

## Direct Adaptive Neural Control of Perturbed Strict-feedback Nonlinear Systems

박 장 현\* · 김 성 환† · 유 영 재\*  
(Jang-Hyun Park · Seong-Hwan Kim · Young-Jae Yoo)

**Abstract** - An adaptive neural controller for perturbed strict-feedback nonlinear system is proposed. All the previous adaptive neural (or fuzzy) controllers are based on the backstepping scheme where the universal approximators are employed in every design steps. These schemes involve virtual controls and their time derivatives that make the stability analysis and implementation of the controller very complex. This fact is called 'explosion of complexity' since the complexity grows exponentially as the system dynamic order increases. The proposed adaptive neural control scheme adopt the backstepping design procedure only for determining ideal control law and employ only one neural network to approximate the finally selected ideal controller, which makes the controller design procedure and stability analysis considerably simple compared to the previously proposed controllers. It is shown that all the time-varying signals containing tracking error are stable in the Lyapunov viewpoint.

**Key Words** : Adaptive neural control, Perturbed strict-feedback system, Nonlinear control

### 1. 서 론

현대의 제어대상이 되는 전기·기계 계통은 점점 더 고도로 복잡해지고 있으며 이러한 계통에 대해서 수학적인 모델식을 세우는 것조차도 난해한 경우가 많다. 이렇게 잘못 모델링되거나 간략화된 모델식에는 필연적으로 파라미터의 변동성과 같은 비구조화된 불확실성이 내포되게 마련이고 그러한 경우에 적절히 대응해야 하는 제어기의 설계가 필수적이다. 전통적인 제어기법인 가변구조제어, 적응제어, 그리고 강인제어 기법들[1-3]은 그러한 불확실성에 대응할 수 있으나 매우 한정된 비선형 계통에만 적용가능하다는 단점이 있다.

과거 약 20여년 동안 많은 연구자들이 불확실한 비선형계통에 대한 지능제어기법에 대해 매우 활발히 연구해오고 있다. 지능시스템 중에서도 신경망(neural network, NN)과 퍼지추론시스템(fuzzy inference system)이 주로 적응제어기와 결합되었는데 이러한 지능시스템은 학습능력, 전문가의 지식 반영, 병렬처리 등의 장점을 가지고 있기 때문이다. 특히 신경망, 퍼지시스템 등의 범용 근사기 특성을 이용하여 미지의 비선형성을 포함한 계통에 대한 연구가 매우 활발해 진행되었다.[4-11] 이러한 연구에서는 지능시스템의 범용 근사 특성을 안정도 증명에 사용하여 페루프 계통의 안정도나 강인

성에 대한 해석들을 수행하였으나 주로 정규식(normal form)으로 변형할 수 있는 비선형계통을 집중적으로 다루었다.

좀 더 최근에는 백스테핑(backstepping) 제어기 설계기법 [1]과 범용 근사기의 개념을 결합하여 순계환(strict-feedback) 혹은 완전계환(pure-feedback) 비선형 계통에 대한 새로운 신경망 백스테핑 제어기가 제안되었다.[12-20] 그러나 기존의 백스테핑 기법 기반의 적응 신경망 제어기법에는 단점들이 있다. 각 설계단계마다 가상제어항(virtual control term)들을 결정하고 그 이후 단계에서 그것들의 미분을 계산하는 것이 매우 복잡하고 지리한 계산과정을 거쳐야 한다는 것이다. 그 결과식은 '복잡성 폭발'(explosion of complexity)로 언급될 정도로써 계통의 차수가 증가할수록 지수함수적으로 증가하며 실용적인 측면에서는 반드시 해결해야 할 문제로 인식되고 있다.

본 논문에서는 불확실한 섭동 순계환 비선형 계통에 대해서 새로운 적응 신경망 제어기를 제안한다. 기존의 백스테핑 기법기반에서는 매 설계단계마다 범용근사기를 이용하여 가상제어항을 구성하는 것이 소위 '복잡성 폭발'의 원인이었으며, 가상제어항의 시간도함수를 다루어야 하므로 안정도증명도 매우 복잡해진다. 본 논문에서는 가장 마지막 설계단계에서 단 한번 신경망을 도입하는 새로운 제어기법을 제안하여 제어식과 안정도 증명의 복잡도를 현저히 줄인 것이 가장 큰 장점이다. 기존의 연구결과들이 시스템차수에 비례하는 다수의 범용 근사기를 사용하여 제어식과 적응법칙이 극도로 복잡해지는 것과 달리 본 논문에서 제안된 제어기는 오직 하나의 신경망 근사기를 사용하여 모든 미지항들을 포함하는 새로운 하나의 총괄함수를 근사화하게 된다. 또한 제안된 제어기와 적응법칙을 이용하여 안정도 증명을 수행

\* 정 회 원 : 목포대학교 전기제어신소재공학부 부교수

† 교신저자, 정회원 : 목포대학교 전기제어신소재공학부 부교수

E-mail : shkim@mokpo.ac.kr

접수일자 : 2009년 7월 22일

최종완료 : 2009년 8월 12일

하여 모든 시변신호가 유계임을 보인다. 마지막으로 간단한 2차 계통에 대해서 모의실험을 수행하여 그 성능을 보였다.

