

입력제한을 고려한 이동로봇의 다항 퍼지모델링 및 궤적추적제어

논문

58-9-28

Polynomial Fuzzy Modelling and Trajectory Tracking Control of Wheeled Mobile Robots with Input Constraint

김철중* · 좌동경[†] · 오성근** · 홍석교**

(Cheol-Joong Kim · Dongkyoung Chwa · Seong-Keun Oh · Suk-Kyo Hong)

Abstract - This paper deals with the trajectory tracking control of wheeled mobile robots with input constraint. The proposed method converts the trajectory tracking problem to the system stability problem using the control inputs composed of feedforward and feedback terms, and then, by using Taylor series, nonlinear terms in origin system are transformed into polynomial equations. The composed system model can make it possible to obtain the control inputs using numerical tool named as SOSTOOL. From the simulation results, the mobile robot can track the reference trajectory well and can have faster convergence rate of the trajectory errors than the existing nonlinear control method. By using the proposed method, we can easily obtain the control input for nonlinear systems with input constraint.

Key Words : Tracking Control, Polynomial Fuzzy model, SOSTOOL, Input Constraint

1. 서론

이동로봇의 궤적추적 문제는 다양한 분야에서 응용될 수 있는 문제로 지금까지 많은 연구가 있어 왔다. 이동로봇은 전형적인 비홀로노믹 제약조건을 갖는 시스템으로 Brockett은 매끄러운 시불변 상태궤환으로는 제어할 수 없음을 증명하였다[1]. 대부분의 연구에서는 이러한 제약조건을 피하기 위한 방향으로 진행되어 왔다. Kanayama의 경우 시스템의 비선형성을 다시 제어 입력으로 사용하여 전체적인 시스템이 선형시스템이 되도록 하는 제한선형화 방법을 제안하였으며[2,3], 제약조건을 피하기 위한 새로운 상태변수를 정의하여 상태변수간의 관계를 이용하여 전체시스템을 사슬구조로 구성한 방법들도 있다[4]. 하지만 이러한 사슬구조를 사용한 방법은 시스템의 차수를 높이기 되어 전체적인 시스템이 복잡해지는 단점이 있다.

최근 G. Klancar는 이동로봇의 궤적추적 문제가 기준궤적과 이동로봇 위치간의 오차가 작은 범위에서 선형화될 수 있음을 보였다[5]. 이동로봇의 제어입력을 피드포워드 입력과 피드백 입력으로 설정하여 이동로봇의 전체시스템이 작은 오차 범위에서 선형화가 가능함을 보인 것이다. 이는 이동로봇의 궤적추적 문제를 간단한 시스템 안정성 문제로 변환한 것으로, 이동로봇이 기준 궤적을 추종하는 문제를 기준

궤적과 이동로봇 위치간의 오차를 0으로 만드는 문제로 표현한 것이다. 기존의 시스템 안정성 문제를 다룬 알고리즘은 다양하게 존재하며, 이동로봇의 궤적추적 문제를 시스템의 안정성 문제로 표현함으로써 이전에 개발된 알고리즘을 적용하여 문제를 해결할 수 있게 되었다.

시스템의 안정성 문제를 해결함에 있어서 K. Tanaka와 O. Wang은 시스템을 퍼지모델로 구성하고 LMI(Linear Matrix Inequality)기법을 이용한 PDC(Parallel Distributed Compensation) 알고리즘을 제안하였다 [6, 7]. 하지만 LMI 기반의 알고리즘은 제어입력을 구하는데 있어 시스템 행렬이 상수여야만 하는 한계가 있다. 이러한 한계는 알고리즘을 비선형 모델에 적용함에 있어 시스템 행렬의 실제 모델과의 차이를 가지게 되고 시스템 응답성능의 저하를 가져온다.

따라서, 본 논문에서는 궤적추적문제를 안정성 문제로 변환한 후 시스템 행렬의 비선형 항을 선형화하지 않고 테일러 전개를 사용해 시스템 행렬을 상태변수의 다항식으로 구성하고 최근 개발된 SOSTOOL을 사용하여 제어 입력을 얻도록 한다[10]. SOSTOOL은 LMI기법의 확장된 형태로 볼 수 있으며, 시스템 행렬이 상태변수를 포함한 다항식 형태여도 제어입력을 얻을 수 있는 장점이 있다. 또한, 제어입력을 얻을 때에는 이동로봇의 입력제한과 같이 보다 실제적인 제한조건을 고려하도록 한다. 비선형 시스템의 경우 시스템의 제어입력을 고려하여 제어기를 구성하기 위해서는 복잡한 과정을 거쳐야 하는 단점이 있다. 하지만, 본 논문에서는 LMI기반의 입력제한이 있는 시스템의 제어 기법을 변형하여 비선형 시스템에도 쉽게 적용할 수 있는 제어 방법을 제안한다.

