

유한요소법과 전계-열전자 방출 모델에 의한 절연유체 내 공간전하 전파해석

논문

58-10-27

Analysis of Space Charge Propagation in a Dielectric Liquid Employing Field-Thermal Electron Emission Model and Finite Element Method

이 호 영* · 이 세 희†
(Ho-Young Lee · Se-Hee Lee)

Abstract - In an insulating dielectric liquid such as transformer oil, space charge injection and propagation were analyzed under the Fowler-Nordheim and Richardson-Dushman's thermal emission charge injection conditions for blade-plane electrodes stressed by a step voltage. The governing equations were composed of all five equations such as the Poisson's equation for electric fields, three continuity equations for electrons, negative, and positive ions, and energy balanced equation for temperature distributions. The governing equations for each carrier, the continuity equations, belong to the hyperbolic-type PDE of which the solution has a step change at the space charge front resulting in numerical instabilities. To decrease these instabilities, the governing equations were solved simultaneously by the Finite Element Method (FEM) employing the artificial diffusion scheme as a stabilization technique. Additionally, the terminal current was calculated by using the generalized energy method which is based on the Poynting's theorem, and represents more reliable and stable approach for evaluating discharge current. To verify the proposed method, the discharge phenomena were successfully applied to the blade-plane electrodes, where the radius of blade cap was 50 μm .

Key Words : Finite Element Method, Fowler-Nordheim Field Emission, Richardson-Dushman Thermionic Emission, Space Charge Propagation

1. 서 론

절연유체에 전계를 인가하면 전극으로부터 전자방출이 발생하게 되며, 이로 인한 전자와 분자사이의 충돌과정에서 여기, 전리, 해리, 재결합 등의 현상이 발생한다[1]. 본 연구에서는 전자기 역학적 모델을 사용하여 절연유체 내 전계에 의한 절연파괴 및 전자 방출현상을 해석하였다. 이러한 전계-열전자 방출 모델에 의한 절연유체 내 공간전하 전파해석을 위해서는 에너지의 최소화 조건을 따르는 유한요소법과 전자와 양이온, 음이온의 발생과 소멸, 전자부착, 재결합과정 등을 포함한 전하 연속방정식, 전계에 관한 푸아송 방정식, 열전자 방출에 관한 열 확산 방정식을 결합하여 계산하여야 한다.

절연유체 내 공간전하 전파해석을 위해 고전계의 Fowler-Nordheim의 전계 방출과 열전자 방출을 고려하여 전자 주입 모델을 구성하였다. 또한 전계에 의한 터널링 효과가 일어날 수 있도록 표면의 거칠기를 고려하여 $10^7 [V/cm]$ 이상의 높은 전계를 인가하였다. 높은 전계가 주어질 때, 절연 유체 내 세 개의 캐리어의 거동으로 인한 분자 전리 현상을 시간에 따른 전계, 공간전하 밀도, 전류계산을

유한요소법과 결합하여 효과적으로 수행하였다.

절연유체 내 공간전하 전파해석을 위해 물리적으로 현실적인 2차원 블레이드-평판(Blade-plane) 모델을 도입하였고 지배방정식과 경계조건을 부여하여 전자 밀도, 음이온 밀도, 양이온 밀도, 전계분포, 온도변화, 전류계산을 통한 다중물리 현상을 해석하였다.

2. 본 론

2.1 공간전하 전파해석을 위한 유체역학 모델

전계는 공간전하를 고려하여 분자 전리현상에 대한 전기역학적 모델로 전계에 의한 푸아송 방정식으로 해석이 되며 다음과 같다.

$$-\nabla \cdot (\epsilon \nabla V) = \rho_+ + \rho_- + \rho_e, \quad \vec{E} = -\nabla V \quad (1)$$

여기서 ϵ 은 유전율, V 는 전위, \vec{E} 는 전계, ρ_e, ρ_+, ρ_- 는 각각 전자, 양이온, 음이온의 전하밀도를 나타낸다. 유체역학 방정식을 이용한 전계 의존 방전현상의 모델링에서 절연유체 내 전자, 음이온, 양이온에 대한 세 개의 전하연속방정식을 표현하면 다음과 같다[2].