## 2. 문제정의

### 2.1 문제정의

본 논문에서는 다음과 같은 계통식으로 기술되는 섭동 순채환 비선형시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_i) + g_i(x_i)x_{i+1} + \delta_i(t, \mathbf{x}), \quad i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= f_n(\mathbf{x}) + g_n(\mathbf{x})u + \delta_n(t, \mathbf{x}) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{x}_i = [x_1, \dots, x_i]^T \in R^i (i = 1, \dots, n)$ 는 상태변수 벡터 ( $\mathbf{x} = \mathbf{x}_n$ ),  $u \in R$ ,  $y \in R$ 은 각각 제어입력과 계통의 출력이고  $f_i(\cdot)$ ,  $g_i(\cdot)$ 은 각각 미지의 평활한 함수(smooth function)이다. 그리고  $\delta_i(t, \mathbf{x})$ ,  $i = 1, \dots, n$ 은 섭동항으로서 측정잡음, 모델링오차, 외란, 모델간략화, 시변성 등 계통에 내재된 여러가지 요인으로 인해서 발생하는 항을 나타낸다. 계통식 (1)의 가제어성을 위해서 다음과 같은 가정이 필요하다.

가정 1. 함수  $g_i (i = 1, \dots, n)$ 는 모든  $\mathbf{x}_i \in R^i$ 에 대해서 0보다 크다.

가정 2. 섭동항  $\delta_i(t, \mathbf{x}) (i = 1, \dots, n)$ 은 모든  $\mathbf{x}_i \in R^i$ 에 대해서 다음의 부등식을 만족시킨다.

$$|\delta_i(t, \mathbf{x})| \leq \phi_i(\mathbf{x}_i) \quad (2)$$

여기서  $\phi_i(\mathbf{x}_i)$ 는 음이 아닌 미지의 평활함수이다.

주지할 사실은 기존의 논문들[18-21]과는 달리 본 논문에서는 양의 유계함수  $\phi_i(\mathbf{x}_i)$ 도 미지의 함수라는 것이다. 제어목적은 출력  $y$ 가 원하는 출력  $y_d$ 를 잘 추종하고 모든 시변 신호들이 유계임을 보장하는 것이다.

### 2.2. RBFN에 대한 간략한 기술

본 논문에서는 계통의 미지의 이상제어항을 추정하기 위해서 단 하나의 신경망을 사용한다. 일반적으로 다입력 단일출력 RBFN(radial-basis function network)의 출력식은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$u_{NN}(\eta) = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\xi}(\eta) \quad (3)$$

여기서  $\eta \in R^m$ 은 RBFN으로의 입력벡터,  $m$ 은 입력 개수,  $u_{NN} \in R$ 은 RBFN의 출력,  $\mathbf{w} \in R^L$ 은 가변 파라미터 벡터,  $\boldsymbol{\xi}(\cdot) : R^m \rightarrow R^L$ 은 입력의 비선형 함수 벡터, 그리고  $L$ 은 RBF의 개수를 나타낸다. 벡터  $\mathbf{w}$ 의  $i$ 번째 요소  $w_i$ ,  $i = 1, \dots, L$ 은 은닉층의  $i$ 번째 뉴런과 출력노드와의 연결강도이며  $\boldsymbol{\xi}(\eta)$ 은 다음과 같은 가우시안 함수이다.

$$\xi_i(\eta) = \exp\left(-\frac{|\eta - \mathbf{m}_i|^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{m}_i \in R^m$ 은  $i$ 번째 기저함수의 중심을 나타내는 벡터이고  $\sigma_i$ 는 그 기울기를 나타낸다.

RBFN의 주요 장점은 다음 정리에 기술된 바와 같이 원하는 정확도로 비선형 함수를 근사할 수 있는 능력에 있다.

**정리 1 :** (범용 근사화 이론) 어떤 콤팩트(compact) 집합  $\Omega_\eta \in R^m$ 에서 정의된 연속인 실함수  $u_a^*$ 와 임의의 실수  $\epsilon_{re} > 0$ 에 대해서 다음의 부등식을 만족하는 (3)식과 같이 기술되는 RBFN과 최적의 파라미터 벡터  $\mathbf{w}^*$ 가 존재한다.

$$\sup_{\eta \in \Omega_\eta} |u_a^*(\eta) - u_{NN}(\eta | \mathbf{w}^*)| < \epsilon_{re} \quad (5)$$

위의 정리 1에서  $\epsilon_{re}$ 는 최적의 파라미터에 대해서도 구조적인 결핍으로 인해 불가피하게 내재하는 재구성오차(reconstruction error)를 나타내며 일반적으로 RBFN의 구조를 키우면  $\epsilon_{re}$ 는 작아진다. 본 논문에서 이 후  $\mathbf{w}^*$ 의 추정치를  $\hat{\mathbf{w}}$ 로 표기한다.

