

할인구매옵션을 고려한 동적 재생산계획문제

이 운 식*

A Dynamic Remanufacturing Planning Problem with Discount Purchasing Options

Woon-Seek Lee*

■ Abstract ■

This paper considers a remanufacturing and purchasing planning problem, in which either used products(or wastes) are remanufactured or remanufactured products(or final products) are purchased to satisfy dynamic demands of remanufactured products over a discrete and finite time horizon. Also, as remanufactured products are purchased more than or equal to a special quantity Q , a discount price policy is applied. The problem assumes that the related cost (remanufacturing and inventory holding costs of used products, and the purchasing and inventory holding costs of remanufactured products) functions are concave and backlogging is not allowed. The objective of this paper is to determine the optimal remanufacturing and purchasing policy that minimizes the total cost to satisfy dynamic demands of remanufactured products. This paper characterizes the properties of the optimal policy and then, based on these properties, presents a dynamic programming algorithm to find the optimal policy. Also, a network-based procedure is proposed for the case of a large quantity of low cost used products. A numerical example is then presented to demonstrate the procedure of the proposed algorithm.

Keyword : Remanufacturing Planning, Purchasing Planning, Dynamic Demands, Dynamic Programming

논문접수일 : 2008년 08월 04일 논문게재확정일 : 2009년 07월 11일

논문수정일(1차 : 2009년 06월 29일)

* 부경대학교 시스템경영공학과

1. 서 론

산업혁명 이래로 생산자들은 보다 많은 이익을 위해, 그리고 소비자들은 제품의 다양한 욕구를 만족시키기 위해, 보다 많은 종류의 제품들을 생산해 오고 있다. 그러나, 급격한 소비제품의 증가와 함께 제품이 수명을 다하게 될 때 폐기처분되어야 하는 폐제품의 양 또한 기하급수적으로 증가되고 있다. 따라서, 소각 또는 매립 등을 통한 폐기처분의 결과로 지구는 환경적으로 엄청난 피해를 입고 있으며, 제품 수명기간의 단축으로 인한 신제품의 생산은 제한적으로 대장되어 있는 지구의 천연자원 및 에너지를 급속도로 고갈시키고 있다. 이러한 이유로 선진국을 중심으로 환경친화적인 제품의 생산 및 유통을 위하여 국제표준을 제정하고 세계적으로 이 규격을 엄격히 준수하도록 요구하고 있다. 자원이 부족한 우리나라의 경우, 폐기물의 발생을 최소화하고 재활용을 활성화하여 환경적으로 바람직한 사회 기반을 확립하기 위한 여러 방안들을 제시하고 있는 현실을 감안할 때 제품의 재생산(remanufacturing) 및 재사용(reuse) 개념은 매우 중요하다. 따라서 재생산 설비를 운영하는 제조시스템에서의 생산계획 및 일정계획 문제는 중요한 이슈로 대두되고 있다.

본 논문에서 다루는 재생산계획문제는 기존의 연구에서 사용되어온 신제품 생산과 관련된 문제가 아니라 사용중 또는 사용후 특정한 이유로 고장 또는 폐기된 제품을 대상으로 필요한 수리를 실시하여 제품을 다시 새롭게 사용하는 “환경친화적 생산 시스템의 재생산환경”이라고 할 수 있다. 이러한 환경을 갖는 생산시스템은 자동차 부품, 재생 타이어, 폐전지, 폐유, 폐플라스틱 등 광범위하게 적용될 수 있다. 2004년도 폐기물 발생량은 227만톤을 넘어섰고 2005년도 재활용품 수출량은 24,313톤으로 2002년 대비 8배에 달하는 성장세를 보이고 있어 매년 관련 재활용산업은 증가하고 있는 실정이다.

본 논문에서는 중고품 및 폐기물의 재활용을 위

한 재생산계획과 필요에 따라 완제품의 외부 구매를 통해 수요를 만족시킬 수 있는 구매계획을 동시에 결정하는 문제를 고려한다. 즉, 주어진 재생산품(혹은 완제품)의 수요량을 최소비용으로 만족시키기 위해 각 기간별 사용가능한 중고품 중 얼마만큼의 중고품을 재생 처리할 지 혹은 외부 구매를 통해 얼마만큼의 완제품을 구매할 지를 동시에 결정하는 문제를 다룬다. 또한, 재생산품(혹은 완제품)을 외부 구매하는 데 있어, 특정한 수량 이상을 구매할 경우에 할인 가격이 적용된다. 이러한 상황은 아웃소싱을 함께 고려하는 생산현장에서 자주 발생하는 경우이다. 이 문제에서 유한계획기간 내 재생산을 위해 필요한 중고품 및 폐기물의 보관량과 재생품의 수요는 매 기간마다 알려져 있고 동적으로 발생한다. 또한, 관련비용함수는 오목함수(concave function)를 가지며 추후조달(backlogging)은 허용되지 않는다. 이 문제에서 발생하는 총비용은 중고품에 대한 재생산비용 및 재고유지비용, 재생산품(혹은 완제품)에 대한 구매비용 및 재고유지비용을 포함한다. 본 연구의 목적은 할인가격이 적용되는 구매계획을 함께 고려하여 최소비용으로 재생품의 동적 수요를 만족할 수 있도록 최적 재생산-구매계획을 동시에 수립하는 것이다.

동적생산계획문제(DLSP : dynamic lot-sizing problem)는 일반적으로 생산-재고 시스템에서 알려져 있는 동적 수요를 최소의 비용으로 만족시킬 수 있도록 생산량과 생산시기를 결정하는 문제로 Wagner와 Whitin[19]에 의해 처음으로 연구되었다. 그 이후 Wagner-Whitin모형을 확장시킨 많은 연구들이 이루어졌으며 이를 간단히 소개하면 다음과 같다.

Zangwill[21, 22]은 추후조달(backlogging)이 허용되는 동적생산계획문제를 분석하였으며 Sobel[15]은 설비시동비용(Start-Up Cost)을 고려한 문제를 다루었다. Florian과 Klein[5], Love[11], Swoveland[18], Baker et al.(1978), 그리고 Lambert and Luss[10] 등은 Wagner-Whitin모형을 생산용량이 제한된 여러가지 동적생산계획문제들로 확장시켜 분석

하였다. Florian et al.[6] 등은 동적생산계획문제의 여러 형태별 알고리즘의 계산복잡도(complexity)를 분석하였다. Lee and Denardo[12]는 추가적인 수요정보하에서도 변하지 않는 초기의 최적 생산량을 결정할 수 있는 연동적 계획기간(rolling planning horizon)에 관한 연구를 하였다. 이운식과 성창섭[16, 17]은 설비시동비용(start-up)을 갖는 동적생산계획문제에서 연동적 계획기간에 관한 연구와 유한 생산물을 갖는 동적생산계획문제에서 생산준비비용의 절감 효과에 관한 연구를 수행하였다.

