

선형해석법을 이용한 교량상 장대레일의 안정성 해석 방법 연구

Stability Analysis for CWR on the Railway Bridges by Linearized Method

최영길[†] · 오주원*

Young-Gil Choi · Ju-Won Oh

Abstract The stability analysis for CWR is difficult in the theory itself because both geometric and material nonlinearity should be considered. Also the analysis results are varied according to the loading history. In contrast to the complexity in the theory, the analysis results for CWR on the railway bridges are quite simple and can be predicted because of a small buckling effect and its negligible nonlinearity. In this study, refined nonlinear analysis methods for the stability analysis of CWR on the railway bridges were developed which consider only material nonlinearity because the effects of geometric nonlinearity are nominal. In this study, the analysis results can be found within limited number of iterations with idealized linear force-displacement relationship. From the analysis result comparisons, it was found that the stability analysis for CWR on the railway bridges can be performed effectively by this method.

Keywords : CWR(Continuous Welded Rail), Rail-Bridge Interaction, Axial Load, Geometrical Nonlinear

요 지 장대레일의 축력해석은 기하적 비선형 및 재료적 비선형해석을 수행하여야 하므로 그 해석 자체가 비선형 해석으로서 난해하고 하중이력의 적용순서 등에 따라 해석결과가 다르게 나타난다. 이러한 해석의 이론적 복잡성과 어려움에 비하여 철도교량위에 부설된 장대레일의 축력해석결과는 레일의 좌굴이 미미하여 기하적 비선형성이 미소하므로 그 예측이 가능하며 아주 단순하게 나타나게 된다. 본 연구는 교량상 장대레일의 축력해석에서 기하적 비선형성이 미소하여 해석 결과에 거의 영향을 미치지 못하므로 재료적 비선형성만을 고려하여 비선형해석을 수행하는 방법을 개발하였다. 이는 레일 체결 시스템의 비선형 저항력을 힘-변위 관계로부터 선형관계로 재구성시켜 선형해석법으로 수회 반복시키게 되면 간단하게 수렴됨으로 해석결과를 쉽게 얻을 수 있는 장점이 있다. 이러한 해석결과를 기존의 해석 예들과 결과를 비교함으로써 효율적인 교량상 장대레일의 안정성 해석이 가능함을 알 수 있었다.

주 요 어 : 장대레일, 레일교량상호작용, 축력, 기하적비선형

1. 서론

공장에서 제작된 정척레일을 기지나 현장에서 레일을 용접하여 연속시키는 것은 열차의 속도 및 승차감 향상은 물론 충격과 소음을 저감시킬 수 있으며 선로 유지관리의 효율성에도 크게 기여하게 되므로 우리나라 철도에서도 이미 일반적인 기술이다.

장대레일의 장점에도 불구하고 레일장대화는 온도변화에 따른 레일의 변위가 억제되므로 종방향으로 축력이 발

생되게 되고 이로 인하여 안정성 측면에서 하절기 궤도의 좌굴과 동절기 레일의 절손 위험이 높아지게 되며 곡선 선로에서는 궤도의 방향틀림과 함께 미소한 횡방향 이동이 발생되고 이들의 비선형적인 거동의 반복과 누적으로 선로가 원위치에서 이동되는 결과를 낳기도 한다.

특히 교량에서는 위와 같은 일반적인 장대레일의 문제점으로 교량받침의 경계조건에 따라 장대레일을 지지하고 있는 교량 거더의 온도신축으로 인한 변위가 궤도의 체결구를 통하여 레일로 전달되므로 여러 형태의 복잡한 추가축력이 발생하게 되어 레일의 축력을 증가시키게 된다. 한편 교량상 장대레일의 변위억제와 거더의 온도변위 그리고 레일과 거더의 체결시스템에 의한 힘의 전달 및 체결력을 초

[†] 책임저자 : 정회원, 한국철도공사

E-mail : apple002@korail.com

TEL : (018)408-1425 FAX : (042)609-3742

* 한남대학교, 건설시스템공학과, 교수

과하는 힘에 의한 비선형변위 등 복잡한 메커니즘을 통하여 궤도는 안정성을 유지하게 되는 것이다.

일반적으로 궤도의 좌굴문제는 노반에 부설된 자갈도상에서 하절기 온도상승에 따른 레일축력의 증가로 궤도가 횡방향으로 과도하게 틀림이 발생하는 기하적 비선형(Geometrical Nonlinear)문제로 주로 도상의 저항력에 관계된다. 그러나 교량상에서는 노반의 도상과 달리 종방향으로 자갈막이가 설치되어 있어 도상의 횡저항력은 미소한 일정 범위를 벗어나게 되면 자갈막이에 의하여 물리적으로 저항력이 크게 증가되므로 미소한 횡방향 궤도틀림이 발생된다. 즉, 방향틀림이 발생되어 궤도유지관리기준에 벗어날 수는 있을 것이나 열차의 탈선 등에 의한 대형사고를 유발시킬 수 있는 위험은 확률적으로 매우 낮을 것이다. 이는 콘크리트도상 등 궤도가 구조체로 되어 있는 궤도시스템에서는 교량상의 자갈도상궤도보다 안전한 구조이므로 이들에 대해서 기하적 비선형에 대한 검토는 의미가 없을 것이다.

자갈 도상 궤도의 경우 레일, 레일패드, 레일체결구 및 침목과 도상자갈로 구성되어 자갈도상궤도가 연속되는 노반위에 부설된 경우에 궤도의 안정성해석에는 이들 궤도구성 요소들의 재료적 비선형(Material Nonlinear)성 때문에 이들도 고려하여 비선형해석을 수행하는 복잡한 과정을 거치게 되며 콘크리트 도상과 같이 무도상인 경우에는 장대레일의 축력에 비하여 콘크리트궤도의 저항력이 매우 크므로 장대레일 축력해석의 의미가 없으며 해석적으로 쉽게 얻을 수 있다.