### 2.3. 고이득 관측기

본 논문에서는 [17]에서와 같이 실제 제어입력식에서 출력  $y$ 의  $n-1$ 계 시간도함수를 필요로 한다. 하지만 (1)에서 알 수 있듯이 출력을 제외한 나머지 도함수는 측정불가이므로 이들을 관측하기 위해서 다음의 정리에서와 같이 고이득 관측기 (high-gain observer, HGO)를 도입한다.[3, 17]

**보조정리 1 :** 출력  $y(t)$ 와 그  $n-1$ 차 시간 도함수가 유계라고 가정하자. 이제 다음과 같은 선형계통을 고려하면

$$\begin{aligned} \epsilon \dot{\xi}_i &= \xi_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n-1 \\ \epsilon \dot{\xi}_n &= d_1 \xi_n + d_2 \xi_{n-1} \dots - d_{n-1} \xi_2 - \xi_1 + y(t) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\epsilon$ 은 양의 설계상수이다. 만약 (6)의 마지막 식의 계수들  $d_1, \dots, d_{n-1}$ 을 다항식  $s^n + d_1 s^{n-1} + \dots + d_{n-1} s + 1$ 이 Hurwitz이도록 선정하면 다음 부등식 (7)이 모든  $t > t^*$ 에 대해서 성립하는 양의 상수  $h$ 와  $t^*$ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} |\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}| &\leq \epsilon h \\ \hat{\mathbf{z}} &= \left[ z_1, \frac{\xi_2}{\epsilon}, \frac{\xi_3}{\epsilon^2}, \dots, \frac{\xi_n}{\epsilon^{n-1}} \right]^T \end{aligned} \quad (7)$$

위의 보조정리1의 증명은 [3]에서 찾아 볼 수 있다. HGO 식인 (6)을 이용하여 관측된 출력추종오차  $e$ 와 그 필터링된 신호  $s$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_d &= [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n-1)}]^T \\ \hat{e} &= \hat{z}_1 - y_d \\ \dot{\hat{e}} &= \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \hat{e} = \hat{\mathbf{z}} - \mathbf{y}_d \\ \hat{s} &= [A^T \quad 1] \hat{e}. \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $A \equiv [\lambda^{n-1}, (n-1)\lambda^{n-2}, \dots, (n-1)\lambda]^T$  이고  $\lambda > 0$ 은 설계상수이다.

### 3. 제어기 설계 및 안정도 해석

#### 3.1 이상적인 제어항 유도

본 절에서는 출력오차를 충분히 작은 원점부근으로 추종시키는 이상적인 상태제어 제어기를 백스테핑기법으로 먼저 도출한다. 이상적인 제어기를 도출하므로 계통 (1)에 대해서 함수  $f_i, g_i$ , 그리고 (2)의  $\phi_i$ 는 모두 알고 있다고 가정한다. 서론에서 기술한 바와 같이 신경망 근사기는 백스테핑의 각각의 단계에서 매번 채용하지 않고 최종단계에서만 미지의 항을 추정하기 위해서 사용되며 이것이 기존에 제안된 제어기들[18-21]과의 가장 큰 차이점이다. 전장에서 기술한 RBFN이 미지의 이상제어항을 추정하기 위해서 최종단계에서 사용된다.

**1단계:** 추종오차를  $z_1 = x_1 - y_d$ 로 정의하고 첫번째 가상제어항  $\alpha_1$ 은 다음과 같이 결정한다.

$$\alpha_1(x_1, y_{d1}) = \frac{1}{g_1(x_1)} \left( -f_1(x_1) + \dot{y}_d - \left( \frac{k}{2} + \phi_1^2(x_1) \right) z_1 \right) \quad (9)$$

여기서  $k > 0$ 은 양의 상수이고  $y_{d1} = [y_d, \dot{y}_d]^T$ 이다.  $z_2 = x_2 - \alpha_1$ 로 정의하고 첫번째 리아프노브함수를  $V_1 = z_1^2/2$ 로 설정하여 그 시간 도함수를 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 \\ &= z_1 (f_1 + g_1(z_2 + \alpha_1) + \delta_1 - \dot{y}_d) \\ &= -k \frac{z_1^2}{2} - \phi_1^2 z_1^2 + z_1 \delta_1 + g_1 z_1 z_2 \\ &\leq -k \frac{z_1^2}{2} - \phi_1^2 z_1^2 + |z_1| |\phi_1| + g_1 z_1 z_2 \\ &\leq -k V_1 + \frac{1}{4} + g_1 z_1 z_2 \end{aligned} \quad (10)$$

마지막 부등식에서  $|z_1| |\phi_1| \leq z_1^2 \phi_1^2 + 1/4$ 를 이용했으며  $g_1 z_1 z_2$  항은 다음 단계에서 상쇄된다.

