

독서 자료를 활용한 수준별 고등학생들의 특성 분석

최수정¹⁾ · 김홍찬²⁾

학교 현장에서 독서 교육이 강조되면서 수학교과에서도 독서 자료를 활용한 수업 연구가 많이 이루어져왔다. 하지만, 대부분의 연구가 학생 개개인의 흥미, 적성, 관심 그리고 수준에 맞는 도서를 선정하기 보다는 일괄적으로 단원과 관련된 읽을 거리를 제공하는데 그쳐왔다. 이에 본 연구에서는 수학에 흥미를 가질 수 있게 하는 보조 학습 자료로서 수학과 관련된 독서 자료를 활용하여 수준별 학생들이 어떤 차이점들을 가지고 있는지 분석하여, 독서 자료가 수준별 학생들의 수학 학습에 어떤 영향을 미치는지 알아보고자 한다. 독서 자료와 활동지를 학생들에게 적용시켜본 결과, 학생들의 수준에 맞는 수학 관련 독서 자료는 학생들의 수학에 대한 태도를 긍정적으로 변화시키고, 수학적 개념을 좀 더 깊이 있게 이해하고 활용할 수 있는 능력을 기를 수 있게 하여, 결과적으로 사회에서 필요로 하는 논리적이고 합리적인 사고력을 얻을 수 있을 것으로 기대되어진다.

주요용어 : 독서 자료, 독서 활동, 수학적 태도

I. 서론

한국교육과정평가원이 발표한 통계에 따르면 2005년 인문사회(문과)반과 자연공학(이과)반이 둘 다 설치된 전국 고교 1132곳 가운데 고교 2학년의 문과반 수가 자연반 수보다 많은 학교는 65.2%인 738곳이었다. 문과반이 자연반에 비해 2배 이상 많은 학교는 27.5%나 됐다. 또한, 자연반 1곳에 대한 인문반 수는 2000년 평균 1.27에서 2001년 1.36으로 늘어났고, 2005년에는 1.56에 달했다. 이것은 이공계 대학으로 진학하겠다는 고교생이 급감했다는 것을 의미한다. 이와 같은 문과반 편중 현상은 앞으로 더욱 심화될 것이라고 예상된다(한국교육과정평가원, 2006).

이공계 위기론이 범국가적 과제로 대두되는 가운데, 고등학생들이 이공계 진학을 기피하는 가장 큰 이유는 '과목이 어렵기 때문'인 것으로 나타났다. 인문계 학생들은 가장 싫어하는 과목으로 수학과 과학을 꼽았으며, 가장 좋거나 자신 있는 과목은 국어와 사회였다. 수학 과목은 성취감과 흥미를 가질 수 있어야 선택할 수 있는 과목이므로, 학생들이 수학 과목을 피해 문과반을 선택하는 비율이 점점 더 늘어나고 있다. 이러한 상황을 극복하기 위해서 수

1) 고려대학교 대학원 (soo_jung_c@hotmail.com)

2) 고려대학교 (hongchan@korea.ac.kr)

학교육에서도 다양한 교수-학습 방법이 모색되고 있으나, 여전히 많은 학생들이 대학 입시나 내신 성적의 압박감 속에서 수학의 가치와 필요성을 느끼지 못한 채 수학을 단순 암기식으로 공부하고 있다. 따라서 수학교과의 좀 더 장기적이고 획기적인 지도 방안이 시급한 이때, 가장 우선적으로 개선되어야 할 점은 수학 학습에 대한 흥미와 자신감을 길러 줄 수 있는 환경조성이다.

교육인적자원부가 '2008년 이후 대입제도 개선안'에서 2007년 고교 신입생부터 교과별 독서활동을 학생부에 기록하는 '독서이력철' 제도를 시행하겠다고 발표한 후, 학교 현장에서는 수학교과뿐만 아니라 다른 모든 교과에서도 흥미와 자신감을 길러줄 수 있는 환경조성을 위한 노력으로 독서 활동을 강조하고 있다. 독서 활동을 통해 학생들은 학교에서는 배울 수 없는 기타 경험들을 효과적으로 습득하게 되고, 단편적인 지식의 암기보다는 새로운 지식을 창출하는 고도의 창의력과 사고력을 기를 수 있으며, 더 나아가 학생 스스로 흥미를 가지고 능동적으로 공부하는 자기 주도적 학습능력을 갖출 수 있다는 것이다(서울시 교육청, 2005).

독서활동은 수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다. 따라서 독서활동은 수학과 교육과정의 목표를 실현하는데도 중요한 수단이 된다. 독서 자료를 통하여 수학 내용을 간접적으로 경험하면서 수학의 필요성을 느끼게 되고, 학생 스스로 수학의 기본적인 개념과 원리, 법칙을 깨닫게 하여 학습 동기를 유발시킬 수 있는 것이다(박용범 외 2인, 1999). 또한, 학생들은 다양한 글을 통해 수학이 실생활에 어떻게 적용 가능한 학문인지 깨닫게 되고, 이는 수학적 개념을 좀 더 깊이 있게 이해하고 활용할 수 있는 문제 해결 능력과 태도를 기를 수 있게 한다(Tobias, 2003).

이와 같이 수학교과에서 독서교육의 중요성이 점차 커지면서 독서 자료를 활용한 수업 연구(박성일, 2004, 조우정, 2006, 김남희, 2006, 임수진, 2007)가 많이 이루어졌다. 하지만, 대부분의 연구가 학생 개개인의 흥미, 적성, 관심 그리고 수준에 맞는 도서를 선정하기보다는 일률적으로 단원과 관련된 읽을거리를 제공하는데 그치고 있다. 그동안 우리의 교육은 학생의 다양한 능력에 대한 고려 없이, 동일한 수준의 교과서로 동일한 선생님의 지도 아래 동일한 내용을 획일적인 방법으로 교수, 학습해 왔다는 비난을 받아왔다. 특히 수학교과는 어느 과목보다도 계통성이 강하여 전단계의 학습 진행 상태가 매우 중요한 요인이 되기 때문에 학생의 능력에 따라 수업이 알맞게 진행되어야 각각의 학생에게 있어서 더 높은 학업성취도를 기대할 수 있다(이재돈, 김호중, 2006). 이와 같은 맥락으로 수학 관련 글이나 서적을 수업에 활용할 경우, 학생 개개인이 가지고 있는 전문적인 수학적 개념의 수준을 고려하여 선정하는 것이 매우 중요하다. 수학 관련 책들은 어느 정도 전문적인 수학적 개념을 가지고 있지 않으면 읽기 힘든 것들이 많기 때문에, 이를 고려하지 않은 획일화된 독서교육은 오히려 우수한 학생이나 상대적으로 부진한 학생 모두에게 수학 학습에 대한 흥미와 의욕을 잃게 할 수 있다.

이에 본 연구에서는 수업시간에 사용되는 교과서와 수학교재의 한계를 극복하고 수학에 흥미를 가질 수 있게 하는 보조 학습 자료로서 적절한 독서 자료와 활동지를 개발하였다. 개발된 독서자료와 활동지를 활용하여 수준별 학생들의 수학적 특성을 분석하고, 독서자료와 활동지가 수준별 학생들의 수학 학습에 긍정적 영향을 미치는지 알아보려고 한다. 이에 아래의 3가지 연구문제를 설정하였다.

- (1) 수학 독서 자료에 대한 수학적 태도에 있어 각 수준별로 어떤 차이점을 보이는가?
- (2) 수학 독서 자료를 읽고 작성한 활동지를 분석한 결과 각 수준별로 어떤 차이점을 보

이는가?

(3) 수학 독서 자료 및 활동지에 대한 인터뷰를 실시한 결과 각 수준별로 어떤 차이점을 보이는가?

본 연구에서 분석할 수준별 학생들의 특성은 수학과 교육과정에 맞는 수준별 독서 자료 개발에 대한 연구에 도움을 줄 것이고, 수준별 독서 자료는 우수한 학생들에게는 더 많은 수학적 사고력과 창의력을 신장시킬 수 있는 기회를 제공하고 상대적으로 부진한 학생들에게는 수학에 대한 긍정적인 태도를 갖게 하여 자기 주도적으로 학습할 수 있는 능력을 신장 시키는데 도움을 줄 것이다. 또한, 수학과 수준별 독서 자료 개발에 대한 연구들은 수학교과 독서교육을 실천하는데 있어 중요한 시사점이 될 것이다.

II. 이론적 배경

1. 독서이력철의 개념과 구성

학생의 독서 정도를 검토 또는 평가한 후에 이를 누적하여 기록하고 보존하는 학생의 독서 실태나 업적을 기록한 자료를 독서이력철이라고 한다. 독서이력철은 학교 교육에서의 독서 지도 활성화를 위한 것으로서 학습자 자신의 자율적인 독서와 함께 학교에서 체계적으로 유도하고 지도하는 방법으로 실시하는 것이다. 독서이력철은 책을 읽는 활동 그 자체의 수행 과정과 결과를 있는 그대로 드러내 보이는 포트폴리오이기에 독서이력철이 담아야 하는 내용도 학습자의 독서 과정과 결과에 대한 기록이 될 수 있어야 한다(김선미, 2006).

독서이력철은 교사의 활동보다는 학습자의 활동을 중심으로 구성되어야 한다. 학습자는 제시되는 지식을 수동적으로 받아들이기만 하는 것이 아니라, 독서이력철을 통해 자신의 실질적인 활동을 담아내고 적극적으로 활용해야 한다. 또한, 동료 학생들과도 활발한 교류 활동을 통하여 더욱 폭넓고 깊이 있는 독서 활동을 위해 노력해야 한다. 교사의 역할은 일방적으로 지식을 전달하는 위치에서 벗어나 학습자들이 자연스럽게 스스로 원리를 발견할 수 있도록 분위기, 활동 공간 마련, 자료와 정보를 제공해 주는 일이다. 독서이력철은 교실에서 벗어나 자연스럽게 생활 속에서 책을 읽고 자신의 감상이나 알게 된 정보를 기록해 나가서 살아 있는 학습이 되도록 구성되어야 한다(안석재, 2005).

천경록(2005)은 독서이력철은 독서활동의 누가적 성장 과정, 교사와 학습자의 피드백이 이루어지는 평가가 충분히 반영되어야 하기에 다음과 같이 구성되어야 한다고 하였다.

① 권장도서 목록 : 권장도서 목록은 학교별로 상의되어 정해진 도서목록으로, 필독도서의 개념보다는 학습자들이 어떤 책을 읽으면 좋을지 모를 때 안내로서의 역할을 수행하는 도서 목록이다. 자발적이고 흥미 있는 독서가 이루어지도록 영역별, 주제별로 다양하게 제시하며, 권장하는 도서의 내용을 간략히 소개함으로써 흥미를 유발할 수 있다.

② 읽은 책의 독서 목록 : 읽은 책의 독서 목록은 학습자 자신이 읽은 도서 목록으로, 앞에서 제시한 도서 목록 또는 자신이 선택한 도서 중에서 개인적으로 읽은 책의 독서 목록이다. 책의 제목, 저자, 읽은 날짜, 출판사, 주제 분야 등 간단한 내용 정도를 쓴다.

③ 읽은 책의 활동지 모음 : 읽은 책의 활동지 모음은 읽은 도서별로 활동지를 만들어 모은다. 독서 활동의 활동지는 자신의 배경지식을 통합하여 글의 내용을 이해하고 재구성하는 활동이다. 독서 과정에 중심을 두어 책을 읽으며 느끼고 경험한 것을 표현해 정리하고, 독서

능력의 성장을 함께 볼 수 있는 요소이다.

④ 자기 평가와 교사의 평가지 : 교사의 평가는 책을 읽고 얼마나 이해했는지를 살펴보기 보다 학생들이 책을 읽는 즐거움을 갖고, 책읽는 문화와 습관을 만들어가는 가운데 감상의 즐거움, 읽의 즐거움을 느낄 수 있도록 총체적이고 누계적인 평가를 한다.

2. 교과학습 연계 독서지도 원리

수업시간에 관련 독서 자료를 효과적으로 활용하기 위해서는 지도 교사의 치밀한 독서 지도 계획하에 과정중심, 전략중심, 학생 중심으로 이루어져야 한다(김문희, 2004). 교과 학습 연계 독서지도의 단계는 독서 전, 독서 중, 독서 후 활동으로 구분할 수도 있고, 동기 유발 단계, 인지 단계, 창의적 적용 단계 등으로도 구분할 수도 있다(서울시 교육청, 2005).