* 준 회원 : 아주대 전자공학과 석사과정

** 정 회원 : 아주대 전자공학과 교수

† 교신저자, 정회원 : 아주대 전자공학과 부교수

E-mail : dkchwa@ajou.ac.kr

접수일자 : 2009년 5월 22일

최종완료 : 2009년 7월 3일

이 논문의 구성은 먼저 이동로봇의 기구학을 보여 궤적추적문제를 시스템의 안정성 문제로 변형하고 3장에서는 시스템의 입력제한 조건을 다항 블록모델로 표현한다. 4장에서는 전체시스템을 다항 퍼지모델로 구성하고 SOSTOOL을 이용하여 제어입력을 구하도록 한다. 5장에서는 얻어진 모델과 제어입력을 사용한 모의실험결과를 보이고 끝으로 결론을 맺는다.

2. 이동로봇의 기구학 추종 오차 모델

본 절에서는 이동로봇의 궤적추적 문제를 다루기 앞서 이동로봇의 기구학에 대해 정리하고 이동로봇의 제어입력을 피드포워드 입력과 피드백 입력으로 구분하여 설정함으로써 이동로봇의 궤적추적문제가 시스템의 안정성 문제로 전환될 수 있음을 보인다.

그림 1은 양바퀴 구동형 이동로봇의 기구학적 모델을 표현한 것이다.

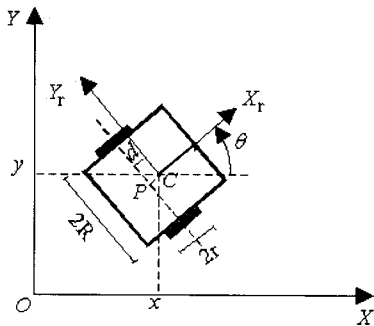


그림 1 이동로봇 기구적 모델
Fig. 1 Kinematic model of Wheeled mobile robot(WMR)

여기서, x, y, θ 는 이동로봇의 전역좌표계에서의 위치와 방위각을 나타내고 이들 사이의 관계를 표현하는 이동로봇 기구학 모델은

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos \theta \\ v \sin \theta \\ w \end{bmatrix} \quad (1)$$

와 같다. 여기서, v, w 는 로봇의 선속도와 각속도를 말한다.

식 (1)로부터 이동로봇과 주어진 궤적사이의 오차는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서, x_r, y_r, θ_r 은 전역좌표계에서의 기준 궤적의 위치와 기준 방위각을 나타내고 e_x, e_y 는 로봇기준 지역좌표계에서의 x_r, y_r 방향 오차이다.

이동로봇이 주어진 궤적을 추종하는 것이 제어의 목적이므로 식 (1)과 (2)를 이용하여 주어진 궤적과 이동로봇간의 오차를 줄이기 위한 오차 동역학식은

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_y w - v + v_r \cos e_\theta \\ -e_x w + v_r \sin e_\theta \\ w_r - w \end{bmatrix} \quad (3)$$

와 같이 얻어진다[2]. 여기서 이동로봇의 궤적추적을 위한 제어입력 u 를 그림 2와 같이 피드포워드 입력과 피드백 입력으로 나누어 사용하면 이동로봇의 궤적추적 문제를 안정성 문제로 변환할 수 있다[5].

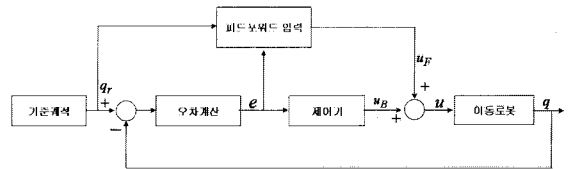


그림 2 이동로봇 궤적추적 제어기 구조
Fig. 2 Structure of tracking controller for WMR

그림 2에서 사용한 피드포워드 및 피드백 제어입력은 다음과 같다.

$$u = u_F + u_B = [v_r \cos e_\theta \quad w_r]^T + [v_c \quad w_c]^T. \quad (4)$$

식 (4)에서 피드포워드 입력은 오차 동역학식에 존재하는 비선형 항들을 소거시키는 역할을 하고 피드백 입력은 이동로봇이 주어진 기준궤적을 추종하도록 한다. 식 (3)의 오차 동역학식에 식 (4)를 사용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & w_r e_y & 0 \\ -w_r e_x & 0 & v_r \sin e_\theta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & -e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ w_c \end{bmatrix}. \quad (5)$$