$$\frac{\partial \rho_+}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_+ = G_f(\vec{E}) + \frac{\rho_+ \rho_e R_+}{e} + \frac{\rho_+ \rho_- R_+}{e} \quad (2)$$

* 준 회원 : 경북대학교 전자전기컴퓨터학부 석사과정

† 교신저자, 정회원 : 경북대학교 전자전기컴퓨터학부 조교수

E-mail : shlees@knu.ac.kr

접수일자 : 2009년 8월 26일

최종완료 : 2009년 9월 7일

※ 본 논문은 본 학회 2009년 하계학술대회 학술위원회에서 우수논문으로 선정되어 편집위원회 심사 후 본 논문에 게재 되었음.

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_e = -G_f(\vec{E}) - \frac{\rho_+ \rho_e R_+}{e} - \frac{\rho_e}{\tau_a} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = \frac{\rho_e}{\tau_a} - \frac{\rho_+ \rho_- R_+}{e} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_+ &= (-D_+ \nabla \rho_+ + \rho_+ \mu_+ \vec{E}), \\ \vec{J}_e &= (-D_e \nabla \rho_e - \rho_e \mu_e \vec{E}), \\ \vec{J} &= (-D_- \nabla \rho_- - \rho_- \mu_- \vec{E}) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 t 는 시간, \vec{J}_+ , \vec{J}_e , \vec{J} 는 각각 양이온, 전자, 음이온의 전류밀도이다. 절연유체 내 상응하는 전자와 이온의 이동속도는 $\mu_e = 1 \times 10^{-4} [m^2/Vs]$, $\mu_+ = \mu_- = 1 \times 10^{-9} [m^2/Vs]$ 로 부여하였다[1]. D 는 각 캐리어의 확산계수로 본 해석에서 이온들은 1로 가정하였고, τ_a 는 유체 내 전자가 중성종에 부착하여 소멸됨을 표현하는 전자수명시간으로 $2 \times 10^{-7} [s]$ 로 가정하였다[3]. R_+ , R_- 는 절연유체 내 이온-이온, 이온-전자의 중화하는 재결합 비율상수로 전리공간에서 랑게방 재결합계수를 이용하여 $R_+ = R_- = 1.64 \times 10^{-17} [m^3/s]$ 와 같이 주어진다[1].

강한 전계에 반응하는 전하의 전리원 항은 유전체의 전자 터널링을 바탕으로 한 전하 밀도 비율로 절연유체 내의 제너 이온화 모델에 따라 다음과 같이 표현된다[4],[5].

$$G_f(\vec{E}) = \frac{e^2 n_0 a \vec{E}}{h} \exp\left(-\frac{m^* a \pi^2 \Delta^2}{eh^2 \vec{E}}\right) \quad (6)$$

여기서 n_0 는 전리할 수 있는 분자의 밀도 수이고, a 는 분자 분리 상수, m^* 는 유체 내 효과적인 전자의 질량, h 는 플랑크 상수이고, Δ 는 분자 이온화 전위이다.

전계에 의한 분자 전리 현상에 관한 전기역학적 모델의 경우, 유체가 어떤 적절한 속도를 가진 운동이 없다고 가정하면 절연유체의 온도에 대한 전기적 전력 손실의 영향은 다음에 주어진 열확산 방정식으로 표현할 수 있다[6].

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T = \frac{1}{\rho_l c_v} (K_T \nabla^2 T + \phi_d) \quad (7)$$

여기서 T 는 유체의 절대온도, \vec{v} 는 유체의 속도, K_T 는 유체의 열 확산성, ρ_l 은 유체의 밀도, c_v 는 유체의 비열, ϕ_d 는 열 소스항이다. (7)의 방정식에서 ϕ_d 는 전도현상을 포함한 에너지 손실항을 반영하며, $\vec{E} \cdot \vec{J}$ 로 가정한다. 여기서 $\vec{J} = (\rho_p \mu_p - \rho_n \mu_n - \rho_e \mu_e) \vec{E}$ 로 전체 전류 밀도이며 국부 전계의 영향으로 인한 자유전하 운동의 결과이다.