교량에 부설된 궤도는 신축이 제한되는 상부 장대레일과 교량 거더의 온도신축으로 인한 변위가 궤도의 체결구를 통하여 레일로 전달되고 체결구의 저항력을 초과하는 힘은 체결구의 비선형성, 즉 미끄러짐으로 레일에 비하여 거의 무한에 가까운 거더의 온도축력을 해방시키게 되어 온도에 의한 장대레일과 교량의 종방향 불균형력(unbalanced force)을 해소시키는 것이다.

이러한 불균형력의 해소에는 교량은 물론 장대레일의 안정성을 유지시켜야 한다는 당연한 전제가 존재하며 불균형력의 인위적 해소에 따른 필연적인 대가가 요구된다고 볼 수 있다. 즉 레일체결구의 종방향 체결력을 감소시키게 되면 이러한 문제는 쉽게 해결되게 되나 장대레일은 그만큼 불안정하게 되어 열차주행에 불리하게 되고 동절기에 레일이 절손되면 개구량이 증가되어 열차탈선의 위험성이 높아지게 된다. 거더의 길이를 적당히 짧게 하면 모든 문제는 해결될 것이나 선로의 공사비 증가와 미관저해 및 통수단면적의 감소 등의 문제가 발생될 것이다. 독일의 경우 일반적인 철도교량에서 거더 길이의 제한 및 단순교로 설계하고 비교적 장대레일축력에 불리한 것으로 알려진 거더의

경계조건을 고정-가동으로 설치하는 이유가 여기에 있다.

2. 장대레일 안정성해석

이러한 비선형 거동을 해석하기 위한 방법으로는 Newton-Raphson법, 변위증분법, Arc Length법, 단순증분법 등이 있으며 필요에 따라 이들은 각각의 방법에 대한 장,단점을 보완하면서 비선형 해석 알고리즘을 개선, 발전시켜왔다. 이들 방법들은 각각의 해석법들의 장단점에도 불구하고 불균형하중을 구하고 각 단계마다 반복하는 과정을 통하여 오차를 점검하는 등 알고리즘이 복잡하다는 단점을 가지고 있다.

비선형 거동을 해석하기 위한 비교적 간단한 방법으로는 단순증분법(Simple Incremental Method), 단순증분법을 개선한 Predictor Corrector Method, 단순증분법과 Newton-Raphson법의 장점을 취한 Bergan's Mixed Method 등이 있다. 이들은 Snap-through, Snap-back 현상에도 잘 적용되는 장점에도 불구하고 앞에서 밝힌 Newton-Raphson법, 변위증분법, Arc Length법 등에 비하여 오차가 크다는 단점을 가지고 있다. 그러나 이들 모두 완전한 비선형해석방법은 아니며 수치해석적 또는 구조적 오차가 나타날 수 밖에 없다. 이러한 수치적 발산을 피하면서 오차를 감소시키고 해석의 효율을 위한 다양한 방법들이 국내에서도 연구된 바 있다.[1]

본 연구는 복잡한 비선형해석법에서 철도교량상의 장대레일 축력 및 이로 인한 구조물의 거동을 단순하게 해석하고자 개발한 해석기법이다.

2.1 선형해석법을 이용한 교량상 장대레일 해석

철도교량에 부설된 장대레일의 안정성해석은 앞에서 언급한바와 같이 횡방향 변위에 따른 저항력의 증가로 기하적 비선형성으로 인한 영향은 거의 없으며, 레일축력에 의한 종방향 변위로 발생하는 기하적 비선형 매트릭스(Geo-

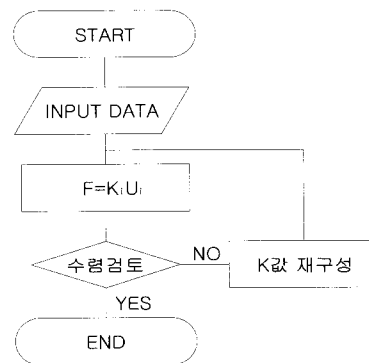


Fig 2.1. Nonlinear Analysis Flow Chart

metrical Nonlinear Stiffness Matrix : K_G)로 인한 강도매트릭스에 거의 영향을 미치지 않음으로 K_G 는 무시하여도 안정성해석에 영향을 거의 미치지 않는다.

궤도중저항력은 실제적으로 상당히 복잡할 것이나 장대레일 해석에서는 일반적으로 Fig. 2.2와 같이 힘 F와 변위 Δ 의 관계를 Bilinear 비선형스프링으로 이상화하여 해석한다.

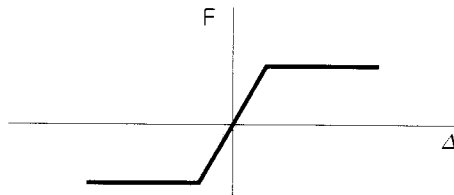


Fig 2.2. Nonlinear Spring

기하적 비선형 해석을 위한 평형조건은 아래 식과 같다.

$$F_i = [K_E + K_{G_i}] U_i \tag{2.1}$$

여기서 K_E : 선형강도매트릭스
 K_G : 기하적 비선형강도매트릭스
 U_i : 변위

비선형해석에서 기하적 비선형 매트릭스는 하중재하에 의한 구조물의 변형으로 인하여 발생하는 2차적 요소가 되므로 실제 해석에서는 비선형해석을 위한 반복 수행과정에서 1단계 전의 비선형강도행렬을 사용하게 된다. 따라서 식 (2.1)은 실제 해석에서는 다음과 같이 사용되게 된다.

$$F_i = [K_E + K_{G_{(i-1)}}] U_i \tag{2.2}$$

식 (2.1)과 식 (2.2)의 차이가 불균형 하중(Unbalance Load : dF_i)으로서 실제 해석에서는 여러 가지 복잡한 방법이 사용되나 간단히 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$dF_i = [K_{G_i} - K_{G_{(i-1)}}] U_i \tag{2.3}$$

비선형해석은 이를 감소시키고 특이하게 강도행렬의 Diagonal Term이 ‘영’이 되는 경우 즉 Snap Through와 이와 반대로 무한대로 커지는 경우 즉, Snap Back에 근접하는 하중-변위관계를 어떤 수치해석방법을 동원하여 해의 발산 또는 수치적 오류를 피하면서 오차를 최소화하여 이곳을 통과시키느냐 하는 문제이다. 이는 기하적 비선형해석에서 임계점에 이른 하중-변위관계나 대변형해석에서 대

부분 나타나게 되는 현상이다. 그러나 장대레일의 안정성 해석에서는 대부분 똑같은 요소가 연속됨으로 Snap Back 현상은 발생하지 않게 된다.