여기서, 이동로봇의 궤적추적문제를 해결하기 위해서는 오차를 0으로 만드는 피드백입력을 얻는 것이다. 식 (5)는 시스템 행렬에 비선형 항인 \sin 항을 포함하고 있기 때문에 이동로봇과 기준궤적사이의 오차를 없앨 수 있는 제어입력을 입력제한 조건까지 고려 할 경우 구하기 어렵다. 따라서 식 (5)를 $e_x = e_y = e_\theta = 0$ 근방에서 선형화하여

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & w_r & 0 \\ -w_r & 0 & v_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ w_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

을 얻게 되면, 식 (6)은 이동로봇의 오차동역학식이 선형화된 형태이므로 LMI 기법을 사용하여 손쉽게 제어입력을 얻을 수 있다. 하지만, 식 (6)과 같이 선형화된 모델은 실제 모델과는 차이가 있으므로 시스템의 응답성능이 좋을 수 없다. 그러므로 식 (5)의 비선형항인 \sin 항을 테일러 급수 전

개를 통해 다항식으로 나타내면 실제 모델과의 모델오차가 줄어들어 선형화한 모델에 비하여 시스템 성능의 향상을 가져올 수 있다. 테일러 전개를 통해 얻어진 식 (5)의 다항식 표현은

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & w_r & 0 \\ -w_r & 0 & v_r(1-(e_\theta)^2/6+o(e_\theta)) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & -e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ w_c \end{bmatrix} \quad (7)$$

와 같다. 여기서, $o(e_\theta)$ 는 무시할 수 있는 고차 다항식이다.

3. 입력제한을 고려한 다항 볼록 모델

앞 절에서 얻은 식 (7)은 $\dot{x} = A(x)x + B(x)u_B$ 와 같은 형태로 x 를 0으로 보내는 제어입력 u_B 를 구하는 안정성 문제로 생각할 수 있다. 이 절에서는 식 (7)과 같은 모델에서 상태 궤환 입력의 크기 제한이 있는 경우를 고려하여 제어입력을 얻을 수 있는 다항 볼록 모델로 표현한다. 대부분의 시스템은 입력제한 조건을 갖는다. 실제로 시스템을 구성하고 있는 구동기들은 스스로 받아들일 수 있는 입력에 제한이 있으며 이러한 시스템의 입력제한 조건은 시스템의 응답속도가 느려지고 심지어는 시스템을 불안정하게 하는 원인이 된다. 따라서 안정적으로 이동로봇을 제어하기 위해서는 실제적인 입력제한 조건을 고려하여 제어를 설계해야 한다.

식 (7)의 모델에서 시스템의 입력제한을 고려하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x} = A(x)x + B(x) \text{sat}(K(x)x) \quad K(x) \in R^{m \times n}. \quad (8)$$

여기서, $\text{sat}(K(x))$ 는 일반적인 입력포화 함수로 기본적인 상태궤환 제어입력이 입력제한 조건을 가질 경우를 나타낸다. 하나의 행방향 원소는 다음과 같이 정의되는데..

$$\text{sat}(K_i(x)x) = \begin{cases} -1 & \text{if } K_i(x)x \leq -1 \\ K_i(x)x & \text{if } -1 < K_i(x)x \leq 1, \quad i=1, \dots, m \\ 1 & \text{if } K_i(x)x > 1 \end{cases} \quad (9)$$

여기서 $K_i(x)$ 는 $K(x)$ 행렬의 i 번째 행방향 원소이다. 식 (9)에서는 단일 크기의 입력제한만을 고려하고 있지만, 단일크기가 아닌 일반적인 경우 다음과 같은 정규화 과정을 통해 단일 크기의 입력제한으로 생각할 수 있다.

$$\hat{B} = BU, \quad \hat{u} = U^{-1}u. \quad (10)$$

여기서 $U = \text{diag}\{u_{\max, i}\}$ 는 i 번째 입력의 최대 크기를 가지는 대각행렬이다. 식 (8)과 식 (9)에 나타난 입력포화 함수는 잘 알려진 비선형 함수로써 이를 포함하여 직접 제어입력을 얻기는 쉽지 않다. 하지만, 기존의 LMI기반의 알고리즘에서는 입력포화 함수를 볼록 모델로 표현하여 제어입력을 얻었다[8, 9]. 우리는 입력포화함수를 볼록 모델로 표현하기에 앞서 0과 1만을 원소로 가지는 정방행렬 D 를 정의할 수 있는데, 예를 들어 $m=2$ 일 경우에는 다음과 같이 정의된다.

$$D = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}. \quad (11)$$

집합 D 의 각 원소들은 $D_i, i=1, \dots, 2^m$ 으로 표현되며 추가적으로 $D_i^- = I - D_i$ 를 정의할 수 있다.

