

# 시간 의존성 구성방정식을 이용한 AA6022-T4 판재의 탄성 복원 예측

박태준<sup>1</sup> · 류한선<sup>2</sup> · 이명규<sup>3</sup> · 정경환<sup>4</sup> · R. H. Wagoner<sup>5</sup> · 정관수<sup>#</sup>

## Time-Dependent Spring-back Prediction of Aluminum Alloy 6022-T4 Sheets Using Time-Dependent Constitutive law

T. Park, H. Ryou, M. -G. Lee, K. H. Chung, R. H. Wagoner, K. Chung

(Received July 1, 2009 / Revised September 17, 2009 / Accepted September 17, 2009)

### Abstract

The time-dependent constitutive law was utilized based on viscoelastic-plasticity to predict the time-dependent spring-back behavior of aluminum alloy 6022-T4 sheets. Besides nonlinear viscoelasticity, non-quadratic anisotropic yield function, Yld2000-2d, was used to account for the anisotropic yield behavior, while the combined isotropic-kinematic hardening law was used to represent the Bauschinger effect and transient hardening. For verification purposes, finite element simulations were performed for the draw-bending and the results were compared with experimental results.

**Key Words** : Time-dependent Spring-back, Viscoelasticity, Combined Isotropic-kinematic Hardening, Anisotropic Yield Function, AA6022-T4, Draw-bend Tests

### 1. 서 론

알루미늄 합금 판재는 가벼운 장점에도 불구하고 상용 철강 재료와 비교해서 낮은 성형성과 높은 탄성복원을 갖는 특성으로 인해 산업에 널리 적용하는데 어려움이 있다. 이 중 탄성복원은 성형 이후의 추가적인 변형이므로 이를 정확히 예측하여 설계에 반영하지 않으면 의도하고자 한 형상에서 어긋난 최종 제품을 얻게 된다. 알루미늄 합금 판재는 인장과 굽힘이 동시에 일어나는 경우에 탄성 복원의 양이 시간에 따라 변화하는 특성이 관찰되었으므로 탄성 복원을 예측하는 데 있어서 시간 의존적 요소를 정확히 고려할 필요가 있다[1]. 드로우-벤드 시험(draw-bend test)은 실

제 성형과정처럼 판재에 인장과 굽힘을 동시에 가하며 성형을 일으키므로 형상이 시간에 따라 크게 탄성복원 하는 것을 살피기에 적합하다[2].

점탄성-소성 이론을 바탕으로 기존에 개발된 비선형 점탄성 구성방정식을 활용하여 알루미늄 합금 6022-T4 판재의 시간 의존적 탄성 복원을 구현하였다[3]. 비이차 항복 함수인 Yld2000-2d를[4] 사용하여 비등방성 항복 거동을 표현하였으며, 복합 등방성 이동 경화 법칙으로 Bauschinger 효과와 transient 경화 거동을 구현하였다[5]. 크리프 시험(Creep test)을 통해서 5요소 맥스웰 모델의 응력 이완 특성을 간접적으로 측정했으며, 일축 인장 및 일축 인장/압축 시험을 통해 비등방성 항복 거동 및 경화 거동 물성을 구하였다[6]. 개발된 구성

1. 서울대학교 재료공학부

2. 삼성전자

3. 한국기계연구원 부설 재료연구소

4. 포스코

5. Ohio State University

# 교신저자: 서울대학교 재료공학부, kchung@snu.ac.kr

방정식과 측정된 물성을 토대로 사용자 정의 코드를 작성하여 유한요소 프로그램인 ABAQUS /Standard에 적용하였다. 이를 이용하여 드로우-벤드(draw-bend) 시험을 전산모사 하였으며, 시간에 따른 탄성 복원의 양을 실험 결과와 비교하여 개발된 구성방정식의 타당성을 검증하였다.

## 2. 이론

### 2.1 점탄성 거동

점탄성-소성 이론에서 총 변형률 증가량  $d\boldsymbol{\varepsilon}$  는 다음 식과 같이 점탄성 변형률 증가량  $d\boldsymbol{\varepsilon}^{ve}$  와 소성 변형률 증가량  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$  로 나눌 수 있다.