**2단계:**  $z_2 \equiv x_2 - \alpha_1$ 라고 정의하고 두번째 가상제어항  $\alpha_2$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha_2(x_2, y_{d2}) = \frac{1}{g_2(x_2)} \left( -f_1(x_2) + a_1^d(x_2, y_{d2}) - \left( \frac{k}{2} + (\phi_2 + |\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}| \phi_1)^2 \right) z_2 - g_1 z_1 \right) \quad (11)$$

여기서  $y_{d2} \equiv [y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d]^T$ 이고, 함수  $a_1^d(x_2, y_{d2})$ 는  $\frac{d\alpha_1}{dt}$ 에서  $t$ 의 함수인 항을 제외한 부분을 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} a_1^d(x_2, y_{d2}) &\equiv \frac{d}{dt} \alpha_1(x_1, y_{d1}) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \delta_1(t, \mathbf{x}) \\ &= \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \sum_{k=0}^1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k)} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \delta_1(t, \mathbf{x}) \\ &= \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (f_1 + g_1 x_2) + \sum_{k=0}^1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k)} \end{aligned} \quad (12)$$

두번째 리아프노브 함수를  $V_2 = V_1 + z_2^2/2$ 로 정의하면 그 시간 도함수는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= \dot{V}_1 + z_2 (f_2 + g_2(z_3 + \alpha_2) + \delta_2 - \dot{\alpha}_1) \\ &= \dot{V}_1 - k \frac{z_2^2}{2} - (\phi_2 + |\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}| \phi_1)^2 z_2^2 \\ &\quad + z_2 (\delta_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \delta_1) - g_1 z_1 z_2 + g_2 z_2 z_3 \\ &\leq \dot{V}_1 - k \frac{z_2^2}{2} - (\phi_2 + |\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}| \phi_1)^2 z_2^2 \\ &\quad + |z_2| (\phi_2 + |\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}| \phi_1) - g_1 z_1 z_2 + g_2 z_2 z_3 \\ &\leq -k V_2 + \frac{2}{4} + g_2 z_2 z_3 \end{aligned} \quad (13)$$

**i단계:**  $z_{i+1} \equiv x_{i+1} - \alpha_i$ 라고 정의하고  $i$ 번째 가상제어항  $\alpha_i$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha_i(x_i, y_{di}) = \frac{1}{g_i(x_i)} \left( -f_i(x_i) + a_{i-1}^d(x_i, y_{di}) - \left( \frac{k}{2} + (\phi_i + \sum_{k=1}^{i-1} |\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k}| \phi_k)^2 \right) z_i - g_{i-1} z_{i-1} \right) \quad (14)$$

여기서  $y_{di} \equiv [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(i)}]^T$ 이고 함수  $a_{i-1}^d(x_i, y_{di})$ 는  $\frac{d\alpha_{i-1}}{dt}$ 에서  $t$ 의 함수가 아닌 부분을 표기한다.

$$\begin{aligned} a_{i-1}^d(x_i, y_{di}) &\equiv \frac{d}{dt} \alpha_{i-1}(x_{i-1}, y_{d(i-1)}) - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \delta_k(t, \mathbf{x}) \\ &= \sum_{k=1}^i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \dot{x}_k + \sum_{k=0}^i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k)} - \sum_{k=1}^i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \delta_k(t, \mathbf{x}) \\ &= \sum_{k=1}^i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (f_k + g_k x_{k+1}) + \sum_{k=0}^i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k)} \end{aligned} \quad (15)$$

다시  $i$ 번째 리아프노브 함수를  $V_i = V_{i-1} + z_i^2/2$ 로 정의하면 그 시간 도함수는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \dot{V}_{i-1} + z_i \dot{z}_i \\ &= \dot{V}_{i-1} + z_i (f_i + g_i(z_{i+1} + \alpha_i) + \delta_i - \dot{\alpha}_{i-1}) \\ &= \dot{V}_{i-1} - k \frac{z_i^2}{2} - (\phi_i + \sum_{k=1}^{i-1} |\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k}| \phi_k)^2 z_i^2 \\ &\quad + z_i (\delta_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \delta_k) - g_{i-1} z_{i-1} z_i + g_i z_i z_{i+1} \\ &\leq \dot{V}_{i-1} - k \frac{z_i^2}{2} - (\phi_i + \sum_{k=1}^{i-1} |\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k}| \phi_k)^2 z_i^2 \\ &\quad + |z_i| (\phi_i + \sum_{k=1}^{i-1} |\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k}| \phi_k) - g_{i-1} z_{i-1} z_i + g_i z_i z_{i+1} \\ &\leq -k V_i + \frac{i}{4} + g_i z_i z_{i+1} \end{aligned} \quad (16)$$

**n단계:** 마지막 단계에서 이상적인 제어기가 다음과 같이 결정된다.

$$u^*(x, y_{dn}) = \frac{1}{g_n(x)} \left( -f_n(x) + a_{n-1}^d(x, y_{dn}) - \left( \frac{k}{2} + g_n^2 + (\phi_n + \sum_{k=1}^{n-1} |\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k}| \phi_k)^2 \right) z_n - g_{n-1} z_{n-1} \right) \quad (17)$$