선형강도매트릭스는 일반적인 선형해석에서 사용되는 강도행렬(Stiffness Matrix)이며 기하적 비선형 매트릭스는 축력과 관련되어 구조물의 변형에 의하여 2차적으로 기여되는 모멘트 및 전단력 등에 관련된 것으로 레일 축력에는 영향을 미치지 않는 강성행렬이다. 따라서 기하적 비선형 강도매트릭스는 무시해도 사용성 측면에서의 레일의 종방향 축력이나 변위에는 영향이 거의 나타나지 않을 것이다. 다만 국부적으로 단면응력에 영향을 미치나 레일의 형상은 이러한 응력의 영향을 크게 받지 않는 구조이다.

기하적 비선형강도매트릭스는 아래와 같이 축력과 관련된 행렬요소로 특수한 경우를 제외하고는 일반적인 비선형 해석에서는 나타나지 않는다. 본 연구는 이러한 현상을 파악하여 선형해석으로 장대레일 축력해석을 보다 쉽게 수행할 수 있는 방법을 강구하는데 초점을 두었다. 즉, 철도교량과 장대레일의 상호작용해석에서 거더의 종방향 온도신축에 의한 장대레일과의 힘-변위해석에서는 기하적 비선형 강도매트릭스를 포함시켜 복잡하게 비선형해석을 할 필요가 없다는 것이다. 이러한 논리에서 식 (2.1)은 선형해석과 같은 다음과 같이 간단하게 표현된다.

$$\begin{matrix}
 K_E = \begin{pmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ & & 4EI/L^2 & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L^2 \\ & & & EA/L & 0 & 0 \\ \text{Symmetry} & & & & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ & & & & & 4EI/L^2 \end{pmatrix} \\
 \\
 K_G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 6F/5L & F/10 & 0 & 6F/5L & F/10 \\ & & 2FL/15 & 0 & -F/10 & -FL/10 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \text{Symmetry} & & & & 6F/5L & -F/10 \\ & & & & & 2FL/15 \end{pmatrix} \\
 \\
 F_i = K_E U_i \tag{2.4}
 \end{matrix}$$

위의 식 (2.4)에서 반복해석은 레일과 교량거더의 온도신축으로 인한 체결구의 탄성한계 변위를 초과하는 재료적 비선형으로 인한 반복과정이 포함된다.

거더의 온도신축을 장대레일에 전달시키는 도상이나 체결구의 중저항력을 Fig. 2.2와 같이 가정하면 거더와 장대레일 사이의 온도신축에 따른 상대변위에 의한 스프링력은

Fig. 2.3과 같이 고정점으로부터의 거리에 따라 레일과 거더의 상대변위에 의하여 전달되게 된다. 이때 레일과 거더의 상대변위가 체결구의 선형스프링한계를 벗어나게 되면 체결구는 비선형 스프링으로 변위와 관계없이 일정한 저항력을 가지게 됨을 나타낸 그림이다.

탄성범위를 초과하는 상대변위가 발생하는 위치의 체결력을 포함하는 해석은 비선형해석을 통하여 해를 얻는 것이 정상적인 방법이나 이는 상당한 노력을 요구하게 된다. 전술한 바와 같이 장대레일-교량 상호작용에 의한 비선형해석에서 기하적 비선형성을 무시하게 되면 이는 스프링 계수를 재조정하여 선형해석으로부터 간단하게 수회 반복해석을 수행하므로써 비교적 정확한 해를 얻을 수 있게 된다.

비선형 스프링으로 거동되는 체결구의 스프링을 가상 선형스프링으로 가정하게 되면 선형적으로 수치해석이 가능하게 된다.

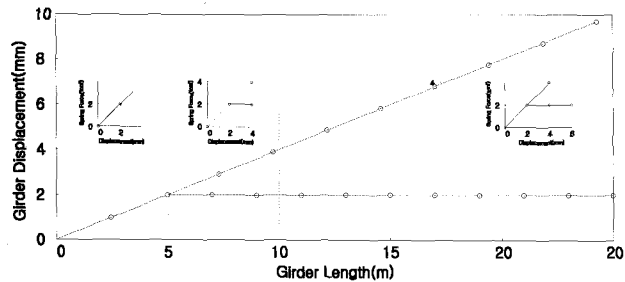


Fig. 2.3. Girder expansion and contraction & Clip nonlinear spring

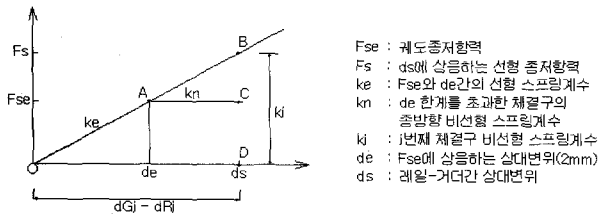


Fig. 2.4. Clip nonlinear spring F-Δ

Fig. 2.3는 거더 길이에 따른 적용 스프링력을 나타낸 것으로 거더의 온도변화가 40°C인 경우 고정단으로부터 약 5m 이내에 있는 스프링은 2mm 이내 변위로 선형거동을 하며, 5m를 초과하는 곳에 위치한 스프링력은 거더의 변위에 관계없이 비선형거동을 하고 침목의 종저항력과 같음을 나타낸 그림이다.