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^{ve} + d\boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (1)$$

코시(Cauchy) 응력 텐서  $\boldsymbol{\sigma}$  는 점탄성 변형률 증가량  $d\boldsymbol{\varepsilon}^{ve}$  와 이완 계수  $\mathbf{C}$  의 이력에 대해 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$\boldsymbol{\sigma} = \int_0^t \mathbf{C}(t-\tau) \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}^{ve}}{d\tau} d\tau \quad (2)$$

여기서  $t$  는 실제 시간이며  $\tau$  는 변형하는 순간의 시간을 나타내는 더미 시간이다. 평면 응력 조건에서는 (2)식을 다음과 같이 표현할 수 있다[3].

$$\sigma_x(t) = \int_0^t C_{11}(t-\tau) \frac{d\varepsilon_x^{ve}}{d\tau} d\tau + \int_0^t C_{12}(t-\tau) \frac{d\varepsilon_y^{ve}}{d\tau} d\tau \quad (3a)$$

$$\sigma_y(t) = \int_0^t C_{21}(t-\tau) \frac{d\varepsilon_x^{ve}}{d\tau} d\tau + \int_0^t C_{22}(t-\tau) \frac{d\varepsilon_y^{ve}}{d\tau} d\tau \quad (3b)$$

$$\sigma_{xy}(t) = \int_0^t 2C_{66}(t-\tau) \frac{d\varepsilon_{xy}^{ve}}{d\tau} d\tau \quad (3c)$$

위에서 아래첨자  $x$  와  $y$  는 각각 압연 방향과 압연 방향에 수직인 방향을 의미한다. 아래 그림과 같은 5요소 맥스웰(Maxwell) 모델을 사용하면 응력이완 거동은 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$C(t) = \mu_0 + \sum_{j=1}^2 \mu_j \exp\left(-\frac{\mu_j t}{\lambda_j}\right) \quad (4)$$

그러므로 응력 이완 계수는 다음과 같이 정리

할 수 있다.

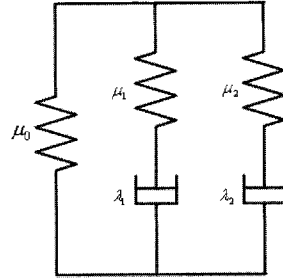


Fig. 1 5-element viscoelastic Maxwell model

$$C_{11}(t)(=C_{22}(t)) = \mu_0 + \sum_{j=1}^2 \mu_j \exp\left(-\frac{\mu_j t}{\lambda_j}\right) \quad (5a)$$

$$C_{12}(t)(=C_{21}(t)) = \nu C_{11}(t) = \nu C_{22}(t) \quad (5b)$$

$$C_{66}(t) = \frac{1-\nu}{2} C_{11}(t)(=C_{22}(t)) \quad (5c)$$

### 2.2 항복함수

다음 식과 같은 비이차 비등방성 항복 함수인 Yld2000-2d를 사용하여 비등방성 항복 거동을 표현하였다[4].

$$f^{\frac{1}{m}} = \left\{ \frac{\Phi}{2} \right\}^{\frac{1}{m}} = \bar{\sigma} \quad (6)$$

여기서  $\bar{\sigma}$  는 항복 함수의 크기를 나타내는 유효 응력(effective stress)이며, 함수  $\Phi$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\Phi = \left| \tilde{S}'_I - \tilde{S}''_I \right|^m + \left| 2\tilde{S}''_{II} + \tilde{S}'_{II} \right|^m + \left| 2\tilde{S}'_I + \tilde{S}''_{II} \right|^m \quad (7)$$

$\tilde{S}'_k$  와  $\tilde{S}''_k$  ( $k=I, II$ ) 는 각각 대칭(symmetric) 응력 텐서  $\tilde{\mathbf{s}}'$  과  $\tilde{\mathbf{s}}''$  의 주 응력(principle stress) 값이다.  $\tilde{\mathbf{s}}$  는 다음 식 (8)과 같이 코시 응력(Cauchy stress) 텐서  $\boldsymbol{\sigma}$  의 구면 응력(deviatoric stress) 텐서  $\mathbf{s}$  를 선형 변환하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{s}}' &= \mathbf{C}' \cdot \mathbf{s} = \mathbf{C}' \mathbf{T} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L}' \boldsymbol{\sigma} \\ \tilde{\mathbf{s}}'' &= \mathbf{C}'' \cdot \mathbf{s} = \mathbf{C}'' \mathbf{T} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L}'' \boldsymbol{\sigma} \end{aligned} \quad (8)$$

$\mathbf{T}$  는 코시 응력 텐서를 구면 응력 텐서로 선형

변환하는 행렬이고,  $C'$  과  $C''$ ,  $L'$  과  $L''$  은 각각 구면 응력 텐서와 코시 응력 텐서를 8개의 이방성 계수로 선형 변환하는 행렬이다.