또한 DLSP의 활발한 연구가 진행되고 있는 동안 많은 국가에서 폐자원을 재활용할 수 있는 제품의 생산단계 이전인 설계단계부터 환경문제를 고려하고자하는 환경친화적 제조시스템(ECMS : environmentally conscious manufacturing system)이 1990년대 초부터 제조시스템 분야의 새로운 연구과제로 등장하게 되었다. 특히 ECMS 분야 중에서 제품 및 부품의 수명을 연장시켜서 폐기물화 되는 중요 자원의 양을 줄이고자 하는 재생산(remanufacturing)시스템이 미국을 비롯한 몇몇 국가에서 중점적으로 연구되고 있다[1]. 본격적으로 재생산 환경에서의 일정계획에 관한 연구를 시작한 것은 Guide와 Spencer[8]에 의해서였다. Guide와 Spencer[8]는 재생산 환경에서의 시스템의 가용성, 기준시간, 자재 복구율, 자재사용 등을 rough-cut capacity planning(RCCP)방법으로 평가하였다. Guide[7]는 그 후 drum-buffer-robe 이론을 바탕으로 재생산 환경에서의 일정계획에 대한 연구를 수행하였다. Richter와 Sombrutzki[13]는 중고품 및 폐기물의 절감과 재활용을 위한 재생산계획 수립문제를 연구하였으며, 최소 비용으로 유한계획 기간내 주어진 재생산품의 동적 수요를 만족시키기 위해 매 기간마다 새 제품의 생산과 사용가능한 폐기물 중 얼마만큼의 양을 재생산할 지를 결정하는 문제를 다루었다. 그리고 첫 기간에 저가의 폐기물이 충분히 많은 경우의 재생산계획문제도 함께 다루었다. 또한 주문기[3]는 폐기물 중 일정비율만 완제품으로 다시 생산되는 문제와 매기간 폐기물의 수거량도 함께 결정

하는 문제를 다루었다. Boaz et al.[4]은 알고리즘의 계산복잡도(complexity)가 $O(T^3(\log T)^2)$ 인 생산-재생산계획문제(PRP : production and remanufacturing planning)에서 관련비용이 선형인 경우에 네트워크 흐름을 바탕으로 수송-재생산계획문제(TRP : transportation and remanufacturing planning)로 전환하여 계산복잡도를 $O(T^2(\log T)^2)$ 로 줄이는 알고리즘을 제시하였다. Richter and Sombrutzki[13]는 Richter and Sombrutzki[13]의 연구를 확장하여 생산 및 재생산 계획을 함께 고려한 문제를 다루었고 시간에 따라 일정한 수요와 비용함수를 갖는 경우에 대한 최적해의 구조적 특성을 규명하였다. Inderfurth[9]는 생산 및 재생산이 혼합된 시스템에서 생산설비를 통해 생산된 고품질의 완제품으로 재생산설비에서 재생된 저품질의 재생품을 대체할 수 있는 혼합 생산-재생산 시스템에 대한 최적 정책을 수립하는 방안을 제시하였다. 이 논문에서는 확률적 수요와 비용함수를 고려하여 최적해를 도출하였다. Yang et al.[20]은 생산-재생산계획문제에서 모든 비용함수들이 오목함수인 경우에 이 문제가 NP-hard임을 보였고 네트워크 흐름 분석을 이용하여 최적해의 구조적 특성을 규명하고 이를 기반으로 휴리스틱 알고리즘을 제안하였다. 이동은 등[2]은 용량제약을 갖는 단일설비에서의 동적 재생산계획문제를 다루었고 이 문제에 대한 최적해의 구조적 특성을 규명하였으며 이를 기반으로 최적해를 찾기 위한 동적계획법 알고리즘을 제시하였다. 또한, 동일한 용량제약을 갖는 경우에 최적해를 효율적으로 찾을 수 있는 네트워크 기반의 알고리즘도 제안하였다. 그러나 완제품의 구매할인 정책을 함께 고려한 동적 재생산계획문제는 연구되지 않았다.

본 논문은 중고품에 대한 재생산계획 및 완제품에 대한 구매할인정책을 고려한 구매계획을 동시에 결정하는 동적 재생산-구매계획문제를 다룬다. 이를 위해, 제 2장에서는 재생산-구매계획 수립을 위한 수리모형을 제시하고 제 3장에서는 최적해의 정점(extreme point)의 특성을 규명하여 최적해의 성

질을 찾아낸다. 또한, 재고분할성질을 이용하여 최적 재생산-구매계획을 수립할 수 있는 동적계획법 알고리즘을 제안한다. 제 4장에서는 계획기간의 초기에 완제품의 총수요를 만족시킬 수 있을 정도로 중고품의 양을 충분히 보유하고 있는 경우($d_1 \geq D_{1T}$)에 효율적으로 최적 재생산-구매순서를 찾을 수 있는 네트워크 기반의 알고리즘을 제시한다. 제 5장에서는 수치예제를 통해 알고리즘의 적용절차를 설명한다. 마지막으로 본 논문에 대한 요약과 추후 연구방향에 대한 내용을 기술한다.

2. 수리모형

계획기간초의 중고품의 재고와 완제품의 재고는 0이며, 마지막 계획기간에서의 완제품의 재고가 0이라 가정할 때, 재생산계획 및 구매계획의 수립을 위한 수리모형은 다음과 같이 정형화될 수 있다 :

$$(P) \text{ Min } \sum_{t=1}^T [R_t(x_t) + P_t(z_t) + h_t \cdot Y_t + H_t \cdot I_t]$$

$$\text{s.t. } Y_t = Y_{t-1} - x_t + r_t, \quad t=1, 2, \dots, T, \quad (1)$$

$$I_t = I_{t-1} + x_t + z_t - D_t, \quad t=1, 2, \dots, T, \quad (2)$$

$$Y_0 = I_0 = 0, I_T = 0, \quad t=1, 2, \dots, T, \quad (3)$$

$$x_t, z_t, Y_t, I_t \geq 0, \quad t=1, 2, \dots, T. \quad (4)$$

위의 수리모형에서 사용되는 기호의 정의는 다음과 같다.

- x_t : 기간 t 초에 재생산되는 중고품의 양,
- z_t : 기간 t 초에 구매되는 재생산품의 양,
- Y_t : 기간 t 말의 중고품 재고량,
- I_t : 기간 t 말의 재생산품 재고량,
- T : 재생산 계획기간,
- t : 기간을 나타내는 첨자,
- r_t : 기간 t 에서 중고품 양,
- D_t : 기간 t 의 재생산품 수요량,
- $R_t(x_t)$: 기간 t 에서의 재생산비용함수(오목함수),
- $P_t(z_t)$: 기간 t 에서의 구매비용함수(오목함수),

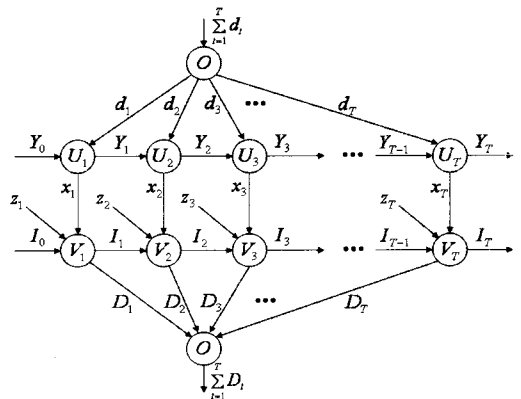
- H_t : 기간 t 에서의 재생품 단위당 재고유지비용,
- h_t : 기간 t 에서의 중고품 단위당 재고유지비용.

재생산품에 대한 구매비용은 다음과 같은 할인 가격이 고려된 함수구조를 갖는다.

$$P_t(z_t) = \begin{cases} 0 & \text{if } z_t = 0 \\ K_t + p_{1t} \cdot z_t, & \text{if } 0 < z_t < Q \\ K_t + p_{2t} \cdot z_t & \text{if } z_t \geq Q \end{cases}$$

여기서, K_t , p_{1t} 와 p_{2t} 는 각각 구매준비비용, 할인 가격이 적용되지 않은 단위당 구매비용과 할인가격이 적용된 단위당 구매비용을 나타내고 Q 는 할인 가격이 적용되는 로트크기이며, 모든 t 에 대해, $p_{1t} > p_{2t}$ 이 성립된다. 또한, 완제품의 재고유지비용이 중고품의 재고유지비용보다 큰 것이 보다 현실적이므로, 모든 t 에 대해, $H_t \geq h_t$ 가 성립된다고 가정한다.