여기서  $a_{n-1}^d(\cdot)$  함수는 (15)에서 정의된 바와 같다. 최종 리아프노브함수를  $V \equiv V_{n-1} + z_n^2/2$ 로 정의하고 그 시간도함수를 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_{n-1} + z_n \dot{z}_n \\ &= \dot{V}_{n-1} + z_n (f_n + g_n u^* + g_n u - g_n u^* + \delta_n - \dot{\alpha}_{n-1}) \\ &\leq -kV + \frac{n}{4} - g_n^2 z_n^2 + g_n z_n (u - u^*) \\ &\leq -kV + \frac{n}{4} + \frac{(u - u^*)^2}{4} \end{aligned} \quad (18)$$

부등식 (18)의 마지막 항으로부터 만약  $u = u^*$  라면 리아프노브함수  $V$ 는 UUB(uniformly ultimately bounded)임을 알 수 있다. 본 절에서는 이상적인 제어기를 유도하고 그것이  $\mathbf{x}$ 와  $\mathbf{y}_{dn}$ 의 함수임을 보였다.

### 3.2 RBFN의 적응법칙

RBFN의 파라미터 추정치  $\hat{\mathbf{w}}$ 를 위한 학습법칙은 다음 정리와 같이 결정한다.

**보조정리 2** : 파라미터 추정치  $\hat{\mathbf{w}}$ 의 학습법칙은 다음식과 같다.

$$\dot{\hat{\mathbf{w}}} = \gamma (\hat{s} \xi(\eta) - \sigma_s(\hat{\mathbf{w}}) \hat{s} |\hat{\mathbf{w}}) \quad (19)$$

$$\sigma_s(\hat{\mathbf{w}}) = \begin{cases} c_\xi & \text{if } |\hat{\mathbf{w}}| > \epsilon_w \\ \epsilon_w & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

여기서  $\gamma$ 는 양의 학습률(learning rate)이고  $\epsilon_w$ 는 양의 설계상수이며 상수  $c_\xi$ 는  $|\xi(\cdot)| \leq c_\xi$ 를 만족시키는 최소 상수이다. 이 학습법칙은  $|\hat{\mathbf{w}}| \leq \epsilon_w$ 를 보장한다.

**증명** : 리아프노브 함수를  $L_w = \hat{\mathbf{w}}^T \hat{\mathbf{w}} / 2\gamma$ 로 정하고 그 시간 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{L}_w &= \frac{1}{\gamma} \hat{\mathbf{w}}^T \dot{\hat{\mathbf{w}}} \\ &= \hat{\mathbf{w}}^T (\hat{s} \xi - \sigma_s(\hat{\mathbf{w}}) \hat{s} |\hat{\mathbf{w}}) \\ &\leq |\hat{s}| |\hat{\mathbf{w}}| c_\xi - \sigma_s(\hat{\mathbf{w}}) |\hat{s}| |\hat{\mathbf{w}}|^2 \\ &= -|\hat{s}| |\hat{\mathbf{w}}| (\sigma_s(\hat{\mathbf{w}}) |\hat{\mathbf{w}}| - c_\xi). \end{aligned} \quad (21)$$

마지막 부등식에 의하면 만약  $|\hat{\mathbf{w}}| > \epsilon_w$ 이면  $\dot{L}_w < 0$ 이 되므로  $|\hat{\mathbf{w}}| \leq \epsilon_w$ 가 보장된다. ■

한 가지 주지할 사항은 스위칭함수  $\sigma_s(\hat{\mathbf{w}})$ 은 RBFN이 학습된 정보를 유지시키도록 하기 위해서 도입되었으며, 이것은 고전적인 적응제어에서의 switching- $\sigma$  기법[2]을 채용한 것이다. 이 기법은 만약  $\epsilon_w$ 가  $\epsilon_w > |\mathbf{w}^*|$ 를 만족하도록 충분히 크게 선정된다면  $|\hat{\mathbf{w}}|$ 의 유계를 보장하면서 동시에 학습된 정보의 손실도 막을 수 있다.