2.2 Fowler-Nordheim의 전자 방출 모델

높은 전계를 인가하면 전위장벽 높이의 감소 뿐 만 아니라 그 두께도 매우 얇아지는 쇼트키 효과에 의한 일함수장벽의 저감효과를 고려한 Fowler-Nordheim의 전계 방출을 고려하였다. 전계에 의한 절연유체 내 표면에서의 방출된 전류밀도 J_{FN} 은 다음과 같다[7].

$$J_{FN} = \frac{e^3 |\vec{E}|^2}{8\pi h \phi t^2(y)} \exp\left(-\frac{8\pi \sqrt{2m} \phi^{3/2}}{3he |\vec{E}|} v(y)\right) [A/m^2] \quad (8)$$

$$\text{with } y = \left(\frac{\Delta \phi}{\phi}\right), \quad \Delta \phi = \frac{1}{2} \left(\frac{e^3 |\vec{E}|}{\pi \epsilon}\right)^{1/2}$$

여기서 ϕ 는 금속의 일함수이며 전극은 텅스텐을 가정하여 $4.5[eV]$ 로 부여하였다. $v(y) = 0.95 - y^2$, $t^2(y) = 1.1$ 의 값으로 적용되었고 전계에 의한 함수 y 는 일함수장벽의 저감효과를 나타낸다. 본 논문에서는 표면에 돌기가 있는 오손(汚損)된 표면이 아니라 매끄럽고 깨끗한 이상적인 표면을 고려하였다.

2.3 열전자 방출 모델

일반적으로 열전자 방출 메커니즘은 유전체에 빛과 전계 등의 외적자극 일체를 없애고 음극을 가열하면 전극표면에서 전자가 방출된다. 전계가 없으면 음극 전면에 열에 의한 전자의 공간전하가 생긴다. 전자는 Maxwell-Boltzmann의 속도분포를 갖고, 전자의 운동에너지를 넘는 일함수를 가진다고 가정하며 이로부터 식이 도출된다[8].

$$J_{TH} = AT^2 \exp\left(-\frac{W_a}{kT}\right) [A/m^2] \quad (9)$$

$$\text{with } A = \frac{4\pi m e k^2}{h}$$

여기서 J_{TH} 는 열전자에 의해 표면에서 방출되는 전류밀도, A 는 표면의 방출계수인 열전자 방출 상수 혹은 리차드슨 상수이고, W_a 는 일함수, k 는 볼츠만 상수이다. 특히, 일함수가 열전자 방출에 지배적인 영향을 미치고 낮을수록 많은 전자를 방출시키지만 열전자 방출에 관한 일반적인 환경을 고려하기 위해 전도율이 매우 좋으면서 용융점이 높은 텅스텐의 경우를 고려하여 일함수는 약 $4.5[eV]$ 로 주었다.

2.4 포인팅정리를 이용한 전류계산

포인팅정리를 이용한 전류계산은 임의의 체적 내 전계의 영향을 고려한다. 체적 내 모든 점에서 국부 에너지 밀도가 전체적으로 분포하고 있고, 전력 손실 P_D 또한 체적 내 모든 점에서 발생한다. 절연유체 내 방전은 전기적으로 전도전류가 흐르는 것으로 볼 수 있으므로 전력손실의 대부분은 전도전류와 전계의 스칼라 내적으로 계산된다. 외부 경계면에서 자기유도의 영향과 변위전류의 영향을 무시할 수 있다고 가정하면, 입력되는 전력은 다음과 같이 표현된다[9].

$$\sum_{i=1}^n v_i i_i = \frac{d}{dt} \int_V W dV + \int_V P_D dV \quad (10)$$

$$\text{with } W = \frac{1}{2} \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E} + \frac{1}{2} \mu \vec{H} \cdot \vec{H}, \quad P_D = \vec{E} \cdot \vec{J}$$

여기서 ϵ 는 유전율, μ 는 자기 투자율, \vec{H} 는 자계의 세기이다. v_i 는 단자에 적용되는 전압이고, i_i 는 그 단자에 상응하는 전류이다. 본 연구에서는 자계의 세기에 의한 효과는 고려되지 않으므로 에너지밀도 항에서 $\vec{H} = 0$ 이며 전기에너지

밀도만 고려하였다. 이러한 접근은 유한요소법이 에너지 최소화 원리에 의해 도출되고 비교적 전체 물리량에서는 수치적으로 안정된 결과를 나타내므로 본 방법에 적합한 것으로 사료된다.