제약식 (1)은 중고품 및 폐기물의 재고수준에 대한 균형식을 나타내고, 제약식 (2)는 재생품의 재고수준에 대한 균형식을 나타낸다. 문제 P 의 제약식 (1)~식 (4)는 선형 방정식으로 구성되어 있어, 볼록집합(convex set)을 형성하고 목적함수가 오목함수이므로 최소비용에 대응되는 최적해는 정점(extreme point)에서 발생한다. 따라서 정점의 특성을 규명함으로써 최적해의 성질을 쉽게 찾을 수 있다. 수리모형 P 를 네트워크 모형으로 표현하면



[그림 1] 문제 P의 네트워크 표현

[그림 1]과 같이 나타낼 수 있다.

Yang 등[20]의 연구에서, 생산시스템을 구매시스템으로 해석할 때, 본 연구는 Yang 등[20]과 유사한 대상환경이 되나, 문제 P 는 구매비용의 특성에 따라 할인가격이 적용되는 로트크기 Q 에 의해 최적해가 제약받게 되어 또 다른 최적해의 특성을 갖게 된다. 또한 Yang 등[20]으로부터, 문제 P 는 할인가매우선에 의한 추가 제약을 갖게 되므로 NP-hard문제임을 알 수 있다.

3. 최적해의 성질

최적해의 성질을 효과적으로 표현하기 위해 다음과 같이 재생점, 재고점, 재생산점, 완전구매점, 부분구매점, 그리고 재생산-구매순서를 정의한다.

[정의 1]

- 1) $Y_t \cdot I_t = 0$ 이면 기간 t 는 재생점이다.
- 2) $I_t = 0$ 이면 기간 t 는 재고점이다.
- 3) $x_t > 0$ 이면 기간 t 는 재생산점이다.
- 4) $z_t = Q$ 이면 기간 t 는 완전구매점이다.
- 5) $0 < z_t < Q$ 혹은 $z_t > Q$ 이면 기간 t 는 부분구매점이다.
- 6) 다음을 만족하는 재생산-구매계획은 재생산-구매순서이다.

$$S_{uv}(i, j; k, l) =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_t, z_t, \\ u < t \leq v \end{array} \left| \begin{array}{l} Y_u = i, I_u = j, \text{ and } Y_v = k, I_v = l; \\ Y_u \cdot I_u = 0 = Y_v \cdot I_v; \\ Y_t, I_t > 0, u < t < v \end{array} \right. \right\}$$

실행가능한 재생산-구매계획 X 는 하나 이상의 재생산-구매순서들로 분할될 수 있다. 문제의 가정에 의해 $Y_0 = I_0 = I_T = 0$ 이므로 $Y_0 \cdot I_0 = Y_T \cdot I_T = 0$ 이다. 따라서 최소한 하나의 재생산-구매순서 $S_{0T}(0, 0; m, 0)$ 가 존재한다. 여기서, $m = \max(0, \sum_{t=1}^T d_t - \sum_{t=1}^T D_t)$. 일반적으로 만약 하나의 실행가능한 재생

산-구매계획이 k 개의 재생점들을 포함한다면 그 재생산-구매계획은 $(k-1)$ 개의 재생산-구매순서들로 나누어 질 수 있다. 만약 실행가능한 재생산-구매계획 X 가 재생산-구매순서 $S_{mn}(i, j; k, l)$ 을 포함한다면, $S_{mn}(i, j; k, l) = \frac{1}{2}(S_{mn}^1(i, j; k, l) + S_{mn}^2(i, j; k, l))$ 이 되는 두 개의 서로 다른 재생산-구매순서 $S_{mn}^1(i, j; k, l)$ 과 $S_{mn}^2(i, j; k, l)$ 이 존재하고, 이 재생산-구매순서들을 포함한다는 것을 제외하면 X 와 동일한 두개의 실행가능한 재생산-구매계획 $X^1 = (x_1^1, \dots, x_T^1, z_1^1, \dots, z_T^1)$ 과 $X^2 = (x_1^2, \dots, x_T^2, z_1^2, \dots, z_T^2)$ 를 만들 수 있기 때문에 X 는 정점이 아니다. 이러한 성질을 이용하여 최적해의 성질을 효과적으로 규명하기 위해 다음을 정의한다.

D 를 정점(Extreme Point)들의 집합이라 정의할 때, 다음과 같은 최적해의 성질들을 규명할 수 있다. 네트워크이론으로부터, [그림 1]의 네트워크에서의 최적 흐름(optimal flow)의 성질은 문제 P 의 정점의 성질과 일치한다.

[정리 1] D 내에 있는 실행가능한 재생산-구매계획 X 를 구성하는 재생산-구매순서에서 재생산점은 최대한 하나만을 포함한다.

[증명] 2개의 재생산점 $b, d(u+1 \leq b < d \leq v)$ 를 갖는 재생산-구매순서가 존재한다고 가정한다. [정의 1]에 의해 재생산-구매순서에서 $u < t < v$ 에 대해 $Y_t > 0, I_t > 0$ 이다. 따라서 $(Y_b, \dots, Y_d, x_d, I_{d-1}, \dots, I_b, x_b)$ 에 의한 양의 값을 갖는 unsaturated loop가 형성된다. 이 경우는 네트워크이론에 의해 최적해가 아니므로 정점이 아니다. 따라서 증명은 완료된다.

[정리 2] D 내에 있는 실행가능한 재생산-구매계획 X 를 구성하는 재생산-구매순서에서 부분구매점은 최대한 하나만을 포함한다.

[증명] 2개의 부분구매점 $b, d(u+1 \leq b < d \leq v)$ 를 갖는 재생산-구매순서가 존재한다고 가정한다. [정의 1]에 의해 재생산-구매순서에서 $u < t < v$ 에 대해 $I_t > 0$ 이다. 따라서 $(z_b, I_b, \dots, I_{d-1}, z_d)$ 에 의한 양의 값을 갖는 unsaturated loop가 형성된다. 이 경우는 네트워크이론에 의해 최적해가 아니므로 정점이 아니다. 따라서 증명은 완료된다.

[정리 3] D 내에 있는 실행가능한 재생산-구매계획 X 를 구성하는 재생산-구매순서에서 재생산점과 부분구매점은 동시에 발생하지 않는다.

[증명] 재생산점과 부분구매점이 각각 $b, d(u+1 \leq b \leq d \leq v)$ 라고 가정한다. [정의 1]에 의해 재생산-구매순서에서 $u < t < v$ 에 대해 $Y_t > 0, I_t > 0$ 이다. 따라서 $(Y_b, \dots, Y_d, z_b, I_{d-1}, \dots, I_b, x_b)$ 에 의한 양의 값을 갖는 unsaturated loop가 형성된다. 이 경우는 네트워크이론에 의해 최적해가 아니므로 정점이 아니다. 또한, 부분구매점과 재생산점이 각각 $b, d(u+1 \leq b \leq d \leq v)$ 라고 가정해도 이 사실은 성립된다. 따라서 증명은 완료된다.

이상과 같이 규명한 최적해의 성질을 통해, 수리모형 P 가 분할되어 풀릴 수 있음을 보여주는 중요한 성질을 다음과 같이 얻을 수 있다.

[정리 4] (재고분할성질)

다음과 같은 제약식이 (1)~(4)에 추가된다고 하자.

$$Y_k \cdot I_k = 0 \text{ for some } k \in \{1, 2, \dots, T-1\}. \quad (6)$$

문제 P 에 대한 최적해는 처음 k 기간과 나머지 $T-k$ 기간에 대한 문제를 독립적으로 풀이함으로써 얻을 수 있다.

[증명] 재생산비용과 구매비용은 각각 특정기간에 재생산된 양과 구매된 양에 의해 발생되고 식 (6)에 의해 마지막 $T-k$ 기간과 연관된 재고비용은 단지 이 기간들 동안의 재생산 및 구매에 대한 의사결정들에 의해서만 발생됨을 알 수 있다. 식 (6)은 나머지 $T-k$ 기간의 문제에 대한 실행가능해의 존재를 보증해 준다. 따라서 증명은 완료된다.