### 3.3 실제 제어입력

전절에서 백스테핑 제어기법을 이용하여 이상적인 제어입력을 유도하였으나 실제 본 논문에서 제안하는 신경망 제어기에 영향을 미치는 사항은 다소 복잡한 제어기와 안정도 유도과정이 아니라  $\mathbf{x}$ 와  $\mathbf{y}_{dn}$ 의 함수인 이상제어함수

$u^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}_{dn})$ 이 존재한다는 단순한 결과이다. 이와 같은 결과를 바탕으로 본 절에서는 신경망 제어기를 제안한다. 이상 제어기 (17)을 다음과 같이 다시 재정렬하고

$$\begin{aligned} u^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}_{dn}) &= -k\hat{s} - (u^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}_{dn}) - k\hat{s}) \\ &\equiv -k\hat{s} - u_a^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}_{dn}, \hat{s}) \end{aligned} \quad (22)$$

신경망을 써서 추정해야 할 미지항을  $u_a^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}_{dn}, \hat{s})$ 라고 설정한다. 따라서 신경망으로의 입력벡터는  $\eta \equiv [\mathbf{x}^T, \mathbf{y}_{dn}^T, \hat{s}]^T \in R^{2n+2}$ 이 된다. 신경망의 최적의 가중치벡터를  $\mathbf{w}^*$ 라고 표기하면 이상적인 제어식 (17)은 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$u^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}_{dn}) = -k\hat{s} - (\mathbf{w}^{*T} \xi(\eta) + \beta(t)) \quad (23)$$

여기서  $\beta(t) (\equiv u_a^* - u_{NN}(\eta | \mathbf{w}^*))$ 는 재구성오차(reconstruction error)이며 정리 1에 의해서 모든  $t > 0$ 에 대해서  $|\beta(t)| \leq \epsilon_{re}$ 를 만족시키는 양의 상수  $\epsilon_{re}$ 가 존재한다. 이제  $\mathbf{w}^*$ 의 추정벡터를  $\hat{\mathbf{w}}$ 이라고 표기하면 실제 제어입력은 다음과 같이 기술된다.

$$u(\eta) = -k\hat{s} - \hat{\mathbf{w}}^T \xi(\eta) \quad (24)$$

이상적인 제어항 (23)과 실제 제어식(24)를 (18)에 대입하여 부등식을 더 유도해 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -kV + \frac{n}{4} + \frac{(\hat{\mathbf{w}}^T \xi + \beta)^2}{4} \\ &\leq -kV + q \end{aligned} \quad (25)$$

여기서  $\tilde{\mathbf{w}} \equiv \hat{\mathbf{w}} - \mathbf{w}^*$ 이고  $q = \frac{n}{4} + \frac{(\epsilon_w c_\xi + \epsilon_{re})^2}{4}$ 이고  $\epsilon_w \equiv |\mathbf{w}^*| + \epsilon_w$ 이다. 부등식 (25)으로 부터 리아프노브함수  $V$ 는 UUB임을 알 수 있다. 이상의 내용을 다음의 정리에 요약하였다.

**정리 2** : 미지의 섭동 순계환 계통 (1)에 대하여 가정 1과 가정 2를 만족한다고 하자. 이 때 제어입력 (24)와 적응법칙 (19)는 출력추종오차를 포함한 페루프 계통의 모든 시변신호를 UUB이도록 한다.

전체 페루프 제어계통도를 그림 1에 도시하였다.

## 4. 모의실험

제안된 제어 알고리즘의 간결성 및 효율성을 보이기 위해 다음과 같은 Brusselator 모델[20]에 대해서 모의실험을 수행하였다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 1 - 4x_1 + x_1^2 x_2 + 0.7x_2^2 \cos(1.5t) \\ \dot{x}_2 &= 3x_1 - x_1^2 x_2 + (2 + \cos x_1)u \\ &\quad + 0.5(x_1^2 + x_2^2) \sin^3 t \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (24)$$

위의 예계통은 가정 1과 2를 모두 만족함을 쉽게 확인할 수 있다. 계통의 초기상태값은  $\mathbf{x}(0) = [1, 1]^T$ 이고 원하는 출력은  $y_d(t) = 3 + \sin(0.5t) + 0.5\sin(1.5t)$ 이다.

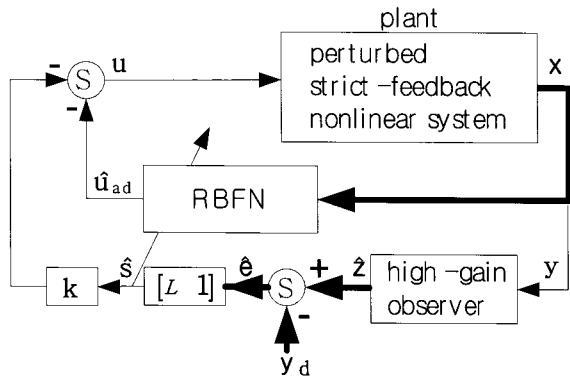


그림 1 전체 페루프 제어계통도  
Fig. 1 Block diagram of the overall closed-loop system

본 논문에서 제안된 제어기의 구현과정을 요약하면 다음과 같다. 먼저 2차 HGO를 다음과 같이 결정한다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \xi_2/\epsilon \\ \dot{\xi}_2 &= -d_1\xi_2 - \xi_1 + y(t) \end{aligned} \quad (25)$$

그리고 관측오차 벡터와 추종오차벡터는  $\hat{z} = [z_1, \xi_2/\epsilon]^T$ ,  $\hat{e} = \hat{z} - y_d$  이다. 제어입력과 적응법칙은 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} u &= -k\hat{s} - \hat{w}^T \xi(\eta), \quad \eta = [x_1, x_2, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d, \hat{s}]^T \\ \dot{\hat{w}} &= \gamma(\hat{s}\xi(\eta) - \sigma_s|\hat{s}|\hat{w}) \end{aligned} \quad (26)$$