3. 수치해석 결과

3.1 방전 해석 모델

절연파괴 및 전자방출현상의 수치적인 결과 검증은 그림 1과 같이 간략화시킨 2차원 평판형상에 블레이드-평판 구조 모델을 고려하여 절연유체를 채운 것으로 가정하였으며 유한요소법을 적용하여 결과를 분석하였다. 좌표축의 기본 단위는 [m]이고, 블레이드 팁의 반경은 50[μm], 블레이드 팁과 평판과의 거리는 0.5[cm]이다.

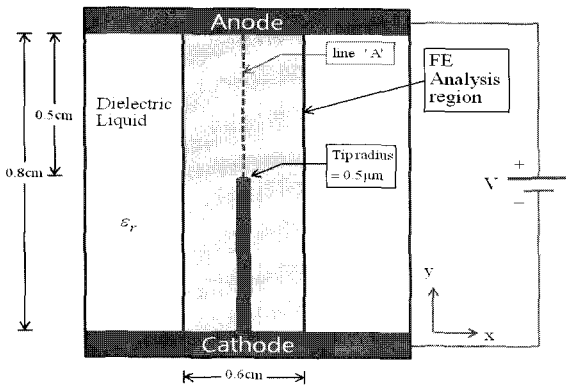


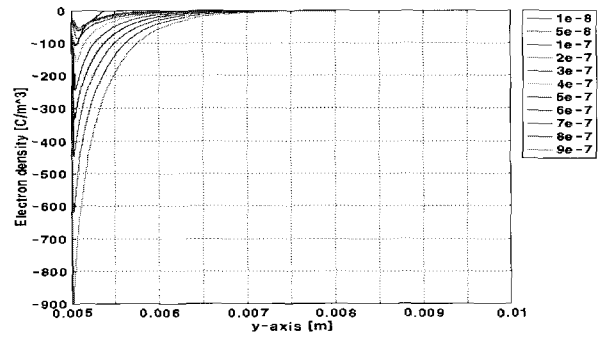
그림 1 2차원 블레이드-평판 해석모델 (단위 : [m]).

Fig. 1 Blade-plane analysis model in 2D-xy-plane (Unit : [m]).

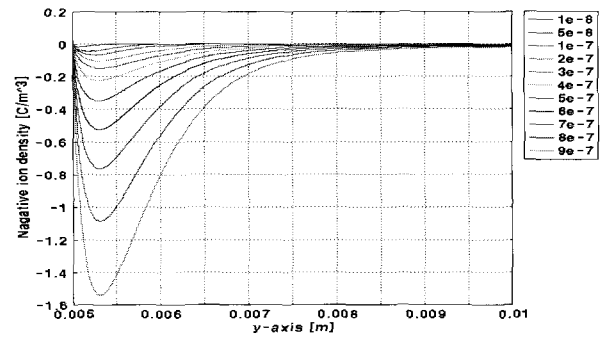
3.2 해석 결과 분석

절연파괴현상의 초기의 변화를 증명하기 위해 시간간격을 0 ~ 0.9[μs]까지 고려하였다. 절연유체 내 전계의 영향으로 전자가 시간에 따라 방출되어 전파하는 현상을 전자밀도의 변화로 그림 2(a)에 나타내었다. 정교한 해석을 위해 전자에 관한 경계조건으로 음극의 블레이드에 총 전류밀도인 $J_{TOTAL} = J_{FN} + J_{TH}$ 을 부여하였다. 그림 2(b)와 그림 2(c)에 제시된 음이온과 양이온에 관한 경계조건은 양극판에 $\rho_P = 0, \rho_N = 0$ 의 조건을 주었다. 음극에서 전자가 방출됨에 따라 공간에 생성된 각 캐리어들이 블레이드영역에서 집중되고 서로 반대극판으로 전파함을 확인할 수 있다.