① 동기 유발 단계(독서 전 활동) : 동기 유발 단계는 교과 교사의 안내와 학생의 수용을 통해 독서의 세계로 접근하게 하는 단계이다. 교사는 독서 안내를 통해 학생들이 독서에 대한 관심이나 흥미를 갖도록 하고 독서의 필요성을 인식하게 지도해야 한다. 교사는 교과 관련 권장도서 목록을 제시하고 책을 읽으라고 강요할 것이 아니라 학생들이 책을 읽고 싶은 욕구를 느낄 수 있도록 세심하게 지도해야 한다. 책 소개하기, 책 자랑하기, 책 빌려주기, 권장도서 목록 배부, 읽고 싶은 책 목록 작성하기, 10분 독서하기 등의 활동 사례들이 있다.

② 인지 단계(독서 중 활동) : 독서는 학생 개인의 개별적인 활동이고, 순수하고 자유로운 활동이므로 독서 활동 중에 교과 교사가 지나치게 개입하지 않는 것이 좋다. 굳이 교과 교사가 지도할 내용이 있다면 독서 중에 발생하는 왕성한 정신 활동을 꼼꼼히 기록해 두라고 당부하는 일 정도이다. 인지 단계에서 활용할 수 있는 활동 사례로는 책 가운데 메모지를 한 장 끼워 책갈피 겸용으로 사용하면서 인상적인 구절, 이해가 되지 않아 교과 교사에게 묻고 싶은 내용, 비판의 여지가 있는 대목을 메모지에 적기 등을 들 수 있다. 메모지에 이야기나 논지의 흐름을 중간 중간 정리해 볼 수도 있고, 공감이나 비판 등 자신의 견해를 적어 볼 수도 있을 것이다. 독서가 다 끝나면 메모지는 독서 활동의 소중한 기록이 될 것이다. 일정 기간에 똑같은 책을 학생들이 다 같이 읽고 있다면 교과 교사는 학생들에게 독서의 핵심을 알려주어 독서의 방향을 제시할 수 있다.

③ 창의적 적용 단계(독서 후 활동) : 교과 교사는 학생들로 하여금 독서 활동의 결과를 다양한 방법으로 표현하고 내면화하는 단계를 거치도록 지도해야 한다. 학생이 주체가 되어 창조하는 과정을 통해 자기 주도적인 학습력을 신장시킬 수 있도록 도와야 한다. 표현 형식에 따른 대표적인 독후 활동을 예시하면 다음과 같다.

<표Ⅱ-1> 표현형식에 따른 대표적 독후 활동

표현 형식	말로 표현하기	글로 표현하기	매체로 표현하기
표현 사례	<ul style="list-style-type: none"> ○ 독서토론 ○ 책 소개하기 ○ 독서 퀴즈 대회 ○ 저자(작가)와의 가상 인터뷰 ○ 작중 주인공과의 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 독후감 쓰기 ○ 내용요약 ○ 내용구조도(마인드맵)만들기 ○ 더 알고 싶은 것 적기 ○ 내용 비판하기 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 책 광고 만들기 ○ 독후 감상화 그리기 ○ 독후 만화 그리기 ○ 독서 신문 만들기 ○ 연극으로 꾸미기

독서 자료를 활용한 수준별 고등학생들의 특성 분석

	가상 인터뷰	<ul style="list-style-type: none"> ○ 새로운 과제 설정하기 ○ 원리 적용 가능분야 탐색 ○ 독서퀴즈 문제 만들기 ○ 독서퍼즐 만들기 ○ 설문조사하기 	○ 사이버 독서 토론
--	--------	---	-------------

3. 독서와 연계된 수학교과 학습의 실제

수학교과 연계 독서지도는 수학 관련 도서의 독서를 통하여 학생들의 배경지식을 활성화하고, 지식을 심화, 확장하는데 그 목적이 있다. 독서 연계 수학 학습이라고 하여 너무 거창하게 생각하기 보다는 교사 자신이 읽고 있는 교과 관련 도서를 학생들에게 소개하는 것, 오늘 수업과 관련하여 읽을 만한 책을 한 권 칠판에 적어 두는 것과 같이 교사가 쉽게 할 수 있는 것부터 차근차근 실행해 보는 자세가 필요하다(이경화, 2005).

과제 탐구형 수학 학습 준비 단계에서는 단원별 학습 목표 및 학습 내용 파악, 과제 탐구가 필요한 단원 선정, 단원별 과제 추출, 과제 해결을 위한 관련 도서 선정, 과제 탐구 독서 목록 작성 등의 순서로 진행하는 것이 좋다. 과제 탐구 교수 학습 모형의 수업을 시도하려면 교사는 학년 초나 학기 초에 계획을 세우고 준비를 해야 한다. 교과서의 각 단원의 내용과 학습 목표를 사전에 인지하고 그에 맞는 도서를 선정하는 것이 필수적이다. 다음은 과제 탐구 교수 학습 모형의 예이다. 수학교과 단원의 학습 목표나 학습 내용과 관련된 도서나 읽기 자료를 선정하고, 이를 바탕으로 독서 과제를 제시하여 학생들로 하여금 독서를 하면서 과제를 탐구하게 한다. 이어 과제 탐구 학습 모형에 따라 탐구한 결과물을 발표하도록 지도하면 된다(김태숙, 2008).

<표Ⅱ-2> 과제 탐구 교수 학습 모형

단계	활동 내용	비고
과제 제시	<ul style="list-style-type: none"> · 탐구 과제 추출 · 과제 제시 · 탐구 방법 안내 	(교사) 탐색하기
과제 탐구	<ul style="list-style-type: none"> · 탐구 과제 분석 · 탐구 방법 모색 · 자료 읽기 · 탐구 	(학생) 탐구하기
과제 발표	<ul style="list-style-type: none"> · 개인별/모둠별 과제 해결 · 과제탐구 결과 발표 · 검토 및 확인 	(학생) 심화하기
정리 및 평가	<ul style="list-style-type: none"> · 과제 종합 정리 · 탐구 결과 평가 · 심화 자료 안내 	(교사) 평가하기

4. 선행 연구의 고찰

독서 교육의 중요성이 부각되면서 독서 자료를 활용한 수학 수업에 대한 연구가 많이 이

루어졌다. 본 연구의 밑바탕이 되는 선행 연구의 내용을 정리하면 다음과 같다.

조우정(2006)은 『독서 자료를 활용한 수학 학습의 효과: 중학교 <수학7-가>를 중심으로』에서 수학 교과 단원과 관련된 독서 자료를 탐색한 후 이를 '교과 학습을 위한 독서 지도 모형' 이론과 'Freudenthal의 수학적 활동' 이론을 바탕으로 수학 학습 지도에 활용할 수 있는 방안을 모색하여 실제 수업에 적용해봄으로써, 수학 관련 독서 자료를 활용한 수학 학습 지도가 학생들이 수학에 대한 긍정적인 신념 및 태도를 갖는데 효과가 있는지, 또한 자기 주도적 학습 능력을 향상시키는데 효과가 있는지에 대해 연구하였다. 그에 따르면 수학시간에 배운 수학적 개념과 관련이 있으면서 풍부한 맥락을 지닌 다양한 소재의 수학 관련 독서 자료는 학생들로 하여금 수학이 우리의 주변 생활과 관련이 깊으며 매우 중요하고 가치 있는 것이라고 인식하는데 기여한다고 보았다. 또한, 그는 그의 연구를 통해 흥미 있는 독서 자료로 심화, 보충함으로써 학생들은 수학에 흥미를 느끼고 자신감을 얻을 수 있었을 뿐만 아니라 특히 수학교과와 학업성취도 수준이 높은 상위권 학생들은 자기 주도적 학습 능력을 신장시키는데도 긍정적인 영향을 준다는 결론을 이끌어 내었다.

김남희(2006)는 『중등 수학 영재학생의 독서활동에 관한 정성 연구』에서 중등학교 수학영재학생들에게 수학 관련 교양도서를 읽는 활동이 그들의 수학에 대한 정의적인 태도와 문제 해결력과 산출물에 각각 어떤 영향을 주는지 알아보려고 하였다. 그 결과 수학 관련 도서를 읽는다는 것은 수학 영재 학생들에게 수학의 중요성을 일깨우고, 창의성과 다양성을 발현하게 하고, 자기 주도적인 활동을 유도하며, 탐구적 읽기와 탐구적 쓰기를 통한 책과의 대화를 통하여 수학을 파악하는 힘을 더 넓힐 수 있다고 정리하였다. 또한, 다양한 저자들의 사고방식을 경험함으로써 수학을 다양하게 바라보는 능력을 갖게 되고, 연역적 귀납적 현상을 탐구하는 과정이 합리적인 사고를 위해 반드시 필요한 것이라는 사실을 수학 관련 도서의 읽기를 통해 얻을 수 있다고 설명하였다.

박성일(2004)은 『독서 자료의 활용과 수학교육: 기하영역을 중심으로』에서 Freudenthal의 수학적 이론과 Van Hiele의 학습수준 이론을 토대로 수학과 제 7차 교육과정 기하영역에서 독서자료 활용의 타당성과 가능성을 연구하였다. 그는 독서 자료의 활용한 수업을 통해 학생들은 수학을 학습하는데 능동적으로 참여하는 동기를 얻게 된다고 하였다. 선수학습이 필요하거나 수학에 흥미를 잃은 학생들에게 다시 수학을 시작할 수 있게 해주며 심화학습이 필요한 학생들에게는 새로운 문제를 접할 수 있는 기회를 주어 그 내용에 깊이를 더 할 수 있게 해준다고 하였다. 또한, 독서 자료를 통해 실생활에서 응용 가능한 수학의 유용성을 발견하게 되고, 여러 상황을 경험함으로써 문제 해결 능력을 신장시킬 수 있게 되고, 통합 교과 형식의 수학적 사고 방법을 기를 수 있다고 독서 자료의 활용 효과에 대하여 정리하였다.

박현진(2007)은 『수학 학습 보조를 위한 독서자료 활용 효과: 의사소통 활동 능력과 수학적 태도 분석』에서 소집단 협동 학습 과정에서 독서를 하고 활동지의 문제를 해결하는 과정을 통해 학생들의 수학적 의사소통은 어떻게 전개되고 있으며, 수학적 태도의 측면에서는 어떤 현상이 관찰되는지 알아보려고 하였다. 그 결과 다양한 수학적 태도가 독후활동 의사소통 활동에서 나타났으며, 학습자별로 나타나는 수학적 태도가 다르게 관찰되었음을 설명하였다. 특히, 성적이 우수한 학습자들과 성적이 저조한 학습자들의 의사소통 참여 및 수학적 태도를 비교하여 기술하고 독서 지도시 학생들의 수준을 고려하여 독서 자료를 제시해야 한다고 설명하였다.

본 연구자가 선행연구의 고찰에서 얻은 시사점은 독서 자료는 수학학습에 있어서 매우 유

용하게 활용될 수 있으며, 교과서가 제공해주지 못하는 부분을 채워줌으로써 학생들이 수학에 흥미를 느끼고 스스로 학습할 수 있는 능력을 기르게 하는 긍정적인 영향을 줄 수 있다는 것이다. 그러나 대부분의 연구가 학습주제와 활용한 추천도서의 연관성이 낮거나 애매한 경우가 많고, 제시된 지도안에도 어느 책의 어느 부분이 어떻게 연관되어 있는지에 대한 자세한 언급이 없는 경우가 많았다. 또한, 학생 개개인의 흥미, 적성, 관심 그리고 수준에 맞는 도서 선정의 중요성을 강조하면서도 실제 수업 진행 과정에서 제시된 것을 살펴보면 일률적으로 단원과 관련된 읽을거리를 제공하는데 그치고 있다. 이에 본 연구에서는 독서 자료를 활용한 수학학습의 효과를 알아보기 위하여, 다양한 독서활동을 통하여 수준이 다른 학생들의 수학적 특성을 분석하고, 그에 맞는 수학과 수준별 독서지도의 방향을 제시해보고자 한다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

1. 연구 방법

이 장에서는 이론적 배경에서 살펴본 바를 바탕으로 하여, 수학과 관련된 읽기자료를 통하여 각 수준별 학생들의 특성을 분석하기 위하여, 정성연구의 한 분야인 사례연구 탐구를 하고자 한다. 학생들의 활동을 좀 더 구체적이고 세밀히 관찰하기 위하여, 먼저 독서를 활용한 프로그램을 만들고, 연구자가 만든 프로그램을 연구 대상 학생들인 고등학교 2학년 자연계 학생들에게 적용하였다. 학생들이 활동지를 통해 작성한 결과물들(면담 자료와 관찰 자료)을 수집하여 자료화하고, 모아진 자료의 분석을 통하여 수준이 다른 학생들은 어떤 특성을 가지고 있는지 알아보하고자 한다.