여기서  $\hat{s} = [1 \quad \lambda]\hat{e}$  이다. 제안된 알고리즘은 6개의 입력을 가지는 하나의 RBFN만 사용된다. 제어기의 설계상수값은  $\lambda = 3, k = 11, \gamma = 50, \epsilon_w = 10$ 이고 관측기의 설계상수값은  $\epsilon = 0.01, d_1 = 2$ 이다. 몇 번의 모의실험을 거쳐서 RBF함수의 개수는 320개로 선정했다. 그 중심값은  $[-15, 15] \times [-25, 35] \times [-15, 20] \times [-15, 15] \times [-15, 10] \times [-50, 130]$ 의 공간에 균일하게 분포되도록 선정했으며  $x_1, x_2, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d, \hat{s}$ 에 대응하는 가우시안 함수의 개수는 각각 2, 5, 2, 2, 2, 4개이다.  $\hat{w}$ 와 HGO의 초기값은 모두 0이다. 모의실험 결과는 그림 2와 그림 3에 도시하였으며 이 그림으로부터 제안된 제어기가 만족할 만한 성능을 보여줌을 확인할 수 있다.

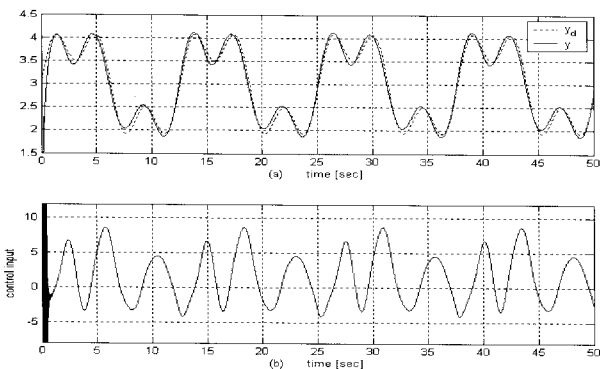


그림 2 (a) 계통 출력과 원하는 출력, (b) 제어입력.  
Fig. 2 (a) output and desired output, (b) control input.

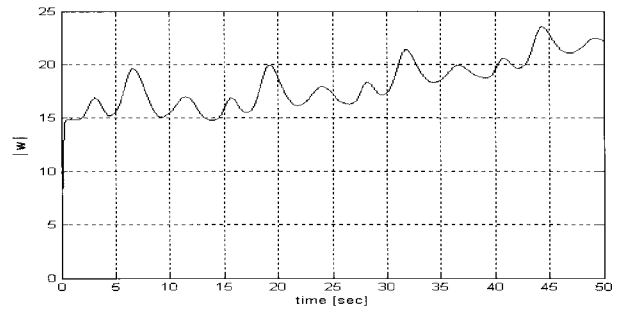


그림 3 ||w||의 궤적.  
Fig. 3 trajectory of ||w||

### 5. 결 론

본 논문에서는 불확실한 섭동 순계환 비선형 계통에 대해서 새로운 적응 신경망 제어기를 제안하였다. 기존의 백스테핑 기법기반에서는 매 설계단계마다 범용근사기를 이용하여 가상제어항을 구성하는 것이 소위 ‘복잡성 폭발’의 원인이었다. 한 단계의 가상제어항은 전단계 가상제어항의 시간도함수를 포함하므로 안정도 증명은 견고하지 않으며 제어식 또한 복잡해진다. 이는 기존의 연구결과가 신경망 혹은 퍼지시스템의 범용근사 특성을 충분히 활용하지 않은 결과라 할 수 있다. 본 논문에서는 신경망의 범용근사특성을 충분히 이용하여 가장 마지막 설계단계에서 단 한번 신경망을 도입하는 새로운 제어기법을 제안하여 제어식과 안정도 증명의 복잡도를 현저히 줄인 것이 가장 큰 장점이다. 기존의 연구결과들이 시스템차수에 비례하는 다수의 범용 근사기를 사용하여 제어식과 적응법칙이 극도로 복잡해지는 것과 달리 본 논문에서 제안된 제어기는 오직 하나의 신경망 근사기를 사용하여 모든 미지항들을 포함하는 새로운 하나의 이상제어항을 근사화하게 된다. 또한 제안된 제어기와 적응법칙을 이용하여 안정도 증명을 수행하여 모든 시변신호가 유계임을 보였으며 모의실험으로 그 성능을 보였다.