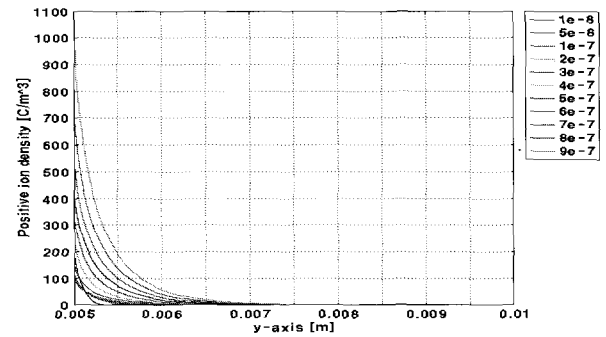
초기에 블레이드의 팁 부분에서 전계가 매우 집중되므로 전자방출이 급격해지고 분자의 전리 또한 급격하게 증가한다. Fowler-Nordheim 전계 방출 조건에 준하는 약 $1 \times 10^8 \sim 1 \times 10^9$ 의 높은 전계를 인가한 결과를 그림 3에 나타내었다. 그림 3은 선분 'A'를 따라 전파하는 전계분포를 나타낸다. 시간의 경과에 따른 캐리어의 이동으로 전계파가 블레이드에서 평판으로 전파됨을 알 수 있다. 고전계영역에서 저전계영역으로의 전파현상으로 인해 전리현상이 지속적으로 발생하게 된다. 이와 같은 의미에 따라 그림 3은 전계파가 전파하는 양상이 전자가 주입되는 블레이드영역에서 두드러지고 캐리어의 거동과 잘 부합함을 보여준다.



(a) 전자 밀도



(b) 음이온 밀도



(c) 양이온 밀도

그림 2 선분 A를 따른 각 캐리어의 밀도.

Fig. 2 Number of densities of each carrier along the line "A" (X=0). (a) Electron densities. (b) Negative ion densities. (c) Positive ion densities.

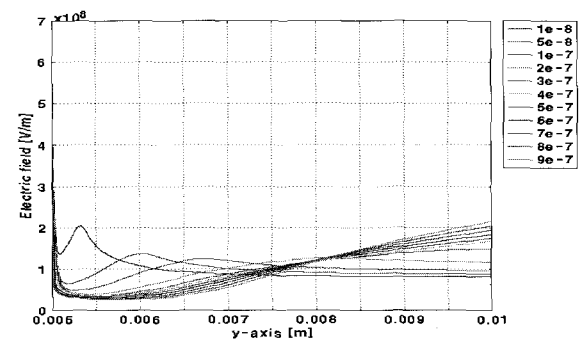


그림 3 시간에 따른 전계 분포.

Fig. 3 Temporal dynamics of the electric field distribution along with the blade-plane electrode axis.

그림 4는 현실적인 물리적 의미를 고려하여 실온 300[K]을 초기 값으로 부여한 뒤, 시간에 따른 음극표면에서의 캐리어의 영향으로 온도가 가파르게 상승함을 알 수 있다. 열전달 모델의 일반적인 환경을 만들기 위해 절연유체로 변압기유의 특성을 반영하였다. 열전도도 0.13 [W/m·K], 질량밀도 880 [kg/m³], 비열용량 1.7×10³ [J/kg·K]으로 하였다. 열에 관한 경계조건으로 음극판은 $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$, 양극판은 열전달 계수로 0.7 [W/(m²·K)]을 부여하였다. 해석 결과 900[ns]에서 온도가 425[K]까지 상승하는데, 실제 도체극판의 열전달율이 높아 도체로 빠져나가는 열이 상승할 것으로 사료되며 실제에서는 해석 결과처럼 온도가 급상승 하지 않는다.

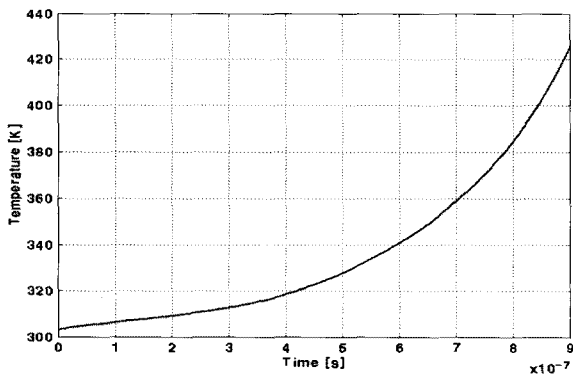


그림 4 시간에 따른 음극판의 온도 상승.
Fig. 4 Temperature rise of time-steps at the top of blade electrode.