정성연구의 한 분야인 '사례연구'란 하나의 사례 또는 하나의 경계 지어진 체계(bounded system)에 대한 맥락 속에서, 풍부한 여러 가지 정보들을 포함하는 사례들을 심층적으로 분석하는 현장 중심의 연구이다. 면접, 문서 기록, 관찰, 물리적 인공물 등 다양한 자료들을 수집한 후, 사례들과 맥락에 대한 기술을 통하여 이슈를 개발하고, 개발한 이슈를 상세하게 기술하는 것이다(Creswell, 1998). 이에 본 연구에서는 결과보다는 학생들이 프로그램에 임하는 과정과 수학화 되어가는 과정에 관심을 두고, 집합적 사례 자체를 충실하게 이해하기 위하여 정성적 심층적 서술(thick description)을 하였다.

사례에 대한 철저한 묘사를 시도하기 위하여 관찰, 연구 대상자의 학습 활동지 및 관찰 기간 동안에 이루어진 활동지 중심의 심층면접 등, 여러 가지 자료를 수집하고 각 사례를 세부적으로 기술하였다. 또한 연구자 자신이 참여관찰을 할 때, 관찰자로서 객관성과 중립성을 유지하고자 노력하였다.

2. 연구대상의 선정 이유 및 특성

본 연구의 연구 대상으로 서울시 용산구 S여고 2학년 학생 중 연구자가 담임을 맡고 있는 자연계반을 선정하였다. S여고의 학교 수준은 용산구 내에서도 학력이 많이 떨어지는 학교이고, 연구자가 담임을 맡고 있는 반 역시 2학년 자연계 세 개반 중에서도 성적이 그리 좋지 않은 학생들로 구성되어 있다. 성적이 떨어지는 학생들의 독서능력이 좋지 않다는 사

실에도 불구하고 연구 대상으로 선정한 이유는, 전년도 교과 담임을 하면서 학습자 개인별 수학 성적과 성격 등을 잘 알고 있으며, 수학 기초가 어느 정도 확립되어 있는지, 어떤 학습 방법으로 공부하고 있는지도 알고 있기 때문이다. 또한, 수학과 관련된 독서 자료를 활용하여 수준별 학생들의 특성을 알아보려면 우선 수학을 좋아하고 자신있어하는 자연계 학생들이어야 하고, 자신의 생각과 전략을 다른 사람들에게 말이나 글로 바르게 표현할 수 있으면 수학 기초가 어느 정도 확립된 2학년은 되어야 가능하겠다는 연구자의 판단에서 자연계 2학년 학생들을 연구대상자로 선택하였다.

본 연구를 위해 각 수준별로 두 명씩 여섯 명을 택하였는데 연구자의 강요 없이 연구자가 구안한 교수-학습 프로그램을 같이 하고자 하는 의욕 있고 의사소통이 활발한 학생들로 선택하였다. 다음 표에 제시된 연구대상자의 특성은 연구 대상자들과의 비표준화 면담을 통하여 알게 되었으며, 연구자의 특성을 구체적으로 상세하고 알기 쉽게 하기 위하여 표로 정리하였다.

<표Ⅲ-1> 연구대상자의 특성

대상자	수준	특징	장래희망
A1	상	<ul style="list-style-type: none"> - 매우 창의적이고 새로운 것을 시도하려는 의지가 강함. - 수학을 매우 좋아함. - 수학 관련 책을 100권정도 읽었음. - 중학교 3학년까지 수학영재 프로그램에 참여하였음. - 수학에 관련된 정확한 용어들을 사용함. 	수학교수
A2	상	<ul style="list-style-type: none"> - 수학 관련 책을 50권정도 읽었음. - 수학을 매우 좋아하고 수학적으로 뛰어난. - 초등학교, 중학교에서 영재교육을 받았음. - 기하학에 관심이 많음. 	수학교사
B1	중	<ul style="list-style-type: none"> - 수학 관련 책을 10권정도 읽었음. - 의사소통이 매우 활발함. - 수학이 어렵다고 느끼지만, 매우 좋아하기 때문에 많은 노력을 하여 꾸준히 좋은 성적을 유지하는 학생임. 	엔지니어
B2	중	<ul style="list-style-type: none"> - 수학 관련 책을 10권정도 읽었음. - 수학을 좋아하나 많은 시간을 들여 공부하지는 않음. - 책임기를 매우 좋아함. - 책임기 및 토론 수업 등 다양한 수업을 받았음. - 학교 동아리 중 하나인 독서 토론반에 참여하고 있음. 	약사
C1	하	<ul style="list-style-type: none"> - 수학 관련 책을 읽은 경험이 없음. - 수학성적이 매우 좋지 않으나 건축설계사가 꿈이어서 이과를 지망하게 되었음. - 가정형편이 어려워 책을 가까이 할 기회가 없었음. 	건축설계사

독서 자료를 활용한 수준별 고등학생들의 특성 분석

C2	하	<ul style="list-style-type: none"> - 수학 관련 책을 5권 정도 읽었음. - 책읽기를 매우 좋아함. - 수학 성적은 좋지 않으나 수학을 제일 좋아함. - 글쓰기에 뛰어난 재능이 있음. 	인테리어 디자이너
----	---	--	-----------

3. 연구 절차

본 연구를 위하여 독서 활동 및 독서 자료를 활용한 학습에 대한 이론적 배경과 선행연구, 관련 자료를 수집하고 분석하는 문헌연구 등을 바탕으로 수학 권장 도서 및 필독도서 목록을 참고하여 자료를 개발하고 활동지를 작성하였다. 개발한 활동지를 실제 학생들에게 적용하면서 나타나는 수준별 학생들의 특성을 연구하기 위해서 주로 참여관찰과 면담기법을 사용하는 '질적 연구 방법'을 사용하여 분석하였다. 2008학년도 9~10월 동안 수학교과와 연관된 독서 자료를 통하여 연구 대상 학생들을 관찰하였다. 학생들은 매주 화요일 아침독서 시간(30분)에 주어진 독서 자료를 읽고 활동지를 작성하였는데, 활동지 작성 후 두 번에 걸쳐 학생들과 비구조화 면담을 실시하였으며, 면담 과정은 녹음기로 녹음을 하여 이를 다시 문장으로 편집하였다. 학생들과의 면담은 한 명씩 각각 실시하였으며 먼저 실시한 면담 내용을 정리하고 분석하여 다음 면담에 참고하는 방식으로 진행하였다.

3.1 활동지 구성을 위해 연구에 선정된 자료

본 연구에 사용된 독서 자료는 총 5개로서 B와 C는 고등학교 2학년 교육과정을 고려하여 실제 수업과 연관된 내용으로 선정하였고, 나머지 3개는 일상생활에서도 활용할 수 있는 흥미로운 주제로 선정하여 제작하였다.(부록 1 참조) 독서자료 A는 Enzensberger의 '수학귀신'(1997), 독서자료 B와 C는 안재찬의 '수학거미'(2008), 독서자료 D와 E는 야노 켄타로오의 '즐거운 수학탐구여행'(2004)을 참조하여 학생들이 읽고 이해하기 쉽게 수정 보완하였다.

<표Ⅲ-2> 연구에 선정된 자료

자료	주제	내용	영역
A	파스칼의 삼각형	파스칼의 삼각형이 만들어 지는 원리의 이해를 바탕으로 여러 가지 숨겨진 성질을 발견해 낼 수 있는 자료이다.	확률
B	브라만탐의 전설	브라만 탐의 전설을 응용하여 점시를 옮기는 횡수와 연관시켜 수열의 일반항을 구해볼 수 있는 자료이다.	수열
C	관광 노선 구하기	행렬을 이용하여 복잡한 관광 노선의 수효를 계산해보는 자료이다.	행렬
D	낙타의 배분문제	낙타를 배분하는 두 일화가 주어진 내용으로 이야기속의 수학의 패러독스를 발견해 내는 과정이 담긴 자료이다.	패러독스
E	마방진	3, 4, 5차 마방진을 만드는 법이 제시되어 있으며, 학습자들이 실제로 이 자료를 읽고 교재 내용을 이해하여 요약, 정리할 수 있는지 알아볼 수 있는 자료이다.	요약, 정리하기

3.2 자료수집 및 분석

자료 수집은 면담, 참여관찰, 질문지 작성, 활동지를 활용한 과제기반 면담과 같은 정성적 자료수집 방법을 사용하였다. 연구자는 학생들이 활동하는 동안 학생들의 활동에 종종 문제 해결을 위하여 관여하면서, 대부분은 조용히 학생들을 관찰하였고, 관찰을 하면서 객관성과 중립성을 유지하기 위해 노력하였다. 학생들이 작성한 활동지를 토대로 어떤 유형의 면담이 실용적이며 연구 문제의 해결에 가장 유용한 정보를 제공할 지를 결정하였다. 면담형식에 맞는 질문지를 작성한 후 면담 장소를 정하고, 면담 내용의 정확한 기록을 위해 필수적인 녹음기를 설치하였다. 또한, 현장 기록 노트를 준비하여 연구대상들의 비언어적 의사소통이나 행동과 연구자의 경험과 느낌을 반영하는 기록을 포함시켰다.

관찰과 면담 결과에서 얻은 자료를 분석하는 방법으로는 먼저, 연구자가 기록한 대로 사례를 진술하는 내러티브 기술(narrative description)을 사용한 후, 단일 사례 내에서 주제를 확인하는 사례 내 분석을 하였다. 그 후, 모든 사례를 통해 공통적인 주제를 찾아내기 위하여 사례 간 분석을 하였다. 이 세 가지 방법을 적용하여 다음과 같이 자료를 분석하였다. 먼저 사례별로 오디오 녹취물 자체를 순서와 내용에 중점을 두어 기술한 파일을 만든 후에 현장노트, 학생들이 작성한 활동지를 함께 비교하면서 파일을 재조직하였다. 다음에는 전체 텍스트를 읽으면서 사례별로 <표Ⅲ-3>의 연구 문제 분석내용에 기반을 두고 분석하였다. 그 후, 이에 기반을 두고 사례 간 공통이 되는 점들을 발견하여 연구 문제를 분석하였다.

<표Ⅲ-3> 연구문제 분석 내용

	연구 문제	분석 내용
1	수학 독서 자료에 대한 수학적 태도에 있어 각 수준별로 어떤 차이점을 보이는가?	학생들이 수학 관련 독서 자료 읽기 활동에 참여하는 태도 및 독서 과정과 문제해결 과정에서 대처하는 태도를 알아보고자 한다.
2	수학 독서 자료를 읽고 작성한 활동지를 분석한 결과 각 수준별로 어떤 차이점을 보이는가?	독서 자료를 읽고 작성한 활동지에서 연구 대상자의 수학적 용어 사용 능력 정도와 종합적인 사고력과 창의적 문제 해결력 및 다양한 전략의 사용 정도를 관찰하고자 한다.
3	수학 독서 자료 및 활동지에 대한 인터뷰를 실시한 결과 각 수준별로 어떤 차이점을 보이는가?	심층면접 질문지에 대한 답변을 분석하여 각 수준별로 학생들의 특징들을 관찰하고자 한다.

IV. 연구결과 및 분석

이 장에서는 연구결과를 분석하고 이를 기반으로 하여 수준별 학생들의 특징을 기술하고자 한다. 먼저 앞장에서 <표Ⅲ-3>에 제시된 연구 문제 분석 내용에 근거하여 1절에서는 수학 읽기 자료에 대한 수학적 태도에 있어 각 수준별로 나타나는 차이점을 기술하고, 2절에서는 수학 읽기 자료를 읽고 문제를 해결하는 과정에서 나타나는 수준별 차이점을 분석하고, 3절에서는 수학 읽기 자료를 읽고 제출한 결과물에서 나타나는 수준별 특징을 정리하고

자 한다.

1. 수학적 태도의 분석 결과

1.1 독서활동에 참여하는 태도

수학과 관련된 독서 자료가 주어졌을 때 상위권 학생들과 하위권 학생들은 상반된 태도를 보였다. 상위권 학생들은 자료가 주어지면 읽기 활동에 매우 집중하는 모습을 보였다. 특히 현재 진행되고 있는 수업과 연관된 독서자료 B(브라만탐의 전설)와 C(관광 노선 구하기)가 주어졌을 때는 매우 적극적인 태도로 독서 자료를 읽어나갔으며, 규칙과 논리를 통해 새로운 수학적 성질을 발견해 나가면서 흥미를 보였다. 반면에 성적이 하위권이라 하더라도 평소 활발한 성격인 연구 대상자 C1, C2는 시작단계에서는 적극성을 보였지만 시간이 길어질수록 집중력이 떨어졌다. 특히 하위권 학생 중 C2 학생은 집중해서 자료를 읽는 것 자체를 힘들어했으며 이해가 안가는 부분에 대해서는 어렵다는 말을 반복하면서 두려움을 표현하기도 했다. 중위권 학생들은 상위권 학생들이나 하위권 학생들처럼 확실한 행동의 특성이 나타나지는 않았지만, 비교적 침착하게 독서활동에 참여하였으며, 자신들이 이미 알고 있는 내용이 주어지면 쉽다고 느끼기 때문인지 더 집중하고 흥미로워하였다.