[정리 4]의 결과를 이용하여 수리모형 P 에 대한 최적해를 효율적으로 찾을 수 있는 동적계획법 알고리즘을 다음과 같이 제안할 수 있다:

$$f_T(0, 0) = 0, \quad (7)$$

$$f_u(i, j) = \min_{u < v \leq T} \{d_{uv}(i, j; k, l) + f_v(k, l)\},$$

$$\text{for } u = T-1, \dots, 1, 0,$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, l = 0, 1, 2, \dots$$

여기서,

$f_t(i, j)$ = 기간 $t, t+1, \dots, T$ 에서 $Y_t = i, I_t = j$ 일 때 최적해와 관련된 비용, $d_{uv}(i, j; k, l) = Y_u \cdot I_u = Y_v \cdot I_v = 0$ 이고 $u < t < v$ 에 대해 $Y_t > 0, I_t > 0$ 이며 $Y_u = i, I_u = j$ 그리고 $Y_v = k, I_v = l$ 일 때, 기간 $u+1, \dots, v$ 에서의 최적해와 관련된 비용.

동적계획법 알고리즘 (7)을 적용하기 위해 필요한 비용값 $d_{uv}(i, j; k, l)$ 는 [정리 1], [정리 2], [정리 3]을 만족하는 $S_{uv}(i, j; k, l)$ 들 중 최소비용을 주는 재생산-구매순서와 대응됨을 알 수 있다.

최적 재생산-구매계획을 얻기 위해서는 재생점 t 가 갖는 성질을 이해함으로써 Y_t 와 I_t 가 취할 수 있는 값의 범위를 정할 수 있다. 이는 동적계획법 알고리즘을 수행하기 위해 필요한 상태변수 ($Y_t = k, I_t = l$)의 가능한 경우의 수를 제안함으로써 계산량을 줄일 수 있다.

Yang 등[20]의 연구에 의해, 일반적인 생산 및 재생산 계획문제에서, $Y_{T+1} = 0, I_{T+1} = 0, r_{T+1} = 0,$

$D_{T+1} = Y_0 + I_0 + d_{1T}$, $R_{T+1}(\cdot) = \infty$, $P_{T+1}(\cdot) = 0$ 으로 고정함으로써 새롭게 정의된 기간($T+1$)-문제는 원문제의 최적해의 성질을 그대로 유지하게 된다. 따라서 본 논문에서도 $Y_T = I_T = 0$ 으로 가정해도 무방하며 문제 P 에 대한 재생점 t 에서의 Y_t 와 I_t 가 가질 수 있는 값은 다음과 같다.

- 1) $\max\{Y_T(=0) - r_{t+1,T}, 0\} \leq Y_t \leq Y_0(=0) + r_{1t}$,
for $t=1, 2, \dots, T-1$.
따라서, $0 \leq Y_t \leq r_{1t}$, for $t=1, 2, \dots, T-1$.
- 2) $\max\{I_0(=0) - D_{1t}, 0\} \leq I_t \leq I_T(=0) + D_{t+1,T}$,
for $t=1, 2, \dots, T-1$.
따라서, $0 \leq I_t \leq D_{t+1,T}$,
for $t=1, 2, \dots, T-1$.
- 3) $Y_t \cdot I_t = 0$, for $t=1, 2, \dots, T-1$.

따라서, 동적계획법 알고리즘 (7)의 계산량은 상태변수 Y_t 와 I_t 가 취할 수 있는 값들에 크게 의존됨을 알 수 있다.

4. $r_1 \geq D_{1T}$ 인 경우

계획기간의 초기에 중고품의 양이 완제품의 총수요량을 만족시킬 수 있도록 충분히 보유하고 있다고 가정한다. 즉, $r_1 \geq D_{1T}$ 이고 $r_t = 0$, $t=2, 3, \dots, T$ 라고 가정한다. 여기서, $r_{1t} = \sum_{j=1}^t r_j$ 이고 $D_{1t} = \sum_{j=1}^t D_j$ 라 정의한다.

이때 제약식 (1)과 (2)를 더하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다:

$$y_t + I_t = S_t + \sum_{j=1}^t z_j,$$

여기서, $S_t = r_{1t} - D_{1t} = r_1 - D_{1t} \geq 0$, $t=1, 2, \dots, T$.

또한, Richter와 Weber[14]에서처럼, 문제 P 의 목적함수식은 다음과 같이 수정될 수 있다:

$$\sum_{t=1}^T [R_t(x_t) + P_t(z_t) + h_{tT} \cdot z_t + H_t' \cdot I_t] + C.$$

여기서, $C = \sum_{t=1}^T h_{tT} S_t$, $H_t' = H_t - h_t$, 그리고 $h_{tT} = \sum_{j=t}^T h_j$ 이다.

따라서, $r_1 \geq D_{1T}$ 의 조건에 의해, 문제 P 의 최적화 모형은 다음과 같이 수정된다:

$$(P') \text{ Min } \sum_{t=1}^T [R_t(x_t) + P_t(z_t) + h_{tT} \cdot z_t + H_t' \cdot I_t] + C$$

$$\text{s.t. } I_t = I_{t-1} + x_t + z_t - D_t, \quad t=1, 2, \dots, T, \quad (8)$$

$$I_0 = I_T = 0, \quad t=1, 2, \dots, T, \quad (9)$$

$$x_t, z_t, I_t \geq 0, \quad t=1, 2, \dots, T. \quad (10)$$

그러나 문제 P' 에 대한 최적해의 성질은, 할인가격이 적용되는 구매비용함수 $P_t(z_t)$ 의 특수성으로 인해, Richter and Weber[14]의 연구결과를 따르지 않는다. 제 3장에서 분석되었던 [정리 1], [정리 2] 그리고 [정리 3]에 의해, 다음과 같은 따름정리를 얻을 수 있다.

[따름정리 1] 문제 P' 에 대한 최적해는 다음의 성질을 만족해야 한다:

$$x_t \cdot z_t \cdot (Q - z_t) = 0, \quad t=1, 2, \dots, T.$$

[증명] 임의의 기간 t 에 대해, $x_t > 0$ 이고 $0 < z_t < Q$ 혹은 $z_t > Q$ 이라고 가정하면 재생산점과 부분구매점이 동시에 존재하게 된다. 이 경우는 [정리 3]에 의해 정점이 아니다.

따라서, [따름정리 1]에 의해 재고점($I_t = 0$)에 의한 재고분할성질이 만족되어, 동적계획법 알고리즘 (7)은 다음과 같이 단순화될 수 있다:

$$f_T = 0,$$

$$f_u = \min_{u < v \leq T} \{d_{uv} + f_v\},$$

$$\text{for } u = T-1, \dots, 1, 0. \quad (11)$$

여기서, $f_t =$ 기간 $t, t+1, \dots, T$ 에서, $I_t=0$ 일 때 최적해와 관련된 비용, $d_{uv} = I_u = I_v = 0$ 이고 $u < t < v$ 에 대해 $I_t > 0$ 일 때, 기간 $u+1, \dots, v$ 에서의 최적해와 관련된 비용.

따라서, 동적계획법 알고리즘 (11)은 비용값 d_{uv} 를 모두 알고 있을 때, 계산복잡도 $O(T^2)$ 를 갖는다. 비용값 d_{uv} 의 계산은, 연속된 재고점 u 와 v 에 의해 분할된 (u, v) -문제에 대해, 총수요량 $D_{u+1,v}$ 를 만족하는 재생산량과 구매량의 조합을 결정하는 문제가 된다. [따름정리 1]로부터 비용값 d_{uv} 는 실행가능한 “재생산-구매순서” S_{uv} 들 중 최소비용을 주는 재생산-구매순서와 대응됨을 알 수 있다. 또한, 최적 재생산-구매순서는 비순환 네트워크(acyclic network)에서의 최단경로문제의 최적해를 찾음으로써 얻을 수 있다. 제 4.1절에서는 이를 상세히 설명한다.