### 2.3 경화 거동

경화 거동을 효과적으로 구현하기 위하여 다음 형태의 복합 등방성 이동 경화 법칙(combined isotropic-kinematic hardening law)을 이용하였다[5].

$$f(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - \bar{\sigma}_{iso}^m = 0 \quad (9)$$

여기서  $\boldsymbol{\alpha}$  는 이동 응력(back stress)을 나타내며, 이동 응력의 증가량  $d\boldsymbol{\alpha}$  는 다음과 같이 두 부분 ( $d\boldsymbol{\alpha} = d\boldsymbol{\alpha}_1 - d\boldsymbol{\alpha}_2$ ) 으로 나누어 역 하중(reverse loading)시의 transient 경화 거동을 묘사할 수 있다.

$$d\boldsymbol{\alpha}_1 = (h_1 d\bar{\epsilon}) \frac{(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha})}{\bar{\sigma}_{iso}}, \quad d\boldsymbol{\alpha}_2 = (h_2 d\bar{\epsilon}) \boldsymbol{\alpha} \quad (10)$$

여기서  $h_1$  과  $h_2$  는 각각  $\frac{d\bar{\alpha}_1}{d\bar{\epsilon}}$  와  $\frac{d\alpha_2}{d\bar{\epsilon}}$  이다.

## 3. 물성 측정

본 연구에서는 시간 의존적인 탄성 복원을 살피기 위해 0.92mm 두께의 알루미늄 합금 6022-T4 판재의 물성을 측정하였다. 판재의 조성에 대한 자세한 사항은 Table 1과 같다[1].

Table 1 Chemical composition of AA 6022-T4

Mg	Si	Cu	Mn	Fe	Ti
0.58	1.24	0.09	0.07	0.13	0.02

### 3.1 점탄성 거동

같은 응력을 유지하며 변형률의 변화를 살피는 크리프 시험(creep test)을 실온에서 수행하여 점탄성 거동을 측정하였다. 174.9MPa의 응력을 유지하며 20분간 시험을 진행하였으며, 푸아송 비율  $\nu$  는 0.33으로 가정하였다. 실험 결과 얻어진 시간에 따른 크리프 변형률 곡선을 5요소 켈빈(Kelvin) 모델에 적용하여 계수를 구하고, 켈빈 모델과 맥스웰 모델이 동일한 구성방정식을 갖도록 하여 맥스웰 모델의 계수를 정하였다. 정확성을

Table 2 Viscoelastic parameters of AA6022-T4

$\mu_0$ (MPa)	$\mu_1$ (MPa)	$\mu_2$ (MPa)	$\lambda_1$ (MPa)	$\lambda_2$ (MPa)
40824	19428	8748.7	499310	4051300