1.2 문제 해결과정에서 나타나는 태도

평소에 수학을 매우 좋아하고 성적이 좋은 학생 A1은 활동지의 문제 해결 상황에서 자신의 활동에 대한 확신을 보였다. 옆의 학생들의 질문에 대해서는 “그냥, 대충했어.”라고 대답했지만, 무척 적극적으로 활동지 작성을 해나갔다. 학생 A2 또한 다른 학생들에 비해 침착하고 차분한 모습을 보이며, 문제 해결과정에서 의심나는 부분이나 해결이 잘 안되는 부분을 해결하기 위해 독서 자료를 반복해서 읽고 검토해 나갔다. 중위권 학생들은 읽기 과정에서는 침착하고 성의 있는 모습을 보였지만, 활동지를 정리해야 하는 문제 해결과정에서는 상위권 학생들에 비해 자신감이 떨어졌다. 학생 B1, B2 모두 자신의 답에 확신을 갖지 못하고 옆의 친구의 답을 기웃거리거나 활동지에 대한 친구의 질문에 대답을 얼버무리는 모습을 보였다. 학생 C1은 활동지 작성에 비교적 집중하는 모습을 보였지만, 생각을 정리해서 적는 과정을 매우 힘들어했다. 연구자가 친근감을 나타내면 자신의 활동지를 손으로 가리면서 “나중에 보세요, 제발요.”라고 말하며 자신의 답을 공개하는 것에 대해 두려움을 나타냈다. 학생 C2는 활동 중에는 너무나 자신에 찬 모습으로 생각을 정리해 나가는 것처럼 보였으나 작성한 활동지 내용을 검토한 결과, 대부분의 내용이 독서 자료를 전혀 이해하지 못했음을 보여주었다. 이것은 연구자가 학생의 활동을 관찰하고 있음을 의식하여 나타난 태도라고 분석된다.

2. 활동지 분석 결과

2.1 사용 언어 면에서의 분석

학생들이 독서 자료를 갖고 하는 독후 활동에서 반드시 수학적 언어만을 사용하는 것은 아니다. 따라서 본 연구에서는 수준별 학생들의 특성을 분석하기 위한 언어상의 분류의 기준으로 수학적 언어와 일상 언어로 나누어 적용하였다. 수학적 기호나 수학적 용어가 들어

간 의사소통의 경우에는 수학적 언어의 사용으로 분류하였고, 그 외의 경우는 일상 언어의 사용으로 보았다.

독서 자료를 읽고 활동지의 문제를 해결하는 과정에서 대부분의 학생들이 수학적 언어보다 일상 언어를 더 많이 사용하는 것이 관찰되었으나, 이미 알고 있는 수학적 지식을 이용하여 해결할 수 있는 활동지에서는 수학적 언어의 사용이 많이 관찰되었다.

[자료A]에서 학생 A1는 '1, 3, 6, 10, ...은 공차가 1인 계차수열을 갖는다. 또 다른 성질은 각 행의 합은 2의 거듭제곱이라는 것이다.'라고 했고, 학생 B2는 '1, 3, 6, 10, ...은 1에서부터 1씩 늘어나는 것을 하나씩 더한 꼴이다. 두 번째로는 모든 가로줄을 각각 더하면 2, 4, 8, 16, ...이 되고, 이것은 2를 계속 곱해나가는 것과 같다.'라고 하였다.

[자료D]에서 학생 A2는 '처음 이 글을 읽자마자 통분을 해야하겠다는 생각이 들었다. 최소공배수가 18이므로, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$. 즉, 총 a 마리의 낙타를 가지고 있는 상인이 있다고 하면, $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a + \frac{1}{9}a = a$ 가 되어야 한다. 그러나 이 식은 $\frac{17}{18}a \neq a$ 로 모순이 된다. 반면에 $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}a = a$ 로 성립한다. 즉, 17마리의 낙타를 가지고 있던 상인이 낙타를 남을 수밖에 없도록 분배비를 정한 것이다.'라고 했으나, 학생 C2는 '① $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}$, ② $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$. ①의 경우 17을 제시했기 때문에 처음에는 나눔이 불가능했지만 노인의 낙타 한 마리를 빌려 17+1이 되었으므로 계산이 가능하게 됐다. 하지만 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{17}{18}$ 의 경우 18로 맞추었을 시 $\frac{1}{18}$ 이 남는 것은 당연하다.'라고 하였다.

위의 예에서처럼 상위권 학생들일수록 정확한 수학적 용어를 사용할 수 있음을 관찰할 수 있었다. 하지만 중하위권 학생들은 독서 자료를 읽고 자신의 생각을 자신의 언어로 정리하는 것을 매우 어려워하였으며, 대부분의 정리 내용을 일상 언어로 표현하였다.

2.2 문제해결 전략 사용면에서의 분석

문제 해결 과정에서 Mayer는 학생들이 사용하게 되는 두 가지 기본적인 전략을 시행착오 전략과 발견적 전략으로 구분하였다. 무작위적인 시행착오 전략은 문제를 해결하기 위한 정보를 체계적으로 사용하지 않고 시행착오적으로 사용하여 문제를 해결하는 전략이며, 발견적 전략은 문제 공간의 크기를 효과적으로 수정하기 위한 전략으로 해답에 이룰지도 모르는 몇 가지 가능성들을 검토하여 가능성 있는 부위를 검색하는 전략이다. 발견적 전략은 식 세우기, 그림이나 다이어그램 그리기, 예상과 확인, 표 만들기, 규칙성 찾기, 단순화하기, 거꾸로 풀기 등과 같은 부분 전략으로 구분된다(황혜정 외 5인, 2001).

활동지 분석 결과 상위권 학생들은 규칙성 찾기, 단순화하기, 거꾸로 풀기 등 자신이 문제 해결을 위해 어떠한 전략을 사용해야 하는지 정확하게 알고 있었으며, 대부분 발견적 전략을 사용하였다. 중위권 학생 중 B2는 발견적 전략을 사용하는 모습이 관찰되었으나 학생 A1, A2에 비해 문제 해결 과정을 정리하는 것을 매우 어려워했다. 학생 B1은 정확한 발견적 전략을 사용하지는 못하였지만, 몇 번의 시행착오를 겪고 난 후 활동지의 답을 비교적 명확히 정리하였다. 반면에 하위권 학생 C1, C2는 독서 자료를 읽고 어떤 전략을 사용해서 문제를 해결해야 하는지를 결정하지 못하고 의미 없는 수식들을 나열하다가 친구의 답안을

따라 적어내거나 답만 적어낸 경우가 대부분이었다.

[자료B]

A1 : 동전 쌓는 문제를 처음 접해보는 것은 아닌데, 이 문제에도 이런 규칙이 있을거라고는 생각을 못했다. 우선 규칙성을 찾기 위해 수들을 나열해보았다. 그랬더니 다음과 같은 규칙을 발견할 수 있었다.

$$3, 7, 15, 31, 63 \dots \textcircled{1}$$

$$4, 8, 16, 32 \dots \textcircled{2}$$

① 수열을 $\{a_k\}$, ② 수열을 $\{b_k\}$ 라고 하면 ① 수열의 일반항 $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = 3 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^{k+1}$ 이다.

B2 : 1, 3, 7, 15, 31, 63...① 2, 4, 8, 16, 32...② 일 때, ②는 $2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \dots$ 이므로 $a_n = 2^n - 1$ 이 된다.

[자료E]

B1: 5×5 틀을 만든다. 각 변에 4개

--	--	--

의 을 더 만든다. 오른쪽 위-왼쪽 아래 방향으로 차례대로 숫자를 쓴다. 이 숫자들을 가로, 세로 5칸씩 옮겨 적는다. 임시로 만든 칸을 지우면 5차 마방진, 즉, 가로, 세로, 대각선을 더해도 65가 되는 5차 마방진이 된다.

C2: $5+9+13+17+21=65$, $1+7+13+19+25=65$. 대각선의 합은 65이예요. 근데 가로, 세로는 더해도 65가 안 되요. 무슨 말인지, 어떻게 해야 할지 모르겠어요. 흑흑. 선생님, 도와주세요.

		1						
		2		6				
	3	20	7	24	11			
4	16	8	25	12	4	16		
5		9	21	13	5	17		21
	10	22	14	1	18	10	22	
		15	2	19	6	23		
		20		24				
		25						

<그림 IV-1> 학생 B1의 답안

5	4	3	2	1
10	9	8	7	6
15	14	13	12	11
20	19	18	17	16
25	24	23	22	21

<그림 IV-2> 학생 C2의 답안

3. 심층면담 질문지 답변 분석 결과

독서 자료를 읽고 활동을 수행한 후에 학생들의 프로그램에 대한 반응과 수학 관련 독서 자료가 수준별 학생들에게 어떤 영향을 미치는지 분석하기 위해 심층면담을 위한 질문지를 먼저 제시하여 작성하게 하였다. 작성한 질문지에 대한 답변을 토대로 한명씩 심층면담을 실시하였다.

질문 1. 독서 자료 A~E 중에 제일 재미있는 것은 어떤 것이었나요? 그 이유는?

A1	자료 A가 제일 재미있었어요. 내용은 길지만, 확률 단원에서 배울 내용을 미리 예습하는 느낌이었던거예요. 고1 겨울방학 때 수1을 대충 훑어보긴 했는데 그때는 파스칼의 삼각형이 있다는 것만 알고 넘어갔는데 이렇게 많은 성질이 있는지 몰랐어요.
A2	파스칼의 삼각형이 제일 재미있었죠. 저는 원래 규칙 찾는 것을 좋아하는데 숫자들의 삼각형 안에서 끊임없이 새로운 규칙을 발견할 수 있었던 점이 좋았어요. 이런거 독서시간마다 하는 건가요?
B1	자료 C가 흥미로웠어요. 행렬이 도대체 어디에 쓰이는지 몰랐는데 이런 곳에도 쓰이는데 너무 신기해요. 근데 또 어디에 쓰이는지 궁금해요.
B2	자료 E가 제일 재미있었어요. 3차 마방진은 본 적이 있었지만, 3차 이외의 다른 마방진이 있다는 사실에 놀랐어요. 마방진을 풀 때는 어려웠지만, 규칙을 발견하는 과정이 너무 재미있고 스스로 해결할 수 있다는 게 더욱 좋았어요.
C1	마방진 자료. 생각도 많이 하고, 계속 생각한 끝에 스스로 답을 찾을 수 있어서 좋았어요. 다른건 친구들거 보고 한게 많거든요.
C2	자료 C. 제일 쉬워보였어요. 또 풀고 싶다는 생각이 제일 강하게 들었어요.

분석 : 학생들의 선호도에 따라 좋아하는 문제 형식이 따로 있는 것 같았다. 상위권 학생들의 경우에는 대부분의 자료에 흥미를 보였지만, 특히 많은 사고를 유도하는 자료 A와 D에 더 많은 흥미를 보였다. 반면에 중하위권 학생들은 독서 자료의 내용보다는 본인이 답을 적을 수 있느냐 없느냐가 흥미의 기준이 되었다. 생각보다 독서 자료에 흥미를 보이지 않던 학생 C2는 질문에 대해서도 별 흥미를 보이지 않았다.

질문 2. 독서 자료 A~E 중에 별로 흥미 없는 것은 어떤 것이었나요? 그 이유는?	
A1	대부분이 흥미로웠어요. 그런데 이젠 제 개인적인 취향 같은데요. 전 수열이 재미가 없거든요. 그냥 별로 대단하지도 않은 규칙을 나열해 놓은걸 왜 배워야 하는지 모르겠어요. 그래서 자료 B가 재미없었어요. 차라리 수열을 왜 배우는지에 대한 읽기자료였으면 더 좋아했을건데. 하하. 하여튼 그거 빼고는 다 좋았어요.
A2	마방진이요. 규칙을 하나 찾고 나면 나머진 다 똑같잖아요. 반복되는게 재미없었죠. 제일 싫어요. 똑같은거 계속 반복되는거. 엄마 잔소리 같은거요. ㅋㅋㅋ.
B1	낙타의 배분문제요. 저 그거 푸는데 하루 종일 걸렸어요. 저 종레 때 제출했잖아요. 문제 이해하고 파악하는데 어려웠구요 지금도 사실 잘 모르겠어요. 눈에 보이지 않는 차이라서 해결하기 힘들었어요.
B2	행렬 배우면서 비슷한 문제를 풀어왔고, 생각하는 것보다 그냥 계산하는 거라서 재미없었어요.
C1	굳이 꼽으라면 자료 낙타의 배분문제 D요. 그냥 쉽게 보이는데 어려운데라서요. 사실 다른 것도 잘 모르겠었지만, D는 그림 그리다 끝났어요.
C2	마방진 E요. 뭐가 뭔지 모르겠어요. 어려워요. 길어요.