보조정리 1 [8, 9] : $K(x), H(x) \in R^{m \times n}$ 이 주어졌을 때 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$\text{sat}(K(x)x) \in \text{Co}\{D_i K(x) + D_i^- H(x)x : i \in [1, 2^m]\}. \quad (12)$$

여기서, $|h_i(x)| < 1$ 을 만족하고, $h_i(x)$ 는 $H(x)$ 행렬의 행방향 원소이고, Co 는 convex hull을 나타낸다.[8, 9].

식 (9)의 입력포화 함수는 식 (11)과 (12)를 사용하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\text{sat}(K(x)x) = \sum_{i=1}^{2^m} \mu_i (D_i K(x) + D_i^- H(x)x) \quad (0 \leq \mu_i \leq 1, \sum_{i=1}^{2^m} \mu_i = 1). \quad (13)$$

지금까지의 식 (7)에서부터 (13)까지를 정리하면 이동로봇의 궤적추적 문제는 안정성 문제로 전환가능하고 시스템 행렬에 존재하는 비선형 항인 sine_θ 는 테일러 전개를 통해 다항식으로 변환된다. 제한된 제어입력은 식 (13)과 같은 형태로 표현될 수 있다. 따라서 전체적인 이동로봇의 궤적추적 문제는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\dot{x} = A(x)x + B(x) \sum_{i=1}^{2^m} \mu_i (D_i K(x) + D_i^- H(x)x). \quad (14)$$

식 (14)에서 시스템 행렬의 원소 중 기준 선속도와 각속도는 시간에 따라 그 값이 변한다. 따라서 식 (14) 모델을 다항 퍼지모델로 구성하고 SOSTOOL을 사용하여 제어입력을 얻도록 한다. 4장에서는 식 (14)를 다항퍼지모델로 구성하고 이를 토대로 제어입력을 얻는 방법에 대해 기술한다.

4. 다항퍼지모델 및 제어기 설계

4.1 다항퍼지모델

다항 퍼지모델은 T-S 퍼지모델의 새로운 형태로 Tanaka와 Wang에 의해 제안되었다[6,7]. 기존의 퍼지모델은 상수항으로 이루어져 있지만 다항 퍼지 모델은 시스템의 요소들이 상태변수의 다항식으로 표현된다. 식 (14) 모델에서 하나의 퍼지 규칙에 대한 다항 퍼지모델은 다음과 같이 표현할 수 있다.

Rule i:
 if $z_1(t)$ is M_{i1} and \dots $z_p(t)$ is M_{ip}
 then $\dot{x} = A_i(x)\hat{x}(x) + B_i(x)\text{sat}(K_i(x))\hat{x}(x) \quad (i, j=1, 2, \dots, r).$ (15)

이때, $z_i(t) (i=1, \dots, p)$ 는 멤버십 함수의 입력 변수이며 $A_i(x)$ 와 $B_i(x)$ 는 $x(t)$ 에 대한 다항 행렬이다. $\hat{x}(x)$ 는 $x(t)$ 에 대한

모든 단항식 요소의 열벡터이다. 예를 들어 $x=[x_1, x_2, x_3]^T$ 라고 하면, $\hat{x}(x)$ 는 차수를 정하는 정도에 따라 달라지는데 차수를 2로 하면 $\hat{x}(x)=[x_1^2, x_1x_2, x_2^2, x_2x_3, x_3^2, x_3x_1]^T$ 가 된다. 식 (14)와 식 (15)로부터 전체 페루프 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^{2^m} h_i(z)h_j(z)\mu_k \{A_i(x) + B_i(x)(D_k K_j(x) + D_k^- H_j(x))\} \hat{x}(x) \quad (16)$$

여기서, $h_i(z)h_j(z)$ 는 퍼지모델의 멤버쉽 함수로서, 각 부분 모델의 가중치를 곱함으로써 부분 시스템을 전체시스템으로 표현한다.

4.2 제어기 설계

이 절에서는 앞에서 구한 퍼지모델에서 시스템이 안정하기 위한 제어입력을 SOSTOOL[10]을 이용하여 구하도록 한다.