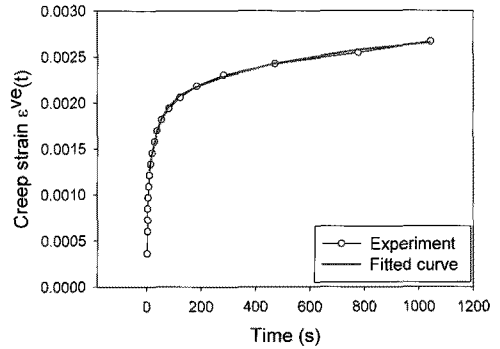


Fig. 2 Creep curve for 6022-T4

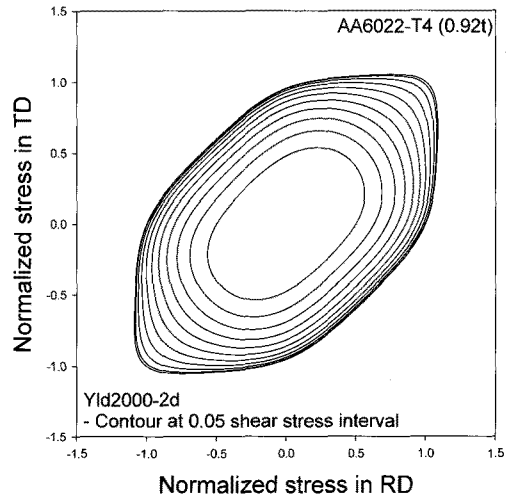


Fig. 3 Yield contour at 0.05 shear stress interval

Table 3 Anisotropic coefficients of Yld2000-2d

$m$	8.0		
$c'_{11}$	0.89128	$c''_{12}$	-0.090427
$c'_{22}$	1.10055	$c''_{31}$	-0.051406
$c'_{66}$	0.95432	$c''_{22}$	1.10861
$c'_{11}$	1.03057	$c''_{66}$	1.12275

위해 실험 초기 10초의 크리프 변형률은 제외하여 계수를 구하였으며, 크리프 변형은 초기에 급격하게 나타나므로 1,000초까지만 측정하였다. 얻어진 맥스웰 모델의 계수는 Table 2에 정리하였다.

실제 실험 결과와 시뮬레이션을 통한 크리프 시험의 결과는 Fig. 2에 비교하여 나타내었다.

### 3.2 항복 함수

비등방 항복 계수를 결정하기 위해 판재의 압연 방향에 평행, 45도, 수직인 방향으로 각각 ASTM E-8 규격의 시편을 추출하여 일축, 등이축 인장 실험을 수행 후 항복 응력 및 소성변형비 값을 추출하였다. 얻어진 Yld2000-2d 계수와 항복 곡선은 각각 Table 3과 Fig. 3에 나타내었다.

### 3.3 경화 거동

경화 거동 시 물성을 측정하기 위해 압연방향에 대하여 일축 인장/압축 시험을 수행하였다[6]. 네 가지의 다른 초기 인장률을 갖도록 일축 인장한 후 반대 방향으로 일축 압축하여 경화 곡선을 얻었으며, 이를 이용하여 Voce형의 경화 곡선 식을 갖는 등방 경화 법칙 및 이동 경화 법칙의 계수를 구하였다. 사용된 식과 얻어진 계수는 다음 Table 4에 정리하였다.

다음 Fig. 4는 인장/압축 시험의 실제 실험 결과와 계산한 결과를 비교한 것이다.

Table 4 Isotropic-kinematic hardening parameters

$\bar{\sigma}_{iso}^a$ (Mpa)	$a_1$	$b_1$	$c_1$
	159.3828	204.5088	8.1528
$\bar{\alpha}_1^b$ (Mpa)	$a_3$	$b_3$	$c_3$
	7371.7451	-2692.26	33.2226
$\alpha_2^c$ (Mpa)	$a_4$	$b_4$	$c_4$
	234.8797	17.4371	25.9328

$$^a \bar{\sigma}_{iso} = a_1 + b_1(1 - e^{-\alpha_1 \bar{\epsilon}})$$

$$^b \bar{\alpha}_1(\bar{\epsilon}) = a_3 \bar{\epsilon} - b_3 / c_3 (1 - e^{-\alpha_1 \bar{\epsilon}}), \quad ^c \alpha_2(\bar{\epsilon}) = a_4 \bar{\epsilon} + b_4 / c_4 (1 - e^{-\alpha_1 \bar{\epsilon}})$$