분석 : 연구 대상 학생들이 비교적 수학을 좋아하는 2학년 자연계 학생들이기 때문에 제시된 독서 자료를 흥미 없어 하는 학생은 별로 없었다. 하지만, 학생들의 특성상 상위권 학생들은 단순 계산 문제나 규칙을 나열하는 문제보다는 창의적인 사고력을 요하는 문제에 더욱 흥미를 느낄 수 있었다.

독서 자료를 활용한 수준별 고등학생들의 특성 분석

질문 3. 위의 독서 자료와 비슷한 수학 관련 독서자료(책, 신문, 잡지 등등)를 읽은 적이 있나요? 위의 독서 자료와 비슷한 수학 관련 독서 자료가 여러분의 수학 학습에 있어서 어떤 영향을 미치는지 적어보세요.	
A1	네 있어요. 중학교 때 영재 교육에 참여한 적이 있는데 그 때 수학 교양 도서라는 걸 많이 읽어볼 기회가 있었어요. 그 때 읽은 책 중에 '수학귀신'이라는 책이 제일 기억에 남아요. 학교에서 배웠던 내용이라서 부담없이 읽을 수 있었어요. 음...수학 교양도서들은 수학을 공부하는데 더 흥미를 유발하고, 수학을 공부해야 하는 동기를 유발하는거 같아요. (중략) 그래서 제가 수학을 제일 좋아하게 됐나봐요. ㅎㅎ.
A2	중3 방학 때 읽은 '수학귀신'이라는 책이 제일 기억에 남아요. 음...처음에는 초등학생들이 읽는 책인줄 알고 가볍게 생각했었는데 읽다보니 모르는 내용이 많더라구요. 그리고 학교, 학원에서 개념서로 배웠던 것보다 훨씬 쉽고 흥미로웠어요. 이런 점이 수학 관련 독서 자료가 수학 학습에 미치는 영향인거 같구요. 선생님...수업시간에도 이런 방식으로 수업하면 안되요? 기존 수업은 맨날 개념만 배우고 지루해요.
B1	있긴한데 기억이 안나요. 중학교때 방학숙제로 읽었던거 같은데. 음...정말 기억 안난다. 근데 그런 책들은 교과서로 단순히 배우고 계산하는 것보다 배운걸 바탕으로 우리 실생활에서 생기는 문제에 적용해 보는거니깐 더 재미있고, 흥미롭게 다가오는거 같아요. 이렇게 수학 배우면 수학에 대해 더욱 흥미를 붙일 수 있을...까요? 크크 사실 이런 책도 너무 어렵긴 해요. 하하.
B2	공식만 외워서 하는 딱딱한 수학이 아니라 실생활과 연결된 재미있는 이야기로 좀 더 친근하게 다가올 수 있지 않을까...하는 기대? 한 번 해봐요~
C1	어디서 읽었는데요...그런 책들은 수학을 배우는데 있어서 흥미를 불러일으키는데요. 근데 사실 저는요. 이런 독서 자료는 재미있는데 이거랑 학교나 학원에서 배우는거랑 연결이 안되요. 그냥 이걸 재미있고 학교에서 배우는건 재미없어요.(중략) 다른 애들은 뭐라고 대답했어요? 저만 답 제대로 못했죠?
C2	별로 읽은 적은 없는데요. 재미는 있어요. 근데 C1이 얘기한것처럼 이거랑 학교수학이랑 무슨 관계가 있는지 잘 모르겠어요. 자료 A도 그렇고 자료 B, C도 그렇고 선생님께서 처음에 나눠주실 때 앞으로 배우는거랑 연결된다고 하셨잖아요? 근데 시험문제에서는 하나도 이용 안되잖아요.

분석 : 대부분의 학생들이 수학 관련 독서 자료가 수학 학습에 있어서 흥미를 유발시키는데 영향을 미친다고 하였다. 학교나 학원에서 배우는 개념서와는 달리 수학이 어디에 쓰이는지 알게 되고 또 실제로 수학을 실생활 문제에 적용시켜봄으로써 수학의 중요성을 인식할 수 있는 기회가 된다고 답하였다. 하지만, 하위권 학생들은 수학 독서활동과 실제 수학 사이의 연결성 뿐만 아니라 다른 교과내용과 수학 사이의 연결성을 이끌어 내는데에도 어려움을 느끼고 있었다.

질문4. 본인이 수학 교사라면 어떤 독서 자료를 학생들에게 제시할 것인지 적어보세요.	
A1	앞에서 제시한 독서 자료들처럼 창의사고력 문제 위주인 독서 자료를 제시하고 싶어요. 그런 문제를 풀게 함으로써 수학에 흥미도 느끼고, 사고력을 기를 수 있었으면 좋겠어요. 그리고 이런 자료들을 읽음으로써 수학에 대한 상식도 더 생기는거 같구요. 그러면 그것과 연관된 내용을 배울때 많은 도움이 되는거 같아요.

A2	수학의 원리를 쉽고 재미있게 알 수 있는 자료를 즐겨요. 제 꿈이 수학 선생님인거 아시잖아요~ 일단은 흥미를 느끼게 해줘야 한다고 생각하구요. 그러면 자연스럽게 열심히 수학 공부를 하겠죠. 크크 사실 저도 그게 잘 안되지만요. 이런 자료를 주면 스스로 생각하고 탐구할 수 있는 방법을 깨칠 수 있을 것 같아요.
B1	단순 계산 말고요 재미있고 한 번 더 생각해 볼 수 있는 자료를 즐겨 같아요. 어차피 그런 문제들은 학원이나 과외시간에도 푸는 문제들이니까요. 학교에서는 학생들이 쉽게 접해보지 못한 것을 제시해주셨으면 좋겠거든요. 물론 선생님들께서 그런 것까지 챙기시려면 힘들시겠지만요.
B2	교과서 속 딱딱하고 어려운 내용을 다가가기 쉽게 설명한 책이나 우리가 알지 못했던 수학적 사실들? 아니면 수학의 역사나 신기한 수 법칙 같이 수학을 이해하는데 좀 더 도움이 되는 자료들을 제시할 것 같아요. 저희도 그런 자료를 접했으면 좋겠구요.
C1	학습에 도움이 되는 자료? 어렵지 않은 수준에 딱! 맞는 자료요. 사실 선생님께서 주신 자료 너무 어려웠어요. 마방진은 손도 못됐구요. 낙타의 배분문제는 이해는 가는데 뭐라고 답을 적어야할지 모르겠었거든요. 저는 학생들 개개인의 수준을 고려해서 제시할거예요. 선생님들은 맨날 공부 잘하는 애들 위주로만 준비하시잖아요. 소외감 느껴요.
C2	무조건 재미있었으면 좋겠어요. 물론 수학과 관련된 독서자료가 재미있기는 힘들겠지만요. 그리고 쉬운걸로 즐겨요. 쉬운건 잘하는 애들한테도 쉽지만 못하는 애들한테도 쉽거든요.

분석 : 여섯 명 모두 교과서와 같은 딱딱한 내용이 아닌 학생들이 흥미를 느낄 수 있는 자료를 제시하겠다고 답하였다. 특히 상위권 학생들은 창의적인 사고력을 기를 수 있을 뿐만 아니라 선행 및 심화학습으로도 활용할 수 있는 자료를 제시하여 창의적인 문제해결력을 키울 수 있는 기회를 주고 싶다고 하였다. 하위권 학생들은 연구과정에서 제시했던 독서 자료가 너무 어렵다고 표현하며 각 학생들의 수준을 고려한 독서 자료가 필요하다고 제안하였다.

질문5. 위의 독서 자료를 읽고 혹시 새롭게 발견한 사실이 있으면 적어주세요.	
A1	파스칼의 삼각형을 읽고 계수관련 성질 이외의 다른 성질도 알게 되었어요. 엇그제 조합 배울 때 선생님께서 '이거 했었지?' 하셨을때요. 알고 있는거 말씀하시니까 기분 좋았어요. 우리반만 선생님께서 주신거 읽어서 알고 있었잖아요.
A2	동전 옮기는 문제가 하노이탑과 연결된다는 사실을 알았어요. 학원선생님께서 하노이탑, 하노이탑 하셔서 뭔가 했었거든요. 별거 아니더라고요. 크크 마방진도 예전에 '세상에 이런일이'에서 봤었는데 5차 마방진을 구해보고나서 집에가서 n차도 해봤거든요. 정말 규칙이 생기더라고요.
B1	낙타 배분문제가 수학과 관련될 뿐만 아니라 언어와도 관련된다는거요. 선생님들이 수업 시간에 '모든 교과목은 서로 연관되어있다. 국어를 잘하는 사람이 수학도 잘하고 영어도 잘한다.'는 말씀이 무슨 뜻인지 알겠더라고요. 그래도 언어영역은 싫어요. 물론 수학도 잘하는건 아니지만.
B2	행렬이랑 수열과 관련된 자료 주신거 있잖아요. 그거 읽고 나니까 이런데에 행렬이랑 수열이 쓰이는구나...하는거 알게 되었어요. 물론 그거 알았다고 수업시간에 배우는게 더 이해가 잘 가는건 아니지만요. 파스칼의 삼각형도 이해를 잘 했으면 더 좋았을텐데 모르는 단어가 너무 많아서 그건 실패예요. 하여튼 도움이 되었어요.
C1	특별히 없어요. 노선 구하기 자료 읽으면서 그냥 이 행렬의 성질이 '싸이월드'에도 이용된

독서 자료를 활용한 수준별 고등학생들의 특성 분석

	다고 선생님께서 말씀하셨을때 신기하다고 생각했죠. '일촌 찾기' 할때마다 선생님 말씀 생각해요. 그런거 하고 싶는데. 나중에요.
C2	읽으면서 새로 발견한 사실...제가 모르는게 너무 많다는거요. 읽는 속도가 너무 느리다는 거요. 그리고 역시 집중을 잘 못한다는거. 이렇게 대답하는거예요?

분석 : 상위권, 중위권 학생들 모두 독서 자료가 다른 영역과 수학 사이의 연결성을 이끌어내는데 도움이 된다고 답하였다. 특히 상위권 학생들은 독서 자료를 읽고, 활동지를 작성하는 과정에서 이미 알고 있는 지식이나 정보들을 종합하여 문제를 해결하였음을 인터뷰를 통해 확인할 수 있었다. 또한, 이 학생들이 독서 자료와 관련하여 사용하는 어휘의 수준도 높아졌음을 인터뷰 과정에서 관찰할 수 있었다. 반면에 하위권 학생들은 새로운 지식이나 수학에 대한 새로운 발견보다는 자신의 단점이나 흥미분야에 대한 반응을 보여주었다.

질문6. 여러분에게 제시된 독서자료 A~E에 대하여 선생님에게 조언하고 싶은 것이 있으면 적어보세요.	
A1	주신 자료 중예요. 어떤 거는 너무 쉬웠거든요. 선생님이 필요한거라고 해서 다 써서 냈긴 냈는데요. 노선 구하기 같은건 너무 쉬웠어요. 그런거 고려해서 주시면 좋겠다고 생각했어요. 근데 그거 읽으면서 선생님께서 '싸이월드', '일촌맺기' 같은거 설명해 주신건 좋았어요. 파스칼의 삼각형도 읽고나서 도움이 많이 되었구요. 사실 수학 배우면서 이게 어디에 쓰일까 생각한적 많거든요.
A2	이런걸 수업시간에도 했으면 좋겠어요. 솔직히 A반에서 맨날 문제를 푸니까 가끔 이런거 하면서 쉬어갔으면 좋겠어요. 그리고 이런걸 수업시간에 하면 수학이 어디에 유용하게 쓰이는지 알게 되고 그러다보면 수학이 중요한 것도 느끼게 되고 더 좋아하게 되고 음...하 여튼 저번에 선생님께서 노선구하기 풀면서 '싸이월드'에서 '일촌맺기'에도 행렬이 쓰인다고 하신게 너무 신기했거든요. 컴퓨터 전공하면 뭘 하게 되는지도 생각해보았구요.
B1	자료 주실때 필요한 자료를 모두 실어주셨으면 좋겠어요. 특히 '마방진' 부분 같은건 규칙을 찾아내는 부분만 실려 있어서 구하기 좀 어려웠거든요. 그리고 이런거 수업시간에 한번만 해보면 안되요? 좋을거 같은데...
B2	창의력 문제 해보고 싶어요. 다음 배우는 단원이 '극한'인데 이런 자료 또 주시나요? 학원에서 예습했는데 너무 어려워서요.
C1	선생님, 이번에는 독서자료 주시고 아침 독서시간에 읽었잖아요. 그 시간에는 말도 잘 못하고 질문도 잘 못하겠어요. 너무 예들이 조용하게 독서만 해서요. 사실 파스칼의 삼각형에서 모르는 단어 정말 많았거든요. 삼각수, 토끼언어...또 뭐였지? 하여간 너무 많았는데 하나도 물어보지도 못하고 이해도 안가고, 아니면 쉬운걸로 주시면 안되요?
C2	주신 독서 자료가 너무 길어서 아침 독서시간에 30분 동안 읽고 활동지를 작성하는게 너무 힘들었어요. 저는 거의다 짝궁거 빼여서 냈어요. 모르는 단어도 많았는데. 시간 좀 많이 주세요. 낙타 배분문제랑 마방진은 짧아서 좋긴 했는데 그것도 생각을 해야하니까 활동지까지 써서 내기는 힘들었어요.