최초단계 해석에서 체결구의 스프링은 Fig. 2.4에서 보는 바와 같이 $K_e = F_{se}/d_e$ 로서 선분 OA의 기울기이다. 해당 체결구에서의 거동은 레일과 거더의 상대 변위 OD로 인하여 OB의 수직성분인 BD만큼의 체결력이 작용되는 것으로 간주하여 힘-변위 관계에서 평형을 이루는 것으로 나타나게 되며 Fig. 2.3의 5m 이상에 위치한 내부의 작은 그림에 나타

난 스프링의 힘-변위 관계를 설명한 것이다. 즉 실제 힘-변위관계는 Bilinear 스프링이므로 A점에서 더 이상 저항하지 못하고 증가되는 변위에 관계없이 일정한 저항력을 유지하게 되는 OAC 곡선으로 작용하게 된다. 이때 선형해석으로 인한 BC만큼의 가상하중이 작용되게 되어 해석 결과는 장대레일-교량 상호작용 구조물의 거동과는 다르게 된다. BC 하중을 넓은 의미에서 불균형하중(Unbalanced Load)으로 고려될 수 있을 것이나 엄밀한 의미에서는 구조해석의 편의를 위하여 비선형스프링을 선형스프링으로 가정함에 따른 불균형하중이므로 힘-변위 관계에서 힘에 의하여 발생된 변위를 포함하여 구조계는 평형을 이루며, 이때 발생된 변위로 인한 불균형하중과는 발생 메커니즘이 다르다.

거더 위에 설치된 특정 위치에 있는 레일 체결구의 Bilinear 스프링 계수를 k_s 라하면 스프링의 거동 OAC 곡선에서 이를 선분 OC에 이르는 선형스프링으로 다음 식과 같이 가정하면 선형해석이 가능하게 된다.

$$k_s = k_e \quad \text{if } d_s \leq d_e \quad (2.5)$$

$$k_s = k_e \frac{d_e}{d_s} \quad \text{if } d_s > d_e$$

여기서, k_s : 특정 위치의 체결구의 스프링 계수

k_e : 탄성역내에 있는 체결구의 스프링 계수

d_e : 탄성변위한계

d_s : 특정 위치의 체결구의 상대변위

특정 위치에 있는 체결구 스프링이 레일과 거더 사이의 상대변위가 임계하중 즉 탄성역을 벗어나게 되면 이때의 스프링계수 k_s 는 Fig. 2.4의 k_j 대신 식 (2.5)와 같이 치환하여 해석할 수 있을 것이다.

2.2 해석방법

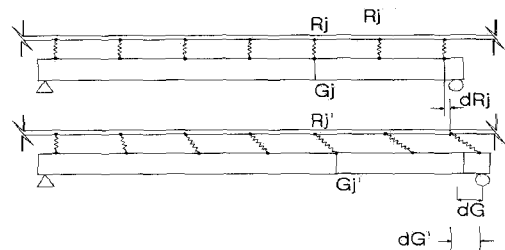


Fig. 2.5 Relative displacement & Clip expansion and contraction

교량 거더와 장대레일은 Fig. 2.5와 같이 비선형 스프링으로 결합되어 있다. 거더가 온도 신축에 의해 종방향으로 신장되면 체결구가 거더와 결합된 G_j 는 G'_j 로 이동되게 되고 이에 따라 스프링에 인장력이 발생된다. 이 스프링력은 레일에 연결된 R_j 점을 긴장시켜 레일에도 종방향 변위 dR_j

를 발생시키게 된다. 거더 또한 스프링의 반력에 의하여 종 방향으로 단축될 것이나 레일과는 다르게 단면적이 크므로 스프링의 강성과 거더의 종방향 강성을 비교할 때 무시해도 될 것이나 철도판형교와 같이 거더 단면적이 레일 단면적에 비하여 약 3~10배정도임을 고려한다면 판형교와 같은 경우에는 거더의 단축도 고려하는 것이 보다 정확한 해를 얻을 수 있을 것이다.

Fig. 2.4는 반복단계 i 에서 j 번째 체결구에 작용된 비선형 스프링의 힘-변위 관계를 나타낸 것으로 스프링의 변위 dS_{ji} 는 다음 식과 같다.

$$dS_{ji} = dG_{ji} - dR_{ji}$$

여기서, dS_{ji} : 스프링 변위

dR_{ji} : 레일 변위

dG_{ji} : 거더 변위

이때 수치해석에서 적용된 실제 스프링력은 비선형스프링력 k_n 이 적용된 것이 아니고 Fig. 2.4에서 보는바와 같이 k_{ji} 가 적용된 것이다. 여기서 k_{ji} 는 체결구의 탄성영역에 있는 k_e 가 탄성한계를 초과한 변위 dS 에서도 탄성역에 있는 k_e 가 작용되는 것으로 가정한 것이지만 실제 이곳에 작용된 스프링력은 F_{se} 이다. 따라서 다음 단계에서의 스프링 계수는 $k_{j(i+1)}$ 는 이 스프링력을 다음과 같이 수정하여 적용시키면 불균형하중을 점차 감소시켜 나갈 수 있게 된다.

$$k_{j(i+1)} = k_e \frac{d_e}{dS_{ji}} = k_e \frac{d_e}{dG_{ji} - dR_{ji}} \quad (2.6)$$

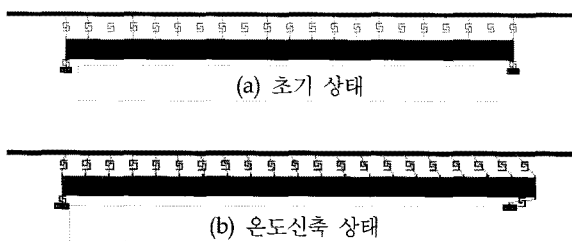


Fig 2.6. Girder displacement of Temperature

본 해석법을 검증하기 위하여 거더길이 20m의 단경간 판형교상 장대레일을 해석하였다. 레일 온도 및 거더 온도 상승은 각각 45°C, 40°C를 적용시켜 해석하였으며, 각 궤도별 종저항력은 Table 2.1과 같다.