$D_{u+1,v} = nQ + \epsilon$ 을 만족하는 ϵ 을 찾을 수 있다. 여기서 $0 \leq \epsilon < Q$ 이고 n 은 비음정수이다.

[따름정리 2] (u, v) -문제에 대해, 최적 재생산-구매순서는 완전구매수준 Q 를 갖는 k 개의 완전구매점, 부분구매수준 $lQ + \epsilon$ 을 갖는 최대한 하나의 부분구매점 혹은 재생산수준 $mQ + \epsilon$ 을 갖는 최대한 하나의 재생산점, 그리고 나머지 기간에서는 0의 재생산수준 및 구매수준을 갖는다. 여기서, k, l, m 은 비음정수이다.

[따름정리 2]는 [정리 1], [정리 2], [정리 3] 그리고 [따름정리 1]에 의해 자동적으로 만족됨을 알 수 있다.

4.1 최적 재생산-구매순서

최적 재생산순서와 d_{uv} 를 찾는 방법은 비순환네트워크에서의 최소비용경로를 찾는 것이다. [따름

정리 2]로부터 구매수준은 $0, Q, kQ + \epsilon$ (k 는 비음정수) 중 하나임을 알 수 있다. 따라서, 기간 $u+1$ 부터 기간 v 사이의 누적구매량 $Z_n = \sum_{i=u+1}^n z_i$ ($u+1 \leq n \leq v$)

는 $\{0, \epsilon, Q, Q + \epsilon, \dots, kQ, kQ + \epsilon\}$ 의 값들 중 하나를 갖는다. 또한, [따름정리 2]로부터 재생산수준은 0 혹은 $mQ + \epsilon$ (m 은 비음정수) 중 하나임을 알 수 있다.

따라서, 누적재생산량 $X_n = \sum_{i=u+1}^n x_i$ ($u+1 \leq j \leq v$)는 $\{0, \epsilon, Q + \epsilon, \dots, mQ + \epsilon\}$ 의 값들 중 하나를 갖는다.

그러므로, 각 n ($n = u+1, \dots, v$)에 대해, (X_n, Z_n) 의 가능한 값들을 마디로 하고 호를($(X_n, Z_n), (X_{n+1}, Z_{n+1})$)로 하는 비순환네트워크를 구성할 수 있다. 이때, 기간 n 과 $n+1$ 사이의 마디들의 상호관계는 다음과 같은 경우들로 구성된다:

- 1) $X_n = 0$ 이고 $Z_n = lQ$ 이면, 다음 마디는 $X_{n+1} = X_n + (0, \epsilon, Q + \epsilon, \dots, \text{혹은 } mQ + \epsilon)$ 이고 $Z_{n+1} = Z_n$ 의 값을 가지거나, $X_{n+1} = X_n$ 이고 $Z_{n+1} = Z_n + (0, \epsilon, Q, Q + \epsilon, \dots \text{혹은 } l'Q + \epsilon)$ 의 값을 가진다(여기서, l, m, l' 는 비음 정수).
- 2) $X_n = 0$ 이고 $Z_n = lQ + \epsilon$ 이면, 다음 마디는 $X_{n+1} = X_n$ 이고 $Z_{n+1} = Z_n + (0 \text{ 혹은 } Q)$ 의 값을 가진다.
- 3) $X_n = mQ + \epsilon$ 이고 $Z_n = lQ$ 이면, 다음 마디는 $X_{n+1} = X_n$ 이고 $Z_{n+1} = Z_n + (0 \text{ 혹은 } Q)$ 의 값을 가진다.

이러한 비순환 네트워크에서 다음과 같은 경우들은 비실행가능해를 제공하게 되어 마디의 생성과 호의 비용계산에서 배제할 수 있다.

- 1) 노드들 간의 3가지 상호관계를 제외한 나머지 경우들은 비실행가능해를 제공하게 되며 이러한 호와 관련된 비용은 ∞ 가 된다.
- 2) $u < n \leq v$ 에 대해 $X_n + Z_n < D_{u+1,n}$ 이면 $I_n < 0$ 이 되어, 재생산-구매순서의 정의에 의해 비실행가능해가 된다. 이 경우, 노드 (X_n, Z_n) 은 제거된다.
- 3) $u < n < v$ 에 대해 $X_n + Z_n = D_{u+1,n}$ 이면 $I_n = 0$ 이 되어, 재생산-구매순서의 정의에 의해 비

실행가능해가 된다. 이 경우, 마디 (X_n, Z_n) 은 제거된다.

이러한 비순환네트워크는 인위적인 시작마디 (X_s, Z_s) 를 가지며 이때 $X_s = 0$ 이고 $Z_s = 0$ 이다. 또한, 인위적인 종결마디 (X_t, Z_t) 를 가지며 직전 마디 (X_v, Z_v) 와 종결마디 사이의 모든 가능한 호와 관련된 비용은 0으로 한다. 시작마디 (X_s, Z_s) 로부터 종료마디 (X_t, Z_t) 까지의 모든 경로는 실행가능한 “재생산-구매순서”를 나타내며 $X_i + Z_i = D_{u+1,v}$ 을 만족해야 한다. 이때 각 호와 관련된 비용은 다음과 같이 계산된다:

$$\begin{aligned} f((X_n, Z_n), (X_{n+1}, Z_{n+1})) &= R_{n+1}(X_{n+1} - X_n) + P_{n+1}(Z_{n+1} - Z_n) \\ &+ h_{n+1,T} \cdot (Z_{n+1} - Z_n) \\ &+ H'_{n+1} \cdot (X_{n+1} + Z_{n+1} - D_{u+1,v}), \\ n &= s, u+1, \dots, v-1. \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, $X_s = Z_s = 0$ 을 갖는다.

따라서 시작마디 (X_s, Z_s) 로부터 종료마디 (X_t, Z_t) 까지의 최소비용경로는 최적 재생산-구매순서가 되고 그 최소비용은 d_{uv} 가 된다.

제안된 동적 알고리즘 (11)의 계산복잡도(Computational Complexity)를 알기 위해, d_{uv} 의 계산을 위한 비순환네트워크에서 임의의 기간 n 에 대해 발생하는 마디의 수를 살펴보자. $M = \lfloor D_{1,T}/Q \rfloor$ 라 하고 $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 같거나 큰 가장 작은 정수라 정의한다. $X_n = 0$ 이고 $Z_n = lQ$ 일 때(이 때 가능한 Z_n 의 수는 최대 M 이다), 기간 n 과 $n+1$ 사이에 발생가능한 호의 수는 최대 $2M^2$ 이다. $X_n = 0$ 이고 $Z_n = lQ + \epsilon$ 일 때(이 때 가능한 Z_n 의 수는 최대 M 이다), 기간 n 과 $n+1$ 사이에 발생가능한 호의 수는 최대 $2M$ 이다. 또한 $X_n = mQ + \epsilon$ 이고 $Z_n = lQ$ (이 때 가능한 X_n 과 Z_n 의 수는 각각 최대 M 이다) 일 때, 기간 n 과 $n+1$ 사이에 발생가능한 호의 수는 최대 $2M^2$ 이다. 그러므로 기간 n 과 $n+1$ 사이에 발생할

수 있는 모든 호를 계산하기 위한 계산복잡도는 $O(M^2)$ 이 되므로 d_{uv} 의 계산복잡도는 $O((v-u) \cdot M^2)$ 이 되고 모든 d_{uv} 를 찾기 위한 계산복잡도는 $O(M^2 \cdot T)$ 가 된다. 따라서 동적계획법 알고리즘 (11)의 전체 계산복잡도는 $O(M^2 T^3)$ 이 된다. 만일 $Q \geq \max\{D_t, t=1, 2, \dots, T\}$ 이 만족된다면, 동적계획법 알고리즘의 계산복잡도는 $O(T^5)$ 이하가 된다. 따라서 동적계획법 알고리즘의 효율성이 Q 의 크기에 크게 좌우됨을 알 수 있다.