앞에서 제시한 에너지법에 의한 전류계산법을 이용하여 5×10⁵[V]의 전압이 인가된 경우 단자전류 계산결과를 그림 5에 제시하였다. 해석결과 열전자 방출에 대한 전자 주입 모델에 비해 Fowler-Nordheim의 전자 주입 모델이 지배적인 영향을 미쳤다. 결과적으로 방전 초기의 낮은 온도에서는 Fowler-Nordheim의 전계방출에 따른 전류밀도가 지배적인 영향을 미치고 시간이 지남에 따라 열에 의한 온도가 열전자방출조건에 이르게 되면 열전자 방출이 더해져서 총체적인 전자방출을 형성하게 된다.

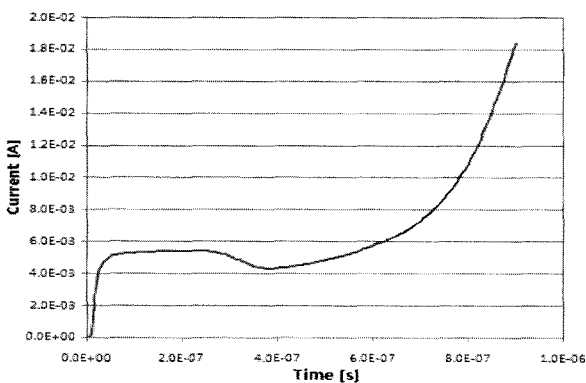


그림 5 시간에 따른 전류 변화.
Fig. 5 Terminal current profile by energy method.

그림 6은 공간 전하의 전파현상을 확인하기 위해 시간 대별 전자밀도 변화를 나타내었다. 방전초기 블레이드의 첨두 부분에 전자가 집중되어 있다가 시뮬레이션 시간경과에 따라 첨두부를 중심으로 방사상으로 전파함을 확인할 수 있다. 이는 일반적인 방전 부극성 스트리머 실험에서 관측되는 양상과 유사한 형태를 보여준다.

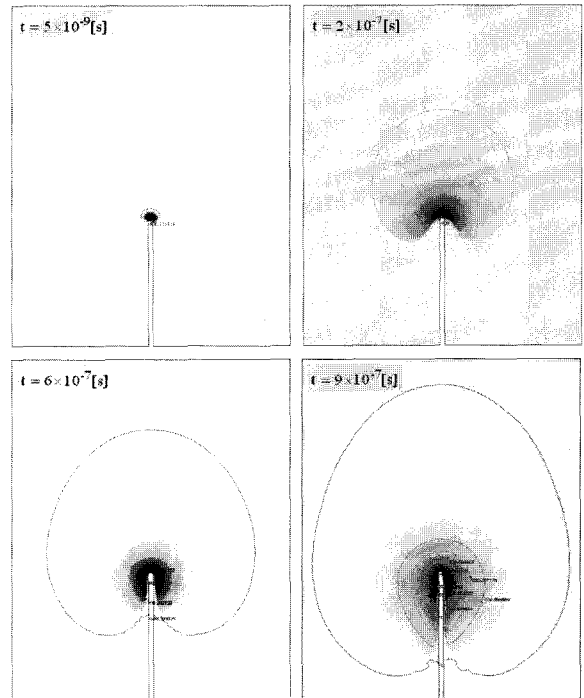


그림 6 시간대별 공간 전하 전파.
Fig. 6 Space charge propagation with respect to time.