### 감사의 글

본 논문은 2006학년도 목포대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

### 참 고 문 헌

- [1] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*. A Wiley-Interscience publication, 1995.
- [2] P. A. Ioannou and J. Sun, *Robust Adaptive Control*. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1996.
- [3] S. Behatsh, "Robust output tracking for nonlinear systems," *Int. J. Control*, vol. 51, no. 6, pp. 1381-1407, 1990.
- [4] S. S. Ge and C. C. Hang and T. Zhang, "Adaptive neural network control of nonlinear systems by state and output feedback," *IEEE Trans. Systems, Man*

and *Cybernetics-Part B: Cybernetics*, vol. 29, no. 6, pp. 818-828, 1999.

[5] S. S. Ge, C. Wang, "Direct adaptive NN control of a class of nonlinear systems," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 13, no. 1, pp. 214-221, 2002.

[6] J.-H. Park and G.-T. Park, "Robust adaptive fuzzy controller for nonaffine nonlinear systems with dynamic rule activation," *Int. J. Robust and Nonlinear Control*, vol. 13, no. 2, pp. 117-139, 2003.

[7] J.-H. Park, S.-H. Huh, S.-H. Kim, S.-J. Seo, G.-T. Park, "Direct adaptive controller for nonaffine nonlinear systems using self-structuring neural networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 16, no. 2, pp. 414-422, 2005.

[8] J.-H. Park, S.-H. Kim, "Direct Adaptive Output Feedback Fuzzy Controller for Nonaffine Nonlinear System," *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, vol. 151, no. 1, pp. 65-72, 2004.

[9] J.-H. Park and G. T. Park, "Robust Adaptive Fuzzy Controller for Nonaffine Nonlinear Systems with Dynamic Rule Activation," *Int. J. Robust and Nonlinear Control*, vol. 13, no. 2, pp. 117-139, 2003.

[10] J.-H. Park and G. T. Park, "Robust adaptive fuzzy controller for nonlinear system Using Estimation of Bounds for Approximation Errors," *Fuzzy Sets & Systems*, vol. 133, no. 1, pp. 19-36, 2003.

[11] S. N. Huang, K. K. Tan, and T. H. Lee, "Further results on adaptive control for a class of nonlinear systems using neural networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 14, no. 3, pp. 719-722, 2003.

[12] M. U. Polycarpou and M. J. Mears, "Stable adaptive tracking of uncertain systems using nonlinearly parameterized on-line approximators," *Int. J. Control*, vol. 70, no. 3, pp. 363-384, 1998.

[13] J. Q. Gong, B. Yao, "Neural network adaptive robust control of nonlinear systems in semi-strict feedback form," *Automatica*, vol. 37, pp. 1149-1160, 2001.

[14] D. Wang, J. Huang, "Adaptive neural network control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form," *Automatica*, vol. 38, pp. 1365-1372, 2002.

[15] S. S. Ge, C. Wang, "Adaptive nn control of uncertain nonlinear pure-feedback systems," *Automatica*, vol. 38, pp. 671-682, 2002.

[16] Y. Li, S. Qiang, X. Zhuang, O. Kaynak, "Robust and adaptive backstepping control for nonlinear systems using RBF neural networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 15, no. 3, pp. 693-700, 2004.

[17] J.-H. Park, S.-H. Kim, C.-J. Moon, "Adaptive Neural Control for Strict-Feedback Nonlinear Systems Without Backstepping," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 20, no. 7, pp. 1204-1209, 2009.

[18] S. S. Ge, J. Wang, "Robust Adaptive Neural Control

for a Class of Perturbed Strict Feedback Nonlinear Systems," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 13, no. 6, pp. 1409-1419, 2002.

[19] Y. Yang, C. Zhou, "Robust adaptive fuzzy tracking control for a class of perturbed strict-feedback nonlinear systems via small-gain approach," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 170, pp. 211-234, 2005.

[20] M. Wang, B. Chen, S.-L. Dai, "Direct adaptive fuzzy tracking control for a class of perturbed strict-feedback nonlinear systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 158, pp. 2655-2670, 2007.

[21] M. Wang, B. Chen, P. Shi, "Adaptive Neural Control for a Class of Perturbed Strict-Feedback Nonlinear Time-Delay Systems," *IEEE Trans. Systems, Man, And Cybernetics-Part B: Cybernetics*, vol. 38, no. 3, pp. 721-730, 2008.

## 저 자 소 개



### 박 장 현 (朴 張 鉉)

1995년 고려대학교 전기공학과 졸업. 1997년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사). 2002년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 현재 목포대학교 전기제어신소재공학부 제어시스템공학전공 부교수. 관심분야는 지능제어, 비선형 적응제어, 마이크로프로세서 응용.



### 김 성 환 (金 成 煥)

1991년, 고려대 공대 전기공학과 졸업. 1995년 2월 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사). 1998년 8월 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 현 목포대 공대 전기제어신소재공학부 제어시스템공학전공 부교수. 관심분야는 지능제어, AC전동기제어, DSP응용.



### 유 영 재 (柳 泳 材)

1998년 전남대학교 전기공학과 졸업(공학박사). 현재 목포대학교 제어시스템공학전공 부교수. 관심분야는 이동로봇, 차량제어, 지능제어.