Table 2.1. Track of Longitudinal Resist Force

구분	자갈도상	콘크리트슬래브	무도상 판형교
종저항력	2.0(ton/m)	4.0(ton/m)	1.2(ton/침목1정)

Fig. 2.6은 레일과 거더의 온도신축에 따른 거더와 체결구 스프링의 변위를 나타낸 것이며 Fig. 2.7~Fig. 2.10은 레일축력, 레일변위, 레일-거더 상대변위 및 체결구 스프링력에 대하여 반복단계별로 나타낸 것이다. Table 2.2는 이들에 대한 결과치들을 나타낸 것이며, Fig. 2.11~Fig. 2.14는 이들의 수렴성을 나타낸 것이다.

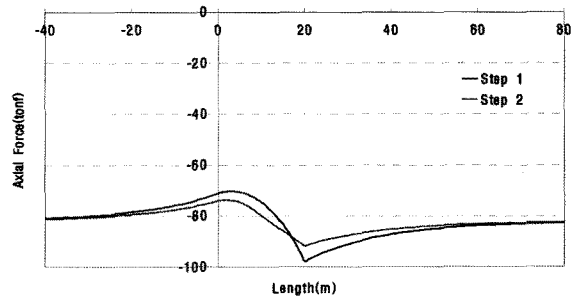


Fig. 2.7. Rail axial force of Repeat step

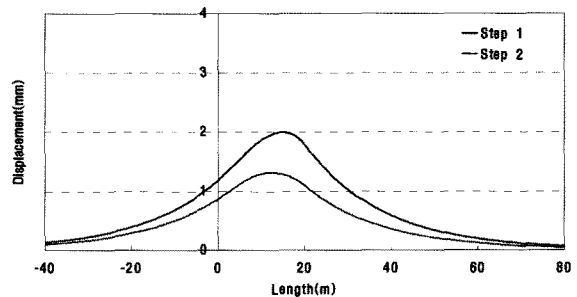


Fig. 2.8. Rail displacement of Repeat step

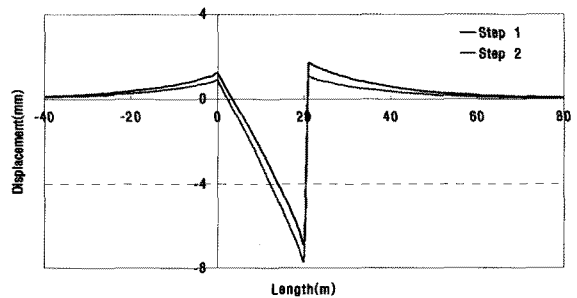


Fig. 2.9. Rail-Girder relative displacement of Repeat step

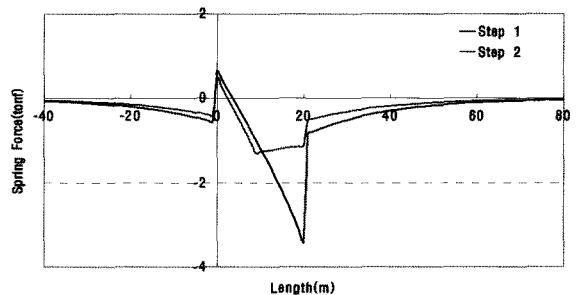


Fig. 2.10. Clip spring force of Repeat step

Table 2.2. F-Δ Convergency of repeat step

반복단계	레일축력		레일변위		거더변위		레일-거더상대변위		스프링력		교량받침종방향력	
	tonf	Err(%)	mm	Err(%)	mm	Err(%)	mm	Err(%)	tonf	Err(%)	tonf	Err(%)
1	-97.73	8.10	1.99	73.67	8.59	-2.16	-6.80	-13.09	-3.38	239.1	26.10	72.05
2	-91.63	1.34	1.31	14.30	8.75	-0.33	-7.65	-2.15	-1.29	29.66	17.19	13.34
3	-90.62	0.23	1.18	2.53	8.77	-0.06	-7.79	-0.37	-1.05	5.61	15.52	2.33
4	-90.41	0.00	1.15	0.00	8.78	0.00	-7.82	0.00	-1.00	0.00	15.22	0.34
5	-90.41	0.00	1.15	0.00	8.78	0.00	-7.82	0.00	-1.00	0.00	15.17	0.00