다항식 $f(x)$ 에 대해 $f(x) = \sum_{i=1}^m f_i^2(x)$ 를 만족하는 $f_1(x), \dots, f_m(x)$ 가 존재하면 $f(x)$ 를 SOS(Sum Of Square)라 한다. SOS는 제곱형태의 다항식의 합이므로 항상 $f(x) > 0$ 조건을 만족한다. $f(x)$ 의 $x(t) \in R^n$ 차수가 $2d$ 인 다항식일 때 $\hat{x}(x)$ 를 $x(t)$ 의 차수가 d 를 넘지 않는 단항식으로 이루어진 열벡터라고 하면 $f(x)$ 가 SOS라는 것은 다음의 조건을 만족하는 것과 같다.

$$f(x) = \hat{x}(x)^T P(x) \hat{x}(x). \quad (17)$$

식 (17)은 SOS 다항식을 이차형식(quadratic form)으로 표현할 수 있음을 뜻하며 이를 이용해 시스템의 안정성을 보일 수 있다.

정리 1 [6, 7] 다음의 식 (18), (19)와 같은 다항 대칭행렬 $X(\tilde{x}) \in R^{n \times n}$ 와 다항행렬 $M(x), N(x) \in R^{m \times n}$ 이 존재하면 식 (16)은 안정하다. 증명은 [6, 7]을 통해 참조 가능하다.

$$\nu^T (X(\tilde{x}) - \epsilon_1(x)I) \nu \text{ is SOS} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & -\nu^T \left\{ T(x)A_i(x)X(\tilde{x}) + X(\tilde{x})A_i^T(x)T^T(x) \right. \\ & + T(x)B_i(x)D_k M_j(x) + M_j^T(x)D_k^T B_i^T(x)T^T(x) \\ & + T(x)B_i(x)D_k^- N_j(x) + N_j^T(x)D_k^- B_i^T(x)T^T(x) \\ & + T(x)A_j(x)X(\tilde{x}) + X(\tilde{x})A_j^T(x)T^T(x) \\ & + T(x)B_j(x)D_k M_i(x) + M_i^T(x)D_k^T B_j^T(x)T^T(x) \\ & \left. + T(x)B_j(x)D_k^- N_i(x) + N_i^T(x)D_k^- B_j^T(x)T^T(x) \right\} \nu \\ & - \sum_{i \in L} \frac{\partial X(\tilde{x})}{\partial x_i} A_i^i(x) \hat{x}(x) - \sum_{i \in L} \frac{\partial X(\tilde{x})}{\partial x_i} A_j^i(x) \hat{x}(x) + \epsilon(x)I \Big\} \nu \\ & \text{is SOS.} \end{aligned} \quad (19)$$

이때, $T(x)$ 는 (i, j) 번째 요소가 다음과 같이 주어지는 다항행렬이다.

$$T^j(x) = \frac{\partial \hat{x}_i}{\partial x_j}(x). \quad (20)$$

또한, $M_i(x)$ 와 $N_i(x)$ 는 다음과 같은 관계를 가지며

$$\begin{aligned} M_i(x) &= K_i(x)X(\tilde{x}) \\ N_i(x) &= H_i(x)X(\tilde{x}) \end{aligned} \quad (21)$$

이를 통해 이동로봇을 위한 제어입력인 $K_i(x)$ 를 얻을 수 있다.

지금까지 우리는 입력제한이 있는 이동로봇의 궤적 추적 문제를 위한 제어기를 제안하였다. 제안된 방법은 입력제한이 있는 비선형 시스템의 경우에도 간단한 상태제한 구조만으로도 쉽게 제어입력을 얻을 수 있었고 이러한 방법은 이동로봇뿐만 아니라 다양한 비선형 시스템에도 쉽게 적용할 수 있는 장점이 있다. 앞으로 우리는 위에서 얻은 제어기를 사용하여 실제 모의실험을 수행하고 기존의 비선형 제어방법과 비교하여 그 성능을 평가한다.

5. 모의실험 결과

이 절에서는 지금까지 제안한 방법을 모의실험을 통해 그 결과를 확인하고 LMI기법 및 비선형 제어 방법의 성능을 비교한다. 식 (16)에서 시간에 따라 변하는 값이 기준 선속도와 각속도를 다항 퍼지 모델의 입력변수로 사용하였고 그 크기는 다음과 같이 정규화 하였다.

$$z_1(t) = \frac{v_r(t)}{\max(|v_r(t)|)}, \quad z_2(t) = \frac{w_r(t)}{\max(|w_r(t)|)}. \quad (22)$$

위와 같이 정규화 과정을 거치면 기준 선속도는 $[0, 1]$ 범위 안에 존재하게 되고 기준 각속도는 $[-1, 1]$ 사이에 존재하게 된다. 퍼지 모델에 사용한 멤버쉽 함수는 다음의 형태를 사용하였다.