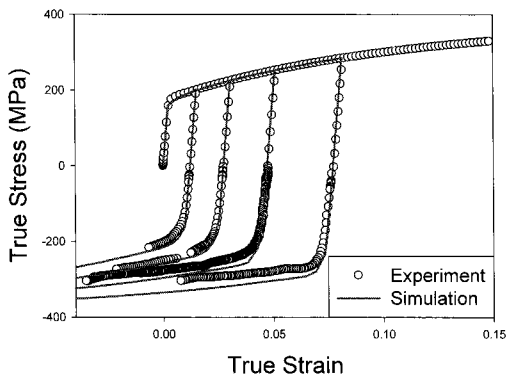


Fig. 4 Measured and calculated hardening behavior

## 4. 드로우-벤드 시험의 탄성 복원

인장과 동시에 벤딩/언벤딩(bending/unbending) 거동을 받는 드로우-벤드(draw-bend) 시험을 수행하여 알루미늄 6022-T4 합금 판재의 시간 의존적인 탄성 복원을 측정하였다. 판재의 압연 방향에 길이가 평행하도록 길이, 너비 각각 500mm, 50mm인 직사각형 형태의 시편을 추출하였으며, 개괄적인 시험 과정은 Fig. 5에 묘사한 것과 같다. 시편을 판재의 두께에 3.5배의 반지름을 갖는 곡률을 갖도록 90도로 구부린 후, 판재의 곡률과 같은 반지름을 갖는 롤러에 접촉시켜 위쪽 그립(upper grip)에 판재의 항복 응력의 0.5배에 해당하는 힘을 일정하게 가하면서 아래쪽 그립(lower grip)을 40mm/sec의 속도로 127mm 당겨 드로잉을 하였다.

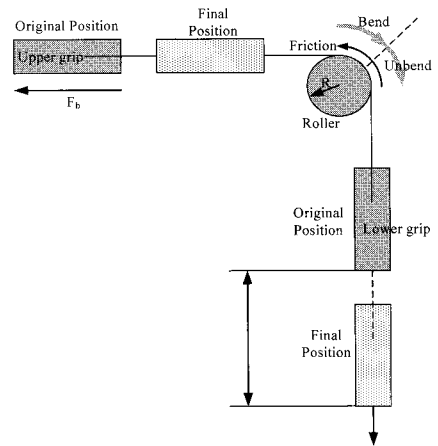
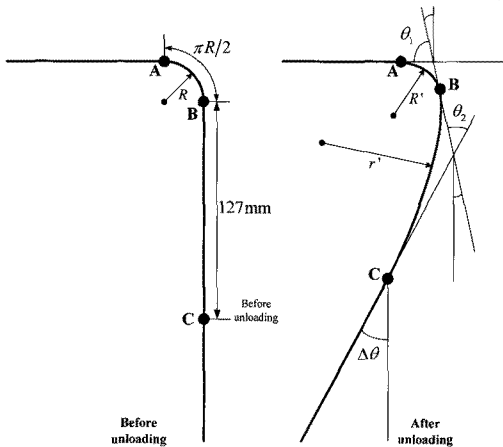


Fig. 5 Schematic view of the draw-bending test

판재는 드로잉 과정에서 롤러를 지나가며 벤딩을 겪은 후 롤러를 벗어나는 과정에서 언벤딩(unbending), 리버스 벤딩(reverse bending)을 차례로 겪게 된다. 벤딩-언벤딩 거동을 겪은 부분의 곡률  $R'$  과 벤딩-언벤딩-리버스 벤딩을 겪은 부분의 곡률  $r'$  의 성형 이후의 변화를 통해 탄성 복원을 측정할 수 있다. Fig. 6에 나타난 바와 같이  $\theta_1$  과  $\theta_2$  의 변화량의 합의 시간에 따른 변화량인  $\Delta\theta (= \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2)$  를 통해 탄성 복원의 양을 정량적으로 구하였다[2].

구성방정식을 구현하기 위한 사용자 정의 코드(user subroutine)를 개발하여 ABAQUS/Standard에 적용하여 드로우-벤드 시험을 전산모사 하였다.



**Fig. 6 Schematic geometry before and after spring-back and parameters for the spring-back**

성형 도구는 변형이 없다는 가정 하에 4-node rigid 요소인 R3D4 요소를 사용하였으며, 시편은 4-node shell 요소인 S4R을 두께 방향으로 15개의 적분점을 두고 사용하였다. 해석의 효율성을 위해 평면 변형률(plane strain)조건으로 너비 방향으로 변형이 없도록 구속을 하였다. 롤러와 마찰하며 벤딩-리버스 벤딩을 겪는 Fig. 6에서 A에서 C사이의 구간에 대해서는 길이 0.646mm의 요소를 사용하였으며, 그 이외의 부분에 대해서는 변위의 정도에 따라 차등을 두어 1mm에서 5mm 사이의 길이를 갖는 요소를 사용하였다. 도구와 시편 사이의 마찰계수는 0.18로 가정하였다.

