사의 글

본 연구는 국토해양부 지역기술혁신사업의 연구비지원(05 지역특성 B05-01)에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

김현겸, 황재웅, 이명재(2008) 에너지방정식에 기초한 사장 케이블 기본진동수 추출, **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제 28권 제1A호. pp. 125-133.  
대한토목학회(2006) **케이블강교량설계지침**.  
안상섭 외 3명(2000) **교량진동 감소장치에 관한 연구**, 한국도로공사 도로연구소.  
황재웅(2006) **시공단계와 크리프 현상을 고려한 콘크리트 사장교**

**의 목표형상 해석법**, 공학석사학위논문, 서울대학교.  
*CIP Recommendations on Cable Stays* (2002), SETRA.  
Faires, Douglas and Burden, Richard L. (1993) *Numerical Methods*, PWS Publishing Company.  
IABSE-AIPC-IVBH (2007) *Cable Vibrations in Cable-Stayed Bridges*, IABSE, Structural Engineering Documents 9.  
Irvine, H.M. (1981) *Cable Structures*, The MIT Press.  
Simiu, Emil and Scanlan, Robert H. (1996) *Wind Effects on Structures*, John Wiley & Sons, Inc.  
Technical Report on *Stay Cable Vibrations* (2005) VSL International.  
Ugural, Ansel C. and Fenster, Saul K. (1995) *Advanced Strength And Applied Elasticity*, Prentice -Hall.

(접수일: 2008.2.13/심사일: 2008.5.8/심사완료일: 2008.5.8)