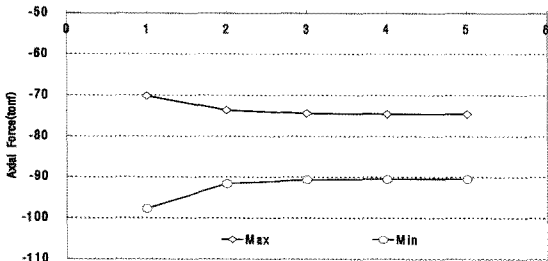


Fig. 2.11. Rail axial force convergency of Repeat step

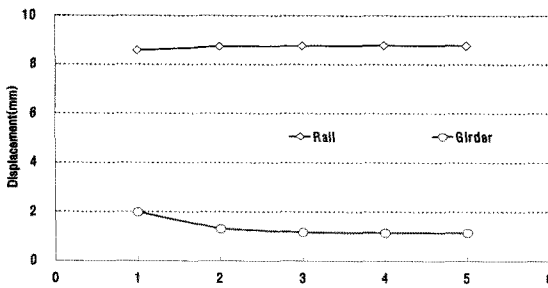


Fig. 2.12. Rail displacement convergency of Repeat step

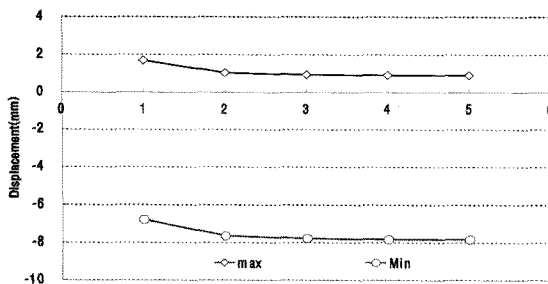


Fig. 2.13. Rail-Girder relative displacement convergency of Repeat step

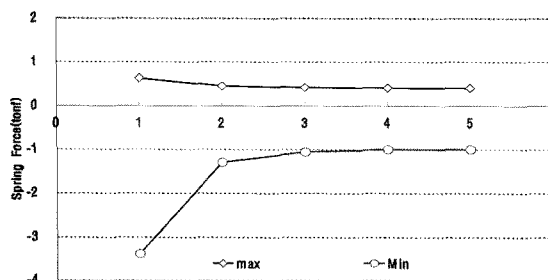


Fig. 2.14. Clip spring force convergency of Repeat step

초기 해석과 반복 2단계에서의 결과치들은 축력과 레일-거더 상대변위에서는 값의 차이를 보이거나 반복 3단계에서는 레일축력 및 레일 거더 상대 변위에서 각각 0.2% 및 0.4%미만의 상대오차를 보이고 있다. 거더변위에서 오차가 상대적으로 낮은 것은 레일체결구의 체결력이 거더의 강성에 비하여 아주 낮음으로 이들의 영향을 받지 않고 거의 독립적으로 온도신축의 영향만을 받음을 나타내는 것이며, 교량받침에서 상대적으로 오차가 큰 것은 거더의 축방향 변위, 체결구 스프링의 신축 및 레일의 신축 등에 따른 모든 종방향력의 합으로 나타나기 때문에 다른 요소들에서 나타나는 상대오차들과는 한 단계 정도의 반복과정을 수행해야 유사하게 됨을 알 수 있다. 레일변위나 체결구 체결력도 4단계 반복에서 수렴됨을 알 수 있다. 이는 본 연구에서 장대레일-철도교량 상호작용 축력해석에서 기하적비선형성을 무시하고 레일 체결구의 Bilinear 스프링을 선형으로 가정하여 반복법으로 해석할 수 있음을 나타내는 것이며 선형해석만을 수행하므로 해의 발산이나 Snap Through 등으로 인한 비선형해석에서 나타나는 인위적 재해석이 불필요하게 되어 수치해석에 대한 시간과 노력을 저감할 수 있다. 이와 같이 본 연구에서 제시한 Bilinear 스프링의 선형화를 통한 장대레일-철도교량 상호작용 축력해석 방법은 비선형 해석을 탄성해석으로 간단히 수회 반복시킴으로서 간편하게 수치해석 할 수 있는 해석법이다. 이는 일반적인 비선형 스프링에도 다음과 같이 적용시킬 수 있을 것이다.

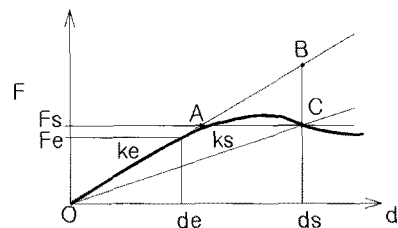


Fig. 2.15. Clip spring F-Δ

$$k_s = F_s / d_s$$

반복해석 i 번째 단계에서 스프링의 변위 d_{S_i} 는 정확한

변위 위치가 아니므로 Bilinear인 Fig. 2.4에서와 같이 스프링의 변위가 탄성한계를 초과되는 경우 K_s 값을 사용할 수 없으므로 해석단계에 따른 dS_i 의 위치에 대응되는 비선형 스프링의 힘-변위관계를 적용시키면 된다.

3. 해석 및 고찰

본 연구에서 제시한 장대레일-교량 축력해석법은 기하적 비선형성을 고려하지 않고 체결구의 비선형 스프링을 반복 전단계의 상대변위로부터 선형 스프링으로 가정하여 전체를 선형해석으로 반복함으로써 비선형해석의 복잡성과 해의 발산 등으로부터 자유롭고 비교적 간단하게 수치해석을 할 수 있는 방법이다. 본 해석법에 대한 논리적 고찰은 앞에서 기술하였으며 여기서는 기존의 장대레일-교량 축력해석 결과들과 본 방법에 의한 해석결과를 비교 고찰하고자 한다. 비교대상은 판형교(경부선 밀양강교), 자갈도상교량(경부고속철도 모암고가교) 및 콘크리트도상(경부고속철도 화실고가교)이다. 이들에 대한 제원 및 적용물성치는 다음과 같다.

Table 3.1. Bridge condition and Spring coefficient

구분	무도상판형교 (밀양강교)	자갈도상 (갈원교)	콘크리트도상 (화실고가교)
레일	60Kg	UIC60	UIC60
거더	판형교 12.7m@6 19.7m@25	PC Box	PC Box
연장	596.8m	400m	325m
R.E.J	연속레일	A2 단부	연속레일
스프링 계수	도상 2tonf/m 교량 1.2tonf/침목당	도상 2tonf/m	직결도상 4tonf/m
지점조건	FMFM방식	3경간연속 + 4경간연속	MFMM방식

3.1 해석결과

3.1.1 밀양강교

본 해석교량은 판형교로서 문헌[2]을 참고하여 해석하였다. 해석결과는 아래 Fig. 3.1~Fig. 3.2와 Table 3.2와 같다.

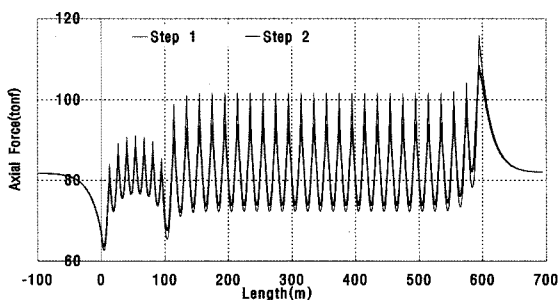


Fig 3.1. Rail axial force (Mil-Yang Br)

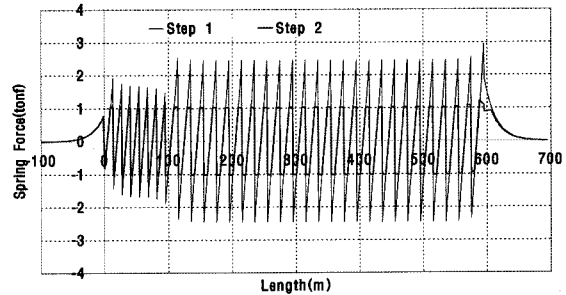


Fig 3.2. Rail spring force (Mil-Yang Br)

Table 3.2. Convergency of Analysis method (Mil-Yang Br)

반복 회수	축력 (tonf)	오차율 (%)	반복 회수	축력 (tonf)	오차율 (%)
1	115.96	8.19	4	107.55	0.35
2	108.43	1.17	5	107.18	0.00
3	107.90	0.67	6	107.18	0.00

: 여기서 오차율(%)이란 비선형수치해석결과를 기준으로 한 수렴치에 대한 오차임.