5. 수치예제

동적계획법 알고리즘 (11)의 적용절차를 설명하기 위해 다음과 같은 4기간을 갖는 문제를 이용한다.

- 1) 재생산품 수요량 벡터 : $\{D_t\} = (17, 4, 10, 27)$,
중고품량 벡터 : $\{r_t\} = (58, 0, 0, 0)$,
- 2) 재생산비용함수 : $R_t(x_t) = 35 \cdot \delta(x_t) + 3 \cdot x_t$,
 $t = 1, 2, \dots, 5$, 여기서, $\delta(x_t)$ 는 $x_t > 0$ 이면 1, 아니면 0인 이진변수이다.
- 3) 할인량 $Q = 10$ 과 구매 비용함수 :
$$P_t(z_t) = \begin{cases} 0 & \text{if } z_t = 0 \\ 20 + 2 \cdot z_t & \text{if } 0 < z_t < 10, \\ 20 + 1 \cdot z_t & \text{if } z_t \geq 10 \end{cases}$$

 $t = 1, 2, \dots, 5$,
- 4) 중고품 재고유지 비용 : $h_t(Y_t) = 1 \cdot Y_t$,
- 5) 재생산품 재고유지 비용 : $H_t(I_t) = 2 \cdot I_t$.

상기의 주어진 비용데이터로부터 다음의 비용데이터를 계산할 수 있다:

- 1) $h_{14} = 4, h_{24} = 3, h_{34} = 2, h_{44} = 1$,
- 2) $H'_t = H_t - h_t = 1, t = 1, 2, \dots, 5$.

동적계획법 알고리즘의 적용을 위해서는 모든 실행가능한 재생산-구매순서에 대응되는 d_{uv} 의 계산이 요구된다. 먼저, d_{03} 의 계산방법을 설명한다.

$D_{13} = 17 + 4 + 10 = 31$ 이고 $\epsilon = \text{MOD}(31, 10) = 1$ 임을 알 수 있다. 여기서, $\text{MOD}(x, y)$ 는 x 를 y 로 나눌

때의 나머지를 나타낸다. 모든 실행가능한 노드와 호를 열거하여 비순환 네트워크를 구성하면 [그림 2]와 같다. [그림 2]에서 (X_s, Z_s) 와 (X_t, Z_t) 는 각각 시작노드와 종결마디를 의미하며 기간 $n=2$ 에서의 노드들 중 $(21, 0)$, $(11, 10)$ 및 $(0, 21)$ 의 경우는 $I_2=0$ 가 되므로 비실행가능해가 되어 제거된다. 기간 $n=1, 2, 3$ 에서의 노드들 중 $X_n+Z_n < D_{u+1,n}$ 을 만족하는 노드들 또한 비실행가능해가 되어 제거되었다. 또한, 기간 $n=3$ 에서의 실행가능한 노드들은 $X_3+Z_3=D_{13}=31$ 이 만족되어야 하므로 나머지 경우들은 제거되었다. [그림 2]에서의 각 호에 대한 비용계산 방법을 정리하면 아래와 같다.

① $n=s$ 와 $n=1$ 에서 $((X_s, Z_s), (31, 0))$ 의 경우
 $x_1 = X_1 - X_s = 31 - 0 = 31$, $z_1 = Z_1 - Z_s = 0 - 0 = 0$,
 $I_1 = X_1 + Z_1 - D_{11} = 31 + 0 - 17 = 14$ 이므로 비용은 다음과 같다:

$$f((0, 0), (31, 0)) = 35 + 3 \times 31 + 1 \times (31 - 17) = 142.$$

② $n=s$ 와 $n=1$ 에서 $((X_s, Z_s), (21, 0))$ 의 경우
 $x_1 = X_1 - X_s = 21 - 0 = 21$, $z_1 = Z_1 - Z_s = 0 - 0 = 0$,
 $I_1 = X_1 + Z_1 - D_{11} = 21 + 0 - 17 = 4$ 이므로 비용은 다음과 같다:

$$f((0, 0), (21, 0)) = 35 + 3 \times 31 + 1 \times (21 - 17) = 102.$$

③ $n=s$ 와 $n=1$ 에서 $((X_s, Z_s), (11, 10))$ 의 경우
 $x_1 = X_1 - X_s = 11 - 0 = 11$, $z_1 = Z_1 - Z_s = 10 - 0 = 10$,
 $I_1 = X_1 + Z_1 - D_{11} = 11 + 10 - 17 = 4$ 이므로 비용은 다음과 같다:

$$\begin{aligned} f((0, 0), (11, 10)) &= 35 + 3 \times 31 + 20 + 1 \times 10 + 4 \times 10 + 1 \times (21 - 17) \\ &= 142. \end{aligned}$$

④ $n=s$ 와 $n=1$ 에서 $((X_s, Z_s), (21, 10))$ 의 경우
 $x_1 = X_1 - X_s = 21 - 0 = 21$, $z_1 = Z_1 - Z_s = 10 - 0 = 10$,
 $I_1 = X_1 + Z_1 - D_{11} = 21 + 10 - 17 = 14$ 이므로 비용은 다음과 같다:

$$\begin{aligned} f((0, 0), (21, 10)) &= 35 + 3 \times 21 + 20 + 1 \times 10 + 4 \times 10 + 1 \times (31 - 17) = 192 \\ &= 192. \end{aligned}$$

⑤ $n=s$ 와 $n=1$ 에서 $((X_s, Z_s), (0, 21))$ 의 경우

$x_1 = X_1 - X_s = 0 - 0 = 0$, $z_1 = Z_1 - Z_s = 21 - 0 = 21$,
 $I_1 = X_1 + Z_1 - D_{11} = 0 + 21 - 17 = 4$ 이므로 비용은 다음과 같다:

$$\begin{aligned} f((0, 0), (0, 21)) &= 20 + 1 \times 21 + 4 \times 21 + 1 \times (21 - 17) = 129. \end{aligned}$$

⑥ $n=s$ 와 $n=1$ 에서 $((X_s, Z_s), (0, 31))$ 의 경우
 $x_1 = X_1 - X_s = 0 - 0 = 0$, $z_1 = Z_1 - Z_s = 31 - 0 = 31$,
 $I_1 = X_1 + Z_1 - D_{11} = 0 + 31 - 17 = 14$ 이므로 비용은 다음과 같다:

$$\begin{aligned} f((0, 0), (0, 31)) &= 20 + 1 \times 31 + 4 \times 31 + 1 \times (31 - 17) = 189. \end{aligned}$$

⑦ $n=1$ 와 $n=2$ 에서 $((31, 0), (31, 0))$ 의 경우
 $x_2 = X_2 - X_1 = 31 - 31 = 0$, $z_2 = Z_2 - Z_1 = 0 - 0 = 0$,
 $I_2 = X_2 + Z_2 - D_{12} = 31 + 0 - 21 = 10$ 이므로 비용은 다음과 같다:

$$f((31, 0), (31, 0)) = 1 \times (31 - 21) = 10.$$

⑧ $n=1$ 와 $n=2$ 에서 $((21, 0), (21, 10))$ 의 경우
 $x_2 = X_2 - X_1 = 21 - 21 = 0$, $z_2 = Z_2 - Z_1 = 10 - 0 = 10$,
 $I_2 = X_2 + Z_2 - D_{12} = 21 + 10 - 21 = 10$ 이므로 비용은 다음과 같다:

$$\begin{aligned} f((21, 0), (21, 10)) &= 20 + 1 \times 10 + 3 \times 10 + 1 \times (31 - 21) = 70. \end{aligned}$$