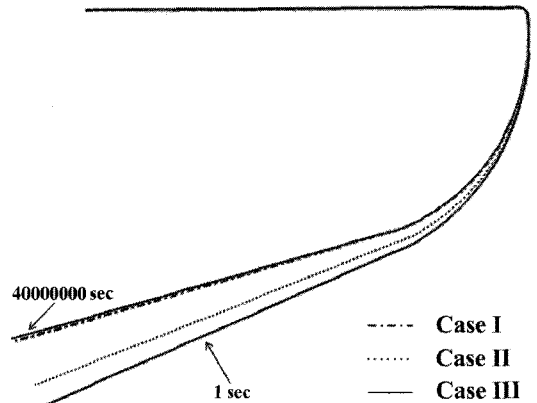
개발된 구성방정식의 타당성을 검증하기 위해 추가적으로 다음과 같은 두 가지 다른 구성방정식을 사용한 전산모사를 수행하여 그 결과를 비교해 보았다.

Case I: Elastic constitutive law with Mises yield criterion and isotropic hardening rule

Case II: Elastic constitutive law with Yld2000 yield criterion and combined iso-kinematic hardening rule

Case III: Developed viscoelastic constitutive law with Yld2000 yield criterion and combined iso-kinematic hardening rule

Fig. 7은 드로우-벤드 시험 직후 탄성 복원한 형상을 세 가지 다른 구성방정식을 통해 전산모사하여 비교한 것이다. 탄성 구성방정식을 사용한 Case I과 Case II의 경우는 시간에 관계없이 일정한 탄성 복원량을 가지므로 각각 하나의 형상만을 표



**Fig. 7 Simulated geometry after spring-back with three different constitutive laws**

현하였고, 점탄성 구성방정식을 사용한 Case III는 탄성 복원이 일어난 1초 후의 형상과 40000000초 후 최종적으로 수렴한 형상을 모두 표현하였다. 초기 탄성 복원량만을 비교한다면, 탄성 구성방정식에 등방성 항복함수와 등방성 경화 법칙을 사용한 Case I이 가장 큰 탄성 복원량을 보이고, 이방성 항복함수인 Yld2000-2d와 복합 등방성 이동경화 법칙을 사용한 Case II와 Case III는 좀 더 작은 초기 탄성 복원량을 보이는 것을 볼 수 있다. 시간에 따른 탄성 복원량을 좀 더 정량적으로 비교해 보기 위해 Fig. 8에 구성방정식의 차이에 따른  $\Delta\theta$ 의 변화를 실험 결과와 비교하여 Fig. 8에 나타내 보았다. 탄성 구성방정식을 사용한 Case I과 Case II의 경우 초기의 탄성 복원량이 그대로 유지되지만, 점탄성 구성방정식을 사용한 Case III의 경우 실험 결과처럼 탄성 복원의 양이 시간에 따라 점차 증가하는 것을 확인할 수 있다.

실험 결과와 전산모사를 통해 예측한 초기 탄성 복원의 양을 비교해 볼 때, 전산모사의 경우에 보다 높은 탄성 복원량을 예측한 것을 볼 수 있다. 이는  $\Delta\theta$ 을 측정하는 방식에 있어 차이가 있기 때문이기도 하지만, 주된 차이는 경화 거동을 모사하는 차이에 의한 것으로 보인다. 등방성 경화 법칙을 Case I의 경우 실제 실험 결과보다 매우 큰 탄성 복원량을 보이고, 복합 등방성 이동경화 법칙을 사용한 Case II와 Case III는 실험 결과와 비교적 적은 차이를 보이는 것을 확인할 수 있다. 개발된 점탄성 구성방정식에 영구 영화 거동을 추가적으로 고려한다면 탄성 복원의 양이 좀 더 줄어들 것이므로 보다 실험 결과에 가까운