3.1.2 경부고속철도 1단계 갈원교(자갈도상)

본 교량은 총연장 400m(40m@3 + 40m@4 + 40m@3)로 제작되어 구조설계상의 문제로 이들을 연속시켰으나 문헌[3]과 비교를 위하여 각자 독립적인 거더로 가정하여 해석하였으며 해석결과는 아래 Fig. 3.3~Fig. 3.4와 Table 3.3과 같다.

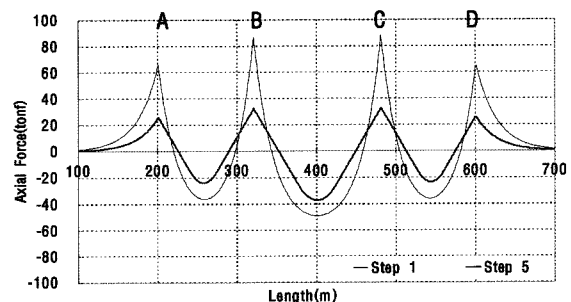


Fig. 3.3. Rail axial force (Gal-Won Br)

Fig. 3.3에서 A, D는 교량의 시중점부이며, B,C는 거더신축부를 나타내었다. Table 3.3은 거더신축부에서의 축력 및 응력을 나타낸 것이다.

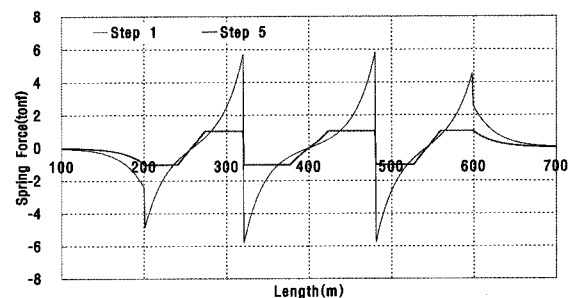


Fig. 3.4. Rail spring force (Gal-Won Br)

Table 3.3. Convergency of Analysis method (Gal-Won Br)

반복 회수	B지점		C지점		오차율 (%)
	축력 (tonf)	응력 (kgf/cm ²)	축력 (tonf)	응력 (kgf/cm ²)	
1	87.40	110.63	88.27	111.73	170.10
2	40.28	50.99	40.44	51.19	23.75
3	34.62	43.82	34.81	44.06	6.52
4	33.13	41.94	33.34	42.20	2.02
5	32.67	41.35	32.88	41.62	0.61
6	32.53	41.18	32.74	41.44	0.18
7	32.49	41.13	32.70	41.39	0.06
8	32.47	41.10	32.68	41.37	0.00

3.1.3 경부고속철도 2단계 화실고가(콘크리트도상)

본 교량의 제원은 Table 3.1과 같으며 경계조건은 MFM, MFM, MFMM, MFMM, MFMM으로 구성되어 있다. 재료의 물성치는 UIC774-3에 준하였으며 문헌[4,5]와 비교하였다. 해석결과는 아래 Fig. 3.5~Fig. 3.6과 Table 3.4와 같다.

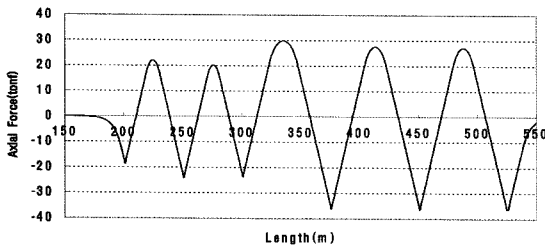


Fig. 3.5. Rail axial force (Hwa-Sil Br)

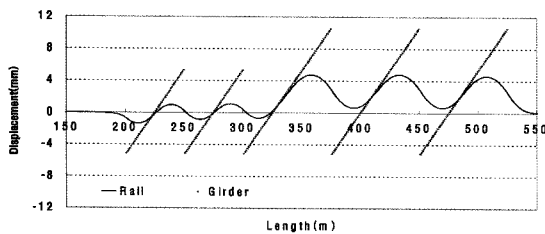


Fig. 3.6. Rail and Girder displacement (Hwa-Sil Br)

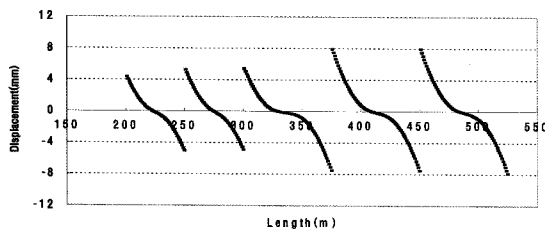


Fig. 3.7. Rail-Girder relative displacement (Hwa-Sil Br)

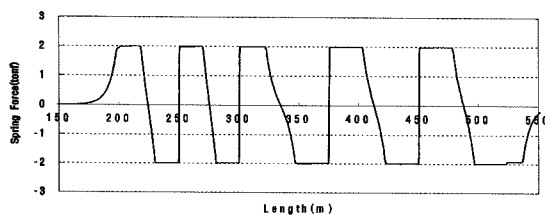


Fig. 3.8. Rail spring force (Hwa-Sil Br)

Table 3.4. Convergency of Analysis method (Hwa-Sil Br)

반복 회수	축력 (tonf)	오차율 (%)	반복 회수	축력 (tonf)	오차율 (%)
1	-103.48	186.25	7	-36.52	1.02
2	-49.34	36.49	8	-36.26	0.30
3	-41.16	13.86	9	-36.21	0.17
4	-38.49	6.47	10	-36.17	0.06
5	-37.36	3.35	11	-36.15	0.00
6	-36.81	1.83	12	-36.15	0.00