⑨ $n=1$ 와 $n=2$ 에서 $((21, 10), (21, 10))$ 의 경우
 $x_2 = X_2 - X_1 = 21 - 21 = 0$, $z_2 = Z_2 - Z_1 = 10 - 10 = 0$,
 $I_2 = X_2 + Z_2 - D_{12} = 21 + 10 - 21 = 10$ 이므로 비용은 다음과 같다:

$$f((21, 10), (21, 10)) = 1 \times (31 - 21) = 10.$$

⑩ $n=1$ 와 $n=2$ 에서 $((0, 21), (0, 31))$ 의 경우
 $x_2 = X_2 - X_1 = 0 - 0 = 0$, $z_2 = Z_2 - Z_1 = 31 - 21 = 10$,
 $I_2 = X_2 + Z_2 - D_{12} = 0 + 31 - 21 = 10$ 이므로 비용은 다음과 같다:

$$\begin{aligned} f((0, 21), (0, 31)) &= 20 + 1 \times 10 + 3 \times 10 + 1 \times (31 - 21) = 70. \end{aligned}$$

⑪ $n=1$ 와 $n=2$ 에서 $((0, 31), (0, 31))$ 의 경우
 $x_2 = X_2 - X_1 = 0 - 0 = 0$, $z_2 = Z_2 - Z_1 = 31 - 31 = 0$,
 $I_2 = X_2 + Z_2 - D_{12} = 0 + 31 - 21 = 10$ 이므로 비용은 다음과 같다:

$$f((0, 31), (0, 31)) = 1 \times (31 - 21) = 10.$$

⑫ $n=2$ 와 $n=3$ 에서 $((31, 0), (31, 0))$ 의 경우

$$x_3 = X_3 - X_2 = 31 - 31 = 0, \quad z_3 = Z_3 - Z_2 = 0 - 0 = 0, \\ I_3 = X_3 + Z_3 - D_{13} = 31 + 0 - 31 = 0 \text{이므로 비용은 다음과 같다:}$$

$$f((31, 0), (31, 0)) = 1 \times (31 - 31) = 0.$$

⑬ $n=2$ 와 $n=3$ 에서 $((21, 10), (21, 10))$ 의 경우

$$x_3 = X_3 - X_2 = 21 - 21 = 0, \quad z_3 = Z_3 - Z_2 = 10 - 10 = 0, \\ I_3 = X_3 + Z_3 - D_{13} = 21 + 10 - 31 = 0 \text{이므로 비용은 다음과 같다:}$$

$$f((21, 10), (21, 10)) = 1 \times (31 - 31) = 0.$$

⑭ $n=2$ 와 $n=3$ 에서 $((0, 31), (0, 31))$ 의 경우

$$x_3 = X_3 - X_2 = 0 - 0 = 0, \quad z_3 = Z_3 - Z_2 = 31 - 31 = 0, \\ I_3 = X_3 + Z_3 - D_{13} = 0 + 31 - 31 = 0 \text{이므로 비용은 다음과 같다:}$$

$$f((0, 31), (0, 31)) = 1 \times (31 - 31) = 0.$$

⑮ $n=3$ 과 $n=t$ 에서의 경우

이 경우는 모든 노드들이 종결노드 (X_t, Z_t) 로 연결되므로 관련된 모든 호들의 비용은 0이다.

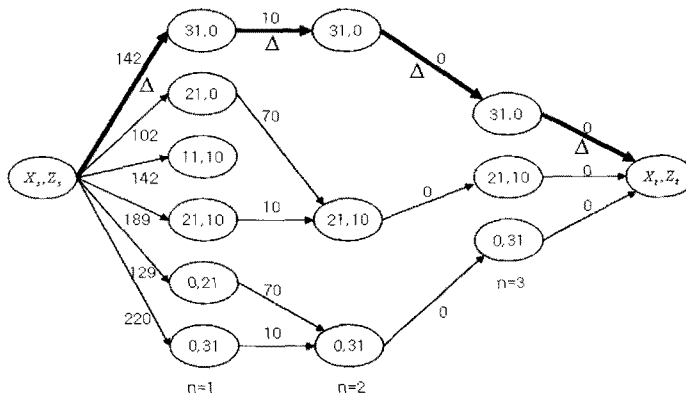
[그림 2]와 같은 비순환네트워크에서 최적 재생산-구매계획은 최단경로와 일치하며 주어진 $(0, 3)$ -문제에서의 최적 재생산-구매계획은 $x_1 = 31, x_2 = 0, x_3 = 0, z_1 = 0, z_2 = 0, z_3 = 0$ 이며 이 때, 최소비용은

152로 $d_{03} = 152$ 가 된다.

이와 같은 방법으로 모든 실행가능한 d_{uv} 를 계산한 결과를 정리하면 <표 1>과 같다. 이러한 계산 결과를 이용하여, 동적계획법 알고리즘을 적용시킨 계산과정을 정리하면 <표 2>와 같으며 이를 최단 경로문제로 표현하면 [그림 3]과 같다. 따라서, 주어진 문제에 대한 최적 재생산-구매계획은 $x_1 = 21, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, z_1 = 0, z_2 = 0, z_3 = 10, z_4 = 27$ 일 때, 최소비용 226을 제공함을 알 수 있다. 또한, 주어진 문제의 경우에 또 다른 최적해를 가지며 그 최적해는 $x_1 = 31, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, z_1 = 0, z_2 = 0, z_4 = 27$ 이다.

6. 결론

본 논문은 재생산설비를 이용한 중고품의 재생산이나 완제품의 외부 구매를 통해 최소비용으로 계획기간 내의 재생품(혹은 완제품)의 동적 수요를 만족시키는 최적 재생산 및 구매 계획을 동시에 수립하는 문제를 다루었다. 또한 재생품의 구매시 할인가격이 적용되는 구매정책을 고려하였다. 제시한 수리모형의 최적해가 정점에서 발생한다는 성질을 이용하여 정점들의 구조적 특성을 규명하였다. 이



△ : 최소비용 경로

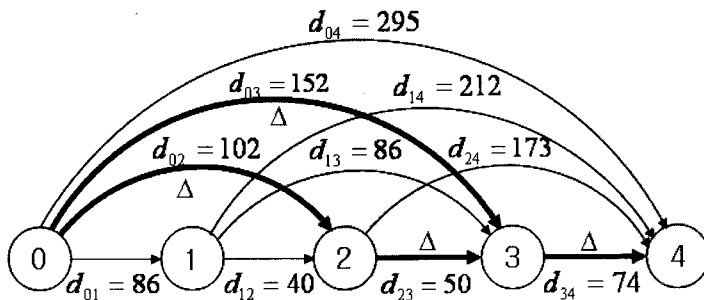
[그림 2] d_{03} 를 계산하기 위한 최소비용 네트워크

〈표 1〉 d_{uv} 의 계산결과

v	u	d_{uv} 값	대응되는 재생산-구매계획 및 재생품재고량
1	0	86	$x_1 = 17, z_1 = 0, I_1 = 0$
2	0	102	$x_1 = 21, x_2 = 0, z_1 = 0, z_2 = 0, I_1 = 4, I_2 = 0$
	1	40	$x_2 = 0, z_2 = 4, I_2 = 0$
3	0	152	$x_1 = 31, x_2 = 0, x_3 = 0, z_1 = 0, z_2 = 0, z_3 = 0, I_1 = 14, I_2 = 10, I_3 = 0$
	1	86	$x_2 = 0, x_3 = 0, z_2 = 14, z_3 = 0, I_2 = 10, I_3 = 0$
	2	50	$x_3 = 0, z_3 = 10, I_3 = 0$
4	0	294	$x_1 = 38, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, z_1 = 0, z_2 = 0, z_3 = 10, z_4 = 10, I_1 = 21, I_2 = 17, I_3 = 17, I_4 = 0$
	1	212	$x_2 = 31, x_3 = 0, x_4 = 0, z_2 = 0, z_3 = 0, z_4 = 10, I_2 = 27, I_3 = 17, I_4 = 0$
	2	173	$x_3 = 27, x_4 = 0, z_3 = 0, z_4 = 10$ 혹은 $x_3 = 37, x_4 = 0, z_3 = 0, z_4 = 0, I_3 = 17, I_4 = 0$
	3	74	$x_4 = 0, z_4 = 27, I_4 = 0$