4. 결 론

전계에 의한 전하방출조건인 Fowler-Nordheim 전자 방출과 온도에 의한 열전자 방출을 이용하여 절연유체 내 전자, 양이온, 음이온 등 모두 세 개의 미지수로 구성된 공간 전하를 전극으로부터 주입되는 과정뿐만 아니라 전파하는 현상까지 효과적으로 해석하였다. 현실적인 물리적 의미를 고려한 방전 초기현상을 시뮬레이션 하여 음극표면에서 꾸준한 전자의 방출현상, 블레이드의 첨두부에서 집중하여 꾸준히 상승하는 전계, 전계분포와 공간전하의 분포로 인하여 전파하는 전계과, 음극표면에서의 급격한 온도 상승으로 인한 열전자 방출을 알 수 있다. 블레이드의 팁에서 전류변화를 관찰하여 전계에 의한 전자방출과 열전자 방출에 따른 절연유체 내 절연파괴 현상의 유효성을 확인하였다. 타당성 있는 물리적의미를 부여하기 위해 실질적인 매질과 환경조건을 고려하였고 수치적인 불안정성을 극복하기 위해 인공 확산 항을 도입하여 성공적인 해석기법이 제시되었다. 절연유가 이용되는 고전계하의 전력기기에 전반적인 절연파괴현상 해석이 가능함을 제시하였고 아울러 전자기장, 열, 유동을 고려하여 복잡하고 접근하기 어려운 다중물리현상을 성공적으로 분석하여 절연유체 내 공간전하 전파해석을 수행하였다.

감사의 글

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2009-0083792)

참 고 문 헌

- [1] W. F. Schmidt, "Liquid State Electronics of Insulating Liquids," CRC Press, 1997.
- [2] O'Sullivan, et. al., "A Model for the Initiation and Propagation of Positive Streamers in Transformer Oil," IEEE Conference on Electrical Insulation, ISEI 2008, Conference Record of the 2008 IEEE International Symposium on, pp. 210-214, 2008.
- [3] J. Qian, et. al., "Analysis of Polarity Effects in the Electrical Breakdown of Liquids," J. Phys. D: Appl. Phys., Vol.39, pp. 359-369, 2006.
- [4] C. Zener, "A Theory of the Electrical Breakdown of Solid Dielectrics," Proc. Roy. Soc. A, vol. 145, No. 855, pp. 523-529, 1934.
- [5] J. C. Devins, et. al., "Breakdown and Prebreakdown Phenomena in Liquid," J. Appl. Phys., 52 (7), July, pp. 4531-4545, 1981.
- [6] J. R. Melcher, "Continuum Electromechanics," The MIT Press, Cambridge, MA. and London, 1981.
- [7] R. H. Fowler and Nordheim, "Electron Emission in Intense Electric Fields," Proc. Roy. Soc. A, vol. 119, No. 781, pp. 173-181, 1928.
- [8] OW Richardson, "Thermionic phenomena and the laws which govern them," Nobel Lectures, Physics, 1929.
- [9] Se-Hee Lee, Francis O'Sullivan, Il-Han Park, and Markus Zahn, "Analysis of Charge Transport in a Dielectric Liquid by Employing the Coupled Finite Element Method," IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, Missouri USA, October 15-18, pp. 129-132, 2006.

저 자 소 개



이 호 영 (李 鎬 永)

2009년 계명대 전자공학과 졸업. 현재 경북대학교 석사과정. 주 관심분야: 전자기-열-유체-구조), 전력기기, 고전압 방전 해석 및 응용, 자성나노유체, Level set method
 Tel : 053-940-8511
 Fax : 053-940-8511
 E-mail : leehy@ee.knu.ac.kr



이 세 희 (李 世 熙)

1996년 숭실대 전기공학과 졸업. 1998년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2002년 성균관대학교 전기전자컴퓨터학부 졸업(박사). 2002년-2005년 성균관대학교 정보통신기술연구원 선임연구원, 2003년-2006년 미국 메사추세츠공대(MIT) 포스닥연구원, 2006년-2008년 한국전기연구원 선임연구원, 2008년-현재 경북대학교 전기전자컴퓨터공학부 조교수. 주 관심분야: 전자기다중물리(전자기-열-유체-구조), 전자장수치해석, 방전해석 및 응용, 전자기마이크로/나노유체.
 Tel : 053-950-5511
 Fax : 053-950-5511
 E-mail : shlees@knu.ac.kr