분석 : 각 수준별 학생들 모두 이러한 독서 자료를 수업시간에도 활용하는 것에 대해 긍정적인 반응을 보였다. 단, 수업시간에 활용할 경우 각 수준별 학생들의 이해 속도나 학생들이 가지고 있는 배경지식 정도 등을 고려한 적절한 독서 자료가 필요하다는 의견을 제시하였다.

V. 결론 및 제언

본 연구에서는 수학에 흥미를 가질 수 있게 하는 보조 학습 자료로서 독서 자료를 활용하였을 때, 수준별 학생들이 어떤 차이점들을 가지고 있는지 질적 연구의 방법으로 분석하였다. 학생들의 독서 활동 과정과 결과물을 분석한 결과 수준별로 다음과 같은 특징이 나타났다.

첫째, 수학적 태도를 중심으로 살펴본 결과, 상위권 학생들은 읽기 활동에 매우 적극적인 태도로 집중하였으며, 활동지 작성 과정에서도 흥미롭고 자신감에 찬 모습으로 자료를 읽고 자신의 답안을 검토해 나가는 모습을 관찰할 수 있었다. 중위권 학생들은 비교적 침착하게 독서활동에 참여했으나 문제 해결 과정에서는 상위권 학생들에 비해 자신감이 떨어졌다. 그러나 하위권 학생들은 처음에는 매우 적극적이었으나 중상위권 학생들에 비해 집중력이 많이 떨어졌으며, 활동지에 자신의 생각을 정리해서 적는 과정을 매우 힘들어하는 모습이 관찰되었다.

둘째, 학생들이 제출한 활동지를 중심으로 살펴본 결과, 상위권 학생들의 경우, 정확한 수학적 용어와 발견적 전략을 사용하였다. 중위권 학생들은 해결 전략은 좋았으나 수학적 용어를 체계적으로 사용하지 못하고 일상 언어를 사용하여 자신의 생각을 표현하였다. 반면 하위권 학생들은 독서 자료를 읽고 자신의 생각을 자신의 언어로 정리하는 것을 매우 어려워하였으며 대부분의 정리 내용을 체계적이지 않은 시행착오 전략을 사용하여 표현하는 모습이 관찰되었다.

셋째, 심층면접 질문지를 중심으로 인터뷰를 실시한 답변을 살펴본 결과, 각 수준별 학생들 모두 독서 자료를 수업시간에 활용하는 것에 대해 긍정적인 반응을 보였다. 특히 상위권 학생들은 독서 자료를 통해 창의적인 사고력을 기를 수 있을 뿐만 아니라 선행 및 심화학습으로도 활용할 수 있고, 종합적인 문제 해결력을 기를 수 있다고 답하였다. 중위권 학생들 또한 독서 자료를 통해 수학에 대한 흥미도를 높일 수 있다고 답하였고, 이는 수학 학습에 있어 자신감을 높이는 데도 영향을 미친다고 하였다. 하위권 학생들은 중상위권 학생들과 마찬가지로 독서 자료에 대해서는 긍정적인 반응이었지만, 수학 독서활동과 실제 수학 학습 사이의 연결성을 이끌어내는 데에 많은 어려움을 느끼고 있었다. 또한, 독서 자료의 수준이 너무 높을 경우 자신감을 잃게 되어 오히려 수학 학습에도 좋지 않은 영향을 미침을 관찰할 수 있었다.

본 연구에서 보여진 바와 같이 학생들의 수준에 맞는 수학 관련 독서 자료는 학생들에게 수학 내용을 간접적으로 경험하게 하면서 수학의 필요성을 느끼게 하고, 학생 스스로 수학의 기본적인 개념과 원리, 법칙을 깨닫게 하여 학습 동기를 유발시킴을 알 수 있었다. 또한, 수학이 실생활에 어떻게 적용 가능한 학문인지 깨닫게 되고, 수학적 개념을 좀 더 깊이 있게 이해하고 활용할 수 있는 문제 해결 능력과 태도를 기를 수 있게 하여, 결과적으로 사회에서 필요로 하는 논리적이고 합리적인 사고력을 이러한 독서 자료를 통하여 얻을 수 있을 것으로 기대한다. 지금까지 논의한 내용을 바탕으로 수학과 독서 교육에 대하여 다음의 제언을 하고자 한다.

첫째, 학생들에게 도움이 될 만한 수준별 추천 도서 목록들이 개발되어야 할 것이다. 지금 시중에 학생들에게 추천되는 수준별 도서 목록은 대개가 교과서 수학에서 다루는 일반적인 내용을 학년별로 구분한 정도이고, 수학 관련 교양도서들의 경우 책의 난해함 때문인지, 비

대중성 때문인지 몰라도 거의 목록이 없는 편이다. 학생들의 진로결정 및 사고력 향상을 위한 합리적인 수준별 도서목록이 주어진다면, 학생들이 수학적 특징을 개발하고 발전시키는 데 큰 도움이 될 것이다.

둘째, 각 수준별 학생들의 특징을 고려한 탐구중심의 독서교육 프로그램이 개발되어야 할 것이다. 상위권 학생들은 다른 중하위권 학생들에 비하여 수학 관련 도서에 대한 흥미도 및 책을 통하여 얻게 되는 지적 탐구력이 매우 높은 편이므로, 수학적 사고를 깊이 있게 보여 주는 난이도 있는 책을 활용하여 수학을 다양하게 바라볼 수 있는 기회가 제공되어야 할 것이다. 중위권 학생들은 상위권 학생들에 비해 자신감과 자기 주도적 학습 능력이 떨어지는 경우가 대부분이므로, 다른 사람들과의 의사소통을 통해 자신의 문제점을 찾아가고 자신감을 회복할 수 있는 협동 학습 모형을 적용한 독서교육 프로그램이 개발되어야 할 것이다. 하위권 학생들은 다른 학생들보다 집중력이 떨어지고 이해력이 떨어지는 경우가 많기 때문에 아주 쉬운 내용의 책이라 할지라도 책의 내용을 재구성하여 제시하고, 책에 대한 탐구보다는 전체적인 내용에 대한 이해나 어휘력을 기르는데 목표를 두고 지도해야 할 것이다.

셋째, '수리 논술팀'과 같은 '수학 독서 교육팀'이 활성화되어야 할 것이다. 위에서도 언급하였듯이, 수준별 추천 도서 목록이나 탐구중심의 독서교육 프로그램을 개발하기 위해서는 개인의 노력만으로는 모든 것이 불가능하다. 늘 독서가 중요하다는 것을 말하면서도 그 주장의 타당성과 신뢰도의 근거들이 부족한 것을 보게 된다. 수학 관련 교양 책을 읽는 과정 속에서 얻어지는 학생들의 질적인 변화를 자기주도적인 학습, 창의적 문제해결력, 수학화 되어 가는 과정 등과 같은 연구를 좀 더 심도 있고 체계적으로 진행하기 위해서는 수학 교사들의 끊임없는 노력과 시도들이 필요하고 좀 더 효율적인 연구가 되기 위해서는 교사들 간의 협력의 활성화가 절실하다.

참고문헌

- 김남희 (2006). 중등 수학 영재학생의 독서활동에 관한 정성 연구, 고려대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김문희 (2004). 효율적인 독서교육을 위한 독서자료 선정에 관한 연구: 대전지역 중학교를 중심으로, 공주대 교육대학원 석사학위논문.
- 김선미 (2006). 독서이력철의 구성과 평가 방안 연구, 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김태숙 (2008). 읽기를 활용한 수업이 수학적 태도에 미치는 영향: 특별보충과정을 이수해야 할 학생을 대상으로, 충북대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 박성일 (2004). 독서자료의 활용과 수학교육: 기하영역을 중심으로, 연세대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 박용범, 김한희, 박일영 (1999). 수학 개념의 자기 주도적 구성을 위한 교수·학습 모델 개발, 수학교육 논문집 제9집, pp 97-114.
- 박현진 (2007). 수학교육 보조를 위한 독서자료 활용 효과: 의사소통 활동 능력과 수학적 태도 분석, 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 서울시 교육청 (2005). 교과 학습과 독서지도: 선생님을 위한 독서 길라잡이, 서울시 교육청.

- 안석재 (2005). 교실 차원에서의 교과별 독서 교육: 수학과 독서지도 매뉴얼, 서울특별시 교육청.
- 안재찬 (2008). 수학거미 수학 2(하): 응용편, MSE Research Korea.
- 야노 켄타로오 (2004). 즐거운 수학탐구여행, 문형준 번역, 태을출판사.
- 이경화 (2005). 교과학습독서의 특성과 방향, 이경화 국어교육 연구실, 한국교원대학교.
- 이재돈, 김호중 (2006). 수준별 이동식 수업이 문제 해결력 신장에 미치는 영향, 대구대학교 사범대학 부설 교육연구소 저널 제2호.
- 임수진 (2007). 독서 자료의 활용이 수학 수업의 흥미유발에 미치는 영향에 관한 연구: 수학 10-나를 중심으로, 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 조우정 (2006). 독서 자료를 활용한 수학 학습의 효과, 고려대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 천경록 (2005). 독서이력철의 구성과 평가 방안, 한국 독서학회 독서연구 제 14호.
- 한국교육과정평가원 (2006). 고등학교 수학과 선택 중심 교육과정 개선 방안 연구, 한국교육과정평가원.
- 황혜정 외 5인 (2001). 수학교육학 신론, 문음사.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*, Thousand Oaks, CA: Sage.
- Enzensberger, H. M. (1997). 수학귀신(Number Devil), 고영아 번역, 비룡소.
- Tobias, S. (2003). 수학걱정 뛰어넘기 - 수학불안 원인과 대처 방안, 허혜자 번역, 경문사.

An Analysis on Leveled High-School Students Using the Reading Activities in Mathematics

Choi, Soo Jung³⁾ · Kim, Hong Chan⁴⁾

Abstract

Nowadays the researches on the reading materials about Mathematics are emphasized and quite active. But most researches have just proposed the lists of books or materials of the reading activities in Mathematics. Therefore we choose the subject for this study as the analysis of the characteristic attitudes about Mathematics for 3-leveled (high, middle, low) high-school students who have studied Mathematics using the reading activities.

After the applications of reading activities for leveled students, we have the following results. For the low-leveled students, the high-leveled(=difficult to understand) reading materials may lose the confidence and interest about Mathematics. The appropriate reading materials for leveled students will increase the interest and change the attitude about Mathematics. We expect that the reading activities in Mathematics extend the logical and rational thinking power that our society has required.

Key Words : Reading material, Reading activity, Mathematical attitude

3) Korea University, Graduate School (soo_jung_c@hotmail.com)

4) Korea University (hongchan@korea.ac.kr)

<부록1>

독서 자료를 활용한 활동지

자료A	파스칼의 삼각형	학번		이름	
학습자료	수학귀신				

로베르트가 잠들었을 때 수학 귀신은 그 자리에 벌써 와 있었다.

“오늘은 내가 아주 기막힌 걸 보여 주지.”

그는 로베르트를 주사위 모양으로 생긴 하얀 집으로 데리고 갔다. 집 내부도 모든 것이 하얗게 칠해져 있었다. 계단과 문도 흰색이었다. 그들이 들어간 커다란 방은 텅 비어 있었으며 눈처럼 하얀색이었다.

“저건 도대체 뭐지?”

로베르트는 방구석에 높이 쌓여 있는 벽돌더미 쪽으로 가까이 가서는 그것을 자세히 쳐다보았다.

“유리 아니면 플라스틱처럼 보이는데.”

그것들은 전부 다 정육면체 모양으로 되어 있었다. 안에서 무언가가 반짝였다. 전기가 들어오는 선이거나 아니면 그 비슷한 것임에 틀림없었다.