〈표 2〉 동적계획법 알고리즘 계산과정

u	v	d_{uv} 에 대응되는 재생산-구매계획 (x_1, x_2, x_3, x_4):(z_1, z_2, z_3, z_4)	$d_{uv} + f_v$	f_u	최적 재생산-구매계획 (x_1, x_2, x_3, x_4):(z_1, z_2, z_3, z_4)
3	4	(-, -, -, 0):(-, -, -, 27)	74+0=74	74	(-, -, -, 0):(-, -, -, 27)
2	4	(-, -, 27, 0):(-, -, 0, 10)	173+0=173	173	(-, -, 27, 0):(-, -, 0, 10)
	3	(-, -, 0, -):(-, -, 10, -)	50+74=124	124	(-, -, 0, 0):(-, -, 10, 27)
1	4	(-, 31, 0, 0):(-, 0, 0, 10)	212+0=212	212	(-, 31, 0, 0):(-, 0, 0, 10)
	3	(-, 0, 0, -):(-, 14, 0, -)	86+74=160	160	(-, 0, 0, 0):(-, 14, 0, 27)
	2	(-, 0, -, -):(-, 4, -, -)	40+124=164	164	(-, 0, 0, 0):(-, 4, 10, 27)
0	4	(38, 0, 0, 0):(0, 0, 10, 10)	294+0=294	294	(38, 0, 0, 0):(0, 0, 10, 10)
	3	(31, 0, 0, -):(0, 0, 0, -)	152+74=226	226	(31, 0, 0, 0):(0, 0, 0, 27)
	2	(21, 0, -, -):(0, 0, -, -)	102+124=226	226	(21, 0, 0, 0):(0, 0, 10, 27)
	1	(17, -, -, -):(0, -, -, -)	86+160=246	246	(17, 0, 0, 0):(0, 14, 0, 27)



△ : 최소비용 경로

〈그림 3〉 최적 재생산-구매계획 네트워크

정점들은 재생산-구매순서들로 구성됨을 증명하였고 이 재생산-구매순서의 특성을 이용하여 최적 재생산-구매계획을 효율적으로 찾을 수 있는 동적계획법 알고리즘을 제안하였다. 또한, 계획기간의 초기에 완제품의 총수요를 만족시킬 수 있을 정도로 중고품의 양을 충분히 보유하고 있는 경우($r_1 \geq D_{1,T}$)에 효율적으로 최적 재생산-구매순서를 찾을 수 있는 네트워크 기반의 알고리즘도 제시하였다. 이때 동적계획법 알고리즘의 계산복잡도는 $O(M^2 T^3)$ 이 된다(여기서, $M = \lfloor D_{1,T}/Q \rfloor$ 이다). 마지막으로, 수치예제를 이용하여 제시한 알고리즘의 적용절차를 설명하였다.

본 논문의 연구결과는 재생산을 위해 필요한 중고품(혹은 폐기물)의 구매정책을 함께 고려한 재생산-구매계획문제에 대한 최적 재생산-구매 정책의 수립을 위한 이론적 근거를 제공할 수 있을 것으로 본다. 추후 연구과제로는 여러 가지의 재생품이 재생산될 수 있는 다품종 재생산계획문제를 고려하고자 한다.

참고문헌

[1] 김현수, 한대의, “국내 리메뉴팩처링 시스템 산업의 문제점과 개선방안에 관한 연구”, 산업기술종합연구소, 제17권(1999), pp.263-277.
 [2] 이동은, 이운식, 구평희, 이강배, “용량제약을 갖는 단일설비에서의 동적 재생산계획문제”, 「한국경영과학회지」, 제12권, 제1호(2007), pp.11-24.
 [3] 주운기, “단일 재생 처리 설비를 이용한 재생 계획”, 「한국경영과학회지」, 제25권, pp.111-122.
 [4] Boaz Golany, Jian Yag, and Gang Yu, “Economic lot-sizing with remanufacturing options,” *IIE Transactions*, Vol.33(2001), pp. 995-1003.
 [5] Florian, M. and M. Klein, “Deterministic production planning with concave cost and

capacity constraints,” *Management Science*, Vol.18(1971), pp.12-20.
 [6] Florian, M., Lensta, J.K., and A. Rinnooy-Kan, “Deterministic production planning : algorithms and complexity,” *Management Science*, Vol.26, No.7(1980), pp.374-384.
 [7] Guide, Jr. V.D., “Scheduling using drum-buffer-rope in a remanufacturing environment,” *International Journal of Production Research*, Vol.34(1996), pp.1081-1091.
 [8] Guide, Jr. V.D. and Spencer, M.S., *Rough-cut capacity planning for remanufacturing firms*, Production Planning and Control, 1995.
 [9] Inderfurth, K., “Optimal policies in hybrid manufacturing/remanufacturing systems with product substitution,” *Int. J. of Production Economics*, Vol.90(2004), pp.325-343.
 [10] Lambert, A.M. and H. Luss, “Production planning with time-dependent capacity bounds,” *European Journal of Operations Research*, Vol.9, No.4(1982), pp.275-280.
 [11] Love, S.F., “Bounded production and inventory models with piecewise concave costs,” *Management Science*, Vol.20, No.3 (1973), pp.313-318.
 [12] Lee, C.Y. and E.V., “Denardo, Rolling planning horizon : error bounds for the dynamic lot size model,” *Mathematics of Operations Research*, Vol.11, No.3(1986), pp.423-432.
 [13] Richter, K. and M., Sombrutzki, “Remanufacturing planning for the reverse Wagner/Whitin models,” *European Journal of Operational Research*, Vol.121(2000), pp.304-315.
 [14] Richter, K. and J. Weber, “The reverse Wagner/Whitin model with variable manufacturing and remanufacturing cost,” *Int. J. of Production Economics*, Vol.71(2001), pp. 447-456.

- [15] Sobel, M.J., "Smoothing start-up and shut-down costs : concave case," *Management Science*, Vol.17, No.1(1970), pp.78-91.
- [16] Sung, C.S. and W.S. Lee, "Rolling schedules for a dynamic lot-sizing problem with start-up costs," *Engineering Optimization*, Vol. 22, No.2(1994), pp.137-152.
- [17] Sung, C.S. and W.S. Lee, "Setup cost reduction in a dynamic lot size model with multiple finite production rates," *Engineering Optimization*, Vol.24(1995), pp.19-37.
- [18] Swoveland, C., "A deterministic multi-period production planning model with piecewise concave production and holding-back-order costs," *Management Science*, Vol.21, No.9(1975), pp.1007-1013.
- [19] Wagner, H.M. and T.M. Whitin, "Dynamic version of the economic lot size model," *Management Science*, Vol.5, No.1(1958), pp. 89-96.
- [20] Yang, J., B. Goany, and G. Yu, "A concave-Cost Production Planning Problem with Remanufacturing Options," *Naval Research Logistics*, Vol.52(2005), pp.443-458.
- [21] Zangwill, W.I., "A deterministic multi-period production scheduling model with backlogging," *Management Science*, Vol.13, No.1 (1966), pp.105-119.
- [22] Zangwill, W.I., "A backlogging model and a multi-echelon model of a dynamic lot size production system-a network approach," *Management Science*, Vol.15, No.9(1969), pp.506-527.