3.2 해석결과 고찰

무도상 판형교량, 자갈도상 PC Box교 및 콘크리트도상 PC Box교인 밀양강교, 갈원교 및 화실고가교에 대한 축력 해석을 수행한 결과 수렴성을 나타낸 Table 3.2~Table 3.4의 반복횟수와 이에 따른 수렴성을 오차율로 나타낸 그림이 Fig. 3.9이다. 그림에서 보는 바와 같이 밀양강교량의 수렴은 교량연장이 약 600m로 긴편이나 거더의 길이가 20m로 불과 5회 반복에서 종료되고, 갈원교의 수렴은 교량연장이 400m이고 최대 연속경간장이 160m로서 가장 긴 교량이나 8회 반복에서 종료되며, 화실고가교의 경우 교량연장이 3,250m이고 최대 연속경간장이 75m이며 약 11회 반복에서 수렴되었다. 여기서 수렴성은 오차율이 1/10,000일 때를 기준으로 하였다.

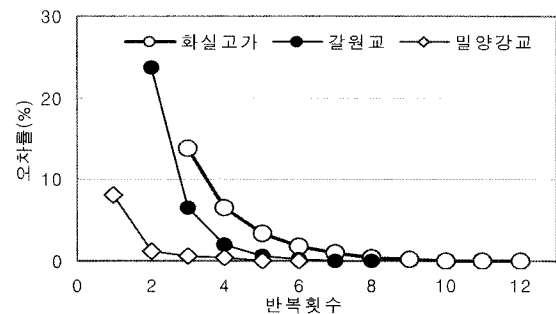


Fig. 3.9. Rail-Girder relative displacement

화실고가가 거더의 길이나 교량연장으로 판단할 때 갈원교에 비하여 수렴성이 높지 못한 것은 일종의 콘크리트도상으로 종저항력은 자갈도상에 비하여 약 2배가 높은 반면 한계변위가 0.5mm로 교량상 대부분의 레일 체결구의 체결력이 탄성역을 벗어나 소성역에 있기 때문이다.

3.3 기존해석결과와의 비교

위의 3개 교량들은 기존의 해석결과들이 연구 또는 보고서 등에서 각종프로그램들을 사용하여 해석한 결과들이 있으므로 이들과 비교한 것이 아래 Table 3.5이다.

Table 3.5. Convergency compare

교량	최대경간 (총연장)	최대축력(tonf)			
		본연구	비교치	오차율	문헌
밀양강교	20m (598m)	107.18	107.20	0.02%	[문헌 2] ABAQUS
갈원교	160m (400m)	32.68	32.50	0.55%	[문헌 3] CWRAP
화실고가교	75m (325m)	36.15	36.09	0.17%	[문헌 4,5] 기술자료

표에서 보는바와 같이 밀양강교의 경우는 ABAQUS를 사용하여 비선형해석을 한 것이며, 갈원교 및 화실고가교는 각각 CWRAP와 LUSAS를 사용한 것이다. 밀양강교는 해석 모델이 본해석과 일치하므로 결과도 거의 오차가 없다. 그러나 갈원교 및 화실고가교에서는 상대적으로 오차율이 크게 나타나고 있다. 이는 도상중저항력 모델방법, 교량지점의 위치 선정 등에서 오는 오차가 대부분일 것으로 사료되며, 또한 비선형 해석에서 표와 같은 오차는 해석방법의 차이에서도 나타날 수 있는 것으로 판단된다.

본 연구에서 제안한 선형해석을 통한 장대레일-교량 안정성 해석법은 해의 발산이나 불능 등이 근본적으로 나타나지 않으므로 선형해석을 수회 반복 수행하는 방법으로 기존의 해석프로그램들 보다 간명하게 해를 얻을 수 있는 특징이 있음을 알 수 있었다.

4. 결론

교량상 장대레일의 축력해석에서 기하적 비선형성이 미소함에 착안하여 이를 무시하였다. 또한 재료적 비선형성을 일반적인 비선형해석법을 동원하여 하중단계마다 반복 수행을 하는 기존의 방법에서 벗어나 이들을 선형해석결과로부터 체결구의 비선형 스프링의 변위를 선형화시킴으로써 이에 따른 불균형하중을 반복과정을 통하여 감소시켜

해를 수렴시키는 방법을 사용하였다.

본 연구의 결과들을 기존의 비선형 해석법을 사용하여 해석한 결과들과 비교함으로써 본 방법은 장대레일-교량의 안정성 해석에 유용하게 사용할 수 있음을 확인하였다.

본 연구에서 제시한 장대레일-교량 해석 방법은 일반적인 장대레일 해석은 물론 시제동 해석 및 열차하중에 의한 거동에 대해서도 하중이력을 포함하는 장대레일-교량의 안정성 해석에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

감사의 글

이 논문은 08년도 한남대학교 학술연구 조성비 지원에 의하여 연구되었음.

참고문헌

1. 김문영, 장승필(1990), "전단변형을 고려한 평면뼈대 구조물의 기하적인 비선형해석," 대한토목학회논문집, 제10권, 제1호, pp. 27-36.
2. 한국철도기술연구원(2000), "경부고속철도 기존선 활용에 따른 판형교 장대부설 및 장대레일 관리방안연구," 철도청.
3. 한국철도기술연구원(2005), "고속선 시설물 안정성향상 및 유지관리 효율화 방안수립," 한국철도공사.
4. 철도기술공사(2006), "경부고속철도 2단계 구조계산서."
5. 에프이에이코리아(2006), "LUSAS Rail Track 모델링기능을 사용한 장대레일 축력 해석 기법별 결과 비교," LUSAS 기술자료.
6. UIC Code 774-3R (2001), "Track-Bridge Interaction Recommendations for calculations."
7. Yeong-Bin Yang(1984), "Linear and Nonlinear Analysis of Space Frames with Nonuniform Torsion Using Interactive Computer Graphics," Cornell University's Department of Structural Engineering Report.

접수일(2009년 1월 9일), 수정일(2009년 4월 17일),
 게재확정일(2009년 8월 3일)