“전기야.”

수학귀신이 말했다.

“난 피라미드를 만들려고 해.”

그는 정육면체 벽돌 몇 장을 주워 들더니 하얀 바닥 위에 한 줄로 차례차례 늘어놓았다. 로베르트도 따라했다.

“우리가 지금 벽돌 몇 개를 늘어놓았지?”

로베르트가 세었다.

“16개. 이것은 2를 4곱한 수, 2^4 이군.”

“재법인데. 너 이제 눈치가 빨라졌구나.”

수학 귀신이 로베르트를 칭찬했다.

“자, 그럼 벽돌 쌓기를 계속하자. 그 다음 벽돌은 항상 밑에 있는 두 벽돌 사이에 올려놓도록 해야 해. 미장인들이 하는 것처럼.”

“알았어. 그래도 이건 피라미드가 되지는 않겠는걸. 피라미드는 바닥이 삼각형인 삼각뿔이거나 밑면이 사각형으로 되어 있는 사각뿔인데. 여기에 있는 건 그냥 납작한 모양인걸. 그러니까 이건 피라미드가 아니라 삼각형이 될 거야.”

“맞아.”

수학 귀신이 말했다.

“그럼 삼각형을 만들지 뭐.”

그들은 삼각형이 될 때까지 계속해서 벽돌을 쌓았다.

“다 됐다!”

로베르트가 소리쳤다.

“끝났다고? 지금부터가 진짜 시작이란 말이야.”

수학 귀신은 삼각형의 한쪽 면을 따라 기어 올라가서는 맨 위쪽에 있는 벽돌에 1자를 썼다.

“또 1이니? 넌 시작할 때는 그저 1밖에 모르는구나.”

“올론이지. 모든 건 항상 1로 시작하니까. 그건 너도 알잖아.”

“그 다음은 어떻게 되지?”

“곧 알게 될거야. 아래쪽으로 계속되는 각각의 벽돌에는, 그 벽돌 바로 위에 있는 숫자 둘을 더해서 나오는 숫자를 써야 해. 위에 벽돌이 하나만 있으면, 위의 숫자를 그대로 쓰도록 해”

“그쯤이야 아무것도 아니지!”

로베르트는 자기가 가져온 굵은 펜을 주머니에서 꺼내어 각 벽돌에 숫자를 쓰기 시작했다.

“별 것 아니잖아.”

로베르트가 으쓱했다.

“너무 자신만만해하지마! 그게 어떻게 계속되는지 기다려 봐!”

로베르트는 주사위에 쓰인 숫자들을 계산한 다음 또 썼다.

“맨 가장자리에 있는 숫자들은 아래쪽으로 얼마나 내려가느냐에 상관없이 항상 1이야. 그리고 바로 그 옆에 비스듬하게 있는 숫자들도 어떻게 되는지 금방 쓸 수 있어. 그것들은 아주 평범한 자연수들이거든. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,…”

“그러면 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, … 바로 옆줄에 비스듬하게 놓여 있는 숫자들은 무엇이겠니? 위에서부터 차례대로 숫자 네 개를 한번 읽어 봐!”

수학 귀신은 다시 교활한 미소를 머금고 있었다. 로베르트는 오른쪽 위에서 왼쪽아래 방향으로 읽었다.

“1, 3, 6, 10, … 이런 어디선가 본 것 같은데. 아! 그렇구나. 그건 삼각형 숫자들이야.”

이런 식으로 로베르트는 주사위에 계속해서 숫자를 써 나갔다. 아래쪽으로 내려올수록 숫자들이 점점 더 커졌다.

“이 이상은 더 못 하겠어. 나한테 암산으로 이걸 계산해 내라고 요구하는 건 무리인걸.”

“그렇다면 할 수 없지.”

수학 귀신이 말했다.

“신경 쓸 필요 없어. 내가 당장 해결해 주지 못한다면 귀신체면이 말이 아니겠지!”

그러더니 그는 눈 깜빡할 사이에 삼각형 전체를 숫자로 가득 채웠다.

“이 삼각형에는 여러 가지 재미난 것이 들어 있어. 어떤 것이 있는지 알고 싶으면, 세 번째 줄 맨 왼쪽부터 비스듬하게 오른쪽 아래로 내려와봐. 그러니까 1, 3, 6, 10, … 식으로 말이야. 손가락으로 이 열을 따라 12번째 주사위에 이를 때까지 쪽 아래로 내려오면 돼. 그리고 나서 그 바로 왼쪽 아래에 있는 숫자를 찾아! 그게 무엇이지? 이런 식으로 너희들은 $1+3+6+10+15+21+36+45+55+66+78$ 이 무엇인지 계산할 필요없이 그 답을 알 수 있어.”

수학 귀신이 말했다.

“저건 단순한 삼각형이 아니야. 모니터란 말이야. 화면이라고. 주사위 안에 무엇 때문에 전기장치가 되어 있다고 생각하지?”

수학 귀신은 손뼉을 한 번 쳤다. 그랬더니 방이 어두워졌다. 그는 또 한번 손뼉을 쳤다. 그랬더니 이번에는 맨 위에 있는 주사위에 빨간 불이 켜졌다.

“이번에도 역시 1이군.”

로베르트가 말했다.

수학귀신이 다시 손뼉을 치자 첫째 줄의 불이 꺼지고 다음 줄이 신호등의 빨간 불처럼 빛났다.

“자, 저기 불이 들어와 있는 숫자를 한번 더해 보겠니?” 수학 귀신이 말했다.

“ $1+1=2$ ” 로베르트가 중얼거렸다.

수학 귀신이 다시 한번 손뼉을 치니까 이번에는 세 번째 줄에 불이 들어왔다.

“ $1+2+1=4$ ” 로베르트가 말했다.

“너 계속해서 손뼉 칠 필요 없어. 나 벌써 어떻게 된 건지 알았으니까. 그건 우리가 이미 알고 있는 숫자들이야. 2의 강충 튀기 잭야. 그 다

음 줄은 $2 \times 2 \times 2$, 즉 2³은 8. 이런 식으로 계속 되면 16, 32, 64가 되겠지.”

“그래. 마지막 줄은 2⁶이 되지.”

수학 귀신이 말했다.

“그 정도 되면 벌써 상당히 큰 숫자야. 정확히 말하면 65536이지.”

수학 귀신이 손뼉을 치자 방이 다시 어두워졌다.

“너 혹시, 예전에 배웠던 것들 몇 가지를 다시 보고 싶지 않니?”

수학 귀신이 물었다.

“그게 무어냐에 따라 다르지.”

수학 귀신은 세 번 손뼉을 쳤다. 주사위들에 다시 불이 들어왔다. 어떤 건 파란색, 그리고 다른 것들은 초록색이나 빨간색이었다.

“알록달록한 게 꼭 축제 같은데.”

로베르트가 감탄했다.

“같은 색깔로 된 작은 계단들이 오른편 위쪽에서 왼편 아래쪽으로 이어지고 있는 것이 보이니? 그 계단들에 있는 모든 숫자를 더하면, 거기에서 무엇이 나오는지 한번 볼래? 맨 위에 있는 빨간 계단에서부터 시작해 보자!”

“계단이 한 개밖에 없잖아.”

로베르트가 말했다.

“항상 그랬듯이 또 1이군.”

“그러면 그 아래에 있는 노란 계단은?”

“그것도 하나밖에 없으니까.”

“다음으로 파란 계단은 어때? 그건 주사위가 두 개야.”

“ $1+1=2$.”

“그 다음에 바로 그 아래의 초록색을 해 봐. 초록색 주사위 두 개.”

“ $2+1=3$ ” 로베르트는 이제 어떻게 된 영문인지 눈치를 챘다.

“다시 빨강, $1+3+1=5$. 그리고 노랑, $3+4+1=8$. 파랑은 $1+6+5+1=13$.”

“1, 1, 2, 3, 5, 7, 13, …”

“피보나치 아냐? 토끼 숫자!”

“우리가 만든 삼각형 안에 얼마나 많은 게 숨어 있는지 이제야 알겠지. 며칠이라도 계속할 수 있겠지만 오늘 공부는 이걸로 충분한 것 같다.”

“두말 하면 잔소리지!”

로베르트가 고개를 끄덕였다.

“그래 계산 놀이는 이제 그만 하자.” (중략)

[활동] 위의 글을 읽고, 다음에 답하여 보자.

- (1) 파스칼의 삼각형의 성질에 대해 아는 대로 적어보자.
- (2) 위의 글을 읽으면서, 이해가 안가는 부분이나 단어가 있었으면 적어보자.

자료B	브라만탐의 전설	학번		이름	
학습자료	수학거미				

어느 날 대학교에 다니는 오빠가 현지에게 재미있는 동전놀이를 가르쳐 주었다. 오빠는 3개의 접시를 가지런히 놓고, 첫 번째 접시(A) 위에 5개의 동전을 쌓았다. 가장 아래에는 50원짜리, 그 위에 100원짜리, 10원짜리, 50원짜리, 1원짜리 동전을 크기 순서대로 쌓았다.

“이것들을 다음 3가지 규칙을 지키면서 세 번째 접시(C) 위에 옮겨 볼래?” 오빠가 말했다. 규칙은 첫째, 한 번에 꼭 1개씩만 옮긴다. 둘째, 작은 동전 위에 그보다 큰 동전을 얹어서는 안 된다. 셋째, 필요에 따라서 두 번째 접시(B)에도 동전을 놓을 수 있으나, 마지막에는 모두 처음 차례대로 세 번째 접시(C)에 옮겨야 한다.

현지는 1원짜리 동전을 세 번째 접시 위에 놓고, 50원짜리 동전을 두 번째 접시 위에 놓았다. 그런데 10원짜리 동전을 어디에 놓아야 할 것인가가 문제였다. 10원짜리 동전은 50원짜리나 1원짜리 동전보다 크기 때문에 이것들 위에 10원짜리를 올려놓는 것은 규칙에 맞지 않았다.

“왜 가만히 있니?” 하고 오빠가 말했다.

“1원짜리 동전을 두 번째 접시의 50원짜리 위에 얹고, 10원짜리 동전을 세 번째 접시에 놓으면 되지 않니?” 그 다음의 방법은 현지도 알 수 있었다. 1원짜리 동전을 첫 번째 접시 위로 옮기고, 50원짜리 동전을 세 번째 접시에, 그리고 다시 1원짜리 동전을 세 번째 접시 위로 옮겼다. 그렇게 하니까 100원짜리 동전을 두 번째의 빈 접시에 놓을 수 있었다. 이런 식으로 여러 차례 동전을 옮긴 끝에 현지는 마침내 첫 번째 접시에 있던 다섯 개의 동전을 크기의 차례대로 모두 세 번째 접시에 옮겨 놓을 수 있었다.

“잘 했다. 그런데 너 몇 차례 옮겼니?”

“몇 번인지 셈해 보지 않았는데.”

“그러면 그 횟수를 알아보자. 가장 적은 횟수로 목적을 달성하기 위해서는 몇 번 옮기면 되

는지 알아두는 것도 수학 공부의 하나가 돼. 자, 그러면 동전이 5개가 아니고, 500원짜리, 100원짜리 2개뿐이면 몇 번 옮겨 놓아야 하겠니?”

오빠의 물음에 현지는 대답하였다.

“3번이면 되요. 100원짜리 동전을 두 번째 접시 위에 옮기고, 500원짜리 동전을 세 번째 접시에 놓은 다음에, 100원짜리 동전을 그 위에 얹으면 되니까요.”

“그래, 맞았다. 그러면, 이번에는 10원짜리 동전을 더하여 모두 3개의 동전이 있을 때, 몇 번 만에 모두 옮길 수 있지? 자, 잘 들어 보라. 처음에 두 번째 접시에 작은 두 동전을 차례대로 옮겨. 그것은 앞에서 했던 것처럼 3번이면 돼. 그리고 500원짜리 동전을 세 번째의 접시 위에 옮겨. 그 다음에 두 번째 접시에 있는 동전을 세 번째 접시에 옮겨. 이것도 처음과 같이 세 번이면 돼. 그러면 횟수는 $3+1+3=7$ 이 되지.”

그러자 현지가 말했다.

“50원짜리 동전을 1개 더 더한 4개의 동전을 옮기는 방법은 나도 알 수 있을 것 같아요. 처음에 작은 동전 3개를 두 번째 접시에 옮기면 이것이 7번. 그리고 500원짜리 동전을 세 번째 접시 위에 옮기면 이것이 1번. 그 다음에 두 번째 접시의 동전 3개를 세 번째 접시에 갖다 놓아요. 이것이 7번. 그러니까 모두 $7+1+7=15$ (번)이 되요.”

“잘한다. 그러면, 5개의 동전을 모두 옮기는 횟수는?”