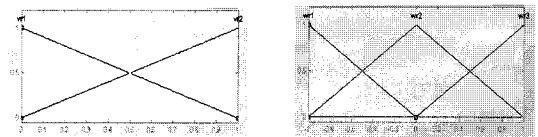


그림 3 기준 선속도와 각속도의 멤버쉽 함수

Fig. 3 membership function of the reference linear and angular velocities

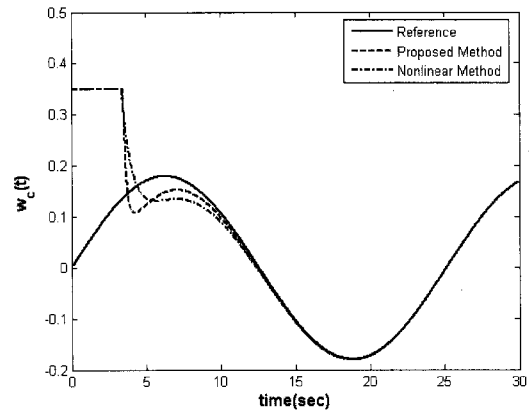
그림 4부터 6까지는 제안한 방법에 따라 모의실험을 수행한 결과이다. 성능 비교를 위해 비선형 제어기를 적용한 결과를 함께 나타내었다. 사용된 비선형 제어기법은 [3]이 제안한 방법으로 이동로봇의 궤적추적문제를 해결함에 있어 리아푸노프 방법을 사용하여 이동로봇과 기준궤적간의 오차가 점증적으로 0으로 수렴함을 보였다. 사용된 제어입력은 다음과 같고

$$\begin{aligned} v_c &= K_x e_x + v_r \cos e_\theta - K_\theta e_\theta w_c \\ w_c &= w_r + v_r K_x (e_y + K_\theta e_\theta) + \text{sine}_\theta / K_\theta / 2 \end{aligned} \quad (23)$$

이때, 제어상수는 $K_x = 8, K_y = 0.4, K_\theta = 0.6$ 이다. 주어진 제어상수를 사용할 경우 페루프 시스템의 감쇄률(ζ)이 1에 가깝게 나타난다.

모의실험에서 이동로봇의 초기조건은 $q(0) = [-1, -1, 0]^T$ 이고, 기준궤적의 초기조건은 $q_r(0) = [0, 0, 45^\circ]^T$ 이다. 이동로봇이 추종해야할 기준 궤적은 $v_r(t) = 0.5 + e^{-0.05t} [m/s]$ 와 $w_r(t) = 9\sin(0.005t) [rad/s]$ 이다. 이동로봇이 가질 수 있는 최대 선속도와 각속도는 각각 $2[m/s]$, $0.35[rad/s]$ 이다. 모의실험 결과 제안된 방법을 적용한 이동로봇은 입력제한조건이 존재하는 상태에서도 주어진 기준궤적을 잘 추종하였고 기존의 비선형기법을 이용한 결과와 비교하여 보다 빠른 오차의 수렴속도를 보였다.

기존의 이동로봇의 궤적추적 문제에 있어 비선형기법을 이용한 방법에서는 입력제한을 고려하지 않거나, 입력제한을 고려하기가 매우 어려웠으나 본 제안하는 방법에서는 입력제한을 고려하였고, 제어입력이 그림 5에서와 같이 제한되어 있을 경우에도 그림 4에서 보는 바와 같이 성능이 향상되었음을 알 수 있다. 이를 구체적으로 보이기 위해 그림 6에서 각 기구학적 오차의 추이를 비교하였다. 이를 통해 입력제한이 있는 경우에도 성능개선이 되었음을 확인하였다.