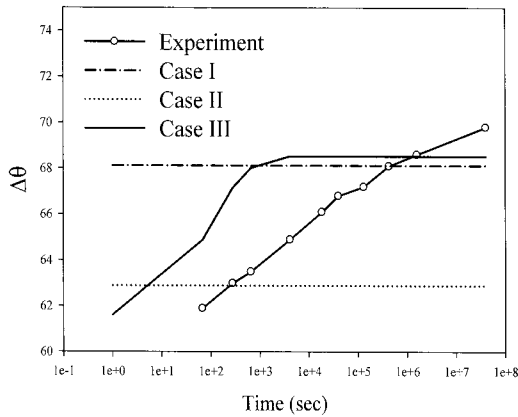


Fig. 8 Measured and simulated spring-back angles

결과를 얻을 수 있을 것이다[7]. 이번 연구에서는 한 가지 조건의 크리프 응력에 대해서 1000초라는 비교적 짧은 시간 동안의 크리프 변화율 측정하여 점탄성 물성을 구하였기 때문에 탄성 복원량이 실제 실험보다 빠르게 수렴하는 결과를 얻었다. 보다 다양한 조건의 크리프 응력에 대해서 보다 긴 시간 동안의 크리프 변화율을 측정하여 점탄성 물성을 구한다면 20000초 이후의 긴 시간 동안의 탄성 복원에 대해서도 정밀한 예측을 할 수 있을 것으로 기대된다.

## 5. 결론

크리프 시험으로 측정된 점탄성 거동을 선형 5 요소 맥스웰 모델을 이용한 점탄성-소성 이론에 적용하여 알루미늄 6022-T4 합금 판재의 시간 의존적 점탄성 복원 거동을 구현하였다. 비등방성 항복 거동을 위하여 비이차 항복 함수인 Yld2000-2d를 사용하였고, 복합 등방성 이동 경화 법칙을 사용하여 경화 거동을 구현하였다. 구성방정식과 측정된 물성을 바탕으로 사용자 정의 코드를 작성하여 유한요소 프로그램인 ABAQUS/Standard에 적용하였다. 드로우-벤드(draw-bend) 시험을 전사 모사 하여 예측한 시간에 따른 탄성 복원량 변화를 실험 결과와 비교하여 개발된 구성방정식의 타당성을 검증하였다.

## 후 기

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(R11-2005-065).

## 참 고 문 헌

- [1] J. Wang, R. H. Wagoner, W. Carden, D. Matlock, F. Barlat, 2004, Creep and anelasticity in the springback of aluminum, *Int. J. Plast.*, Vol. 20, pp. 2209~2232.
- [2] R. H. Wagoner, W. Carden, D. Matlock, 1997, Springback after drawing and bending of metal sheets, *Intel. Process. Manuf. Mater.*, Vol. 1, pp. 1~10.
- [3] K. Chung, H. Ryou, 2009, Development of viscoelastic/rate-sensitive-plastic constitutive law for fiber-reinforced composites and its applications Part I: Theory and material characterization, *Compos. Sci. Technol.*, Vol. 69, No. 2, pp. 284~291.
- [4] F. Barlat, J. C. Brem, J. W. Yoon, K. Chung, R. E. Dick, S. -H. Choi, F. Pourboghra, E. Chu, D. J. Lege, 2003, Plane stress yield function for aluminum alloy sheets – Part I: Theory, *Int. J. Plast.*, Vol. 19, pp. 1297~1319.
- [5] K. Chung, M. -G. Lee, D. Kim, C. Kim, M. L. Wenner, F. Barlat, 2005, Spring-back evaluation of automotive sheets based on isotropic-kinematic hardening laws and non-quadratic anisotropic yield functions, Part I: Theory and formulation. *Int. J. Plast.*, Vol. 21, pp. 861~882.
- [6] D. Kim, M. -G. Lee, C. Kim, M. L. Wenner, R. H. Wagoner, F. Barlat, K. Chung, J. R. Yoon, T. J. Kang, 2003, Measurements of Anisotropic Yielding, Bauschinger and Transient Behavior of Automotive Dual-Phase Steel Sheets, *Met. Mater. Int.*, Vol. 9, No. 6, pp. 561~570.
- [7] J. Kim, W. Lee, K. -H. Chung, T. Park, D. -G. Kim, C. Kim, D. Kim, 2009, Springback prediction of friction stir welded DP590 steel sheets considering permanent softening behavior, *Trans. Mater. Process.*, Vol. 18, No. 4, pp. 329~335.