“ $15+1+15=31$ (번)이요.”

현지는 자신 있게 대답하였다.

“그래, 계산 방법을 알게 된 것 같구나. 그러나 이보다 더 간단히 계산하는 방법이 있단다. 지금까지의 계산에서 얻은 수 3, 7, 15, 31을 자세히 살펴보자.

[활동] 이 이야기에서 N개의 동전을 옮기는 데 필요한 절차의 횟수 a_n 을 구하여 보자.

자료C	복잡한 관광 노선 구하기	학번		이름	
학습자료	수학 거미				

경민이는 아버지를 따라 중국 A도시에서 출발하여 4개 도시 B, C, D, E를 구경하기로 했다. 이 4개 도시는 철도로 연결되어 있는 것 외에도 C시와 E시는 뱃길로 연계되어 있고 E시에서 B시까지의 항공선이 개설되었다.

경민이의 아버지는 먼저 D시에 가서 볼일을 본 다음 기차를 타고 E시에 갔다가 거기에서 배를 타고 C시에 가며 나중에 B시로 가는 길을 잡았다. 여행사 아저씨가 차표를 한 장 가지고 왔는데 그 차표는 위에서 말한 노선대로 미리 찍어 놓은 것이었다.

경민이는 하도 이상스러워서 “여행사에서 우리가 이 노선으로 가리라는 것을 어떻게 알았을까요?”하고 아버지께 물었다. 아버지는 여러 가지 관광 수효를 계산하고 그것을 필요로 하는 사람에게 곧 팔 수 있게 각 노선의 차선을 미리 찍어 놓았다고 말씀하셨다. 이와 같은 관광 노선이 상당히 많은데 여행사에서는 어떻게 계산을 했을까? 수학에서는 행렬을 이용하여 빨리 계산해낼 수 있다.

제일 간단한 경우를 생각하자. 한 도시에서 이웃하는 다른 도시로 가는 노선을 특급 노선이라 한다. 예를 들면, D시에서 C시로 가는 데는 특급 노선이 하나 있고, D시에서 B시로 가는 데는 C시나 E시를 거쳐야 하므로 특급 노선이 없다.

각 도시 사이의 특급 노선의 수효를 표의 형태로 배열한다면 다음과 같다.

	B	C	D	E
B	0	1	0	1
C	1	0	1	1
D	0	1	0	1
E	1	1	1	0

$$T_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

표에서 제1행의 4개의 수 0, 1, 0, 1은 B시에서 C시와 E시로 가는 데는 특급선이 하나 있고, D시로 가는 데는 특급 노선이 없다는 것을 나타

낸다. 특급 노선은 단순하게 보면 곧 알 수 있다. 표의 숫자들을 행렬로 나타내면 4행 4열 행렬 T_1 이 된다.

이제 1급 노선을 연구하자. 특급 노선 둘을 연속으로 가게 되는 노선을 1급 노선이라고 한다. 예를 들면, D시에서 B시로 가는 데는 1급 노선이 둘 있다. 즉, D시-C시-B시, D시-E시-B시이다. D시에서 C시로 가는 데는 1급 노선이 하나 있다. 즉, D시-E시-C시이다.

특히 D시에서 D시로 가는 데도 1급 노선이 둘 있다. 즉, D시-E시-D시, D시-C시-D시이다. 즉 한 도시에서 이웃하는 도시에 갔다가 오는 것을 1급 노선으로 간주한다. 그러면 1급 노선을 합하면 몇 개일까? 관찰하는 방법은 네 도시 사이의 모든 1급 노선을 찾아내어 또 다른 표를 만들 수 있다. 이 표를 만들기는 앞의 표보다 더 힘들다. 조금 잘못하면 어느 노선을 빠뜨리게 된다. 만일 도시가 더 많으면 더욱 복잡해진다.

	B	C	D	E
B	2	1	2	1
C	1	3	1	2
D	2	1	2	1
E	1	2	1	3

$$T_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

가령 2급 노선(특급 노선 셋을 연이어 가게 되는 노선), 3급 노선(특급 노선 넷을 연이어 가게 되는 노선)을 고려하게 된다면 관찰하는 방법은 더 어렵게 된다. 수학에서는 이 문제를 행렬의 곱셈으로 해결한다. 이때는 특급 노선인 행렬 T_1 을 제곱하기만 하면 1급 노선인 행렬 T_2 는 행렬의 곱 $T_1 \cdot T_1$ 를 계산된다. 즉,

$$T_1 \cdot T_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = T_2$$

이다.

[활동] 위의 글을 읽고, 다음에 답하여 보자.

(1) B시에서 B시로 가는 2급 노선은 몇 가지인지 구해보자.

- (2) D시에서 B시로 가는 2급 노선은 몇 가지인지 구해보자.
- (3) D시에서 E시로 가는 2급 노선은 몇 가지인지 구해보자.
- (4) 위와 같이 행렬을 실생활에 활용할 수 있는 상황을 만들어보자.

자료D	파라독스	학번		이름	
학습자료	즐거운 수학탐구여행				

어느 아라비아 상인이 재산으로 낙타 17마리를 가지고 있었는데, 죽을 때에 세 명의 아들에게, 장남에게는 그 재산의 1/2을, 차남에게는 1/3을, 막내에게는 그 재산의 1/9을 준다고 유언했다.

그러나 17은 2로도 3으로도 9로도 나눌 수 없기 때문에, 아들들은 아버지의 유언대로 그 재산을 나눌 수 없어서 몹시 난처해하고 있었다.

그 때 어떤 노인이 낙타를 한 마리 끌고 그 집 앞을 지나가다, 세 명의 아들들로 부터 아버지의 유언으로 인해 곤란을 겪고 있다는 이야기를 들었다. 그러자 이 노인은 다음과 같이 이야기 했다.

“다행히 나는 여기에 한 마리의 낙타를 가지고 있다. 이 한 마리의 낙타를 자녀들에게 줄테니, 17마리에 그것을 더하여 18마리로 만들어서 나누게.”

세 명의 아들들은 지나가는 행인으로부터 공짜로 낙타를 한 마리 받아서는 안된다고 하며 사양했지만, 노인이 구태어 그렇게 하라고 하니까 17마리의 낙타에 노인의 낙타 한 마리를 더하여 18마리 만들어서 그것을 아버지의 유언대로 나누기로 했다.

18마리 낙타의 1/2은 9마리니까, 장남은 9마리의 낙타를 받았다. 18마리의 낙타의 1/3은 6마리니까 차남은 6마리의 낙타를 받았다. 18마리 낙타의 1/9은 2마리니까 막내아들은 2마리의 낙타를 받았다. 그런데 9+6+2=17이므로 아직 한 마리의 낙타가 남아 있었다. 그래서 이 노인은 세 명의 아들에게 다음과 같이 이야기했다.

“어때요. 세 사람 모두 부친의 유언대로 낙타를 받았군요. 그런데 여기에 남아 있는 한 마리의 낙타는 원래 내 것이니까, 이것은 내가 데리고 가지요.”

이렇게 이야기하고 노인은 자신의 낙타를 끌

고 사라졌다.

이런 일이 있고 나서 얼마 지난 후 일인데, 재산으로써 11마리의 낙타를 가지고 있던 어느 아라비아의 상인이 죽을 때, 세 명의 아들에게 장남에게는 그 재산의 1/2을, 차남에게는 1/3을, 막내아들에게는 그 재산의 1/6을 준다고 유언했다. 그러나 11은 2로도, 3으로도, 6으로도 나눌 수 없기 때문에, 아들들은 아버지의 유언대로 그 재산을 나눌 수가 없어 몹시 난처해져 버렸다.

옛날, 이것과 비슷한 일이 있었다는 것을 생각해낸 이 마을의 어느 남자는 그 흥내를 내서, 자신은 머리가 좋다는 것을 보이려는 생각으로 세 명의 아들에게 다음과 같이 이야기를 했다.

“내 낙타를 한 마리 자녀들에게 줄테니까, 낙타의 수를 11+1=12마리로 만들어서 그것을 부친의 유언대로 나누게.”

세 명의 아들은 이 남자에게 낙타를 한 마리 공짜로 받아서는 안된다고 거절했지만, 이 남자가 억지로 그렇게 해보라고 하니까, 이 남자가 말하는대로 부친 재산의 11마리에 이 남자에게서 받은 한 마리를 더하여 12마리로 만들어서, 그것을 부친의 유언대로 나누기로 했다.

12마리의 낙타의 1/2은 6마리니까, 장남은 6마리의 낙타를 받았다. 12마리의 낙타의 1/3은 4마리니까 차남은 4마리의 낙타를 받았다. 12마리의 낙타의 1/6은 2마리니까 막내아들은 두 마리의 낙타를 받았다. 그러나 6+4+2=12. 그러므로 이렇게 해서 낙타는 전부 세 명의 아들에게 넘어가 버렸다.

앞의 이야기에서는 낙타가 한 마리 남았지만, 이 경우는 낙타가 한 마리도 남지 않았다. 이렇게 해서 모두에게 머리가 좋다는 것을 보이려고 생각한 이 남자는 마침내 낙타를 한 마리 손해보고 말았다.

[활동] 위의 글을 읽고, 이 이야기의 조작이 어디에 있는지 적어보자.

자료E	마방진	학번		이름	
학습자료	즐거운 수학탐구여행				


마방진이라고 하는 것은 가로에 n 개, 세로로 n 개. 따라서 전부 n^2 개 나열되어 있는 구획 속에 $1, 2, 3, 4, 5, \dots, n^2$ 이라고 하는 수를 넣어, 어느 행을 더해도, 어느 열을 더해도, 어느 대각선을 더해도, 같은 수가 되도록 만든 것이다.(이 때 수의 합은 $\frac{1}{2}n(1+n^2)$ 이 된다.) 이것을 n 차 마방진이라고 부른다. 예를 들어 3차 마방진은 가로의 행을 더해도 세로의 열의 더해도, 대각선을 더해도 모두 15가 된다. 또한 4차 마방진은 합이 모두 34가 된다. 이제 마방진 만드는 법을 소개해 보기로 하자.

먼저 3차 마방진부터 시작한다. 그러기 위해서 우선 수를 써 넣을 만한 3×3 틀을 만든다. 다음에 이 틀에서 각 변의 한 중간을 하나씩 밖으로 돌출시킨 것을 만든다. 그리고 여기에 오른쪽 위부터 왼쪽 아래로 1,2,3; 4,5,6; 7,8,9를 써 넣는다. 다음에 돌출한 부분에 적혀 있는 수를, 거기에서부터 세로 또는 가로로 세어서 3번째의 빈칸으로 옮긴다. 그리고 마지막으로 돌출한 부분을 제거해 버리면 목적인 마방진을 얻는데, 이것은 가로로 더해도, 세로로 더해도, 대각선을 따라서 더해도 답이 항상 15가 되는 3차 마방진이다.

다음에 4차 마방진의 만드는 법을 알아보자. 우선 4×4 틀을 만들어서, 그 속에 1부터 16까지의 수를 차례로 써 넣는다.

다음에 1행과 4행에서 두 대각선상에 없는 수 2와 14, 3과 15를 바꾼다. 또한 2행과 3행에서, 두 대각선상에 없는 숫자 5와 9, 8과 12를 바꾼다. 다음에 1열과 4열에서 두 대각선상에 없는 수 9와 12, 5와 8을 바꾼다. 또한 2열과 3열에서 두 대각선상에 없는 수 14와 15, 2와 3을 바꾼다. 그렇게 하면 마방진을 얻을 수 있는데, 이것은 가로로 더해도, 세로로 더해도 또 대각선을 따라서 더해도 답이 항상 34가 되는 4차 마방진이다.

다음에 5차 마방진의 만드는 법으로 넘어간다. 이것은 3차 마방진 만드는 방법과 비슷한 방법으로 만들 수 있다.

우선 수를 써 넣을 만한 5×5 틀을 만든다. 다음에 이 틀에서 4개의 변의 중앙 부분을 돌출시킨 다음과 같은 칸  을 만든다. 그리고 여기에 오른쪽 위부터 왼쪽 아래로 1,2,3,4,5; 6,7,8,9,10; 11,12,13,14,15; 16,17,18,19,20; 21,22,23,24,25;를 넣는다. 다음에 돌출한 부분에 적혀 있는 수를 그곳으로부터 세로 또는 가로로 세어서 5번째의 빈칸으로 옮긴다. 그리고 마지막으로 돌출 부분을 제거해 버리면 5차 마방진을 얻는다. 이것은 가로로 더해도, 세로로 더해도, 또 대각선을 따라서 더해도 답이 항상 65가 되는 5차 마방진이다.

[활동] 위의 글을 읽고, 5차 마방진을 나타내보고 5차 마방진을 얻는 순서를 써 보아라.