(b) 각속도 제어입력

그림 5 제어입력
Fig. 5 Control inputs

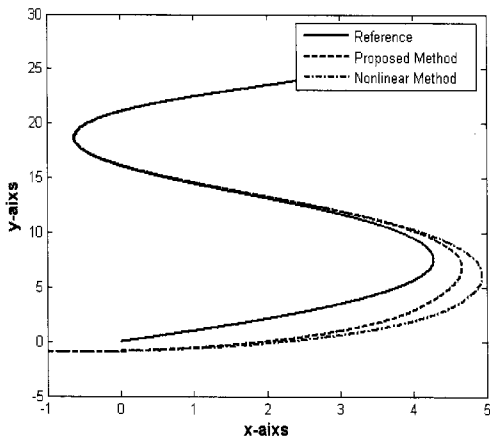
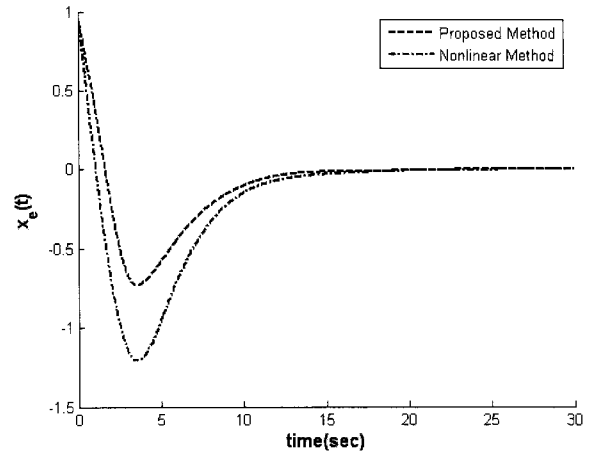
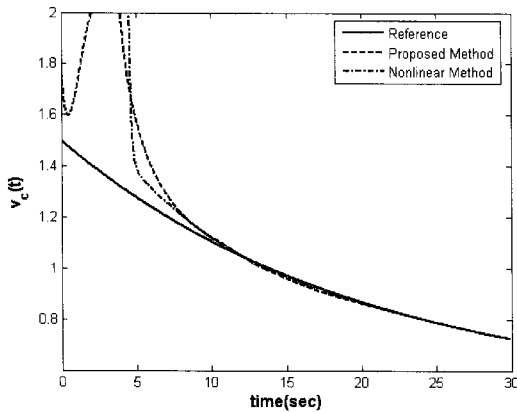


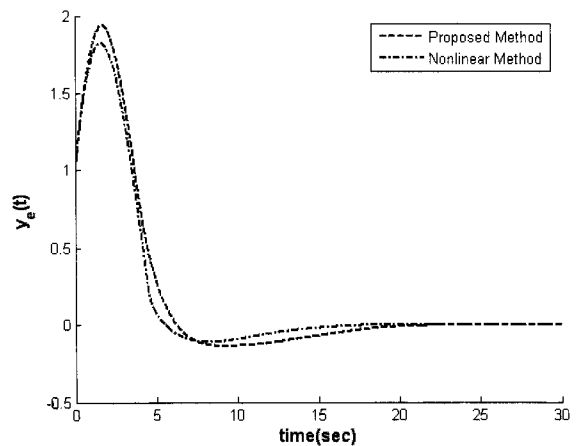
그림 4 이동로봇의 이동 궤적
Fig. 4 Trajectory of mobile robot



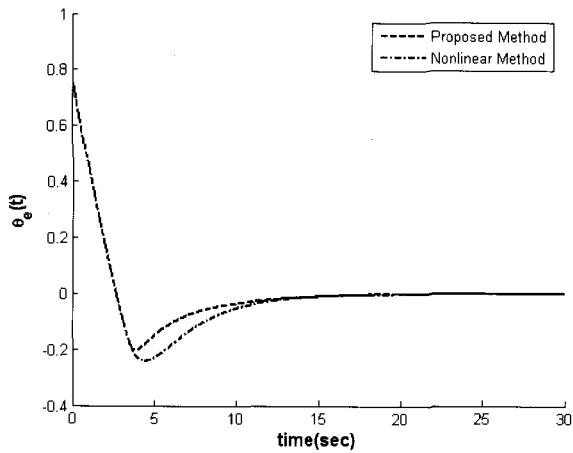
(a) x 방향 오차



(a) 선속도 제어입력



(b) y 방향 오차



(c) θ 방향 오차

그림 6 (x_e, y_e, θ_e) 추종오차

Fig. 6 Tracking error (x_e, y_e, θ_e)

6. 결 론

본 논문은 입력제한이 있는 이동로봇의 궤적추적문제의 제어방법을 제안하였다. 제안된 방법은 제어입력을 피드포워드 입력과 피드백 입력으로 나누어 궤적추적문제를 오차의 안정성문제를 변환하였고 기존의 안정성문제를 해결하기 위해 LMI 기법에서 시스템 행렬의 요소들이 상수여야만 하는 한계를 극복하기 위해 테일러 전개를 사용해 시스템행렬이 상태변수의 다항식으로 이루어진 다항 퍼지모델로 구성하였다. 또한, 다항 퍼지모델과 함께 실제적인 입력제한을 고려하기 위하여 입력포화함수를 다항 블록 모델로 표현하였다. 구성된 다항 퍼지모델로부터 SOSTOOL을 사용하여 수치적으로 제어입력을 얻었으며 얻어진 제어입력을 사용해 모의실험 수행한 결과 제안된 방법은 기존의 비선형 제어기법의 결과와 비교하여 보다 빠른 수렴 속도를 나타내었다. 입력제한이 있는 이동로봇의 궤적추적문제를 해결함에 있어 기존의 비선형 시스템에서 제어입력을 얻기 위해 복잡한 수식을 풀어야 하는 단점이 있지만, 제안된 방법은 시스템 방정식을 기본적인 상태제한 제어형태로 나타내어 간단하게 제어입력을 얻을 수 있다. 이러한 접근 방법은 이동로봇의 궤적추적문제 뿐만 아니라 보다 복잡한 비선형시스템에도 적용할 수 있어 기존에 적용할 수 없었던 많은 비선형 시스템의 제어방법에 사용될 수 있다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구 (2009-0069742) 지원으로 수행 되었음.

참 고 문 헌

- [1] R.W.Brockett, "Asymptotic stability and feedback stabilization," Differential Geometric Control Theory, 181-191, 1983.
- [2] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi, "A stable tracking control method for an autonomous mobile robot," IEEE International Conference on Robotics and Automation, Cincinnati, OH, vol. 1, pp. 384-389, 1990.
- [3] D-H. Kim, J-H. Oh, "Globally Asymptotically Stable Tracking Control of Mobile Robots," IEEE International Conference on Control Applications, Trieste, Italy, Sep., 1998.
- [4] Y-P. Tian, K-C. Cao, "An LMI Design of Tracking Controllers for Nonholonomic Chained-Form System," American Control Conference on NewYork, USA, Jul., 2007.
- [5] G. Klancar, I. Skrjanc, "Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time," Robotics and Autonomous Systems, vol. 55, pp. 460-469, 2007.
- [6] K. Tanaka, H. Ohtake, O. Wang, "A Descriptor System Approach to Fuzzy Control System Design via Fuzzy Lyapunov Function," IEEE Transaction on Fuzzy System, vol. 15, pp. 333-341, 2007.
- [7] K. Tanaka, H. Yoshida, H. Ohtake, O. Wang, "A Sum of Squares Approach to Stability Analysis of Polynomial Fuzzy Systems," American Control Conference, NewYork, Jul, 2007.
- [8] Y-Y. Cao, Z. Lin, Y. Shamash, "Set Invariance Analysis and Gain-Scheduling Control for LPV Systems Subject to Actuator Saturation," American Control Conference, Anchorage, AK, May, 2002.
- [9] H-C. Choi, S. Jang, D. Chwa, S-K. Hong, "Guaranteed Cost Control of Uncertain Systems Subject to Actuator Saturation," SICE-ICASE International Joint Conference, Busan, Oct., 2006.
- [10] S. Prajna, A. Papachristodoulou, P. Seiler and P. A. Parrilo, SOSTOOLS: Sum of Squares Optimization Toolbox for MATLAB, Version 2.00, 2004.

저 자 소 개



김철중 (金喆中)

1983년 3월 6일생. 2008년 아주대 전자공학부 졸업. 2008년~현재 동 대학원 전자공학과 석사과정.

Tel : 031-219-2489

Fax : 031-212-9531

E-mail : cjoong@ajou.ac.kr



좌동경 (左東京)

1971년 12월 23일생. 1995년 서울대 제어계측공학과 졸업. 2001년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박사). 2005년~현재 아주대 전자공학부 부교수.

Tel : 031-219-1815

Fax : 031-212-9531

E-mail : dkchwa@ajou.ac.kr



오성근 (吳成根)

1961년 4월 4일생. 1983년 경북대 전자공학과 졸업. 1985년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 대학원 석사. 1990년 동 대학원 박사. 1993년~현재 아주대 전자공학부 교수.

Tel : 031-219-2370

Fax : 031-212-9531

E-mail : oskn@ajou.ac.kr



홍석교 (洪錫敎)

1948년 8월 23일생. 1971년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1973년 동 대학원 석사. 1981년 동 대학원 박사. 1976년~현재 아주대학교 전자공학부 교수.

Tel : 031-219-2476

Fax : 031-212-9531

E-mail : skhong@ajou.ac.kr